

河南省职教高考复习用书

数学考前冲刺模拟卷

《数学考前冲刺模拟卷》编写组 编

河南省

职教高考复习用书

数 学

考前冲刺模拟卷

《数学考前冲刺模拟卷》编写组 编

阵容强大

编者均系资深教研员和重点中等职业学校骨干教师

精准预测

严格依据河南真题难度命题，逼真模拟，量身定制

矫正思路

详解答案，矫正答题思路，培养良好作答习惯

河南省

职教高考复习用书

语文

语文总复习

语文同步强化检测

语文考前冲刺模拟卷

数学

数学总复习

数学同步强化检测

数学考前冲刺模拟卷

英语

英语总复习

英语同步强化检测

英语考前冲刺模拟卷

ISBN 978-7-5608-9651-9



定价: 32.80元

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

X3

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

河南省职教高考复习用书

数 学

考前冲刺模拟卷

《数学考前冲刺模拟卷》编写组 编
本册主编 吴英迪 常新玲
副主编 赵 钦 刘冬丽



内 容 提 要

《数学考前冲刺模拟卷》依据河南省职教高考基本要求和考试大纲,并参照历年数学考试真题编写而成.试题题型、难度、分值设置和河南省职教高考数学试题高度一致,可以很好地帮助考生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,提高应试能力.

本卷适合作为河南省职教高考考生的复习资料,也可作为广大中等职业学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

数学考前冲刺模拟卷 / 《数学考前冲刺模拟卷》编写组主编. --上海: 同济大学出版社, 2020. 12(2025. 9 重印)
ISBN 978 - 7 - 5608 - 9651 - 9

I. ①数… II. ①数… III. ①数学课-中等专业学校-习题集-升学参考资料 IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 260132 号

数学考前冲刺模拟卷

《数学考前冲刺模拟卷》编写组 编
责任编辑 张平官 责任校对 谢惠云 封面设计 黄燕美

出版发行 同济大学出版社 www. tongjipress. com. cn
(地址: 上海市四平路 1239 号 邮编: 200092 电话: 021 - 65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司
开 本 787 mm×1 092 mm 1 / 8
印 张 6. 5
字 数 134 000
版 次 2020 年 12 月第 1 版
印 次 2025 年 9 月第 5 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 9651 - 9

定 价 32. 80 元

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前 言

河南省职教高考是以普通中专、成人中专、职业中专、职业高中、技工学校和体育运动学校应届毕业生为对象的选拔性考试。相关普通高等学校将根据考生成绩,按已确定的招生计划,德、智、体全面衡量,择优录取。考试具有较高的信度、效度和必要的区分度,受到越来越多学生、家长、学校的重视。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究近几年考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套河南省职教高考复习用书,供广大考生在复习时使用。

数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

本书有以下鲜明特色。

1. 编写阵容强大,熟知学情考情

编写成员均系河南省中等职业学校的骨干教师,长期工作在教学第一线,熟悉考情和学生的备考情况,因此本书具有极高的权威性。

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加河南省职教高考的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、试题难度的设置等均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出职教高考的特色,做到既能把握历年考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

3. 编排合理,设计科学

本书包括二十套考前冲刺模拟卷和五套真题试卷。考前冲刺模拟卷试题难度、考查的知识点都与真题相似,可以很好地帮助同学们把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力。

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请读者指正。

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学考前冲刺模拟卷》编写组

目 录

数学考前冲刺模拟卷(一)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(二)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(三)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(四)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(五)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(六)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(七)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(八)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(九)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十一)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十二)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十三)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十四)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十五)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十六)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十七)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十八)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(十九)	共 4 页
数学考前冲刺模拟卷(二十)	共 4 页
2021 年河南省职教高考数学试卷	共 4 页
2022 年河南省职教高考数学试卷	共 4 页
2023 年河南省职教高考数学试卷	共 4 页
2024 年河南省职教高考数学试卷	共 4 页
2025 年河南省职教高考数学试卷	共 4 页

数学考前冲刺模拟卷(一)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分.每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

