华腾新思

河北省
高职院校单独招生考试总复习

数学

主编 杨君霞 程长胜

"三新"	"三合一"
▸ 立足最新考纲	▸ 知识点讲解
▸ 体现最新考情	▸ 同步跟踪训练
▸ 集结最新试题	▸ 参考答案及解析

赠册 同步跟踪训练 参考答案及解析

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

河北省

高职院校单独招生考试总复习

数学

主编　杨君霞　程长胜

同济大学出版社·上海

内 容 提 要

本书共十四章，内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、复数、直线和圆的方程、圆锥曲线、简单几何体、立体几何、概率与统计初步、导数. 每章根据考纲的要求详述相关知识点."复习指南"总结了本章的考试范围与要求."命题探究"对命题趋势进行了解读与预测."知识结构"对本章重要知识点进行了归纳."真题链接"从命题的角度对真题进行剖析，使考生准确把握考点，快速找到解题思路."知识清单"对每一个知识点进行了细致的讲解."典例精析"对典型例题进行讲解，给出详细的解题思路."巩固练习"针对书中考点设置了练习题，以帮助学生巩固所学知识，提高答题能力.

本书既可以作为河北省高等职业院校单独招生考试复习用书，也可以作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

高职院校单独招生考试总复习. 数学 / 杨君霞，程长胜主编. --上海：同济大学出版社，2021.9(2025.8 重印)

ISBN 978-7-5608-9911-4

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①杨… ②程… Ⅲ. ①数学课-高等职业教育-入学考试-自学参考资料 Ⅳ. ①G718.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 190071 号

高职院校单独招生考试总复习·数学

杨君霞 程长胜 **主编**

责任编辑 张平官 **责任校对** 谢卫奋 **封面设计** 刘文东

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622)

经　　销 全国各地新华书店

印　　刷 三河市骏杰印刷有限公司

开　　本 880 mm×1 230 mm 1/16

印　　张 17.5

字　　数 436 000

版　　次 2021 年 9 月第 1 版

印　　次 2025 年 8 月第 5 次印刷

书　　号 ISBN 978-7-5608-9911-4

定　　价 69.80 元

Preface

前言

经过多年的摸索与实践，河北省高等职业院校单独招生考试越来越规范有序. 从考试内容和考试形式上来看，参加河北省高等职业院校单独招生考试的考生面临着很大的挑战，多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰，亟须通过高效的学习来快速提升应试能力，从而在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络，我们特组织多所一线院校的任课教师及教研员，以课程标准、教学大纲及最新考试说明为依据，深入研究近年河北省单招十个类别的考试试卷的命题情况，紧密结合中职学生的学习特点，精心编写了一套河北省高等职业院校单独招生考试总复习丛书，供广大考生在复习时使用.

本书是该复习丛书之《高职院校单独招生考试总复习・数学》. 数学是考试的必考科目之一，知识点较多、难度较大，也是考生备考的重点和难点所在. 本书在编写时紧扣大纲，紧密结合真题，内容充实，结构严谨，要点突出，指导性强，是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书具有以下鲜明特色.

1. 编者阵容强大，熟知考情学情

本书编写人员均系河北省的骨干教师. 他们始终工作在教学第一线，对河北省高等职业院校单独招生考试的命题趋势有深入的研究，熟知学生的复习状况，因此本书具有极强的针对性.

2. 立足考试大纲，全面服务考生

本书是为参加河北省高等职业院校单独招生考试的考生量身定做的复习用书. 知识点的选取、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲，体现出考试特色，做到了既能把握考试的命题特点，又能体现其发展趋势.

3. 编排合理，设计科学

本书共十三章，内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、数列、导数、三角函数、平面向量、直线和圆的方程、圆锥曲线、简单几何体、立体几何、概率与统计初步. 每章根据考纲的要求详述相关知识点.

“复习指南”总结了本章的考试范围与要求.

“命题探究”对命题趋势进行了解读与预测.

“知识结构”对本章重要知识点进行了归纳.

“真题链接”从命题的角度对真题进行剖析，使考生准确把握考点，快速找到解题思路.

“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.

“典例精析”依据历年河北单招真题题型及难度设置了典型例题,并对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路,帮助学生找到做题方法,规避解题误区.

“巩固练习”针对书中考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

本书配套的《同步跟踪训练》是对主书的完善与补充,对每章节进行精准跟踪训练,帮助学生直击考点,查漏补缺.

本书内容充实、结构严谨、要点突出、指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位专家、同仁及读者不吝指正.

本书编写过程中,我们广泛征求省内中职学校及综合高中一线教师的意见,秉承高效、实用的理念打造精品.我们相信,凝聚着众多名师智慧的考试丛书,定能成为通向成功彼岸的金桥,帮助学生到达理想的殿堂!

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

编　者

Contents

目录

高职院校单独招生考试总复习·数学

同步跟踪训练

目　　录

高职院校单独招生考试总复习·数学

（含同步跟踪训练）

参考答案及解析

目　　录

高职院校单独招生考试总复习·数学

同步跟踪训练

第一章

集合和简易逻辑

复习指南

1. 了解集合的意义及其表示方法，了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法，了解集合与集合、元素与集合的关系符号，并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.
2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念.

命题探究

本章是每年考试的必考内容，也是比较容易拿分的知识点. 集合在近几年考试中主要从三个方面考查：一是考查集合的概念、集合的基本关系及常用数集的符号表示；二是考查集合的基本运算，命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主，多与绝对值、不等式等相结合；三是考查充分条件、必要条件和充要条件的判定，多与函数等相结合.

知识结构

- 集合和简易逻辑
  - 集合的概念
  - 集合的表示法
    - 列举法
    - 描述法
  - 集合间的关系
    - 元素与集合
      - 属于
      - 不属于
    - 集合与集合
  - 集合的运算
    - 交集
    - 并集
    - 补集
  - 充要条件
    - 充分条件
    - 必要条件
    - 充要条件

第一节　集合的概念与集合之间的关系

真题链接

(2024・河北)下列关系正确的是(　　).

A. $1\in\{1,2\}$　　B. $\{1\}\in\{1,2\}$　　C. $2\notin\{1,2\}$　　D. $2\subseteq\{1,2\}$

答案:A

解析:$1\in\{1,2\}$,$2\in\{1,2\}$,故 A 正确,C 错误,D 错误;集合间的包含符号为$\subseteq$,则$\{1\}\subseteq\{1,2\}$,故 B 错误. 故选 A.

知识清单

知识点一　集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成了一个集合,常用大写英文字母 A,B,C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a,b,c 等表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a\notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

(1)空集. 不含任何元素的集合叫作空集,记作$\varnothing$.

(2)正整数集. 所有正整数组成的集合叫作正整数集,记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$.

(3)自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 $\mathbf{N}$.

(4)整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集,记作 $\mathbf{Z}$.

(5)有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 $\mathbf{Q}$.

(6)实数集. 所有实数组成的集合叫作实数集,记作 $\mathbf{R}$.

5. 集合的两种表示法

(1)列举法. 把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫作列举法.

注意

用列举法表示集合时,要注意以下几点:

①元素之间用“,”隔开.

②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).

③元素不能遗漏.

④当集合中的元素较少时,用列举法比较简单;若集合中的元素较多或无限,但存在一定的规律,在不发生误解的情况下,也可以用列举法表示.

(2)描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法. 描述法表示集合的一般形式是$\{x\mid p(x)\}$,其中“x”是集合中元素的代表形式,“$p(x)$”是集合中元素的共同特征,二者之间的竖线不可省略.

注意

用描述法表示集合时,要注意以下几点:

①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).

②写明集合中元素的特征或性质.

③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确,不产生歧义;多层描述时,应当准确使用"且""或"等关联词.

④所有描述的内容都要写在大括号内.

⑤在不造成混淆的情况下,用描述法表示集合时,有时也可以省去竖线和竖线左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合$\{x|x>1\}$就不能省略竖线及其左边的x.

6. 常见的集合表示

(1)方程的解集:$\{x|x^2-3x+2=0\}$或$\{1,2\}$,一般用列举法表示.

(2)方程组的解集:$\{(3,1)\}$或$\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x-2y=1\\x+3y=6\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}\right\}$,一般用后者表示.

(3)点集:$\{(x,y)|y=2x+1\}$.

(4)具有某种性质的点集:$\{M||PM|=a\}$(P为定点).

知识点二 集合间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合A,B,如果集合A中任何一个元素都是集合B的元素,那么,集合A就叫作集合B的子集,记作$A\subseteq B$或$B\supseteq A$,读作"A包含于B"或"B包含A".

性质:任何一个集合是它本身的子集,即$A\subseteq A$;空集是任何集合的子集,即$\varnothing\subseteq A$;对于集合A,B,C,若$A\subseteq B,B\subseteq C$,则$A\subseteq C$.

注意

不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合A的子集包括它本身,而这个子集由集合A的全体元素组成;空集也是集合A的子集,但这个子集中不包括集合A中的任何元素.

2. 真子集

如果集合A是集合B的子集,并且集合B中至少有一个元素不属于集合A,那么集合A是集合B的真子集(A包含于B但不等于B),记作$A\subsetneqq B$或$B\supsetneqq A$,读作"A真包含于B"(或"B真包含A").

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合A,B,C,若$A\subsetneqq B,B\subsetneqq C$,则$A\subsetneqq C$.

注意

元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地,对于两个集合A与B,如果集合A中的任何一个元素也都是集合B的元素,同时集合B中的任何一个元素也都是集合A的元素,我们就说集合A等于集合B,记作$A=B$(A,B的所有元素均相等).

注意

(1)若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.

(2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从"互为子集"入手进行判断.若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$,则$A=B$.

典例精析

例 1 下列各组对象中，能构成集合的是(　　).

(1)我国著名的数学家

(2)超过 20 的所有自然数

(3)某校 2020 年招收的矮个子学生

(4)方程 $x^2-4=0$ 的实数解

(5)在直角坐标平面内，第三象限的所有点

A. (1)(2)(3)　　B. (2)(3)(4)　　C. (2)(4)(5)　　D. (3)(4)(5)

【解析】(1)中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准，不能构成一个集合；(3)中的“矮个子学生”这一标准不确定，无法判定某人是高还是矮，不能构成集合；(4)中的对象是确定的；(2)(5)中的对象虽然有无限个，但它是确定的. 故选 C.

【技巧点拨】判断某组对象能否构成集合，关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的，不能模糊，否则无法判断.

例 2 用列举法表示下列集合.

(1)$A=\{x\mid -2<x<5, x\in\mathbf{Z}\}$;

(2)$B=\{(x,y)\mid 2x+y=5, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}\}$.

【解析】(1)$A=\{-1,0,1,2,3,4\}$；(2)$B=\{(0,5),(1,3),(2,1)\}$.

【技巧点拨】掌握集合的两种表示方法：列举法、描述法.

例 3 设集合 $A=\{0\}$，下列结论正确的是(　　).

A. $A=0$　　B. $A=\varnothing$　　C. $0\in A$　　D. $\varnothing\in A$

【解析】本题考查元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

【技巧点拨】正确理解符号$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\subsetneqq$的意义是正确处理此类问题的关键.

例 4 已知集合 $A=\{x\mid (x+1)(x-2)=0\}$，$B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 p 的取值范围为(　　).

A. $\{p\mid p>4\}$　　B. $\{p\mid P\geqslant 4\}$　　C. $\{p\mid p<4\}$　　D. $\{p\mid p\leqslant 4\}$

【解析】由题意得：$A=\{-1,2\}$，因为 $B\subseteq A$，所以 $B=\varnothing$ 或 $B=\{-1\}$ 或 $B=\{2\}$ 或 $B=\{-1,2\}$.

又因为 $B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$，所以 $B=\{-1,2\}$ 不成立.

当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=(-4)^2-4p=16-4p<0$，解得 $p>4$；

当 $B=\{-1\}$ 时，$\begin{cases}\Delta=16-4p=0,\\(-1)^2-4\times(-1)+p=0,\end{cases}$ 无解；

当 $B=\{2\}$ 时，$\begin{cases}\Delta=16-4p=0,\\2^2-4\times 2+p=0,\end{cases}$ 解得 $p=4$.

综上所述，实数 p 的取值范围是 $\{p\mid p\geqslant 4\}$. 故选 B.

【技巧点拨】本题考查了两个集合包含或相等关系的问题.

巩固练习

一、选择题

1. 下列关系不正确的是(　　).

A. $0\in\mathbf{N}$　　B. $-4\in\mathbf{R}$　　C. $2.1\in\mathbf{Q}$　　D. $1.5\in\mathbf{Z}$

2. 下列关系正确的是(　　).

