

江西省职教高考复习用书

数学

同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

新 紧扣最新考纲,依据最新真题,体现最新考情
全 覆盖考纲全部考点,讲练结合,全面提升能力

江西省职教高考复习用书

数学同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

同济大学出版社

X2

江西省职教高考复习用书

语文 · 数学 · 英语 · 信息技术

总复习 立足最新考纲,详解考点

同步强化 同步习题测试,巩固知识

冲刺卷及历年真题 全真模拟考试,回顾真题

考前决胜巅峰卷 最后练兵,直击高频考点



欢迎使用
华腾刷题宝
海量题库自主练习



ISBN 978-7-5608-9764-6

9 787560 189764 >

定价: 38.80元

免费提供

精品教学资料包

服务热线: 400-615-1233
www.huatengzy.com

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

江西省职教高考复习用书

数学

同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

· 上海 ·

内 容 提 要

本书依据《江西省职教高考考试说明》，并参照江西省职教高考数学真题编写。全书共十一章，包括集合与充要条件、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、平面解析几何、立体几何、概率与统计、复数及其应用等，各章配置与教材内容相对应的练习题，试题难度、对知识点的考查都与考试一致，可以很好地帮助学生把握高考难度，掌握答题速度，巩固所学知识，查漏补缺，提高应试能力。

本书既可以作为江西省职教高考复习用书，也可作为相关学校学生的学习资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步强化检测 / 《数学同步强化检测》编写组
编. -- 上海：同济大学出版社，2021.2(2025.10重印)
ISBN 978-7-5608-9764-6
I. ①数… II. ①数… III. ①数学课-中等专业学校
-习题集-升学参考资料 IV. ①G634.605
中国版本图书馆CIP数据核字(2021)第049123号

数学同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

责任编辑 叶倩 责任校对 徐春莲 封面设计 刘文东

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址：上海市四平路1239号 邮编：200092 电话：021-65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 8.5
字 数 212 000
版 次 2021年2月第1版
印 次 2025年10月第6次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-9764-6

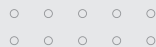
定 价 38.80元

本书若有印装质量问题，请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究



Preface

前言



通过多年的摸索与实践,江西省职教高考越来越规范有序,测试具有较高的信度、效度和必要的区分度。从考试内容和考试形式上来看,参加职教高考的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年江西省职教高考的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套江西省职教高考复习丛书,供广大考生在复习时使用。

本书是该系列用书之《数学同步强化检测》。数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣江西省职教高考方案及考纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和知识储备的重要参考资料。

本书具有以下鲜明特色:

1. 编写阵容强大,编者熟知学情考情

编写成员均系江西省中等职业学校的骨干教师,他们始终工作在教学第一线,熟悉考情和学生的备考情况,使本书具有极高的权威性。

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加江西省职教高考的考生量身定做的复习用书,题型、题量、试题难度等的设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

3. 合理编排,设计科学

全书按照教材《数学总复习》的章节设置题目。每个模块都配有与教材内容相对应的练习题,练习题由中职学校教师统一命题,试题难度、对知识点的考查都与考试一致,可以很好地帮助学生把握职教高考难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力。

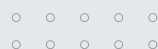
衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足,敬请各位读者不吝指正。

