

贵州省

中职生报考高职（专科）院校分类考试复习丛书

数学总复习

主编 田兴春 方承涛 杨 敏

编者阵容强大

编者均系资深教研员和重点中等职业学校骨干教师

编写内容全面

依据贵州省中职生报考高职（专科）院校分类考试大纲编写

附加增值服务

配套教学资料包，内含教学课件等教学资料

贵州省

中职生报考高职（专科）院校分类考试复习丛书

语文总复习

语文考前冲刺模拟试卷

数学总复习

数学考前冲刺模拟试卷

英语总复习

英语考前冲刺模拟试卷

数学总复习

主编 田兴春 方承涛 杨敏

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

X2

ISBN 978-7-5608-9491-1



9 787560 894911 >

定价：45.00元

免费提供

精品教学资料包

服务热线：400-615-1233

www.huatengzy.com

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

贵州省

中职生报考高职（专科）院校分类考试复习丛书

数学总复习

主 编 田兴春 方承涛 杨 敏
副主编 吴 琼 韩家玲 肖云寿
杨 燕

内 容 提 要

本书共七章,包括集合与简易逻辑、不等式、函数、三角函数、数列、直线与圆的方程、圆锥曲线.每章根据考纲的要求详述相关知识点.

“知识结构图”对本章知识点进行了总结.“考纲划重点”统计了各考点的命题情况,并对命题趋势进行了分析.“真题回放站”从专家的角度对真题进行剖析,使考生准确把握考点,快速找到解题思路.“知识面面观”对每一个知识点进行了细致的讲解.“课堂讲与练”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路.“巩固与提升”针对书中考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

本书既可以作为贵州省中职生参加高职分类考试的复习用书,也可以作为中职生参加其他考试的参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

数学总复习 / 田兴春, 方承涛, 杨敏主编. -- 上海:
同济大学出版社, 2020. 9(2025. 7 重印)
ISBN 978 - 7 - 5608 - 9491 - 1

I. ①数… II. ①田… ②方… ③杨… III. ①数学课 -
中等专业学校 - 升学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2020) 第 171777 号

数学总复习

田兴春 方承涛 杨 敏 主编

责任编辑 刘 睿 责任校对 徐春莲 封面设计 刘文东

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址: 上海市四平路 1239 号 邮编: 200092 电话: 021 - 65985622)

经 销 全国各地新华书店
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 11.75
字 数 243 000
版 次 2020 年 9 月第 1 版
印 次 2025 年 7 月第 6 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 9491 - 1

定 价 45.00 元

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

Preface

前言



通过多年的摸索与实践,贵州省中职生报考高职(专科)院校分类考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加高职(专科)院校分类考试的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年贵州省高职(专科)院校分类考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套贵州省中职生报考高职(专科)院校分类考试复习丛书,供广大考生在复习时使用。

本书是该复习丛书之《数学总复习》。数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

本书具有以下鲜明特色。

1. 编者阵容强大,熟知考情学情

本书编写人员均系贵州省中等职业学校的骨干教师。他们始终工作在教学第一线,对贵州省高职院校分类考试的命题趋势有深入的研究,熟知学生的复习状况,使本书具有极强的针对性。

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加贵州省中职生报考高职(专科)院校分类考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又体现其发展趋势。

3. 编排合理,设计科学

本书共七章,包括集合与简易逻辑、不等式、函数、三角函数、数列、直线与圆的方程、圆锥曲线。每章根据考纲的要求详述相关知识点。

“知识结构图”对本章知识点进行了总结。

“考纲划重点”统计了各考点的命题情况,并对命题趋势进行了分析。

“真题回放站”从专家的角度对真题进行剖析,使考生准确把握考点,快速找到解题思路。

“知识面面观”对每一个知识点进行了细致的讲解。

“课堂讲与练”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路.

“巩固与提升”针对书中考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

本书由绥阳县中等职业学校田兴春、仁怀市中等职业学校方承涛、岑巩县中等职业学校杨敏任主编,玉屏侗族自治县中等职业学校吴琼、安顺市平坝区中等职业学校韩家玲、遵义市播州区中等职业学校肖云寿、德江县中等职业学校杨燕任副主编.

衷心希望本套贵州省中职生报考高职(专科)院校分类考试复习丛书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正.