A. $0\notin\varnothing$　　B. $0\in\varnothing$　　C. $\{0\}\in\varnothing$　　D. $1\in\varnothing$

3. 下列对象构成的集合为无限集的是(　　).

A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生　　B. 方程 $x^2=1$ 的解

C. 所有大于 0 小于 5 的偶数　　D. 所有大于 3 的实数

4. 若集合 $A=\{-1,-2,1,2\}$,则集合 A 的元素个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 若集合 $A=\{(-1,-2),(1,2)\}$,则集合 A 的元素个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 下列集合中用列举法表示的是(　　).

A. {绝对值小于 2 的实数}　　B. $\{a,b\}$

C. $\{x\mid x^2<0\}$　　D. $\{x\in\mathbf{N}\mid x<1\}$

7. 下列对象中能组成集合的是(　　).

A. 好人　　B. 非常小的数　　C. 有趣的书　　D. 小于 5 的数

8. 给出下面四个关系:①$0\in\mathbf{Q}$;②$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$;③$\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}$;④$\varnothing\subseteq\{0\}$,其中正确的个数为(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

9. 下列选项中,表述正确的是(　　).

A. 由 1,3,5,7,5,3 组成的集合中有 6 个元素

B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合

C. 集合$\{0\}$是空集

D. 阳光小学一(3)班的所有同学可以组成集合

10. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$　　C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

11. 用列举法表示集合$\{x\mid x^2-3x+2=0\}$的结果是(　　).

A. $(1,2)$　　B. 1,2　　C. $\{1,2\}$　　D. 以上都不是

12. 集合$\{1,2,3,4\}$所有子集的个数是(　　).

A. 8　　B. 14　　C. 15　　D. 16

13. 若集合 $M=\{m,2-m\}$,则实数 m 需满足(　　).

A. $m\neq2$　　B. $m\neq1$　　C. $m\neq-1$　　D. $m\neq-2$

14. 已知集合 $M=\{-1,0,m^2\}$,$N=\{-1,0,2m-1\}$,若 $M=N$,则实数 $m=$(　　).

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. ±1

15. 设集合 $M=\{x\mid x\leqslant\sqrt{5}\}$,$a=2$,则下列关系正确的是(　　).

A. $a\subseteq M$　　B. $a\not\subseteq M$　　C. $a\in M$　　D. $a\notin M$

16. 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是(　　).

A. $M=\{(2,3)\}$,$N=\{2,3\}$　　B. $M=\{3.14\}$,$N=\{\pi\}$

C. $M=\{0\}$,$N=\varnothing$　　D. $M=\{0,1,2,3\}$,$N=\{x\in\mathbf{N}\mid x\leqslant3\}$

17. 方程组$\begin{cases}2x+y=0,\\x-y+3=0\end{cases}$的解集为(　　).

A. $\{-1,2\}$　　B. $(-2,2)$

C. $\{(-1,2)\}$　　　　D. $\{(x,y)\mid x=-1$ 或 $y=2\}$

二、判断题

1. $2\in N$　　(　　)
2. 小于 30 的所有偶数可以组成集合.　　(　　)
3. 方程 $x^2+2x-3=0$ 的解集可表示为 $\{-1,3\}$.　　(　　)
4. 已知集合 $A=\{x\mid x=2k,k\in \mathrm{N}\}$，则 $3\in A$.　　(　　)
5. 已知集合 $A=\{x\mid x<6\}$，则 $1\in A$.　　(　　)
6. 由大于 -1 小于 5 的整数组成的集合用列举法表示为 $\{0,1,2,3,4\}$　　(　　)
7. 集合 $A=\{0,1\}$ 与集合 $B=\{1,0\}$ 表示同一集合.　　(　　)
8. 集合 $\{(x,y)\mid xy>0\}$ 表示所在象限是第一象限的点组成的集合.　　(　　)
9. 任何一个集合都可以用列举法表示.　　(　　)
10. 方程组 $\begin{cases}2x+y=10\\x-2y=0\end{cases}$ 的解用集合表示为 $\{x=4,y=2\}$.　　(　　)

第二节　集合的运算

真题链接

1. (2025・河北)已知集合 $A=\{-4,4\}$，$B=\{x\mid x-4=0\}$，则 $A\cup B=($　　$)$.

A. $\{4\}$　　B. $\{-4\}$　　C. $\{-4,4\}$　　D. $\varnothing$

答案：C

解析：易知 $B=\{4\}$，则 $A\cup B=\{-4,4\}$，故选 C.

2. (2024・河北)已知集合 $A=\{3,9\}$，$B=\{2,3\}$，则 $A\cap B=($　　$)$.

A. $\{2,3,9\}$　　B. $\{3\}$　　C. $\{3,9\}$　　D. $\{2,3\}$

答案：B

解析：因为 $A=\{3,9\}$，$B=\{2,3\}$，所以 $A\cap B=\{3\}$. 故选 B.

知识清单

知识点一　集合的交集

1. 交集的定义

一般地，对于两个给定的集合 A，B，由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

2. 交集的性质

(1) $A\cap B=B\cap A$.

(2) $A\cap A=A$.

(3) $A\cap\varnothing=\varnothing$.

(4) $A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$.

(5) 若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

知识点二　集合的并集

1. 并集的定义

一般地，对于两个给定的集合 A，B，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A

与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$.

2. 并集的性质

(1)$A\cup B=B\cup A$.

(2)$A\cup A=A$.

(3)$A\cup\varnothing=A$.

(4)$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

(1)用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-1).

(2)借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-2).

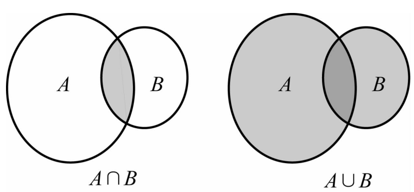


图 1-1

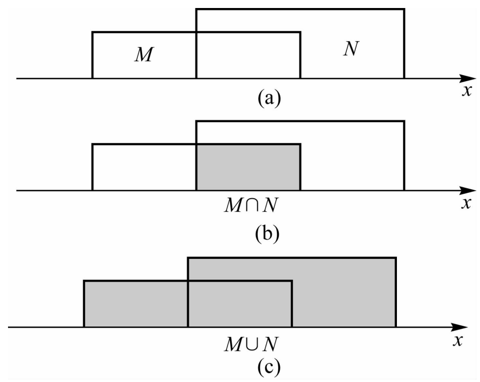


图 1-2

知识点三　集合的补集

1. 全集的定义

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，则称这个集合为全集，通常用 U 表示.

注意

全集是一个相对的概念，在不同的情况下全集的概念不同.

2. 补集的定义

对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的补集，记作$\complement_U A$，读作“A 在 U 中的补集”，即$\complement_U A=\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

3. 补集的性质

(1)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

(2)$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U U=\varnothing$.

(3)$A\cup(\complement_U A)=U$.

(4)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

典例精析

例 1　设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|0\leqslant x<2\}$，集合 $B=\{x|(x+1)(x-3)<0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U A)\cap B$.

【解析】$B=\{x|(x+1)(x-3)<0\}=\{x|-1<x<3\}$，$\complement_U A=\{x|x<0$ 或 $x\geqslant2\}$，所以 $A\cap B=\{x|0\leqslant x<2\}$，$A\cup B=\{x|-1<x<3\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{x|-1<x<0$ 或 $2\leqslant x<3\}$.

【技巧点拨】本题考查对集合运算的理解及性质的运用，并且要注意端点的取值.

例 2 已知集合 $M=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$N=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，则实数 a 的取值范围为(　　).

A. $\{-1\leqslant a\leqslant2\}$　　B. $\{a\geqslant-1\}$　　C. $\{a\leqslant2\}$　　D. $\varnothing$

【解析】如图 1-3 所示，要使 $M\cap N=\varnothing$，必须满足 $\begin{cases}a+3\leqslant5,\\a\geqslant-1,\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant a\leqslant2$，所以实数 a 的取值范围为 $\{a|-1\leqslant a\leqslant2\}$. 故选 A.

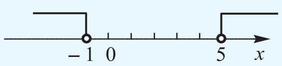


图 1-3

【技巧点拨】解题时利用数轴表示集合，便于寻求满足条件的实数 a. 特别需要注意的是"端点值"的问题，要明确是能取"="还是不能取"=".

例 3 已知 U 为全集，集合 $M\subsetneqq U$，$N\subsetneqq U$，且 $N\subseteq M$，则(　　).

A. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U N)$　　B. $(\complement_U M)\supseteq N$　　C. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U N)$　　D. $M\supseteq(\complement_U N)$

【解析】根据各集合之间的关系作图(如图 1-4 所示)，这样就很容易做出判断. 故选 C.

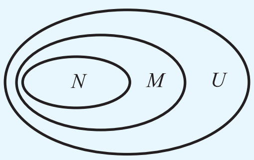


图 1-4

【技巧点拨】(1)考虑集合之间的关系，用图形解答比较方便.
(2)在数学中利用"数形结合"的思想，往往能使问题简单化.

巩固练习

一、选择题

1. 若集合 $A=\{0,2\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. 0，2　　B. 0，1，2　　C. $\{0,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}|x\geqslant0\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{x|0\leqslant x<3\}$　　D. $\mathbf{N}$

3. 若集合 $A=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|0\leqslant x\leqslant4\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{x|-2<x<4\}$　　B. $\{x|0<x\leqslant3\}$　　C. $\{x|0\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|0\leqslant x<4\}$

4. 若集合 $A=\{0,3\}$，$B=\{0,1,3\}$，则 $A\cup B=$(　　).

A. 0，3　　B. 0，1，3　　C. $\{0,3\}$　　D. $\{0,1,3\}$

5. 若集合 $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|1\leqslant x\leqslant5\}$，则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{x|-1<x\leqslant5\}$　　B. $\{x|1\leqslant x<3\}$

C. $\{x|0\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|0\leqslant x<5\}$

6. 设集合 $A=\{x||x|\leqslant4\}$，$B=\{x|x^2-10x+16<0\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{x|-4\leqslant x\leqslant8\}$　　B. $\{x|2<x\leqslant4\}$　　C. $\{x|-4<x<8\}$　　D. $\{x|2\leqslant x<4\}$

7. 已知全集 $U=\{x|x\leqslant4,x\in\mathbf{N}\}$，集合 $A=\{x|x>2,x\in U\}$，则 $\complement_U A=$(　　).

A. $\{1\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{0,1,2\}$

8. 已知集合 $\{1,2\}\cup A=\{1,2,3\}$，则符合条件的集合 A 的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|x>2\}$,$B=\{x|x<5\}$,则 $A\cup B=$( ).

A. $\{x|x>2\}$ B. $\{x|x<5\}$ C. $\{x|2<x<5\}$ D. $\mathbf{R}$

10. 如图 1-5 所示,阴影部分所表示的集合是( ).

A. $(\complement_S A)\cap B$

B. $(\complement_S A)\cup B$

C. $(A\cup B)\cap\complement_S(A\cap B)$

D. $(A\cup B)\cup(\complement_S A)\cap B$

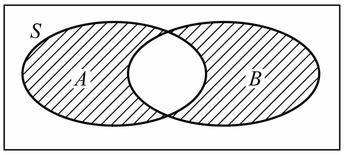


图 1-5

11. 设全集 $U=\mathbf{N}^*$,集合 $A=\{2,3,6,8,9\}$,集合 $B=\{x|x>3,x\in\mathbf{N}^*\}$,则图 1-6 中阴影部分所表示的集合是( ).

A. $\{2\}$

B. $\{2,3\}$

C. $\{1,2,3\}$

D. $\{6,8,9\}$

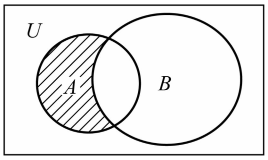


图 1-6

12. 设集合 $M=\{0,1,2\}$,$N=\{1,2\}$,$P=\{0,2,3\}$,则 $M\cap N\cap P=$( ).

A. $\{0,2\}$ B. $\{0,2,3\}$

C. $\{2\}$ D. $\{0,1,2,3\}$

13. 已知集合 $A=\{1,3,t\}$,$B=\{t^2-t+1\}$,若 $A\cup B=A$,则实数 t 的取值是( ).