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学同步强化检测》编写组



Contents 目录



第一章 集合与充要条件 1

第一节 集合的基本概念与基本运算 1

第二节 充分必要条件 5

第一章自我检测题 7

第二章 不等式 10

第一节 不等式的基本性质 10

第二节 不等式的解法 13

第二章自我检测题 16

第三章 函数 19

第一节 函数的概念及其表示方法 19

第二节 函数的性质 22

第三节 常用初等函数 25

第三章自我检测题 27

第四章 指数函数与对数函数 30

第一节 实数指数幂与幂函数 30

第二节 指数函数 33

第三节 对数与对数函数 36

第四章自我检测题 39

第五章 三角函数 42

第一节 任意角的三角函数 42

第二节 同角三角函数的基本关系式及诱导公式 44

第三节 两角和与差公式、倍角公式 47

第四节 三角函数的图像和性质 50

第五节 正弦、余弦定理及应用 53

第五章自我检测题 56

第六章 数列 59 >>

第一节 数列的概念与通项公式	59
第二节 等差数列	62
第三节 等比数列	65
第六章自我检测题	68

第七章 平面向量 71 >>

第一节 平面向量的概念及线性运算	71
第二节 平面向量的坐标表示	74
第三节 平面向量的内积	77
第七章自我检测题	80

第八章 平面解析几何 83 >>

第一节 直线方程与两直线的位置关系	83
第二节 圆	86
第三节 椭圆	89
第四节 双曲线	92
第五节 抛物线	95
第八章自我检测题	98

第九章 立体几何 101 >>

第一节 平面的基本性质	101
第二节 空间中的平行关系	103
第三节 空间中的垂直关系和角	105
第四节 多面体与旋转体	107
第九章自我检测题	110

第十章 概率与统计 114 >>

第一节 排列与组合	114
第二节 二项式定理	116
第三节 概率	118
第四节 统计	121
第十章自我检测题	124

第十一章 复数及其应用 127 >>

第十一章自我检测题	129
-----------------	-----

第一章

集合与充要条件

第一节 集合的基本概念与基本运算

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{y | y = \sin x\}$, 那么().
A. $2 \in A$ B. $1 \in A$
C. $A = \emptyset$ D. $-1 \notin A$
2. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | x = a - b, a \in A, b \in A\}$, 则集合 B 中元素的个数为().
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
3. 若集合 $M = \{3, 1, a^2 - 3\}$, $N = \{-2, a\}$, N 为 M 的真子集, 则 a 的值是().
A. -1 B. 1
C. 0 D. 3
4. 下列命题中正确的是().
A. $\{x | x^2 + 2 = 0\}$ 在实数范围内无意义
B. $\{(1, 2)\}$ 与 $\{(2, 1)\}$ 表示同一个集合
C. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示相同的集合
D. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示不同的集合
5. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足条件 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为().
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

17. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|3\leq x<7\}$, $B=\{x|2<x<10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U (A\cup B)$ 及 $(\complement_U A)\cap B$.

18. 已知集合 $A=\{x|(a^2-1)x^2-2x-1=0\}$, 且集合 A 有且只有一个非空子集, 求实数 a 的值.

19. 已知集合 $A=\{1, 1+m, 1+2m\}$, $B=\{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n\in\mathbf{R}$. 若 $A=B$, 求 m, n 的值.

20. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

21. 已知集合 $A = \{x | kx^2 + 5x + 2 = 0\}$. 若 $A \neq \emptyset$, 且 $k \in \mathbf{N}$, 求 k 的所有值组成的集合.

第二节 充分必要条件

一、选择题

- $a > b$ 是 $\log_2 a > \log_2 b$ 的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: |3x-5| < 4, q: (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 是 q 的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 若 a 与 b 均为实数, 则“ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

- “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的_____条件.
- “2 的倍数”是“4 的倍数”的_____条件.
- “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
- 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

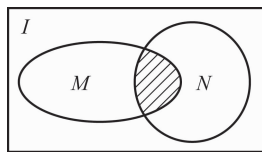
14. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

15. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求方程有两个大于 1 的实根的充要条件.

第一章自我检测题

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为().
- ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}^*$; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N = ()$.
- A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | 3 < x < 5\}$
C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x < 5\}$
3. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 所有真子集的个数为().
- A. 3 B. 6 C. 7 D. 8
4. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B$ 等于().
- A. $\{4, 5, 6\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$
C. $\{4\}$ D. $\emptyset$
5. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B = ()$.
- A. $\{0, 2, 3, 6\}$ B. $\{0, 3, 6\}$
C. $\{1, 2, 5, 8\}$ D. $\emptyset$
6. “ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 设 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{2a \leq x \leq a+3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是().
- A. $[1, 3]$ B. $[3, +\infty)$
C. $[1, +\infty)$ D. $(1, 3)$
8. 集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x | x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合为().
- A. $\{x | x \leq 1\}$
B. $\{x | x < 2\}$
C. $\{x | -2 < x < 2\}$
D. $\{x | -2 < x \leq 1\}$
9. 已知集合 $A = \{(x, y) | x+2y=4\}$, 集合 $B = \{(x, y) | 2x-y=3\}$, 则 $A \cap B = ()$.
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{(2, 1)\}$
C. $\{11, 2\}$ D. $(1, 2)$
10. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $\complement_U (A \cup B)$ 中元素的个数为().
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题