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

编 者

Contents 目 录



第一章 集合与简易逻辑

- 第一节 集合的基本概念与基本运算 2
- 第二节 充分必要条件 12

第二章 不等式

- 第一节 不等式的基本性质 18
- 第二节 有理不等式的解法 24

第三章 函数

- 第一节 函数的概念及其表示方法 36
- 第二节 函数的性质 44
- 第三节 反函数 53
- 第四节 常用初等函数 57
- 第五节 有理数指数幂和幂函数 63
- 第六节 指数函数 68
- 第七节 对数与对数函数 72

第四章 三角函数

- 第一节 任意角三角函数 84
- 第二节 同角三角函数的基本关系式及诱导公式 90
- 第三节 两角和与差公式、倍角公式 95
- 第四节 三角函数的图像和性质 101
- 第五节 已知三角函数值求角 108
- 第六节 正弦、余弦定理及应用 110

第五章 数列

- 第一节 数列的概念与通项公式 122
- 第二节 等差数列 127

第三节 等比数列 132

第六章 直线与圆的方程

第一节 直线方程与两直线的位置关系 141
第二节 圆的方程、直线与圆、圆与圆的位置关系 151

第七章 圆锥曲线

第一节 椭圆 161
第二节 双曲线 168
第三节 抛物线 174

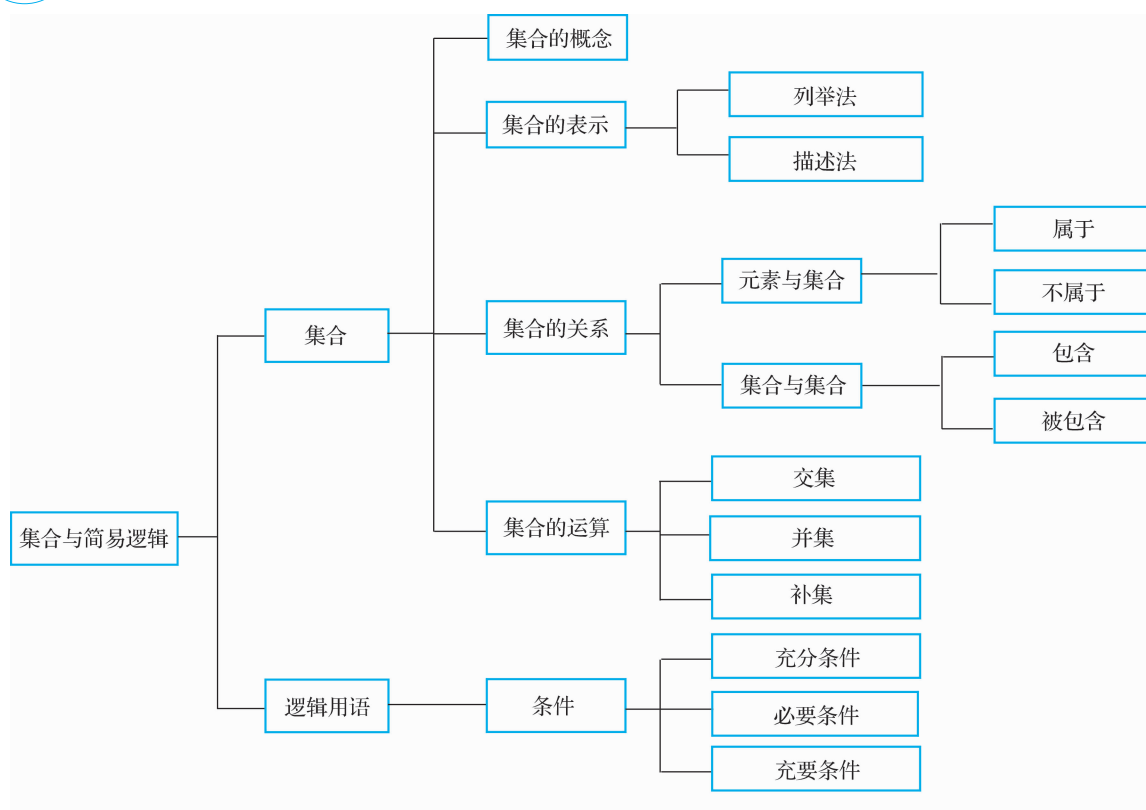
参考文献 182

第一章

集合与简易逻辑



知识结构图



考纲划重点

考纲要求

1. 理解集合的意义,掌握集合的两种表示方法:列举法和描述法.
2. 掌握元素与集合之间的属于关系以及集合与集合之间的包含关系、相等关系.
3. 掌握集合的交集、并集、补集的运算

续表

命题趋势	集合在近几年中职生报考高职(专科)院校分类考试中主要从三个方面考查:一是考查集合的概念、集合的基本关系及常用数集的符号表示;二是考查集合的基本运算.命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主,多与绝对值、不等式等相结合;三是考查充分条件、必要条件和充要条件的判定,多与函数等相结合. 本章是每年对口高职分类考试的必考内容,也是比较容易拿分的知识点,试题分值占比较大,其中,元素和集合、集合与集合的关系,还有集合的运算是每年必考的内容
------	--

第一节 集合的基本概念与基本运算



真题回放站

1. 【2025·贵州省分类考试】已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $B = \{1, 2, 5\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3, 5\}$ C. $\{1, 1, 2, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

【参考答案】D

2. 【2025·贵州省分类考试】集合 $A = \{a, b\}$ 的所有真子集有().