A. $t=1$ B. $t=2,t=-1,t=0$

C. $t=2,t=\pm1$ D. 不存在

二、判断题

1. 集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{0,1\}$,则 $A\cap B=\{0,1,2\}$. ( )

2. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4,5\}$,则 $A\cap B=\{2,3,4\}$. ( )

3. 若全集 $U=\{0,1,2,3\}$且$\complement_U A=\{2\}$,则集合 A 的真子集共有 8 个. ( )

4. 已知集合 $A=\{-2,0,2\}$,$B=\{x|x^2-x-2=0\}$,则 $A\cap B=\{-2\}$. ( )

5. 集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant2\}$,$B=\{x|x<1\}$,则 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|x\geqslant-1\}$. ( )

6. 若集合 $A=\{x\mid -1<x<3\}$,$B=\{x\mid x>2\}$,则 $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$ ( )

7. 已知集合 $A=\{$矩形$\}$,$B=\{$菱形$\}$,则 $A\cap B=\{$正方形$\}$. ( )

8. $\{1,2,3\}\cup\varnothing=\varnothing$. ( )

9. 已知集合$\{0,1,2\}\cup\{a,1,3\}=\{-1,0,1,2,3\}$,则 $a=-1$. ( )

10. 满足条件 $M\cup\{1,2\}=\{1,2,3,4\}$的集合 M 的个数是 4. ( )

第三节 充要条件

真题链接

1. (2025・河北)(判断题)$x=3$ 是$|x|=3$ 的必要不充分条件. ( )

答案:×

解析:由$|x|=3$ 得 $x=3$ 或 $x=-3$,所以 $x=3$ 是$|x|=3$ 的充分不必要条件.

2. (2024・河北)(判断题)“a,b 都是偶数”是“$a+b$ 是偶数”的必要不充分条件. ( )

答案:×

解析:若 a,b 都是偶数,则 $a+b$ 是偶数;反之,若 $a+b$ 是偶数,则 a,b 都是偶数或 a,b 都是奇数. 故“a,b 都是偶数”是“$a+b$ 是偶数”的充分不必要条件.

知识清单

知识点一 命题的定义

在数学中，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫作命题．正确的命题叫作真命题，记作 T；错误的命题叫作假命题，记作 F．T 和 F 称为命题的真值（有的书上用 0 和 1 作为命题的真值）．p 与 q 为等值的命题记作 $p=q$．

知识点二 充要条件的相关知识

1．充要条件的定义

（1）对于两个命题 p，q，如果有 $p\Rightarrow q$，则称 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件．

注意

p 是 q 的充分条件，是指只要具备了条件 p，那么 q 就一定成立，即命题中的条件是充分的；q 是 p 的必要条件，是指如果不具备条件 q，则 p 就不能成立，即 q 是 p 成立的必不可少的条件．

（2）如果 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，即 $p\Leftrightarrow q$，则 p 是 q 的充分且必要条件，简称充要条件．

注意

①当 $p\Leftrightarrow q$ 时，也称 p 与 q 是等价的．

②与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等．

2．充要条件的判断方法

（1）从逻辑推理关系上判断（定义法）．

①若 $p\Rightarrow q$ 但 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件．

②若 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要不充分条件．

③若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件．

④若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件．

（2）从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断（集合法）．

设命题 p 对应的集合为 A，命题 q 对应的集合为 B．

①若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件．

②若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的必要条件．

③若 $A\subseteq B$ 且 $A\supseteq B$，即 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件．

④若 $A\nsubseteq B$ 且 $A\nsupseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件．

典例精析

例 1 已知 p：$|3x-5|<4$，q：$(x-1)(x-2)<0$，则 p 是 q 的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【解析】p：$|3x-5|<4 \Rightarrow p$：$\frac{1}{3}<x<3$，q：$(x-1)(x-2)<0 \Rightarrow q$：$1<x<2$. 所以 $p \nRightarrow q$ 但 $q \Rightarrow p$，所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

【技巧点拨】判断充分、必要条件时，要先分清条件和结论，进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系. 常用的判断法：定义法和集合法.

例 2　已知集合 $A=\left\{y \middle| y=x^2-\frac{3}{2}x+1, x\in\left[\frac{3}{4},2\right]\right\}$，$B=\{x|x+m^2\geqslant 1\}$，$p$：$x\in A$，$q$：$x\in B$，并且 p 是 q 的充分条件，则实数 m 的取值范围为(　　).

A. $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$　　B. $\left(-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right)\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right]$

【解析】由题意得集合 $A=\left[\frac{7}{16},2\right]$，$B=[1-m^2,+\infty)$，由于 p 是 q 的充分条件，所以 $A\subseteq B$，所以 $1-m^2\leqslant\frac{7}{16}$，解得 $m\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $m\leqslant-\frac{3}{4}$，即实数 m 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$.

【技巧点拨】本题主要考查集合的关系及充要条件的判断，运用集合之间的关系建立不等式是解题的关键.

巩固练习

一、选择题

1. “$A\cap B=A$”是“$A\subseteq B$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “$x<-2$”是“不等式 $x^2-4>0$ 成立”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. “$|x|\geqslant 1$”是“$x\geqslant 1$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. “$x>0$”是“$x>1$”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 p：α 是第二象限角，q：α 是钝角. 那么 p 是 q 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要不充分条件，则甲是丁的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

二、判断题

1. “$x=-1$”是“$|x|=1$”的必要条件.　(　　)

2. $|x|=1$ 是 $x=1$ 的必要但非充分条件.　(　　)

3.“$a^2=b^2$”是“$a=b$”的充分不必要条件.（　　）

4.设 $x,y\in\mathrm{R}$,则“$x=0$”是“$xy=0$”的必要条件.（　　）

5.命题 p:集合 $A=\{x|x^2+x-2>0\}$,命题 q:集合 $B=\{x|x^2+2x-3>0\}$,则 p 是 q 的充分不必要条件.（　　）

6.已知 $A\subseteq B$,则“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件.（　　）

7.“$x>1$”是“$x>3$”成立的充分不必要条件.（　　）

8.“$a^2=b^2$”是“$a=b$”的充要条件.（　　）

9.$\{x|x$ 是斜三角形$\}\Leftrightarrow\{x|x$ 是锐角三角形$\}$.（　　）

10.判断命题的真假:$\varnothing\subseteq\{x|x^2+1=0\}$.（　　）

第二章

不　等　式

复习指南

1. 了解不等式的性质.
2. 会解一元一次不等式、一元一次不等式组和可化为一元一次不等式组的不等式，会解一元二次不等式. 会表示不等式或不等式组的解集.
3. 会解形如 $|ax+b|\geqslant c$ 和 $|ax+b|\leqslant c$ 的绝对值不等式.

命题探究

不等式主要从两个方面进行考查：一是考查不等式的基本性质；二是考查一元一次不等式组、一元二次不等式、一元一次绝对值不等式的解法，会用集合、区间表示不等式的解集. 其考查的知识点主要集中在以下 4 点：

(1)作差法是比较两个实数或代数式大小的基本方法.

(2)不等式的性质是不等式解法的基础，是常考的考点之一.

(3)注意区间端点值的取舍，关注区间与集合运算的综合性问题.

(4)对于形如 $(ax+b)(cx+d)>0(a>0,c>0)$ 的一元二次不等式的解法，要准确把握考纲的要求.

知识结构

- 不等式
  - 不等式的基本性质与区间
    - 基本性质
      - 对称性
      - 传递性
      - 乘法性质
      - 同向不等式可加性
      - 异向不等式可减性
    - 区间
  - 一元一次不等式及不等式组
  - 一元二次不等式
  - 绝对值不等式

第一节　不等式的基本性质与区间

知识清单

知识点一　不等式的基本性质

1. 不等式的定义

表示不等关系的式子叫作不等式，满足不等式的未知数的取值的集合叫作不等式的解集.

2. 不等式的基本性质

(1)对称性：$a>b\Leftrightarrow b<a$.

(2)传递性：$a>b,b>c\Rightarrow a>c$.

(3)加法性质：$a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$.

推论：$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$.(同向不等式可加性)

推论：$a>b,c<d\Rightarrow a-c>b-d$.(异向不等式可减性)

(4)乘法性质：$a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$；$a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$.

推论：$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$.

推论：$a>b,ab>0\Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

(5)可乘方性：$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n$($n\in\mathbf{N}$ 且 $n\geqslant1$).

(6)可开方性：$a>b>0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$($n\in\mathbf{N}$ 且 $n\geqslant2$).

知识点二　不等式的证明

1. 作差比较法

对于任意两个实数 a,b.

(1)$a-b>0\Leftrightarrow a>b$.

(2)$a-b=0\Leftrightarrow a=b$.

(3)$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

2. 作商比较法

对于任意两个实数 a,b.

(1)$\frac{a}{b}>1,b>0\Rightarrow a>b$.

(2)$\frac{a}{b}<1,b>0\Rightarrow a<b$.

3. 综合法

综合法是指利用某些已知的不等式和不等式的性质，结合已知条件证明不等式的方法. 常用的不等式如下：

(1)$(a-b)^2\geqslant0$(当且仅当 $a=b$ 时取等号).

(2)如果 $a>0,b>0$，则$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$(当且仅当 $a=b$ 时取等号).

(3)如果 $ab>0$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant2$.

知识点三 区间

1. 有限区间

设 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a<b$，则：

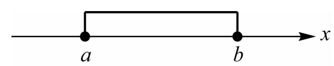
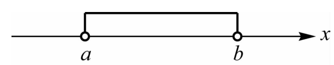
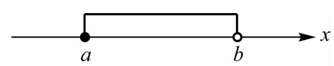
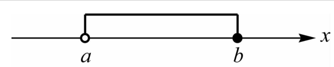
（1）满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫作闭区间，表示为 $[a,b]$.

（2）满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫作开区间，表示为 (a,b).

（3）满足不等式 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫作半开半闭区间，分别表示为 $[a,b)$ 和 $(a,b]$.

在数轴上，这些区间都可以用一条以 a 和 b 为端点的线段来表示，用实心点表示包括区间端点在内的端点，用空心点表示不包括区间端点在内的端点，见表 2-1.

表 2-1

定　义	名　称	符　号	数轴表示
$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	$[a,b]$	
$\{x\mid a<x<b\}$	开区间	(a,b)	
$\{x\mid a\leqslant x<b\}$	左闭右开区间	$[a,b)$	
$\{x\mid a<x\leqslant b\}$	左开右闭区间	$(a,b]$	

2. 无限区间

集合 $\{x\mid x>2\}$ 表示的区间的左端点为 2，不存在右端点，表示右端点任意大，记作 $(2,+\infty)$，其中符号“$+\infty$”读作“正无穷大”；类似地，集合 $\{x\mid x<2\}$ 表示的区间用 $(-\infty,2)$ 表示，其中符号“$-\infty$”读作“负无穷大”. 设 $a,b\in\mathbf{R}$，则：

（1）集合 $\{x\mid x<b\}\Leftrightarrow$ 区间 $(-\infty,b)$.

（2）集合 $\{x\mid x\leqslant b\}\Leftrightarrow$ 区间 $(-\infty,b]$.

（3）集合 $\{x\mid x>a\}\Leftrightarrow$ 区间 $(a,+\infty)$.

（4）集合 $\{x\mid x\geqslant a\}\Leftrightarrow$ 区间 $[a,+\infty)$.

（5）集合 $\mathbf{R}\Leftrightarrow$ 区间 $(-\infty,+\infty)$.

典例精析

例 1 判断：$2x^2-3x+7>x^2+x+2$. （　　）

【解析】（作差比较法）$2x^2-3x+7-(x^2+x+2)=x^2-4x+5=(x-2)^2+1>0$，

因此 $2x^2-3x+7>x^2+x+2$. 故正确.

【技巧点拨】本题考查比较代数式大小的方法. 作差比较法是判断两个数（或代数式）大小的基本方法之一，在比较代数式大小的时候要注意变量的取值范围并且要注意配方（完全平方公式）.

例 2 下列命题中，正确的是（　　）.

A. 若 $a>b$，则 $ac>bc$

B. 若 $a>b$ 且 $c>d$，则 $a+d>b+c$

C. 若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$

D. 若 $a>b$ 且 $c>d$，则 $ac>bd$

【解析】对于本题选项 A，若 $c=0$，则 $ac=bc=0$，选项 A 不成立；对于选项 B 和选项 D，可以通过特殊值来判断，令 $a=0,b=-1,c=-2,d=-3$，可排除选项 B 和 D. 故选 C.

【技巧点拨】解答此类题目，要注意不等式性质的正确应用，同时也要考虑其他知识. 另外也可以用特殊值法来判断.

例 3 已知 $6<a<10$，$2<b<3$，求 $a+b$，$a-b$，ab，$\frac{a}{b}$ 的取值范围.

【解析】对于 $a+b$，ab 的取值范围，可直接利用不等式的同向可加性和同向可乘性求得. 对于 $a-b$ 和 $\frac{a}{b}$ 的取值范围，应先求出 $-b$ 和 $\frac{1}{b}$ 的取值范围.

根据不等式的同向可加性可知 $8<a+b<13$.

根据不等式的同向可乘性可知 $12<ab<30$.

因为 $2<b<3$，所以 $-3<-b<-2$. 又因为 $6<a<10$，所以 $6-3<a-b<10-2$，即 $3<a-b<8$.