- 集合 $A=\{x|x\geqslant 0\}$, $B=\{1,2\}$, 则().
A. $A\subseteq B$ B. $B\subseteq A$
C. $A\cup B=B$ D. $A\cap B=\emptyset$
- 如果 $a<0$, $-1<b<0$, 那么下列不等式中正确的是().
A. $a<ab^2<ab$ B. $ab^2<a<ab$ C. $a<ab<ab^2$ D. $ab^2<ab<a$
- 已知函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-2,3]$, 则 $f(x)$ 的定义域为().
A. $[-2,3]$ B. $[-1,4]$ C. $[-3,2]$ D. $[-2,2]$
- 下列函数中既是奇函数又是增函数的是().
A. $y=-x^3$ B. $y=\frac{1}{x^2}$ C. $y=x$ D. $y=\log_2 x$
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知前 13 项和 $S_{13}=65$, 则 $a_7=($).
A. 10 B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. 15
- 函数 $f(x)=1+\sin\left(\frac{x}{3}\right)$ 的最小正周期是().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. 3π D. 6π
- 已知 $\boldsymbol{a}=(2,-3)$, $\boldsymbol{b}=(3,1)$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=($).
A. 0 B. -9 C. 3 D. 11
- 在空间里, 下列命题中正确的是().
A. 垂直于同一直线的两条直线平行 B. 平行于同一直线的两个平面平行
C. 垂直于同一平面的两个平面平行 D. 垂直于同一平面的两条直线平行
- 实轴长为 6, 离心率为 $\frac{5}{3}$, 焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程为().
A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ B. $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ C. $\frac{y^2}{64}-\frac{x^2}{36}=1$ D. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$
- 用 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字, 组成无重复数字的三位数, 其中奇数有() 个.
A. 12 B. 24 C. 36 D. 48

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

- 已知 $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x}$, 则 $f[f(1)]=$ _____.
- 复数 $1+5i$ 的共轭复数为_____.
- 若 $\tan(\pi-\alpha)=2$, 则 $\sin 2\alpha=$ _____.
- 已知 $\boldsymbol{a}=(4,x)$, $\boldsymbol{b}=(6,12)$, 且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则 $x=$ _____.
- 已知直线的斜率为 3, 在 y 轴上的截距为 4, 则该直线的方程为_____.
- 一个圆柱的底面半径为 2, 体积为 4π , 则它的高为_____.
- 已知甲、乙、丙、丁四位高三学生拍毕业照, 这四位学生排在同一行, 则甲、乙两位学生相邻的概率为_____.
- 二项式 $\left(3x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项是_____.

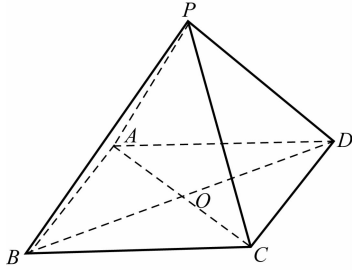
三、解答题(每小题 8 分,共 24 分)

- 解不等式 $4x^2-4x+1>0$.
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=2$, $a_5=16$, 求该数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和.
- 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 一个顶点的坐标为 $(2,0)$. 求椭圆 C 的标准方程.

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 对应的三边分别为 a, b, c ,且满足 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$,求证: $\angle A = \frac{\pi}{3}$.

23. 如图,在正四棱锥 $P - ABCD$ 中,求证: $BD \perp$ 平面 PAC .



五、综合题(共 10 分)

24. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, 直线 $l: ax + y + 2a = 0$.

- (1)求 a 为何值时,直线 l 与圆 C 相切;
- (2)当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点,且 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 时,求直线 l 的方程.

数学考前冲刺模拟卷(二)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分.每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

- 集合 $M=\{a,c,d\}$, $N=\{b,e,f\}$, 则 $M\cap N$ 等于().
A. $\{a\}$ B. $\{a,b\}$ C. $\{b,c,e\}$ D. $\emptyset$
- 已知 $a<0, b<-1$, 下列不等式中恒成立的是().
A. $a>\frac{a}{b}>\frac{a}{b^2}$ B. $\frac{a}{b^2}>\frac{a}{b}>a$ C. $\frac{a}{b}>\frac{a}{b^2}>a$ D. $\frac{a}{b}>a>\frac{a}{b^2}$
- 函数 $f(x)=\log_2 x$ 在定义域 $[1,8]$ 上的值域为().
A. $[0,4]$ B. $[0,3]$ C. $[1,4]$ D. $[1,3]$
- 下列函数中为偶函数的是().
A. $y=x^2 \sin x$ B. $y=x^2 \cos x$
C. $y=|\ln x|$ D. $y=2^x$
- 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1=3$, 前三项的和为 21, 则 $a_3+a_4+a_5=($).
A. 33 B. 72 C. 84 D. 189
- 某工厂总产值月平均增长率为 p , 则年平均增长率为().
A. p B. $12p$ C. $(1+p)^{12}$ D. $(1+p)^{12}-1$
- 过一条直线和直线外两点可以确定的平面有().
A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 1 个或 2 个
- 已知向量 $\mathbf{a}=(3,-1)$, $\mathbf{b}=(-1,2)$, 则 $-3\mathbf{a}-2\mathbf{b}=($).
A. $(7,1)$ B. $(-7,-1)$
C. $(-7,1)$ D. $(7,-1)$
- 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的渐近线方程为().
A. $y=\pm\frac{3}{4}x$ B. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$ C. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x$
- 将 5 个培训指标全部分配给 3 所学校, 每所学校至少有 1 个指标, 则不同的分配方案有() 种.
A. 5 B. 6 C. 10 D. 12