- A. $\{a\}$ B. $\{b\}$ C. $\{a, b\}$ D. $\emptyset$

【参考答案】ABD

3. 【2024·贵州省分类考试】已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

- A. $\{2, 3, 5\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2, 2, 3, 3, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 5\}$

【专家详解】由题意知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 根据集合的互异性知, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 故选 D.

4. 【2024·贵州省分类考试】设集合 $A = \{a, b, c\}$, 则该集合有().

- A. 8 个子集 B. 7 个子集 C. 7 个真子集 D. 6 个真子集

【专家详解】集合 $A = \{a, b, c\}$, 含有 3 个元素, 则集合 A 的子集个数为 $2^3 = 8$, 集合 A 的真子集个数为 $2^3 - 1 = 7$. 故选 AC.

5. 【2024·贵州省分类考试】设全集 U 为某职校计算机班全体同学所组成的集合, A 为该班全体男同学所组成的集合, B 为该班全体女同学所组成的集合, 则下列选项正确的有().

- A. $\complement_U(A \cap B) = U$ B. $A \cup B = U$ C. $\complement_U(A \cup B) = U$ D. $\complement_U(\complement_U(A \cup B)) = U$

【专家详解】由题意可知, $A \cup B = U$, $A \cap B = \emptyset$, 所以 $\complement_U(A \cap B) = U$, $\complement_U(A \cup B) = \emptyset$, 故 A 正确, B 正确, C 错误, 所以 $\complement_U(\complement_U(A \cup B)) = U$, 故 D 正确. 故选 ABD.

6. 【2023·贵州省分类考试】设集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{2, 3\}$

【专家详解】集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B = \{2, 3\}$, 故选 D.

7. 【2023·贵州省分类考试】集合 $A = \{a, b\}$ 的非空真子集有().

- A. $\emptyset$ B. $\{a\}$ C. $\{b\}$ D. $\{a, b\}$

【专家详解】集合 $A = \{a, b\}$ 含有两个元素, 则集合 $A = \{a, b\}$ 的真子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$, 则集合 $A = \{a, b\}$ 的非空真子集有 $\{a\}, \{b\}$, 故选 BC.



知识面面观

考点一

集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体, 便形成了一个集合, 常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素, 常用小写英文字母 a, b, c 等来表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

- (1) 空集. 不含任何元素的集合叫作空集, 记作 $\emptyset$.
- (2) 正整数集. 所有正数组成的集合叫作正整数集, 记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$.
- (3) 自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集, 记作 $\mathbf{N}$.
- (4) 整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集, 记作 $\mathbf{Z}$.
- (5) 有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集, 记作 $\mathbf{Q}$.
- (6) 实数集. 所有实数组成的集合叫作实数集, 记作 $\mathbf{R}$.

5. 集合的两种表示法

- (1) 列举法. 把集合的元素一一列举出来, 写在大括号内, 这种表示集合的方法叫作列举法.

注意: 用列举法表示集合时, 要注意以下几点:

- ① 元素之间用逗号“,”隔开.
- ② 元素不能重复(满足集合中元素的互异性).
- ③ 元素不能遗漏.
- ④ 当集合中的元素较少时用列举法比较简单; 若集合中的元素较多或无限, 但存在一定的规律, 在不发生误解的情况下, 也可以用列举法表示.

- (2) 描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x | p(x)\}$, 其中“ x ”是集合中元素的代表形式, “ $p(x)$ ”是集合中元素的共同特征, 两者之间的竖线不可省略.

注意: 用描述法表示集合时, 要注意以下几点:

- ① 写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).
- ② 写明集合中元素的特征或性质.
- ③ 用于描述元素特征的语句要力求简明、准确, 不产生歧义; 多层描述时, 应当准确使用“且”“或”等关联词.
- ④ 所有描述的内容都要写在大括号内.

⑤在不引起混淆的情况下,用描述法表示集合时有时也可以省去竖线和竖线左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 x .

考点二 集合间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$.

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$;对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

注意:不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合 A 的子集包括它本身,而这个子集由集合 A 的全体元素组成;空集也是集合 A 的子集,但这个子集中不包括集合 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,则集合 A 是集合 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作“ A 真包含于 B ”(或“ B 真包含 A ”).