因为 $\frac{1}{3}<\frac{1}{b}<\frac{1}{2}$，所以 $\frac{6}{3}<\frac{a}{b}<\frac{10}{2}$，即 $2<\frac{a}{b}<5$.

【技巧点拨】利用不等式的性质求取值范围时一定要熟练掌握不等式的性质，特别是同向可加性和同向可乘性.

例 4 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=(-1,3]$，$B=(0,4)$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$\complement_U A$，$\complement_U B$.

【解析】如图 2-1 所示，在数轴上作出集合 A 与集合 B，观察它们所属区域，即可求得.

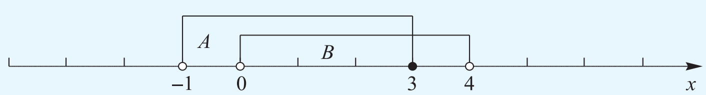


图 2-1

$A\cap B=(0,3]$，$A\cup B=(-1,4)$，

$\complement_U A=(-\infty,-1]\cup(3,+\infty)$，$\complement_U B=(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$.

【技巧点拨】本题主要考查对区间表示连续实数的集合的理解. 注意数形结合的数学思想，善于利用数轴来直观地表示集合的交、并、补运算.

巩固练习

一、选择题

1. 已知 $a>0$，$b>0$，下列不等式一定正确的是（　　）.

A. $a+b>0$　　B. $a-b<0$　　C. $ab<0$　　D. $b-a<0$

2. 若 $a>b$，则下列式子中正确的是（　　）.

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　C. $a^2>b^2$　　D. $b-2<a-1$

3. 如果 $a>b>0$，则（　　）.

A. $ac>bc$　　B. $-2b<-2a$　　C. $a^2>b^2$　　D. 以上均不对

4. 下列命题中正确的是(　　).

A. $a>b,c>d\Rightarrow ac>bd$　　B. $ac<bc\Rightarrow a<b$

C. $a>b\Rightarrow a^n>b^n(n\in\mathbf{N})$　　D. $a>b>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

5. 若 $a<b<0$,则下列不等式中,不一定成立的是(　　).

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{b}$　　C. $\sqrt{-a}>\sqrt{-b}$　　D. $|a|>-b$

6. 若 $a>b$,则下列各式中正确的是(　　).

A. $a-3<b-3$　　B. $3a>3b$　　C. $-3a>-3b$　　D. $\frac{a}{3}-1<\frac{b}{3}-1$

7. 下列关系不正确的是(　　).

A. $a^2+1>2a$　　B. $a+5>a+4$　　C. $5-a>3-a$　　D. $a^2+1>a^2-1$

8. 集合$\{x|-2<x<2\}$用区间表示为(　　).

A. $[-2,2]$　　B. $(-2,2)$　　C. $(-2,2]$　　D. $[-2,2)$

9. 设集合 $A=(-\infty,1)$,$B=[-1,+\infty)$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $(1,-1]$　　B. $[-1,1)$　　C. $(-1,1]$　　D. $\mathbf{R}$

10. 设 $U=\mathbf{R}$,$A=(-\infty,1]$,则$\complement_U A=$(　　).

A. $(-\infty,1)$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

二、判断题

1. 已知 $x<y$,则 $-3x<-3y$.　(　　)

2. 若 $a>b>c$,则 $ac>bc$.　(　　)

3. 若 $a>b,c>d$,则 $ac>bd$.　(　　)

4. $a>b\Rightarrow ac^2>bc^2$.　(　　)

5. 若 $a>b$ 则 $a^3>b^3$.　(　　)

6. 若 $a>b>0$,则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.　(　　)

7. 若 $a>b,b>c$,则 $a>c$　(　　)

8. 若 $ax>1(a\neq0)$,则 $x<\frac{1}{a}$.　(　　)

9. 已知 $a>b$,则 $-2a<-2b$.　(　　)

10. 如果 $a>b,c>0$,那么 $ac>bc$.　(　　)

第二节　一元一次不等式(组)

真题链接

(2024·河北)不等式组$\begin{cases}x-2\geq0,\\5-x\geq0\end{cases}$的解集为(　　).

A. $(2,5)$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $[2,5]$

答案:D

解析:由 $x-2\geq0$,得 $x\geq2$,由 $5-x\geq0$,得 $x\leq5$,所以 $2\leq x\leq5$,故选 D.

知识清单

1. 一元一次不等式

经过去分母、去括号、移项、合并同类项等变形后,能化为 $ax<b$ 或 $ax>b$ 或 $ax\leq b$ 或 $ax\geq b$ 的形式,其

中 x 是未知数，a，b 是已知数，并且 $a\neq 0$，这样的不等式叫作一元一次不等式.

$ax<b$ 或 $ax>b$ 或 $ax\leqslant b$ 或 $ax\geqslant b(a\neq 0)$叫作一元一次不等式的标准形式.

2. 解一元一次不等式

具体步骤为：去分母—去括号—移项—合并同类项[化成 $ax<b(ax\leqslant b)$或 $ax>b(ax\geqslant b)$的形式]—系数化为 1[化成$x>\frac{b}{a}(x\geqslant\frac{b}{a})$或 $x<\frac{b}{a}(x\leqslant\frac{b}{a})$的形式].

一般地，几个一元一次不等式的解集的公共部分叫作由它们组成的一元一次不等式组的解集.

解一元一次不等式组的一般步骤如下：

(1)求出这个不等式组中各个不等式的解集.

(2)利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分，即可求出这个不等式组的解集.

注意

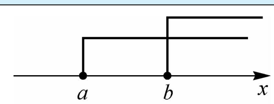
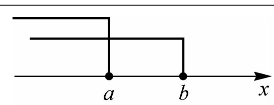
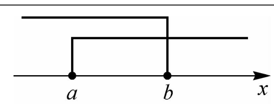
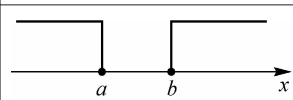
(1)利用数轴表示不等式的解集时，要注意表示数的点的位置上是空心圆圈，还是实心圆点.

(2)若不等式组中各个不等式的解集没有公共部分，则这个不等式组无解.

3. 由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集的情况

由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集的情况见表 2-2.

表 2-2

不等式组($a<b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases}x\geqslant a\\x\geqslant b\end{cases}$		$x\geqslant b$	同大取大
$\begin{cases}x\leqslant a\\x\leqslant b\end{cases}$		$x\leqslant a$	同小取小
$\begin{cases}x\geqslant a\\x\leqslant b\end{cases}$		$a\leqslant x\leqslant b$	大小、小大中间找
$\begin{cases}x\leqslant a\\x\geqslant b\end{cases}$		空集	小小、大大找不到

典例精析

例 1 不等式组$\begin{cases}x+2\leqslant 0,\\x-3<0\end{cases}$的解集为$\{x|x\leqslant -2\}$. ( )

【解析】考查不等式的性质，由题意可得$\begin{cases}x\leqslant -2,\\x<3,\end{cases}$即 $x\leqslant -2$，所以不等式组的解集为$\{x|x\leqslant -2\}$.

故正确.

【技巧点拨】掌握不等式"同小取小"的口诀.

例 2 命题"$x\geqslant 3$"是命题"$16-2x\leqslant 0$"的( ).

A. 充要条件

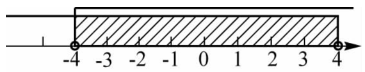
B. 充分而不必要条件

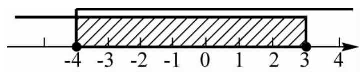
C. 必要而不充分条件

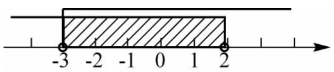
D. 既不充分也不必要条件

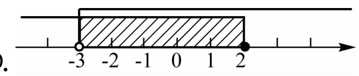
【解析】本题考查简易逻辑的判断方法. 答案选 C.
【技巧点拨】掌握不等式小范围能推出大范围，大范围不能推出小范围.

例 3　不等式组$\begin{cases}x+1>-2,\\3-x\geqslant 1\end{cases}$的解在数轴上表示为(　　).

A. 

B. 

C. 

D. 

【解析】根据原不等式组可得$-3<x\leqslant 2$. 答案选 D.
【技巧点拨】掌握不等式数形结合的思想.

巩固练习

一、选择题

1. 不等式 $5-3x>2x$ 的解集为(　　).
A. $\{x|x>1\}$　B. $\{x|x>-1\}$　C. $\{x|x<1\}$　D. $\{x|x<-1\}$
2. 一元一次不等式 $-5x+15<0$ 的解集是(　　).
A. $\{x|x<3\}$　B. $\{x|x>3\}$　C. $\{x|x<-3\}$　D. $\{x|x>-3\}$
3. 不等式 $5-2x>1$ 的正整数解集为(　　).
A. $\{0,1,2\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{0,1\}$　D. $\{1\}$
4. 不等式组$\begin{cases}x<5,\\x-3\leqslant 0\end{cases}$的解集为(　　).
A. $\{x|x<5\}$　B. $\{x|x\leqslant 5\}$　C. $\{x|x<3\}$　D. $\{x|x\leqslant 3\}$
5. 不等式组$\begin{cases}x+2>0,\\x-3<0\end{cases}$的解集为(　　).
A. $(-2,3)$　B. $(-3,2)$　C. $\varnothing$　D. **R**
6. “$x>-2$”是“$3x+20>11$”的(　　).
A. 充分条件　B. 必要条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

二、判断题

1. 不等式 $2x-10>0$ 的解集用区间表示为(　)
A. $\{x|x<5\}$B. $\{x|x>5\}$C. $(-\infty,5)$D. $(5,+\infty)$
2. 不等式 $2x+1<0$ 的解集为(　　).
A. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$B. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$C. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$D. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$
3. 不等式$\frac{2x-3}{4}\geqslant 3x-2$ 的解集为(　　)
A. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$B. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$
C. $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$D. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$
4. 不等式组$\begin{cases}x>-1\\x\leqslant 3\end{cases}$的解集是(　)

A. $(-\infty,3]$B. $(-1,3]$C. $(-1,+\infty)$D. $[3,+\infty)$

5. 不等式 $3x-2\leqslant 7$ 的解集是(　　)

A. $x\leqslant 3$ B. $x\geqslant 3$ C. $x\leqslant -3$ D. $x\geqslant -3$

6. 不等式组$\begin{cases}3x-6\geqslant -2x-1\\5x-4<6\end{cases}$的解集为(　　)

A. $[1,+\infty)$B. $(1,2)$

C. $[1,2)$D. $[1,2]$

7. 不等式组$\begin{cases}x-3\leqslant 0\\x+2>0\end{cases}$的解集是(　　)

A. $-2<x\leqslant 3$B. $-2\leqslant x<3$C. $x\geqslant 3$D. $x<-2$

8. 不等式 $x-2\geqslant 0$ 的所有解组成的集合表示成区间是(　　)

A. $(2,+\infty)$B. $[2,+\infty)$C. $(-\infty,2)$D. $(-\infty,2]$

9. 不等式 $3x+2\leqslant 11$ 的解集用区间表示为(　)

A. $[-3,3]$B. $(-\infty,3]$C. $[3,+\infty)$D. $(-\infty,-3]$

10. 不等式组$\begin{cases}x\leqslant 1\\x+3>2\end{cases}$的解集为(　　)

A. $\{x\mid x\geqslant 1\}$B. $\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$C. $\{x\mid x<-1\}$D. $\{x\mid x<-1$ 或 $x\geqslant 1\}$

第三节　一元二次不等式

真题链接

1. (2025·河北)不等式$(x-1)(x-3)\geqslant 0$ 的解集为(　　).

A. $(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3]\cup[-1,+\infty)$

C. $[-3,-1]$　　D. $[1,3]$

答案:A

解析:解不等式$(x-1)(x-3)\geqslant 0$ 得 $x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3$,故选 A.

2. (2024·河北)满足不等式$(x+1)(x-4)<0$ 的整数解的个数为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

答案:C

解析:解不等式$(x+1)(x-4)<0$,得$-1<x<4$,整数解为 0,1,2,3,有 4 个整数解,故选 C.

知识清单

1. 一元二次不等式的定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的不等式,叫作一元二次不等式. 例如,$x^2-5x<0$.

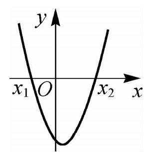
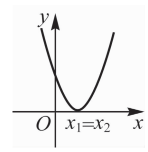
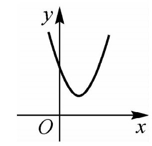
任意的一元二次不等式总可以化为一般形式:$ax^2+bx+c>0(a>0)$或 $ax^2+bx+c<0(a>0)$.