11. “ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的_____条件.
12. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ _____.
13. 设集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{-1, 5, 2\}$, 且 $A \cap B = \{2\}$, 那么 $A \cup B =$ _____.
14. 已知集合 $A = \{(x, y) | x - y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
15. 设集合 $A = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $B = \{-1, 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 那么 $m =$ _____.
16. 已知 $p: 2x - 6 \geq 0$, $q: x \geq a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

17. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 求 $A \cap B$, $(\complement_U A) \cup B$.

18. 已知集合 $A = \{m^2, m + 1, -3\}$, $B = \{m - 3, 2m - 1, m^2 + 1\}$. 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 m 的值.

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x | 1 < x < a\}$ (a 为常数).

(1) 若 $a = \frac{3}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知集合 $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,x^2+1\}$. 若 $A\cup B=\{1,2,3,5\}$, 求 x 及 $A\cap B$.

21. 若集合 $A=\{x \mid ax^2+3x+2=0\}$ 中最多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知 $p: \left|1-\frac{x-1}{3}\right| \leq 2, q: x^2-2x+1-m^2 \leq 0 (m>0)$. 若 p 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

江西省职教高考复习用书

数学同步强化检测

参考答案及解析

目 录

第一章 集合与充要条件	1	第三节 等比数列	34
第一节 集合的基本概念与基本运算	1	第六章自我检测题	36
第二节 充分必要条件	3	第七章 平面向量	38
第一章自我检测题	3	第一节 平面向量的概念及线性运算	38
第二章 不等式	5	第二节 平面向量的坐标表示	40
第一节 不等式的基本性质	5	第三节 平面向量的内积	41
第二节 不等式的解法	6	第七章自我检测题	42
第二章自我检测题	8	第八章 平面解析几何	44
第三章 函数	9	第一节 直线方程与两直线的位置关系	44
第一节 函数的概念及其表示方法	9	第二节 圆	46
第二节 函数的性质	11	第三节 椭圆	48
第三节 常用初等函数	12	第四节 双曲线	50
第三章自我检测题	13	第五节 抛物线	52
第四章 指数函数与对数函数	15	第八章自我检测题	54
第一节 实数指数幂与幂函数	15	第九章 立体几何	56
第二节 指数函数	16	第一节 平面的基本性质	56
第三节 对数与对数函数	18	第二节 空间中的平行关系	56
第四章自我检测题	19	第三节 空间中的垂直关系和角	58
第五章 三角函数	21	第四节 多面体与旋转体	59
第一节 任意角的三角函数	21	第九章自我检测题	61
第二节 同角三角函数的基本关系式及 诱导公式	22	第十章 概率与统计	64
第三节 两角和与差公式、倍角公式	23	第一节 排列与组合	64
第四节 三角函数的图像和性质	25	第二节 二项式定理	65
第五节 正弦、余弦定理及应用	27	第三节 概率	66
第五章自我检测题	29	第四节 统计	68
第六章 数列	31	第十章自我检测题	69
第一节 数列的概念与通项公式	31	第十一章 复数及其应用	72
第二节 等差数列	32	第十一章自我检测题	73