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A, B, C ,若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

注意:元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素也都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素也都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$ (A, B 的所有元素均相等).

注意:(1)若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.

(2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从“互为子集”入手进行判断.

考点三 集合的运算

1. 交集

一般地,对于两个给定的集合 A, B ,由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合,称为集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

性质:

$$(1) A \cap B = B \cap A.$$

$$(2) A \cap A = A.$$

$$(3) A \cap \emptyset = \emptyset.$$

$$(4) A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B.$$

$$(5) \text{若 } A \subseteq B, \text{则 } A \cap B = A.$$

2. 并集

一般地,对于两个给定的集合 A, B ,由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,称为集合 A 与集合 B 的并集,记作 $A \cup B$,即 $A \cup B = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

性质:

$$(1) A \cup B = B \cup A.$$

$$(2) A \cup A = A.$$

$$(3) A \cup \emptyset = A.$$

$$(4) A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B.$$

$$(5) \text{若 } A \subseteq B, \text{ 则 } A \cup B = B.$$

3. 图示两个集合的交集、并集

(1) 用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(如图 1-1 所示).

(2) 借助数轴表示数集的交集、并集(如图 1-2 所示).

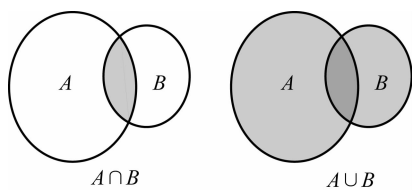


图 1-1

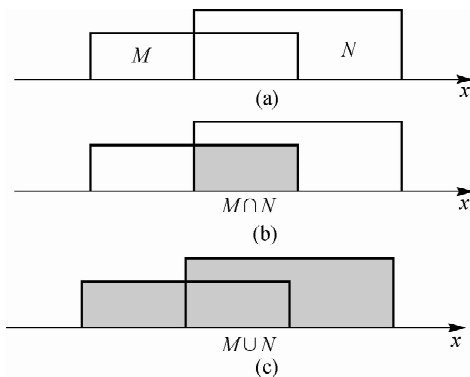


图 1-2

4. 全集

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用 U 表示.

注意:全集是一个相对的概念,在不同的情况下全集的概念不同.

5. 补集

对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,读作“ A 在 U 中的补集”,即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

性质:

$$(1) \complement_U (\complement_U A) = A.$$

$$(2) \complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset.$$

$$(3) A \cup (\complement_U A) = U.$$

$$(4) A \cap (\complement_U A) = \emptyset.$$

6. 常见的集合表示

(1) 方程的解集: $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 或 $\{1, 2\}$,一般用列举法表示.

(2) 方程组的解集: $\{(3, 1)\}$ 或 $\{(x, y) | \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 3y = 6 \end{cases}\} = \{(x, y) | \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}\}$,一般用后者表示.

(3) 不等式的解集: $\{x | 3 \leq x < 5\}$ 或 $[3, 5)$,一般用区间表示.

(4) 点集: $\{(x, y) | y = 2x + 1\}$.

(5) 具有某种性质的点集: $\{M | |PM| = a\} (P \text{ 为定点}).$

(6) 三角函数中角的集合表示: $M = \{\alpha | 2k\pi < \alpha < 2k\pi + \pi, k \in \mathbf{Z}\}.$



课堂讲与练

例 1 下列各组对象中,能构成集合的是().

(1) 我国著名的数学家;

- (2)超过 20 的所有自然数;
 (3)某校 2020 年招收的矮个子学生;
 (4)方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数解;
 (5)在直角坐标平面内,第三象限的所有点.

A. (1)(2)(3) B. (2)(3)(4) C. (2)(4)(5) D. (3)(4)(5)



解析

(1)中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;(3)中的“矮个子学生”这一标准不确定,无法判定某人是高还是矮,不能构成集合;(2)(4)中的对象是确定的;(5)中的对象虽然有无限个,但它是确定的. 故选 C.



技巧点拨

判断某组对象能否构成集合,关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.



变式训练 1

下列语句能构成集合的是().

- A. 我班学习好的男生 B. 与 0 接近的全体实数
 C. 大于 π 的自然数 D. 优秀的中等职业学校

例 2 用列举法表示下列集合:

- (1) $A = \{x | -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;
 (2) $B = \{(x, y) | 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.



解析

(1) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$; (2) $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$.



技巧点拨

掌握集合的两种表示方法:列举法、描述法.



变式训练 2

用合适的方法表示下列集合:

- (1) 11, 12, 13, 14, 15, ...;
 (2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$.

例 3 设集合 $A = \{0\}$, 下列结论正确的是().