2. 一般一元二次不等式的解法

一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$的解集可以联系二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图像,图像在 x 轴上方部分对应的横坐标 x 值的集合为不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集,图像在 x 轴下方部分对应的横坐标 x 值的集合为不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集.

如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两根为 x_1,x_2,且 $x_1\leqslant x_2$,$\Delta=b^2-4ac$,则相应的不等式的解集的各种情况见表 2-3.

表 2-3

$\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图像			
$ax^2+bx+c=0(a>0)$ 的根	有两个相异实根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$	有两个相等实根 $x_1,x_2=-\frac{b}{2a}$	无实根
$ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x<x_1$ 或 $x>x_2\}$	$\left\{x\middle\vert x\neq-\frac{b}{2a}\right\}$	**R**
$ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

注意

(1)一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两根 x_1,x_2 是相应的一元二次不等式的解集的端点取值,是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点的横坐标.

(2)表 2-3 中不等式的二次项系数均为正,如果不等式的二次项系数为负,应先利用不等式的性质将其转化为二次项系数为正的形式,然后再讨论解决.

3. 解一元二次不等式

(1)看二次项系数是否为正,若为负,则将二次项系数化为正数.

(2)写出相应的方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$,计算判别式 Δ.

①当 $\Delta>0$ 时,求出两根 x_1,x_2,且 $x_1<x_2$(注意灵活运用因式分解法和配方法).

②当 $\Delta=0$ 时,两根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

③当 $\Delta<0$ 时,方程无解.

(3)根据不等式,写出解集.

4. 解一元二次不等式应用题的基本步骤

(1)审:审清题意,找出已知量、未知量以及表示不等关系的关键字,如:至少,最多,超过,不低于,不大于,不高于,大于,小于,多,少,大于等于等等.

(2)设:设一个适当的未知数,一般是与所求问题有直接关系的量.

(3)列:依据不等关系列出不等式.

(4)解:解出不等式的解集.

(5)验:检验结果是否合理,有些结果不符合实际.

(6)答:根据所得结果作出问答.

典例精析

例 1 不等式 $(2x+3)(x+1)\leqslant0$ 的解集为( ).

A. $\left[-\frac{3}{2},-1\right]$

B. $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup(-1,+\infty)$

C. $\left[-\frac{3}{2},-1\right)$

D. $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup[-1,+\infty)$

【解析】由题意可知，$\begin{cases}2x+3\leqslant0,\\x+1\geqslant0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x+3\geqslant0,\\x+1\leqslant0,\end{cases}$ 解得 $-\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant-1$，所以不等式的解集为 $\left[-\frac{3}{2},-1\right]$. 故选 A.

【技巧点拨】根据实数的性质可知，当两个因式异号时相乘的代数小于零；当两个因式同号时相乘的代数式大于零.

例 2 已知不等式 $ax^2+bx+10\leqslant0$ 的解集是 $[2,5]$，则 $a+b=$（　　）.

A. -6　　　　B. 6　　　　C. -7　　　　D. 7

【解析】由 $\frac{10}{a}=2\times5$ 得 $a=1$. 由 $-\frac{b}{a}=7$ 得 $b=-7$，所以 $a+b=-6$. 故选 A.

【技巧点拨】掌握根与系数的关系来求解 a,b.

例 3 某摩托车生产企业，上年度生产摩托车的投入成本为 1 万元/辆，出厂价为1.2万元/辆，年销售量为 1 000 辆. 本年度为适应市场需求，计划提高产品档次，适当增加投入成本. 若每辆车投入成本增加的比例为 $x(0<x<1)$，则出厂价相应提高的比例为 $0.75x$，同时预计年销售量增加的比例为 $0.6x$. 设年利润 =（出厂价 − 投入成本）× 年销售量，为使本年度的年利润比上年有所增加，问投入成本增加的比例应在什么范围内？

【解析】根据题意可列不等式

$$[1.2\times(1+0.75x)-1\times(1+x)]\times[1\,000\times(1+0.6x)]>(1.2-1)\times1\,000,$$

整理得 $3x^2-x<0$，解一元二次不等式得 $0<x<\frac{1}{3}$.

因此，投入成本增加的比例应在 $\left(0,\frac{1}{3}\right)$ 内.

【技巧点拨】理解题意，正确列式是解题的关键.

例 3 如图 9-3 是某圆拱桥的一孔圆弧拱的示意图，该圆弧拱跨度 $AB=20$ m，每隔 5 m 有一个垂直于地面的支柱，中间的支柱 $A_2P_2=4$ m.

(1)建立适当的坐标系求该圆拱桥所在曲线的方程；

(2)求其他支柱的高度(精确到 0.01 m).

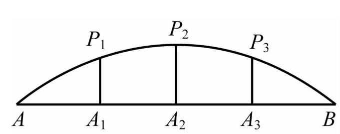


图 9-3

【解析】(1)建立如图 9-4 所示的坐标系，

设该圆拱所在圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$，

由于圆心在 y 轴上，所以 $D=0$，那么方程即为 $x^2+y^2+Ey+F=0$.

因为 P_2,B 都在圆上，所以它们的坐标 $(0,4)$，$(10,0)$ 都是这个圆的方程的解，

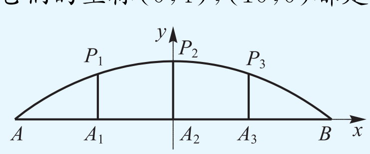


图 9-4

于是有方程组$\begin{cases}4^2+4E+F=0,\\10^2+F=0,\end{cases}$解得 $F=-100,E=21$．

所以这个圆的方程是 $x^2+y^2+21y-100=0(y\geqslant 0)$.

(2)由题知 P_1 点的横坐标为 $x=-5$.

所以把点 P_1 的横坐标 $x=-5$ 代入这个圆的方程，

得 $(-5)^2+y^2+21y-100=0$，所以 $y^2+21y-75=0$，

因为 P_1 的纵坐标 $y>0$，故应取正值，

所以 $y=\dfrac{-21+\sqrt{21^2+4\times 75}}{2}\approx 3.11(\text{m})$.

所以支柱 A_1P_1,A_3P_3 的高度约为 3.11 m.

巩固练习

一、选择题

1. 一元二次不等式 $x^2-1<0$ 的解集是(　　).

A. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

C. $(-1,1)$　　D. $[-1,1]$

2. 不等式 $(x-1)(x-2)<0$ 的解集是(　　).

A. $(1,2)$　　B. $[2,4]$

C. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$

3. 若关于 x 的不等式 $x^2+ax-3\leqslant 0$ 的解集是 $[-1,3]$，则实数 $a=$(　　).

A. -2　　B. 2　　C. 3　　D. -1

4. 不等式 $(x+1)(x-5)>0$ 的解集是(　　).

A. $(-1,5]$　　B. $(-1,5)$

C. $(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$

5. 不等式 $x^2-7x+6>0$ 的解集是(　　).

A. $(1,6)$　　B. $(-\infty,1)\cup(6,+\infty)$

C. $\varnothing$　　D. $(-\infty,+\infty)$

6. 不等式 $x^2+2x+3>0$ 的解集为(　　).

A. $(-3,-1)$　　B. $(1,3)$　　C. $\mathbf{R}$　　D. $\varnothing$

7. 与不等式 $x^2>9$ 同解的不等式是(　　).

A. $x>3$　　B. $x>\pm 3$　　C. $x<-3$　　D. $|x|>3$

8. 下列不等式的解集为 $\mathbf{R}$ 的是(　　).

A. $|x|<0$　　B. $|x+1|\geqslant 0.1$　　C. $x^2-x-2<0$　　D. $x^2-x+1>0$

9. 不等式 $(2x+2)(x-3)>0$ 的解集为(　　).

A. $[-1,3]$　　B. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$

C. $(-1,3)$　　D. $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$

10. 不等式 $-x^2+5x-4\leqslant 0$ 的解集为(　　).

A. $[1,4]$　　B. $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$

C. $(1,4)$　　D. $(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

二、判断题

1. 不等式 $x(x-1)<12$ 的解集为 $(-3,4)$.　　(　　)

2. 不等式 $x^2+1>0$ 的解集为 R.　　(　　)

3. 不等式 $x^2-4x+3<0$ 的解集可以用区间(1,3)表示. ( )
4. $x(1-x)>0$ 的解集是 $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$. ( )
5. 不等式 $x^2-5x+6>0$ 的解集是(2,3). ( )
6. 不等式 $2x-x^2>0$ 的解集为(0,2). ( )
7. $x^2-2x+1\geqslant 0$ 的解集为全体实数. ( )
8. 不等式 $x^2+x<0$ 的解集为 $\{x\mid 0<x<1\}$. ( )
9. 不等式 $2x^2-3x-2\geqslant 0$ 的解集是 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$. ( )
10. 不等式 $x^2-2x+3<0$ 的解集是 $\{x\mid -1<x<3\}$. ( )

第四节　含绝对值的不等式

知识清单

1. 绝对值的定义

(1)代数意义:一个数的绝对值是非负数,即 $|a|=\begin{cases}a, a\geqslant 0,\\ -a, a<0.\end{cases}$

(2)几何意义:一个数的绝对值 $|a|$ 表示这个数 a 在数轴上对应的点到原点的距离.

2. 含绝对值不等式的解法

解含绝对值不等式的关键在于去掉绝对值符号,而去掉绝对值符号的常用方法有以下几种.

(1)根据绝对值的定义:$|a|=\begin{cases}a, a\geqslant 0,\\ -a, a<0.\end{cases}$

(2)零点分段讨论法:通常用于解含有两个或两个以上的绝对值符号的不等式.

(3)利用不等式的性质:$|x|<a(a>0)\Leftrightarrow -a<x<a$;$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow x<-a$ 或 $x>a$.

(4)两边平方法:$|f(x)|<a(a>0)\Leftrightarrow f^2(x)<a^2$;$|f(x)|>a(a>0)\Leftrightarrow f^2(x)>a^2$.

(5)形如 $|ax+b|<c$ 或 $|ax+b|>c(c>0)$ 的不等式可以通过"变量替换"的方法求解,即 $|ax+b|<c\Leftrightarrow -c<ax+b<c$;$|ax+b|>c\Leftrightarrow ax+b<-c$ 或 $ax+b>c$.

典例精析

例 1　求下列含绝对值不等式的解集.

(1) $|2x-1|\leqslant 5$;　　(2) $3|1-x|>12$;　　(3) $|x|+3<0$.

【解析】(1) $|2x-1|\leqslant 5\Leftrightarrow -5\leqslant 2x-1\leqslant 5$,即 $-2\leqslant x\leqslant 3$,所以原不等式的解集为 $[-2,3]$.

(2) $3|1-x|>12\Leftrightarrow|1-x|>4\Leftrightarrow 1-x<-4$ 或 $1-x>4$,即 $x>5$ 或 $x<-3$,所以原不等式的解集为 $(-\infty,-3)\cup(5,+\infty)$.

(3)由 $|x|+3<0$ 得 $|x|<-3$,与绝对值为非负值矛盾,所以原不等式的解集为 $\varnothing$.

【技巧点拨】首先判断所给不等式是否为标准形式的绝对值不等式,其次将含绝对值的不等式等价转化为一元一次不等式(组),最后求解.

例 2　解不等式组 $\begin{cases}|2x+3|\leqslant 5,\\ x^2-3>2x.\end{cases}$

【解析】由不等式$|2x+3|\leqslant5$得$-5\leqslant2x+3\leqslant5$,即$-4\leqslant x\leqslant1$.

由不等式$x^2-3>2x$得$x^2-2x-3>0\Leftrightarrow(x+1)(x-3)>0$,即$x<-1$或$x>3$.

可列不等式组$\begin{cases}-4\leqslant x\leqslant1,\\x<-1\text{ 或 }x>3,\end{cases}$最终可求交集得原不等式组的解集为$[-4,-1)$.

【技巧点拨】先分别求绝对值不等式和一元二次不等式的解集,再求两个不等式解集的交集.

巩固练习

一、选择题

1. 不等式$|x|<-1$的解集是(　　).

A. $(-1,1)$　　B. $[-1,1]$　　C. $\mathbf{R}$　　D. $\varnothing$

2. 不等式$|x|>-4$的解集是(　　).

A. $(-4,4)$　　B. $[-4,4]$　　C. $\mathbf{R}$　　D. $\varnothing$

3. 不等式$|x|<2$的解集是(　　).

A. $(-2,2)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

C. $[-2,2]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

4. 不等式$|2x|\leqslant4$的解集是(　　).

A. $(-2,2)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

C. $[-2,2]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

5. 不等式$|x+2|<3$的解集是(　　).

A. $\{x|x<-5$ 或 $x>1\}$　　B. $\{x|x>1\}$

C. $\{x|x<-5\}$　　D. $\{x|-5<x<1\}$

6. 不等式$|3x-1|\geqslant5$的解集为(　　).