参考答案及解析

第一章 集合与充要条件

第一节 集合的基本概念与基本运算

一、选择题

1. B 解析: 因为 $-1 \leq \sin x \leq 1$, 所以 $1 \in A, -1 \in A$. 集合 A 中有元素, 所以集合 A 不是空集.
2. C 解析: 由题意知, $a \in \{1, 2\}, b \in \{1, 2\}$, 则 $B = \{x | x = a - b, a \in A, b \in A\} = \{0, -1, 1\}$, $\therefore$ 集合 B 中元素的个数为 3.
3. B 解析: 由题意可知 $a^2 - 3 = -2$, 即 $a = \pm 1$. 当 $a = -1$ 时, $M = \{3, 1, -2\}, N = \{-1, -2\}$, 不满足题意, 故舍去; 当 $a = 1$ 时, $M = \{3, 1, -2\}, N = \{1, -2\}$, 满足题意. 故选 B.
4. C 解析: 集合元素具有无序性.
5. D 解析: $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\} = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$, 因为 $A \subseteq C$, 所以元素 $1, 2 \in C$. 又因为 $C \subseteq B$, 所以满足条件的集合 $C = \{1, 2\}$ 或 $\{1, 2, 3\}$ 或 $\{1, 2, 4\}$ 或 $\{1, 2, 3, 4\}$, 共 4 个. 故选 D.
6. D 解析: $M \cap N = \{(6, -1)\}$. 故选 D.
7. B 解析: 等边三角形一定是三角形, 但三角形不一定是等边三角形, 由真子集定义知 $A \subsetneq B$.
8. D 解析: 当 $m = 0$ 时, $B = \emptyset$, 满足 $A \cup B = A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B = \{\frac{1}{m}\}$, 而 $A \cup B = A$, 所以 $\frac{1}{m} = 1$ 或 $\frac{1}{m} = -1$, 解得 $m = 1$ 或 $m = -1$. 综上所述, $m = 1, -1$ 或 0 .
9. C 解析: 由 Venn 图可知 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 5, 6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2\}$. 故选 C.
10. D 解析: 因为 $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{2, 4, 9\}$. 故选 D.

二、填空题

11. -1 解析: 由题意可知 $a - 1 = -2$, 解得 $a = -1$, 所以 $a^2 = 1$, 所以 $N = \{-2, 1\}$.
12. 7 解析: 由题意可知集合 M 为不仅仅包含元素 1, 2 的 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集, 故其个数为 $2^5 - 1 = 7$.
13. $\{3, 4, 5\}$ 解析: 因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$.
14. 0 或 $\frac{1}{4}$ 解析: 由 $A \cap B = A \cup B$ 可知 $A = B$, 则 $\begin{cases} a = 2a, \\ b = b^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = b^2, \\ b = 2a. \end{cases}$ 又根据集合元素的互异性可得 $\begin{cases} a = 0, \\ b = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = \frac{1}{4}, \\ b = \frac{1}{2}. \end{cases}$ 故 $a = 0$ 或 $a = \frac{1}{4}$.
15. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 解析: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4\}$, 所以 $\complement_U A = \{2, 4, 6\}, \complement_U B = \{1, 3, 5, 6\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{2, 4, 6\} \cup \{1, 3, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. 所以 $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

三、解答题

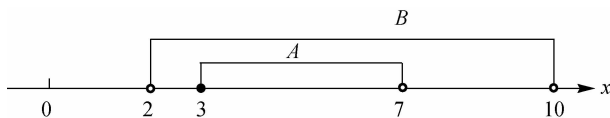
16.【参考答案】 $A=\{-2,-1\}$,由 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$,得 $B \subseteq A$.

当 $m=1$ 时, $B=\{-1\}$,符合 $B \subseteq A$;

当 $m \neq 1$ 时, $B=\{-1,-m\}$,而 $B \subseteq A$,所以 $-m=-2$,即 $m=2$.

综上所述, $m=1$ 或 $m=2$.

17.【参考答案】把集合 A, B 在数轴上表示如下:



由图可知 $\complement_U B = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$, $A \cup B = \{x | 2 < x < 10\}$, 所以 $\complement_U (A \cup B) = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$.

因为 $\complement_U A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$, 所以 $(\complement_U A) \cap B = \{x | 2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$.

18.【参考答案】由题意可知集合 A 只有1个元素.

当 $a^2 - 1 = 0$ 时, $a = \pm 1$, $A = \{-\frac{1}{2}\}$, 满足题意;

当 $a^2 - 1 \neq 0$ 时, 要使方程 $(a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有唯一的实根, 则 $(-2)^2 - 4(a^2 - 1) \times (-1) = 0$, 解得 $a = 0$, 此时 $A = \{-1\}$, 满足题意.

综上所述, 满足条件的 a 的值有 $-1, 0, 1$.