- A. $A = 0$ B. $A = \emptyset$ C. $0 \in A$ D. $\emptyset \in A$

**解析**

本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

**技巧点拨**正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \subsetneq$ 的意义是正确处理此类问题的关键.**变式训练 3**

下列说法中正确的有()个.

①空集没有子集; ②任何集合至少有两个子集; ③空集是任何集合的真子集; ④若 $\emptyset \subsetneq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

例 4 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.**解析**由题意得: $A = \{-1, 2\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $B = \emptyset$ 或 $B = \{-1\}$ 或 $B = \{2\}$ 或 $B = \{-1, 2\}$.又因为 $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 所以 $B = \{-1, 2\}$ 不成立.当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$, 解得 $p > 4$;当 $B = \{-1\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ (-1)^2 - 4 \times (-1) + p = 0, \end{cases}$ 无解;当 $B = \{2\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ 2^2 - 4 \times 2 + p = 0, \end{cases}$ 解得 $p = 4$.综上所述, 实数 p 的取值范围是 $p \in [4, +\infty)$.**技巧点拨**

本题考查了两个集合包含或相等关系的问题, 首先可以建立方程(组), 然后解出未知数, 最后利用集合元素的特征进行检验.

**变式训练 4**已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中, $m, n \in \mathbf{R}$, 若 $A = B$, 求 m, n 的值.**例 5** 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 A 中元素的个数为().

A. 9

B. 8

C. 5

D. 4

**解析**由 $x^2 + y^2 \leq 3$ 可知 $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$, $-\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}$. 又因为 $x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$, 所以 $x \in \{-1, 0, 1\}, y \in \{-1, 0, 1\}$, 所以集合 A 中元素的个数为 9, 故选 A.**技巧点拨**

对于求解集合中元素个数的题目, 应首先求出集合, 然后根据集合中元素的互异性求出集合中元素的个数, 或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.



变式训练 5

已知集合 $A=\{1,2,4\}$, 集合 $B=\{x|x=a+b, a\in A, b\in A\}$, 则集合 B 中元素的个数为_____.

例 6 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|0\leq x<2\}$, 集合 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, \complement_U A\cap B$.



解析

$B=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$, $\complement_U A=\{x|x<0 \text{ 或 } x\geq 2\}$, 所以 $A\cap B=\{x|0\leq x<2\}$, $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$, $\complement_U A\cap B=\{x|-1<x<0 \text{ 或 } 2\leq x<3\}$.



技巧点拨

考查对集合运算的理解及性质的运用.



变式训练 6

设全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$, 集合 $A=\{0,1,2,3\}$, 集合 $B=\{2,3,4\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, \complement_U A\cup \complement_U B$.

例 7 已知集合 $M=\{x|a\leq x\leq a+3\}$, $N=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>5\}$, 若 $M\cap N=\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.



解析

如图 1-3 所示, 要使 $M\cap N=\emptyset$, 必须满足 $\begin{cases} a+3\leq 5, \\ a\geq -1, \end{cases}$ 解得 $-1\leq a\leq 2$, 所以实数 a 的取值范围为 $-1\leq a\leq 2$.

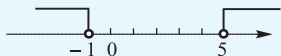


图 1-3



技巧点拨

解题时利用数轴表示集合, 便于寻求满足条件的实数 a . 特别需要注意的是“端点值”的问题, 要明确是能取“=”还是不能取“=”.



变式训练 7

已知 $A=\{x|a\leq x\leq a+3\}$, $B=\{x|x>1 \text{ 或 } x<-6\}$.

(1) 若 $A\cap B=\emptyset$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $A\cup B=B$, 求 a 的取值范围.

例 8 U 为全集, 集合 $M \subsetneq U, N \subsetneq U$, 且 $N \subseteq M$, 则().

- A. $(\complement_U M) \supseteq (\complement_U N)$ B. $(\complement_U M) \supseteq N$
C. $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$ D. $M \supseteq (\complement_U N)$



解析

根据各集合之间的关系作图(如图 1-4 所示), 这样就很容易做出判断, 故选 C.

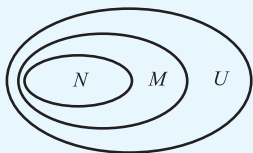


图 1-4



技巧点拨

(1) 考虑集合之间的关系, 用图形解答比较方便.

(2) 在数学中利用“数形结合”的思想, 往往能使问题简单化.



变式训练 8

U 为全集, M, N 为两个非空集合, 且满足 $M \cap N = M$, 则下列结论正确的是().