A. $\left(-\infty,-\dfrac{4}{3}\right]$　　B. $[2,+\infty)$

C. $\left(-\infty,-\dfrac{4}{3}\right]\cup[2,+\infty)$　　D. $\left[-\dfrac{4}{3},2\right]$

7. 不等式$3|x-2|\leqslant9$的解集为(　　).

A. $(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$　　B. $[-1,5]$

C. $[5,+\infty)$　　D. $(-\infty,1]$

8. 不等式$|x+1|+2>0$的解集是(　　).

A. $\mathbf{R}$　　B. $\varnothing$

C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-1,0)$

9. 在数轴上与原点距离不大于3的点的坐标的集合是(　　).

A. $\{x|x\leqslant-3$ 或 $x\geqslant3\}$　　B. $\{x|-3\leqslant x\leqslant3\}$

C. $\{x|x\leqslant-3\}$　　D. $\{x|x\geqslant3\}$

10. 不等式$|2x-3|\leqslant1$的整数解的个数是(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、判断题

1. 不等式$|x|<2$的解集是$(-2,2)$　　(　　)

2. 不等式$|3x-1|<2$的解集为$\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$.　　(　　)

3. 不等式$|1-2x|>5$的解集为$\{x|x<2\text{或}x>3\}$.　　(　　)

4. 不等式$|1-2x|<1$的解集为$(0,1)$.　　(　　)

5. $|2x-5|\geqslant 3$ 的解集是 $(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$ ( )

6. 不等式 $|x|<-6$ 无解. ( )

7. 不等式 $|x+1|>3$ 的解集是 $(2,+\infty)$. ( )

8. 不等式 $|2x-1|>1$ 的解集为 $(0,1)$ ( )

9. 不等式 $|x-1|<-2$ 的解集为 $\varnothing$. ( )

10. 不等式 $|x-3|<1$ 的解集是 $(2,4)$. ( )

第一章　集合和简易逻辑

第一节　集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. 下列条件中能构成集合的是(　　).

A. 世界著名的数学家　　B. 在数轴上离原点非常近的点

C. 所有的等腰三角形　　D. 全年级成绩优异的同学

2. 集合$\{x-1,x^2-1,2\}$中的x不能取的值是(　　).

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

3. 用列举法表示“大于2且小于9的奇数的全体”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$

C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

4. 若集合$M=\{3,1,a-1\}$,$N=\{-2,a^2\}$,N为M的子集,则a的值是(　　).

A. -1　　B. 1

C. 0　　D. 3

5. 给出下面四个关系:①$0\in\mathbf{Q}$;②$\sqrt{3}\in\mathbf{Q}$;③$\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}$;④$\varnothing\subsetneqq\{0\}$,其中正确的个数为(　　).

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

6. 集合$\{a,b,c,d\}$所有子集的个数是(　　).

A. 8　　B. 14

C. 15　　D. 16

7. 下列说法正确的有(　　).

(1)空集没有子集;

(2)任何集合至少有两个子集;

(3)空集是任何集合的真子集;

(4)若$\varnothing\subsetneqq A$,则$A\neq\varnothing$.

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

8. 满足条件$\{1,2\}\subsetneqq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$的集合 M 的个数是(　　).

A. 3　　　　B. 6

C. 7　　　　D. 9

9. 集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则集合 M 与集合 N 的关系是(　　).

A. $M=N$　　　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　　　D. $M\cap N=\varnothing$

10. 下列命题中正确的是(　　).

A. $\{x|x^2+2=0\}$在实数范围内无意义

B. $\{(1,2)\}$与$\{(2,1)\}$表示同一个集合

C. $\{4,5\}$与$\{5,4\}$表示相同的集合

D. $\{4,5\}$与$\{5,4\}$表示不同的集合

二、判断题

11. 已知集合 $M=\{0,1,2\}$,则 M 的子集的个数是 7.　(　　)

12. 集合$\{1,-1\}$的真子集有 2 个.　(　　)

13. 已知集合 $A=\{x|x-3\geqslant 0\}$,$B=\{3,4,5,6\}$,则 $B\subseteq A$.　(　　)

14. 空集没有真子集.　(　　)

15. 若集合 $A=\{0,1\}$,$B=(x|x\geqslant 0)$,则 $A\subseteq B$.　(　　)

16. 已知集合 $A=\{x|x<2\}$,$B=\{x|x<a\}$,且 $B\subseteq A$,则实数 a 的取值范围为 $a\geqslant 2$.　(　　)

17. 已知$\{x\}\subseteq\{1,x\}$,则 x 的取值集合是$\{0,1\}$　(　　)

18. 集合 $A=\{x|x\geqslant 3\}$,$B=\{x|3\leqslant x\leqslant 10\}$,则 $A\subseteq B$.　(　　)

19. 若 $M=\{x|x^2-1=0\}$,$N=\{y|y^2-1=0\}$,则 $M=N$.　(　　)

20. 已知集合 $M=\{x|x^2-2x-3=0\}$,$N=\{x|ax+2=0\}$,若 $N\subseteq M$,则 a 的取值为 2 或$-\frac{2}{3}$.　(　　)

第二节　集合的运算

一、选择题

1. 设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,4,5\}$，则以下各项正确的是（　　）.

A. $A\cap B=\{1,4\}$　　B. $A\cup B=\{2,5,4\}$

C. $\{1\}\in A$　　D. $1\in A$

2. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid |x|<3\}$，$B=\{-2,0,1\}$，则 $A\cap B=$（　　）.

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$

C. $\{-2,0,1\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

3. 集合 $A=\{a,e\}$，$B=\{a,e,d,c\}$，$C=\{e,f\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$（　　）.

A. $\{a,e\}$　　B. $\{a,e,d,f\}$

C. $\{a,e,d,c\}$　　D. $\{a,e,f\}$

4. 已知 $M=\{(x,y)\mid x+y=5\}$，$N=\{(x,y)\mid x-y=7\}$，则 $M\cap N=$（　　）.

A. $x=1,y=6$　　B. $(-1,6)$

C. $\{6,-1\}$　　D. $\{(6,-1)\}$

5. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{5\}$，则 $(\complement_U A)\cup B=$（　　）.

A. $\{5\}$　　B. $\{3,4,5\}$

C. $\{3,4\}$　　D. $\{1,2,5\}$

6. 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，集合 $B=\{x\mid x\leqslant a\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值集合为（　　）.

A. $\{a\mid a<2\}$　　B. $\{a\mid a\geqslant -1\}$

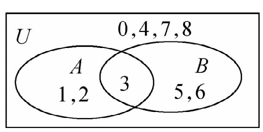
C. $\{a\mid a<-1\}$　　D. $\{a\mid -1\leqslant a\leqslant 2\}$

7. 若集合 $A=\{-1,1\}$，$B=\{x\mid mx=1\}$，且 $A\cup B=A$，则 $m=$（　　）.

A. 1　　B. -1

C. 1 或 -1　　D. $1,-1$ 或 0

8. 已知三个集合 U,A,B 之间的关系如图所示，则 $(\complement_U B)\cap A=$（　　）.



A. $\{3\}$　　B. $\{0,1,2,4,7,8\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

9. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A=\{3,5,7\}$，$B=\{1,3,6,8\}$，那么集合 $\{2,4,9\}$ 是（　　）.

A. $A\cup B$　　　　B. $A\cap B$

C. $\complement_U(A\cap B)$　　　　D. $\complement_U(A\cup B)$

10. 已知集合 $A=\{a,b,2\}$，$B=\{2,b^2,2a\}$，且 $A\cap B=A\cup B$，则 $a=$（　　）.

A. 0　　　　B. $\frac{1}{4}$

C. 0 或 $\frac{1}{4}$　　　　D. $\frac{1}{2}$

二、判断题

11. 已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x|x\leq 3\}$，则 $\complement_U A=\{x|x\geqslant 3\}$.（　　）

12. 全集一定含有任何元素.（　　）

13. 已知集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|x<2\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=\{x|2\leq x<3\}$.（　　）

14. 已知全集 U，集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$\complement_U A=\{2,4,6\}$，$\complement_U B=\{1,3,6\}$，则集合 $B=\{2,4,5,7\}$.（　　）

15. 满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是 2 个.（　　）

16. 如果 $A\cap B=\varnothing$，则 $A=\varnothing$ 或 $B=\varnothing$（　　）

17. 已知集合 $A=\{2,3,4\}$，$B=\{x|(x-3)(x+4)=0\}$，则 $A\cap B=\{4\}$.（　　）

18. 已知全集 U，集合 $A=\{2,4,6,8\}$，$\complement_U A=\{1,3,5\}$，$\complement_U B=\{2,5,8\}$，则集合 $B=\{1,3,4,6\}$.（　　）

19. 若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.（　　）

20. $M=\{(x,y)|x+y=2\}$，$N=\{(x,y)|x-y=4\}$，那么 $M\cap N=\{3,-1\}$（　　）

第三节　充 要 条 件

一、选择题

1. “$x>4$”是“$x>6$”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “a 是有理数”是“a 是实数”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. “$x^2+x-6=0$”是“$x=3$”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. “$x=2$”是“$x^2=4$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. “$x<-1$ 或 $x>2$”是“$(x-2)(x+1)>0$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 p:$|3x-5|<4$,q:$(x-1)(x-2)<0$,则 p 是 q 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 若 a 与 b 均为实数,则“$|a|=|b|$”是“$a=b$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 设 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则“$a>b$”是“$ac^2>bc^2$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

9. 在$\triangle ABC$ 中,“$\sin A=\frac{1}{2}$”是“$A=30°$” 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则“$ac=b^2$”是“a,b,c 成等比数列”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

二、判断题

11.“两个三角形的两组对应角分别相等”是“两个三角形相似”的充要条件. (　　)

12. 如果 q 是 p 的必要条件,那么 p 是 q 的充分条件. (　　)

13. p:$a>6$,q:$a>2$,p 是 q 的必要条件. (　　)

14. $x=1$ 是 $(x-1)(x-2)=0$ 的充分不必要条件 (　　)

15. $a=0$ 是 $a^2-3a=0$ 的必要条件. (　　)

16.“$x^2=36$”是“$x=6$”的必要不充分条件. (　　)

17. 设集合 $A=\{1,3,5,7\}$,$B=\{1,3\}$,则“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要不充分条件. (　　)

18. $a=0$ 是 $ab=0$ 的充分条件. (　　)

19.“$x>3$”是“$x^2-2x-3>0$”的必要不充分条件. (　　)

20.“$x<-1$”是“$x<-1$ 或 $x>2$”的充分不必要条件. (　　)

高职院校单独招生考试总复习·数学

第一章　集合和简易逻辑

第一节　集合的概念与集合之间的关系

巩固练习

一、选择题

1. D　**解析**:根据各数集的定义判断. 熟记各数集的符号:实数集 **R**,有理数集 **Q**,整数集 **Z**,正整数集 $\mathbf{N}^*$,自然数集 **N**.

2. A　**解析**:空集不含任何元素.

3. D　**解析**:无限集的定义是含有无限个元素的集合,选项 A 中高一学生人数是有限的,所以身高超过 175 cm的学生人数也是有限的. 选项 B 中方程的解为 $x=\pm1$,有限. 选项 C 中的解为 2,4,有限. 故选 D.

4. D　**解析**:集合 A 中有 4 个元素,分别是-1,-2,1 和 2. 故选 D.

5. B　**解析**:集合 A 中有 2 个元素,分别是$(-1,-2)$和$(1,2)$. 故选 B.

6. B　**解析**:选项 A、B 和 D 用的是描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法. 故选 B.

7. D　**解析**:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的. 故选 D.

8. A　**解析**:正确理解符号$\in$,$\notin$,$\subseteq$,$\supseteq$的意义.

9. D　**解析**:掌握集合的概念及其特征.

10. B　**解析**:“大于 2 且小于 9 的偶数”有 4,6,8,所以“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合用列举法可表示为$\{4,6,8\}$. 故选 B.

11. C　**解析**:掌握集合的两种表示方法.

12. D　**解析**:由 n 个元素组成的集合的子集的个数是 2^n.

13. B　**解析**:根据集合中元素的互异性可得 $m\neq2-m$,解得 $m\neq1$.

14. B　**解析**:根据集合的概念可得 $m^2=2m-1$,解得 $m=1$.

15. C　**解析**:因为 $2<\sqrt{5}$,所以 2 是集合 M 中的一个元素.

16. D　**解析**:因为$\{0,1,2,3\}=\{x\in\mathbf{N}\mid x\leqslant3\}$,所以 $M=N$. 故选 D.

17. C　**解析**:根据题意,解方程组得$\begin{cases}x=-1,\\y=2,\end{cases}$所以此方程组的解集是$\{(-1,2)\}$.

二、判断题

1. √　**解析**:因为自然数集可以用集合 N 表示,2 是自然数,所以 $2\in N$. 故答案为:√.