19.【参考答案】由题意可得

$$\begin{cases} 1+m=n, \\ 1+2m=n^2, \\ 1+m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1+m, \\ 1 \neq n, \\ n \neq n^2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 1+m=n^2, \\ 1+2m=n, \\ 1+m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1+m, \\ 1 \neq n, \\ n \neq n^2 \end{cases} \quad \text{无解或} \quad \begin{cases} m = -\frac{3}{4}, \\ n = -\frac{1}{2}, \end{cases} \quad \text{所以} \quad \begin{cases} m = -\frac{3}{4}, \\ n = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

20.【参考答案】 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$.

因为 $B \subseteq A$, 所以 B 为 $\emptyset, \{1\}$ 或 $\{2\}$.

当 B 为 $\emptyset$ 时, $a=0$;

当 B 为 $\{1\}$ 时, $-\frac{2}{a}=1$, 得 $a=-2$;

当 B 为 $\{2\}$ 时, $-\frac{2}{a}=2$, 得 $a=-1$.

综上所述, 实数 a 的值组成的集合为 $\{-2, -1, 0\}$.

21.【参考答案】当 $k=0$ 时, $A = \{x | kx^2 + 5x + 2 = 0\} = \{-\frac{2}{5}\}$, 符合题意;

当 $k \neq 0$ 时, 欲使 $A \neq \emptyset$, 须使方程 $kx^2 + 5x + 2 = 0$ 有解, 即 $\Delta = 5^2 - 8k \geq 0$, 解得 $k \leq \frac{25}{8}$.

因为 $k \in \mathbf{N}$ 且 $k \neq 0$, 所以 $k=1, 2, 3$.

综上所述, k 的所有值组成的集合为 $\{0, 1, 2, 3\}$.

第二节 充分必要条件

一、选择题

1. B 解析:若 $b < a < 0$, 则 $\log_2 a > \log_2 b$ 不成立;若 $\log_2 a > \log_2 b$, 又因为底数 $2 > 0$, 所以 $a > b$, 故 $a > b$ 是 $\log_2 a > \log_2 b$ 的必要不充分条件.

2. A 解析:“ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的充分而不必要条件.

3. B 解析:因为 $p: |3x-5| < 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3, q: (x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

4. B 解析:略.

5. B 解析:由 $ac^2 > bc^2$ 得 $a > b$. 当 $c=0$ 时, $a > b$ 不能推出 $ac^2 > bc^2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

6. A 解析:略.

7. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$ 或 150° , 所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

8. B 解析:如果 a, b, c 成等比数列, 则 $b^2 = ac$. 相反, 如果 $b = a = 0$, 则 $b^2 = ac$, 但 a, b, c 不是等比数列. 因此, “ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的必要不充分条件. 故选 B.

二、填空题

9. 充分不必要 解析:可通过画集合的 Venn 图得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.

10. 必要不充分 解析:一个数是 4 的倍数就一定是 2 的倍数. 相反, 一个数是 2 的倍数却不一定是 4 的倍数. 因此, “2 的倍数”是“4 的倍数”的必要不充分条件.

11. 必要不充分 解析:由 $x^2 - x - 2 < 0$ 解得 $-1 < x < 2$. 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以“ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的必要不充分条件.

12. 充要 解析:因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ 且 $n \neq 0$, 所以“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

三、解答题

13. 【参考答案】解不等式 $x^3 \geq 8$ 可得 $x \geq 2$; 解不等式 $x^2 \geq 4$ 可得 $x \geq 2$ 或 $x \leq -2$.

因此, “ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的充分不必要条件.

14. 【参考答案】 $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$.

故“ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ”的充要条件为“ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

15. 【参考答案】令 $f(x) = x^2 + (2k-1)x + k^2$, 若方程 $f(x) = 0$ 有两个大于 1 的实根, 则 $f(x)$ 的图像与 x 轴的两个交点横坐标都位于 $(1, +\infty)$ 之内, 可列方程组
$$\begin{cases} \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 \geq 0, \\ -\frac{2k-1}{2} > 1, \\ f(1) = 1^2 + 2k - 1 + k^2 > 0, \end{cases} \quad \text{解得 } k < -2.$$

第一章自我检测题

一、选择题

1. B 解析:① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$ 正确. ② 集合之间不能用“ $\in$ ”, 故错误. ③ $0 \in \mathbf{N}^*$ 错误. ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$ 正确. 故选 B.