- A. $M \subsetneq N$ B. $N \subsetneq M$ C. $M = N$ D. $N \cap (\complement_U M) = \emptyset$



巩固与提升

基础实战

一、选择题

- 下列命题所列对象中能组成集合的是().
A. 好人 B. 非常小的数 C. 有趣的书 D. 小于 5 的数
- 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$, 其中正确的个数为().
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 下列选项中, 表述正确的是().
A. 由 1, 3, 5, 7, 5, 3 组成的集合中有 6 个元素
B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合
C. 集合 $\{0\}$ 是空集
D. 阳光小学一(3)班的所有同学可以组成集合
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是().
A. $\emptyset$ B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 用列举法表示集合 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 的结果是().
A. $\{1, 2\}$ B. 1, 2 C. $\{1, 2\}$ D. 以上都不是
- 集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 所有子集的个数是().
A. 8 B. 14 C. 15 D. 16
- 若集合 $M = \{m, 2-m\}$, 则实数 m 的取值范围是().
A. $m \neq 2$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq -1$ D. $m \neq -2$

8. 已知集合 $M = \{-1, 0, m^2\}$, $N = \{-1, 0, 2m-1\}$, 若 $M=N$, 则实数 $m = (\quad)$.

- A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1

9. 设集合 $M = \{x | x \leq \sqrt{5}\}$, $a = 2$, 则下列关系正确的是 $(\quad)$.

- A. $a \subseteq M$ B. $a \not\subseteq M$ C. $a \in M$ D. $a \notin M$

10. 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是 $(\quad)$.

- A. $M = \{(2, 3)\}$, $N = \{2, 3\}$ B. $M = \{3, 14\}$, $N = \{\pi\}$
C. $M = \{0\}$, $N = \emptyset$ D. $M = \{0, 1, 2, 3\}$, $N = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 3\}$

11. 方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集为 $(\quad)$.

- A. $\{-1, 2\}$ B. $(-2, 2)$
C. $\{(-1, 2)\}$ D. $\{(x, y) | x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$

12. 集合 $A = \{1, 3, t\}$, $B = \{t^2 - t + 1\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 t 的取值范围是 $(\quad)$.

- A. $t = 1$ B. $t = 2, t = -1, t = 0$ C. $t = 2, t = \pm 1$ D. 不存在

13. 如果集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 a 的值是 $(\quad)$.

- A. 0 B. 0 或 1 C. 1 D. 不能确定

14. 设集合 $A = \{x | |x| \leq 4\}$, $B = \{x | x^2 - 10x + 16 < 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $[-4, 8]$ B. $(2, 4]$ C. $(-4, 8)$ D. $[2, 4)$

15. 已知全集 $U = \{x | x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | x > 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$.

- A. $\{1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

16. 已知集合 $\{1, 2\} \cup A = \{1, 2, 3\}$, 则符合条件的集合 A 的个数是 $(\quad)$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

17. 设集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x < 5\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

- A. $\{x | x > 2\}$ B. $\{x | x < 5\}$ C. $\{x | 2 < x < 5\}$ D. $\mathbf{R}$

18. 如图 1-5 所示, 阴影部分所表示的集合是 $(\quad)$.

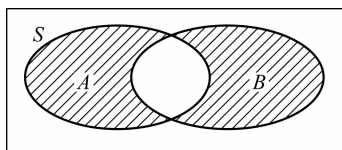


图 1-5

- A. $\complement_S A \cap B$ B. $\complement_S A \cup B$
C. $(A \cup B) \cap \complement_S (A \cap B)$ D. $(A \cup B) \cup \complement_S A \cap B$

19. 设全集 $U = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{2, 3, 6, 8, 9\}$, 集合 $B = \{x | x > 3, x \in \mathbf{N}^*\}$, 则图 1-6 中阴影所表示的集合是 $(\quad)$.

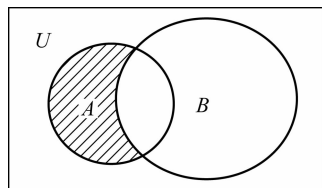


图 1-6

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{6, 8, 9\}$

20. 设集合 $M=\{0,1,2\}$, $N=\{1,2\}$, $P=\{0,2,3\}$, 则 $M \cap N \cap P = (\quad)$.

- A. $\{0,2\}$ B. $\{0,2,3\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0,1,2,3\}$

二、填空题

1. 用适当的符号($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$)填空.

(1) $3 \underline{\hspace{1cm}} \{2,3\}$; (2) $\pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (3) $\{1,2,3\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;

(4) $\mathbf{N}^* \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$; (5) $\{-3,3\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x^2=9\}$.