2. √　**解析**:小于 30 的所有偶数,满足集合中元素的确定性,故可以组成集合. 故答案为:√.

3. ×　**解析**:方程 $x^2+2x-3=0$,即$(x-1)(x+3)=0$,解得 $x=1$ 或 $x=-3$,

∴方程 $x^2+2x-3=0$ 的解集可表示为$\{1,-3\}$.

故答案为:×.

4. ×　**解析**:因为 $A=\{x\mid x=2k,k\in\mathrm{N}\}$,

令 $3=2k$,解得 $k=\dfrac{3}{2}$,显然此时 $k\notin\mathrm{N}$,

所以 $3\notin A$.

故答案为:×.

5. √　**解析**:已知集合 $A=\{x\mid x<6\}$,因为 $1<6$,

所以 $1\in A$,

故答案为：√.

6. √　**解析**：大于 -1 小于 5 的整数有 0，1，2，3，4，

由它们组成的集合用列举法表示为 $\{0,1,2,3,4\}$，所以√.

故答案为：√.

7. √　**解析**：因为集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{1,0\}$，

所以集合 A 中的元素与集合 B 中的元素相同，都是 1 和 0，

由集合元素的无序性知集合 $A=\{0,1\}$ 与集合 $B=\{1,0\}$ 表示同一集合.

所以命题√.

故答案为：√.

8. ×　**解析**：因为 $xy>0$，所以 $x>0$，$y>0$ 或 $x<0$，$y<0$.

当 $x>0$，$y>0$ 时，点 (x,y) 所在象限为第一象限；

当 $x<0$，$y<0$ 时，点 (x,y) 所在象限为第三象限.

综上，集合 $\{(x,y)\mid xy>0\}$ 表示所在象限为第一象限或第三象限的点组成的集合，

故答案为：×.

9. ×　**解析**：任意一个非空有限集可以用列举法表示，无限集只能用描述法，

故答案为：×.

10. ×　**解析**：$\begin{cases}2x+y=10\\x-2y=0\end{cases}\Rightarrow 4y+y=10$.

解得 $\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$.

用集合表示为 $\{(4,2)\}$.

故答案为：×.

第二节　集合的运算

巩固练习

一、选择题

1. C

2. B

3. C

4. D

5. A

6. B　**解析**：集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid 2<x<8\}$，所以 $A\cap B=\{x\mid 2<x\leqslant 4\}$.

7. D　**解析**：掌握集合与集合的运算关系.

8. D　**解析**：集合 A 中一定含有元素 3，其他 2 个元素自由组合，所以符合条件的集合 A 的个数是 4.

9. D　**解析**：集合 A 和集合 B 的并集是全集 $\mathbf{R}$.

10. C

11. B　**解析**：因为集合 B 表示的是大于 3 的正整数集，所以 $A\cap B=\{6,8,9\}$，所以阴影部分所表示的集合为 $A\cap\complement_U(A\cap B)=\{2,3\}$. 故选 B.

12. C　**解析**：求 3 个集合的交集就是选择 3 个集合共有的元素. 故选 C.

13. B　**解析**：根据题意，分为三种情况. 第一种情况：$t^2-t+1=1$，解得 $t=0$ 或 $t=1$（舍去）；第二种情况：$t^2-t+1=3$，解得 $t=2$ 或 $t=-1$；第三种情况：$t^2-t+1=t$，解得 $t=1$（舍去），综上所述，t 的值是 $-1,0,2$.

二、判断题

1. ×　**解析**：集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,1\}$，则 $A\cap B=\{1\}$，

故答案为：×.

2. × **解析**:集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4,5\}$,则 $A\cap B=\{2,3\}$,
故答案为:×.
3. × **解析**:因为全集 $U=\{0,1,2,3\}$且$\complement_U A=\{2\}$,
所以集合 $A=\{0,1,3\}$,
所以集合 A 的真子集有 $2^3-1=8-1=7$ 个.
故答案为:×.
4. × **解析**:$\because B=\{x|(x+1)(x-2)=0\}=\{-1,2\}$,
$\therefore A\cap B=\{2\}$.
故答案为:×.
5. √ **解析**:已知 $B=\{x|x<1\}$,则$\complement_{\mathrm{R}}B=\{x|x\geq 1\}$,从而 $A\cup(\complement_{\mathrm{R}}B)=\{x|x\geq -1\}$.
故答案为:√.
6. × **解析**:若集合 $A=\{x\ |-1<x<3\}$,$B=\{x\ |\ x>2\}$,则 $A\cup B=\{x|x>-1\}$,
故答案为:×.
7. √ **解析**:矩形角平分线相等,而菱形角平分线垂直,
故角平分线垂直且相等的平行四边形即是正方形,
故集合 $A=\{$矩形$\}$,$B=\{$菱形$\}$,则 $A\cap B=\{$正方形$\}$命题√.
故答案为:√.
8. × **解析**:因为$\{1,2,3\}\cup\varnothing=\{1,2,3\}\neq\varnothing$,所以题干表述×.
故答案为:×.
9. √ **解析**:$\because$集合$\{0,1,2\}\cup\{a,1,3\}=\{-1,0,1,2,3\}$,
$\therefore a=-1$.
故答案为:√
10. √ **解析**:因为 $M\cup\{1,2\}=\{1,2,3,4\}$,所以集合 M 中一定有元素 3,4,
所以当集合 M 中有两个元素时,M 可以为$\{3,4\}$,
当集合 M 中有三个元素时,M 可以为$\{1,3,4\}$,$\{2,3,4\}$,
当元素 M 中有四个元素时,M 可以为$\{1,2,3,4\}$,
所以 M 的个数为 4 个.
故答案为:√.

第三节　充 要 条 件

巩固练习

一、选择题

1. C **解析**:$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$. 故选 C.
2. A **解析**:$x<-2\Rightarrow x^2-4>0$,而 $x^2-4>0 \nRightarrow x<-2$. 故选 A.
3. B **解析**: $x\geqslant 1\Rightarrow |x|\geqslant 1$,而$|x|\geqslant 1 \nRightarrow x\geqslant 1$. 故选 B.
4. A **解析**:$x>1$ 必然得出 $x>0$,$x>0$ 则不一定得出 $x>1$. 故选 A.
5. B **解析**:第二象限角的范围是 $90°+k\cdot 360°<\alpha<180°+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$;钝角的范围是 $90°<\alpha<180°$. 前者是大范围的,后者是小范围的,小范围能推出大范围,而大范围推不出小范围. 故选 B.
6. A **解析**:根据题意,甲⇒乙,乙⇔丙,丙⇒丁,所以甲⇒丁. 故选 A.

二、判断题

1. × **解析**:由$|x|=1$,解得 $x=-1$ 或 $x=1$,从而推不出 $x=-1$.
故 $x=-1$ 不是$|x|=1$ 的必要条件.
故答案为:×.
2. √ **解析**:$\because |x|=1$ 不能够推出 $x=1$,$x=1$ 能够推出$|x|=1$,
$\therefore |x|=1$ 是 $x=1$ 的必要不充分条件,

故答案为:√

3. × **解析:**因为 $a^2=b^2$ 时,可能有 $2^2=(-2)^2$,所以 $a=b$ 不一定成立,故充分性不成立;

当 $a=b$ 时,$a^2=b^2$ 一定成立,故必要性成立;

所以"$a^2=b^2$"是"$a=b$"的必要不充分条件.

故答案为:×.

4. × **解析:**若 $xy=0$,则 $x=0$ 或 $y=0$,

所以 $xy=0$ 不能推出 $x=0$,

所以"$x=0$"不是"$xy=0$" 的必要条件,

故答案为:×.

5. × **解析:**因为集合 $A=\{x\mid x^2+x-20\}=\{x\mid (x+2)(x-1)0\}=\{x|x<-2或x>1\}$,

集合 $B=\{x\mid x^2+2x-30\}=\{x\mid (x+3)(x-1)0\}=\{x|x<-3或x>1\}$,

所以 $B\subseteq A$,

所以命题 p 是 q 的必要不充分条件,故题目表述×.

故答案为:×.

6. × **解析:**当 $A=B$ 时,满足 $A\subseteq B$,

此时"$x\in A$"是"$x\in B$"的充要条件,故该说法×.

故答案为:×.

7. × **解析:**因为 $x>1$? $x>3$,所以"$x>1$"不是"$x>3$"成立的充分条件;

而 $x>3\Rightarrow x>1$,所以"$x>1$"是"$x>3$"成立的必要条件;

所以"$x>1$"是"$x>3$"成立的必要不充分条件.

故答案为:×.

8. × **解析:**事件 A 为 $a^2=b^2$,事件 B 为 $a=b$,

由 $a^2=b^2$ 可得 $a=\pm b$,所以 A 不一定能推出 B;

而由 $a=b$ 可得 $a^2=b^2$,所以 B 一定能推出 A.

所以 A 是 B 的必要不充分条件.

故答案为:×.

9. × **解析:**∵斜三角形包括锐角三角形、钝角三角形.

∴"$\{x|x$ 是斜三角形$\}\Leftrightarrow\{x|x$ 是锐角三角形$\}$"是×的.

故答案为:×.

10. √ **解析:**因为 $\{x|x^2+1=0\}=\varnothing$.

所以 $\varnothing\subseteq\{x|x^2+1=0\}$.

故答案为;√.

第二章 不 等 式

第一节 不等式的基本性质与区间

巩固练习

一、选择题

1. A

2. D **解析:**取特殊值法排除选项 A,B,C. 选项 D 中式子得 $a-b>-1$. 若 $a>b$,则 $a-b>0$,必有 $a-b>-1$,故选项 D 中式子一定成立. 故选 D.

3. C

4. D

5. B **解析:**由 $a<b<0$ 可知 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}>0$,所以 A 选项成立;因为 $-a>-b>0$,所以 $\sqrt{-a}>$

$\sqrt{-b}$,$|a|=-a>-b$,所以选项 C,D 成立.故选 B.

6.B

7.A

8.B　**解析:**集合$\{x|-2<x<2\}$用的是描述法,左右没有取到端点,用开区间表示,所以用区间表示为$(-2,2)$.故选 B.

9.B　**解析:**两个集合取交集是取两个集合的公共部分.

10.C　**解析:**解题时要注意全集的取值范围.本题的全集为实数集 **R**,故补集为$(1,+\infty)$.

二、判断题

1.×　**解析:**不等式两边同时乘以负数,不等号的方向发生改变,

因为 $x<y$,所以$-3x>-3y$.

故答案为:×.

2.×　**解析:**已知 $a>b>c$,若 $c=0$,则 $ac=bc$,故答案为:×.

3.×　**解析:**令 $a=1,b=-1,c=0,d=-2$,满足 $a>b,c>d$,

此时 $ac=0,bd=2$,则 $ac<bd$,

故当 $a>b,c>d$ 时,$ac>bd$ 不成立,

故答案为:×.

4.×　**解析:**当 $c^2=0$ 时,若 $a>b\Rightarrow ac^2=bc^2$,

故答案为:×.

5.√　**解析:**因为 $a>b$,即 $a-b>0$,

所以 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)\cdot\frac{1}{2}[a^2+(a+b)^2+b^2]>0$,

所以 $a^3>b^3$,

故答案为:√.

6.×　**解析:**因为 $a>b>0$,取 $a=2,b=1$,则$\frac{1}{a}=\frac{1}{2}<1=\frac{1}{b}$,

所以该说法×.

故答案为:×.

7.√　**解析:**因为 $a>b,b>c$,

由不等式传递性得到 $a>b>c$,

故答案为:√.

8.×　**解析:**若 $ax>1(a\neq0)$,

当 $a>0$ 时,$x>\frac{1}{a}$,

当 $a<0$ 时,$x<\frac{1}{a}$,

故答案为:×.

9.√　**解析:**已知 $a>b$,当两边同时乘-2时,因为-2是负数,所以不等号的方向改变.

因此$-2a<-2b$ 成立.

故答案为:√.

10.√　解析:因为 $a>b,c>0$,所以 $ac>bc$.故答案为:√.

第二节　一元一次不等式(组)

巩固练习

一、选择题

1.C　**解析:**移项得 $5x<5$,解得 $x<1$.故选 C.

2.B　**解析:**掌握不等式两边同乘一个负数,不等号方向要改变.