2. D 解析:因为 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 所以利用数轴可知 $M \cap N = \{x | -3 < x < 5\}$. 故选 D.

3. C 解析:真子集含一个元素的有 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$, 共 3 个; 含两个元素的有 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$, 共 3 个; 空

集是任何非空集合的真子集,所以一共有 7 个真子集. 故选 C.

4. B 解析: 因为 $A=\{1,4\}$, $B=\{4,5,6\}$, 所以 $A\cup B=\{1,4,5,6\}$. 故选 B.

5. A 解析: 因为 $U=\{0,1,3,5,6,8\}$, $A=\{1,5,8\}$, 所以 $\complement_U A=\{0,3,6\}$. 又因为 $B=\{2\}$, 所以 $(\complement_U A)\cup B=\{0,2,3,6\}$. 故选 A.

6. A 解析: “ $x<-1$ ”是“ $x<-1$ 或 $x>1$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

7. C 解析: 因为 $B\subseteq A$, 所以 $2a>a+3$ 或 $\begin{cases} 2a\leq a+3, \\ 2a\geq 2, \\ a+3\leq 6, \end{cases}$ 解得 $a>3$ 或 $1\leq a\leq 3$, 综合可得 $a\geq 1$. 故选 C.

8. D 解析: 因为集合 $M=\{x|x^2\leq 4\}$, 所以 $M=\{x|-2\leq x\leq 2\}$. 因为 $N=\{x|x\leq 1\}$, 且图中阴影部分表示 M, N 两集合的交集, 所以 $M\cap N=\{x|-2\leq x\leq 1\}$. 故选 D.

9. B 解析: 联立 $\begin{cases} x+2y=4, \\ 2x-y=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$ 所以 $A\cap B=\{(2,1)\}$. 故选 B.

10. B 解析: 因为 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$, $B=\{x|x=2a, a\in A\}=\{2,4\}$, 所以 $A\cup B=\{1,2,4\}$, 所以 $\complement_U(A\cup B)=\{3,5\}$. 故选 B.

二、填空题

11. 充分不必要 解析: “ $a>4$ ”能推出“ $a>1$ ”, 但“ $a>1$ ”推不出“ $a>4$ ”, 所以“ $a>4$ ”是“ $a>1$ ”的充分不必要条件.

12. $[1,3]$ 解析: 因为集合 $A=\{x|-1\leq x\leq 3\}$, $\complement_{\mathbb{R}} B=\{x|x\geq 1\}$, 所以 $A\cap(\complement_{\mathbb{R}} B)=\{x|1\leq x\leq 3\}$.

13. $\{-1,0,2,5\}$ 解析: 因为 $A\cap B=\{2\}$, 所以集合 A 中 $a=2$, 所以 $A\cup B=\{-1,0,2,5\}$.

14. $\{(2,1)\}$ 解析: 根据题意可以列方程组 $\begin{cases} x-y=1, \\ x+y=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$

15. -1 或 4 解析: 因为 $A\cap B=\{3\}$, 所以 $m^2-3m-1=3$, 解得 $m=-1$ 或 $m=4$.

16. $(-\infty,3)$ 解析: $p:2x-6\geq 0$, 解得 $x\geq 3$. $q:x\geq a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 $a<3$.

三、解答题

17. 【参考答案】因为 $A=\{x|2\leq x<4\}$, $B=\{x|x\geq 3\}$, 借用数轴得 $A\cap B=\{x|3\leq x<4\}$, $\complement_U A=\{x|x<2 \text{ 或 } x\geq 4\}$, 所以 $(\complement_U A)\cup B=\{x|x<2 \text{ 或 } x\geq 3\}$.

18. 【参考答案】当 $m-3=-3$, 即 $m=0$ 时, $A=\{0,1,-3\}$, $B=\{-3,-1,1\}$, $A\cap B=\{-3,1\}$, 不符题意; 当 $2m-1=-3$, 即 $m=-1$ 时, $A=\{1,0,-3\}$, $B=\{-4,-3,2\}$, $A\cap B=\{-3\}$, 符合题意. 故 $m=-1$.