2. 已知集合 $P=\{x|2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$, 且集合 P 中恰有 3 个元素, 则整数 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

3. 绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

4. 下列六个关系式: ① $\{a,b\} \subseteq \{b,a\}$; ② $\{a,b\} = \{b,a\}$; ③ $0 = \emptyset$; ④ $0 \in \{0\}$; ⑤ $\emptyset \in \{0\}$; ⑥ $\emptyset \subseteq \{0\}$. 其中正确的个数为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

三、解答题

1. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

2. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$, 集合 $B=\{x|x=ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 的元素和集合 A 的关系.

3. 已知集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合, 求实数 a, b 的值.

4. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2-x-2=0\}$, $B=\{x||x|=y+1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

提升进阶

1. 满足 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数是().

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

2. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;

(2) 若 A 中恰有两个元素, 求 a 的取值范围;

(3) 若 A 中最多只有一个元素, 求 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

第二节 充分必要条件



知识面面观

1. 命题的概念

在数学中, 我们把用语言、符号或式子表达的, 可以判断真假的陈述句叫作命题. 正确的命题叫作真命题, 记作 T; 错误的命题叫作假命题, 记作 F. T 和 F 称为命题的真值(有的书上用 0 和 1 作为命题的真值). p 与 q 为等值的命题记作 $p = q$.

2. 充要条件的定义

(1) 对于两个命题 p, q , 如果有 $p \Rightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

注意: p 是 q 的充分条件, 是指只要具备了条件 p , 那么 q 就一定成立, 即命题中的条件是充分的; q 是 p 的必要条件, 是指如果不具备条件 q , 则 p 就不能成立, 即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

(2) 如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p = q$, 则 p 是 q 的充分且必要条件, 简称充要条件.

注意: ①当 $p \Leftrightarrow q$ 时, 也称 p 与 q 是等价的.

贵州省中职生报考高职(专科)院校分类考试复习丛书

数学总复习

参考答案及解析

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
第二章 不等式	4
第三章 函数	9
第四章 三角函数	20
第五章 数列	30
第六章 直线与圆的方程	37
第七章 圆锥曲线	43

第一章 集合与简易逻辑

第一节 集合的基本概念与基本运算

课堂讲与练

变式训练 1 C 解:由集合元素的确定性可知,“学习好”“与 0 接近”“优秀的”都是不确定的. 故选 C.

变式训练 2

解:(1) $11, 12, 13, 14, 15, \dots = \{x \mid x = n + 10, n \in \mathbf{N}^*\}$.

(2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\} = \{x \mid x = n^2, 1 \leq n \leq 6 \text{ 且 } n \in \mathbf{Z}\}$.

变式训练 3 A 解:由空集的性质可知,①②③是错误的,④是正确的. 故选 A.

变式训练 4

解:因为 $A=B$, 所以 $\begin{cases} 1+m=n, \\ 1+2m=n^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1+m=n^2, \\ 1+2m=n, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=0, \\ n=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-\frac{3}{4}, \\ n=-\frac{1}{2}. \end{cases}$

当 $m=0, n=1$ 时,集合元素不满足互异性,应舍去. 所以 $m=-\frac{3}{4}, n=-\frac{1}{2}$.

变式训练 5 6 解:由题意可知集合 $B=\{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$, 元素的个数为 6.

变式训练 6

解: $A \cap B = \{2, 3\}, A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 因为 $\complement_U A = \{4\}, \complement_U B = \{0, 1\}$, 所以 $\complement_U A \cup \complement_U B = \{0, 1, 4\}$.

变式训练 7

解:(1)由题意得 $\begin{cases} a+3 \leq 1, \\ a \geq -6, \end{cases}$ 解得 $-6 \leq a \leq -2$.

(2)由题意得 $a+3 < -6$ 或 $a > 1$, 解得 $a > 1$ 或 $a < -9$.

变式训练 8 A 解:根据各集合之间的关系作图,即可做出判断.

巩固与提升

基础实战

一、选择题

1. D 解:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的,故选 D.
2. A 解:正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义.
3. D 解:掌握集合的概念及其特征.
4. B
5. C 解:掌握集合的两种表示方法.
6. D 解:由 n 个元素组成的集合的子集的个数是 2^n 个.
7. B 解:根据集合的互异性可得 $m \neq 2-m$, 解得 $m \neq 1$.
8. B 解:根据集合的概念可得 $m^2 = 2m-1$, 解得 $m=1$.
9. C 解:因为 $2 < \sqrt{5}$, 所以 2 是集合 M 中的一个元素.
10. D
11. C 解:此方程组只有一个解.
12. B 解:根据题意,分为三种情况. 第一种情况: $t^2 - t + 1 = 1$, 解得 $t=0$ 或 $t=1$ (舍去); 第二种情况: $t^2 - t + 1 = 3$, 解得 $t=2$ 或 $t=-1$; 第三种情况: $t^2 - t + 1 = t$, 解得 $t=1$ (舍去), 综上所述, t 的值是 $-1, 0, 2$.
13. B 解:若 $a=0$, 则式子是一元一次方程, 集合 A 中只有一个元素; 若 $a \neq 0$, 则式子是一元二次方

程,集合 A 中只有一个元素,利用“ $\Delta=2\times 2-4\times a\times 1=0$ ”求解,解得 $a=1$.