3. D
4. D　**解析**:掌握不等式"同大取大,同小取小".
5. A　**解析**:掌握不等式"大大小小中间找".
6. A　**解析**:小范围能推出大范围,大范围不能推出小范围.

二、判断题

1. D　**解析**:已知 $2x-10>0$,
即 $2x>10$,解得 $x>5$,
所以不等式 $2x-10>0$ 的解集用区间表示为 $(5,+\infty)$,
故选:D.

2. C　**解析**:$\because 2x+1<0$
$\therefore 2x<-1$
$\therefore x<-\frac{1}{2}$
$\therefore$ 不等式 $2x+1<0$ 的解集为 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$
故选:C.

3. B　**解析**:原不等式 $\frac{2x-3}{4}\geqslant 3x-2$,
化为 $2x-3\geqslant 12x-8$,
移项并系数化为 1 得 $\frac{1}{2}\geqslant x$,
因此不等式 $\frac{2x-3}{4}\geqslant 3x-2$ 的解集是 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$,
故选:B.

4. B　**解析**:由题意知不等式组 $\begin{cases}x>-1\\x\leq 3\end{cases}$ 的解是 $-1<x\leq 3$.
所以解集是 $(-1,3]$
故选:B .

5. A　**解析**:$3x-2\leq 7\Rightarrow 3x\leq 9\Rightarrow x\leq 3$.
故选:A.

6. C　**解析**:对于 $3x-6\geqslant -2x-1$,移项得 $3x+2x\geqslant 6-1$,即 $5x\geqslant 5$,解得 $x\geqslant 1$.
对于 $5x-4<6$,移项得 $5x<4+6=10$,解得 $x<2$.
故不等式组的解集为 $[1,2)$.
故选:C.

7. A　**解析**:因为 $\begin{cases}x-3\leq 0\\x+2>0\end{cases}$,所以 $\begin{cases}x\leq 3\\x>-2\end{cases}$,解得 $-2<x\leq 3$. 故选 A.

8. B　**解析**:因为不等式 $x-2\geqslant 0$,解得 $x\geqslant 2$,
所以不等式的所有解组成的集合为 $\{x|x\geqslant 2\}$,表示成区间为 $[2,+\infty)$.
故选:B.

9. B　**解析**:因为 $3x+2\leq 11$,即 $3x\leq 9$,
解得 $x\leq 3$,
即不等式的解集为 $(-\infty,3]$.
故选:B.

10. B　**解析**:因为 $\begin{cases}x\leq 1\\x+3>2\end{cases}$,所以 $\begin{cases}x\leq 1\\x>-1\end{cases}$,解得 $-1<x\leq 1$,
所以 $\begin{cases}x\leq 1\\x+3>2\end{cases}$ 的解集为 $\{x\mid -1<x\leq 1\}$.
故选:B.

第三节　一元二次不等式

巩固练习

一、选择题

1. C　**解析**：因为 $x^2-1<0$，所以 $x^2<1$，解得 $-1<x<1$.

2. A　**解析**：当 $x-1>0$，$x-2<0$ 时，$(x-1)(x-2)<0$.

3. A　**解析**：由题可知 $x^2+ax-3=0$ 的两个根为 -1，3，所以 $-a=-1+3$，解得 $a=-2$.

4. D　**解析**：根据题意，有两种情形，即 $\begin{cases}x+1>0,\\x-5>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x+1<0,\\x-5<0,\end{cases}$ 解得 $x>5$ 或 $x<-1$. 综上所述，不等式的解集是 $(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$.

5. B　**解析**：$x^2-7x+6>0$ 等价于 $(x-1)(x-6)>0$，解得 $x>6$ 或 $x<1$.

6. C　**解析**：由于 $x^2+2x+3=(x+1)^2+2$ 恒大于 0，故不等式 $x^2+2x+3>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

7. D　**解析**：不等式 $x^2>9$ 的解集是 $\{x|x<-3$ 或 $x>3\}$，含绝对值的不等式 $|x|>3$ 的解集是 $\{x|x<-3$ 或 $x>3\}$. 故选 D.

8. D　**解析**：绝对值是大于或等于 0 的，所以选项 A，B 错误；选项 C，D 中不等式对应方程的 Δ 分别大于 0 和小于 0，且二次项系数均为正，所以选项 D 的解集为 $\mathbf{R}$. 故选 D.

9. B　**解析**：不等式 $(2x+2)(x-3)>0$ 可化为 $(x+1)(x-3)>0$，所以不等式的解集为 $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$. 故选 B.

10. D　**解析**：不等式 $-x^2+5x-4\leqslant 0$ 可化为 $x^2-5x+4\geqslant 0$. 因为方程 $x^2-5x+4=0$ 有两个实数根 $x=1$ 或 $x=4$，所以不等式 $x^2-5x+4\geqslant 0$ 的解集为 $(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$. 故选 D.

二、判断题

1. √　**解析**：因为 $x(x-1)<12$，即 $x^2-x-12<0$，
所以 $(x-4)(x+3)<0$，
解得 $-3<x<4$.
即不等式的解集为 $(-3,4)$.
故答案为：√.

2. √　**解析**：因为 $x^2\geqslant 0$，所以 $x^2+1\geqslant 1>0$，所以不等式 $x^2+1>0$ 的解集为 R.
故答案为：√.

3. √　**解析**：由不等式 $x^2-4x+3<0$，
得 $(x-1)(x-3)<0$，解得 $1<x<3$，
所以不等式 $x^2-4x+3<0$ 的解集可以用区间 $(1,3)$ 表示，
故答案为：√.

4. ×　**解析**：因为 $x(1-x)>0$，所以 $x(x-1)<0$，解得 $0<x<1$，
所以 $x(1-x)>0$ 的解集是 $(0,1)$，故该说法×.
故答案为：×.

5. ×　**解析**：由不等式 $x^2-5x+6>0$，可得 $(x-2)(x-3)>0$，
解得 $x<2$ 或 $x>3$，故原不等式的解集是 $(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$.
故答案为：×.

6. √　**解析**：$2x-x^2=x(2-x)>0$. 则可得
(1) $x>0$，$2-x<0$，即 $0<x<2$.
(2) $x<0$，$2-x>0$，即 $x<0$，$x>2$，无交集.
故解集为 $(0,2)$. 故答案为：√.

7. √　**解析**：$\because x^2-2x+1=(x-1)^2\geqslant 0$ 恒成立，
$\therefore x^2-2x+1\geqslant 0$ 的解集为全体实数.
故答案为：√.

8. × **解析:** 不等式 $x^2+x<0 \Rightarrow x(x+1)<0$，解得 $-1<x<0$，
所以解集为 $\{x|-1<x<0\}$，
故答案为:×.
9. √ **解析:** 已知不等式 $2x^2-3x-2\geqslant 0$，
等价于 $(x-2)(2x+1)\geqslant 0$，
解得 $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$.
故答案为:√.
10. × **解析:** 因为 $x^2-2x+3<0$，即 $(x-1)^2<-2$，
因为 $(x-1)^2\geqslant 0$，
所以 $(x-1)^2<-2$ 无解，
所以不等式的解集为 $\varnothing$.
故答案为:×

第四节　含绝对值的不等式

巩固练习

一、选择题

1. D　2. C　3. A　4. C
5. D **解析:** 绝对值不等式等价转化，$|x+2|<3 \Leftrightarrow -3<x+2<3$，即 $-5<x<1$. 故选 D.
6. C **解析:** $|3x-1|\geqslant 5 \Leftrightarrow 3x-1\leqslant -5$ 或 $3x-1\geqslant 5$，即 $x\leqslant -\dfrac{4}{3}$ 或 $x\geqslant 2$，并用区间表示.
7. B
8. A **解析:** 绝对值为非负数.
9. B **解析:** 绝对值的几何意义，不大于用不等符号表示.
10. C **解析:** $|2x-3|\leqslant 1 \Leftrightarrow -1\leqslant 2x-3\leqslant 1 \Leftrightarrow 1\leqslant x\leqslant 2$ 中整数有 1，2. 故选 C.

二、判断题

1. √ **解析:** 因为 $|x|<2$，所以 $-2<x<2$，用区间表示为 $(-2,2)$.
故答案为:√.
2. × **解析:** ∵不等式 $|3x-1|<2$，∴ $-2<3x-1<2$，
∴ $-1<3x<3$，∴ $-\dfrac{1}{3}<x<1$，
∴不等式的解集为 $\left(-\dfrac{1}{3},1\right)$.
故答案为:×.
3. × **解析:** 由不等式 $|1-2x|>5$ 可得 $1-2x<-5$ 或 $1-2x>5$，
解得 $x>3$ 或 $x<-2$，
所以不等式的解集为为 $\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$.
故答案为:×.
4. √ **解析:** 由不等式 $|1-2x|<1$，得 $-1<1-2x<1$，
即 $-2<-2x<0$，解得 $0<x<1$，
所以不等式 $|1-2x|<1$ 的解集为 $(0,1)$，
故答案为:√.
5. √ **解析:** 由题 $|2x-5|\geqslant 3$，可得 $2x-5\leq -3$ 或 $2x-5\geqslant 3$，解得 $x\leq 1$ 或 $x\geqslant 4$，
故 $|2x-5|\geqslant 3$ 的解集为 $(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$，
故答案为:√.
6. √ **解析:** 由绝对值的几何意义可得，$|x|<-6$ 无解.

故答案为:√.

7.×　**解析**:不等式$|x+1|>3$可化为$x+1<-3$或$x+1>3$,

即$x<-4$或$x>2$,

所以不等式的解集为是$(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$.

故答案为:×

8.×　**解析**:因为$|2x-1|>1$,即$2x-1>1$或$2x-1<-1$,

解得$x>1$或$x<0$,

所以不等式$|2x-1|>1$的解集为$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.

故答案为:×.

9.√　**解析**:因为$|x-1|\geqslant 0$,

所以$|x-1|<-2$无解,所以解集为$\varnothing$;

故答案为:√.

10.√　**解析**:因为不等式$|x-3|<1$,所以$-1<x-3<1$,解得$2<x<4$.

故不等式的解集为$(2,4)$.

故答案为:√.

第三章　函　　数

第一节　函数的概念及其表示方法

巩固练习

一、选择题

1.C　2.D　3.A　4.C

5.B　**解析**:选项A中,$5x+2\geqslant 0$,解得$x\geqslant -\frac{2}{5}$.选项C中,$x\neq -1$.选项D中,$x^2-1\geqslant 0$,解得$x\geqslant 1$或$x\leqslant -1$.故选B.

6.A　**解析**:选项B的值域为$\{y|y\geqslant 0\}$.选项C的值域为$\{y|y\geqslant 0\}$.选项D的值域为**N**.故选A.

7.C　**解析**:选项A中,$y=x(x\geqslant 0)$与函数$y=x$定义域不同,选项B中,$y=|x|$与函数$y=x$的对应法则不同,所以排除;选项D中,$y=x(x\neq 0)$与函数$y=x$的定义域不同,所以排除.故选C.

8.A　**解析**:设$u=x+1$,则$-1+1\leqslant u\leqslant 1+1$,即$0\leqslant u\leqslant 2$,所以函数$f(u)$的定义域是$[0,2]$,即$f(x)$的定义域为$[0,2]$.

9.A　**解析**:令$x+1=3$,解得$x=2$,所以$f(3)=2\times 2+3=7$.故选A.

10.C　**解析**:A,B,D三个选项中的两个函数彼此定义域都互不相同,故不能表示同一个函数,而只有定义域和对应法则完全相同时,两个函数才是同一个函数,与表示函数所选的字母无关.故选C.

11.C　**解析**:将$f[f(x)]$中的$f(x)$理解为$f(x)$中x的取值.$f[f(x)]=\frac{f(x)+1}{2f(x)-3}=\frac{\frac{x+1}{2x-3}+1}{2\times\frac{x+1}{2x-3}-3}=\frac{3x-2}{11-4x}$.故选C.

12.B

13.C

二、判断题

1.×　**解析**:要使函数$y=\sqrt{x-2}$有意义,

则$x-2\geqslant 0$,解得$x\geqslant 2$,

所以函数$y=\sqrt{x-2}$的定义域为$[2,+\infty)$,

河北省

高职单招考试复习用书

高职院校单独招生考试总复习 ● 语文

高职院校单独招生考试总复习 ● 语文冲刺模拟试卷

高职院校单独招生考试总复习 ● 数学

高职院校单独招生考试总复习 ● 数学冲刺模拟试卷

高职院校单独招生考试总复习 ● 英语

高职院校单独招生考试总复习 ● 英语冲刺模拟试卷

高职院校单独招生考试总复习 ● 职业技能

高职院校单独招生考试总复习 ● 职业技能冲刺模拟试卷

河北省 高职院校单独招生考试总复习 ● 数学

主编 杨君霞 程长胜

书海方舟
SHUHAI ARK

ISBN 978-7-5608-9911-4

9 787560 899114 >

定价：69.80元

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

X3