19. 【参考答案】(1) 化简 $A=\{x|x^2-3x+2<0\}=\{x|1<x<2\}$, $B=\left\{x\left|1<x<\frac{3}{2}\right.\right\}$, 故 $A\cap B=\left\{x\left|1<x<\frac{3}{2}\right.\right\}$.

(2) 当 $a\leq 1$ 时, $B=\emptyset$, 故 $B\subseteq A$ 成立; 当 $a>1$ 时, 因为 $B\subseteq A$, 所以 $1<a\leq 2$. 故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,2]$.

20. 【参考答案】由题意可知 $x^2+1=3$ 或 $x^2+1=5$.

若 $x^2+1=3$, 则 $x=\pm\sqrt{2}$;

若 $x^2+1=5$, 则 $x=\pm 2$.

综上所述, $x=\pm\sqrt{2}$ 或 $x=\pm 2$.

当 $x = \pm 2$ 时, $B = \{1, 2, 5\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 5\}$;

当 $x = \pm\sqrt{2}$ 时, $B = \{1, 2, 3\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 3\}$.

21. 【参考答案】分两种情况:

当 $a = 0$ 时, 集合 $A = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$, 符合题意.

当 $a \neq 0$ 时, 要使集合 A 中最多含有一个元素, 则判别式 $\Delta = 9 - 8a \leq 0$, 即 $a \geq \frac{9}{8}$.

综上所述, a 的取值范围为 $\left\{a \mid a = 0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8}\right\}$.

22. 【参考答案】 $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq 1 - \frac{x-1}{3} \leq 2$, 解得 $-2 \leq x \leq 10$.

$q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow [x - (1-m)][x - (1+m)] \leq 0$, 因为 $m > 0$, 所以 $1-m \leq x \leq 1+m$.

因为 p 是 q 的充分必要条件, 所以 $-2 \leq x \leq 10$ 是 $1-m \leq x \leq 1+m$ 的真子集,

可得 $\begin{cases} 1-m \leq -2, \\ 1+m \geq 10, \end{cases}$ 解得 $m \geq 9$. 故实数 m 的取值范围是 $[9, +\infty)$.

第二章 不 等 式

第一节 不等式的基本性质

一、选择题

1. B 解析: 若 $a > b > 0, c \leq 0$, 则 $ac \leq bc$, 故选项 A, D 错误; 因为 c, d 正负不确定, 所以选项 C 错误. 故选 B.

2. C 解析: 取两个区间的并集, 可以用数轴帮助我们更快地解题.

3. A 解析: 取两个区间的交集, 就是求两个区间中的公共部分.

4. D 解析: 因为 $a+b > 0, b < 0$, 则 $a > 0, b < 0, -a < 0, -b > 0, a > -b, b > -a$, 所以 $a > -b > b > -a$. 故选 D.

5. A 解析: 若 $a > b+1$, 则 $a > b+1 > b$, 所以一定会有 $a > b$. 故选 A.

6. B 解析: 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \frac{a}{d} > \frac{b}{d}, \frac{a}{c} < \frac{a}{d}, \frac{b}{c} < \frac{b}{d}$, 所以 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$. 故选 B.

7. C 解析: 虽然 $a > b$, 但是正负值不确定, 所以①②错误. 故选 C.

8. C 解析: 因为 $a > b, c^2 + 1 \geq 1$, 所以 $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$. 故选 C.

9. C 解析: a, b 可能为正数、零、负数, 因此选项 A, B, D 无法确定, 而 a 一定小于 $a+1$. 故选 C.

10. D 解析: 略.

二、填空题

11. > 解析: 因为 $a(a+b) = a^2 + ab$, 又因为 $a > b > 0$, 即 $ab > 0$, 所以 $a(a+b) > a^2$.

12. $(-\infty, 5]$ 解析: 根据题意解得集合 $A = \{x \mid x > 5\}, B = \{x \mid x < 7\}, \complement_{\mathbb{R}} A = \{x \mid x \leq 5\}$, 所以 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = (-\infty, 5]$.

13. < 解析: 由题意可知, 因为 $M = \sqrt{2\,019} - \sqrt{2\,018} > 0, N = \sqrt{2\,018} - \sqrt{2\,017} > 0$, 所以 $\frac{1}{M} =$