14. B 解:集合 $A=\{-4\leq x\leq 4\}$, $B=\{2<x<8\}$, 所以 $A\cap B=(2,4]$.

15. D 解:掌握集合与集合的运算关系.

16. D 解:集合 A 中一定含有元素 3,其他 2 个元素自由组合,所以符合条件的集合 A 的个数是 4.

17. D 解:集合 A 和集合 B 的并集是全集 $\mathbf{R}$.

18. C

19. B 解:因为集合 B 表示的是大于 3 的正整数集,所以阴影部分所表示的集合选 B.

20. C 解:求 3 个集合的交集就是选择 3 个集合共有的元素. 故选 C.

二、填空题

1. (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\subseteq$; (4) $\subseteq$; (5) $=$

2. 6 解:根据集合元素的特征可知集合 $P=\{3,4,5\}$. 故 $a=6$.

3. $\{-1,1\}$

4. 4 解:①②④⑥正确.

三、解答题

1. 解:子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\},$
 $\{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}, \{-3, -1, 1, 3\};$

真子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\},$
 $\{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}.$

2. 解: (1) $B=\{0,1,2,4\}.$

(2) 集合 A 中的元素都在集合 B 中且 $A\neq B$, 所以 $A\subsetneq B$.

3. 解: 因为集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合,

所以有 $\begin{cases} a=-1, & \text{或} \\ b=-b & \text{或} \end{cases} \begin{cases} a=-b, \\ b=-1. \end{cases}$

若 $a=-1, b=-b=0$, 符合题意.

若 $a=-b, b=-1$, 则 $a=1$, 不符合题意, 舍去.

综上所述, $a=-1, b=0$.

4. 解: 因为集合 $A=\{x|x^2-x-2=0\}=\{-1, 2\}$, $y\in A$, 所以在集合 B 中, 当 $y=-1$ 时, $x=0$; 当 $y=2$ 时, $x=\pm 3$, 所以集合 $B=\{-3, 0, 3\}$. 所以 $\complement_U B=\{x|x\neq -3 \text{ 且 } x\neq 0 \text{ 且 } x\neq 3\}.$

提升进阶

1. C 解: 确定集合 A 中元素的组成情况即可. 由已知得集合必含 a, b , 且至少有一个不同于 a, b 的元素, 符合条件的集合共有 7 个.

2. 解: (1) 若集合 A 中只有一个元素, 分两种情况讨论:

当 $a=0$ 时, 集合 $A=\{x|2x+1=0\}=\{-\frac{1}{2}\}.$

当 $a\neq 0$ 时, 则 $ax^2+2x+1=0$ 有两个相等的根, 即 $\Delta=4-4a=0$, 解得 $a=1$.

所以当 $a=0$ 或 $a=1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

(2) 若集合 A 中恰有两个元素, 则 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的根, 即 $\begin{cases} a\neq 0, \\ \Delta=4-4a>0, \end{cases}$ 解得 $a<1$ 且 $a\neq 0$. 所以当 $a<1$ 且 $a\neq 0$ 时, 集合 A 中恰有两个元素.

(3) “若集合 A 中最多只有一个元素”包含两种情况: 集合 A 中只有一个元素或集合 A 为 $\emptyset$.

由(1)可知当 $a=0$ 或 $a=1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

若集合 A 为 $\emptyset$, 则 $ax^2+2x+1=0$ 无解, 即 $\begin{cases} a\neq 0, \\ \Delta=4-4a<0, \end{cases}$ 解得 $a>1$.

所以当 $a\geq 1$ 或 $a=0$ 时, 集合 A 中最多只有一个元素.

3. 解: 集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1, 2\}$. 因为 $B\subseteq A$, 所以集合 B 为 $\emptyset, \{1\}$ 或 $\{2\}$. 集合 B 为 $\emptyset$ 时, $a=0$; 集合 B 为 $\{1\}$ 时, $a=-2$; 集合 B 为 $\{2\}$ 时, $a=-1$. 所以实数 a 的值组成的集合为 $\{-2, -1, 0\}$.