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

- 不等式 $(x-2)(x-3)>0$ 的解集为_____.
- 复数 $z=1+2i$, 则 $|z| =$ _____.
- 函数 $f(x)=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期为_____.
- 已知 $\alpha\in(0,\pi)$, 且 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$, 则 $\tan\alpha=$ _____.
- 圆 $(x+2)^2+(y-1)^2=9$ 的圆心到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离为_____.
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, B_1D_1 与 BC_1 所成的角为_____.
- 二项式 $(1+\sqrt{x})^8$ 的展开式中含 x^3 项的系数为_____.
- 已知甲打中靶心的概率为 0.8, 乙打中靶心的概率为 0.9, 两人各独立打靶一次, 则两人都打不中靶心的概率为_____.

三、解答题(每小题 8 分,共 24 分)

- 解不等式 $x^2-6x+9\leq 0$.

- 设 $f(x-1)=x^2-2x$.

- 求函数 $f(x)$ 的表达式;
- 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

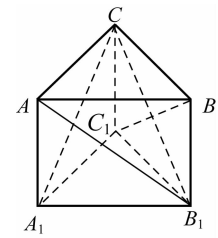
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_3=-3$.

- 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- 若数列 $\{a_n\}$ 的前 k 项和 $S_k=-35$, 求 k 的值.

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. 证明： $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

23. 如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $BC = BB_1$.
求证： $BC_1 \perp$ 平面 AB_1C .



五、综合题(共 10 分)

24. 已知抛物线的顶点在坐标原点,对称轴在 x 轴,抛物线上一点 $P(2,m)$ 到焦点的距离为 3,一条直线 l 过抛物线的焦点交抛物线于 A,B 两点.
(1)求抛物线的方程;
(2)若直线 l 的倾斜角为 45° ,求 $\triangle ABO$ 的面积.

数学考前冲刺模拟卷(三)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分. 每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

1. 给出 4 个命题:

(1)对任意实数 x ,都有 $x^2 > 0$;

(2)所有的质数都是奇数;

(3)如果 $A \subseteq B$,那么 $A \cap B = A$;

(4)在同一平面内,如果两条直线不平行,那么这两条直线相交.

其中真命题的个数为().

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $\frac{b+c}{a} = ()$.

A. -3 B. -4 C. 1 D. 2

3. 函数 $y = 2x + 1$ 在 $x \in \{1, 2, 3\}$ 上的值域是().

A. $\mathbf{R}$ B. $[1, 3]$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{3, 5, 7\}$

4. 下列函数中,既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是().

A. $y = 2x - 1$ B. $y = \cos x$ C. $y = x^2 + 3$ D. $y = -x^2$

5. 复数 $z = 1 - 2.025i$ (i 为虚数单位)的虚部是().

A. 1 B. -2.025 C. 2.025 D. -2.025i

6. 设向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$ 与 $\mathbf{b} = (x, 3)$ 平行, 则 $x = ()$.

A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. -6 D. 6

7. 过点 $P(-1, 3)$ 且与直线 $2x - 3y + 1 = 0$ 垂直的直线方程是().

A. $2x - 3y + 11 = 0$ B. $2x + 3y + 11 = 0$

C. $3x - 2y + 9 = 0$ D. $3x + 2y - 3 = 0$

8. 双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$ 的渐近线方程是().

A. $y = \pm 3x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \sqrt{3}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

9. 已知 5 件产品中有 2 件次品,其余为合格品. 现从这 5 件产品中任取 2 件,恰有 1 件次品的概率为().

A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1

10. 若 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式的第 4 项为含 x^3 的项, 则 $n = ()$.

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

11. 若 $2 \in \{x, x^2 - x\}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{4}{5}$, 则 $\tan \theta + \cot \theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 不等式 $-x^2 + x + 6 < 0$ 的解集是 .

14. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, x)$, $\mathbf{b} = (3, 4)$, 且 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为锐角, 则 x 的取值范围是 .

15. 抛物线 $y = ax^2$ ($a < 0$) 的焦点坐标为 .

16. 空间中有四点, 其中三点共线是这四点共面的 条件.

17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 2$, $q = -1$, 则 $S_{2023} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 现从 3 名男性志愿者和 2 名女性志愿者中, 任选 3 名参加社区志愿服务, 则既有男性志愿者又有女性志愿者的概率为 .

三、解答题(每小题 8 分,共 24 分)

19. 解不等式 $\frac{x-1}{3} + 2 < x - 3 < 2x + \frac{3}{2}$.

20. 设数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n - a_1$, 且 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

21. 在 $\triangle ABC$ 中, a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边,已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2}+1$,且 $\sin A+\sin B=\sqrt{2}\sin C$.

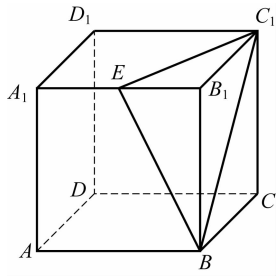
(1)求 c ;

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{6}\sin C$,求 C .

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. 已知 $a\neq 1$,证明: $\frac{2a}{1+a^2}<1$.

23. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E 为棱 A_1B_1 的中点.求证: $A_1C\parallel$ 平面 BEC_1 .



五、综合题(共 10 分)

24. 若过点 $(1,3)$ 作圆 $x^2+y^2=1$ 的切线,求切线的方程.

数学考前冲刺模拟卷(四)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分. 每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

1. 命题:“若 $a^2+b^2=0$,则 $a=0$ 且 $b=0$ ”的逆否命题是().
A. 若 $a^2+b^2\neq 0$,则 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$ B. 若 $a^2+b^2\neq 0$,则 $a\neq 0$ 或 $b\neq 0$
C. 若 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$,则 $a^2+b^2\neq 0$ D. 若 $a\neq 0$ 或 $b\neq 0$,则 $a^2+b^2\neq 0$
2. 不等式 $(x-1)(3-x)>0$ 的解集是().
A. $(-\infty,1)$ B. $(3,+\infty)$
C. $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ D. $(1,3)$
3. 已知 $f(x)=2^x+2^{-x}$,若 $f(a)=3$,则 $f(2a)=()$.
A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
4. 若 $z=2-3i$,则复平面内复数 z 对应的点位于().
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_2=10$, $a_3+a_4=40$,则 $a_5+a_6=()$.
A. 20 B. 40 C. 160 D. 320
6. 已知向量 $a=(4,-2)$, $b=(m,8)$,若 $a\perp b$,则 $m=()$.
A. 4 B. -4 C. -16 D. 16
7. 给出下列 4 个命题,其中正确命题的个数为().
(1)垂直于同一条直线的两条直线平行;
(2)垂直于同一条直线的两个平面平行;
(3)垂直于同一平面的两条直线平行;
(4)垂直于同一平面的两个平面平行.
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. 从个位数与十位数之和为偶数的两位数中任取一个(个位与十位数位上的数字不同),其个位数是 0 的概率为().
A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{9}$
9. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $b=2, c=1, A=60^\circ$,则 $\sin C$ 的值是().
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

10. 在 $(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中, x^2 项的系数为().

- A. -20 B. 20 C. 15 D. -15

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

11. 全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$,集合 $M=\{a,c,d\}, N=\{b,d,e\}$,则 $\complement_U(M\cup N) =$ _____.

12. 函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}+\sqrt{x+1}$ 的定义域为_____.

13. 计算: $\sin^2\frac{\pi}{8}-\cos^2\frac{\pi}{8}=$ _____.

14. 经过两条直线 $2x-y+3=0$ 和 $4x+3y+1=0$ 的交点且垂直于直线 $2x-3y+4=0$ 的直线方程为_____.

15. 平面 α 截球 O 的球面所得圆的半径为 1,球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$,则此球的表面积为_____.

16. 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的渐近线方程为_____.

17. 在直二面角 $\alpha l \beta$ 棱上取一点 P ,过点 P 分别在 α, β 两个平面内作与棱成 45° 的斜线,那么这两条斜线的夹角为_____.

18. 一个袋子中有大小和质地相同的 5 个球,其中有 3 个红色球,2 个白色球,从袋中不放回地依次随机摸出 2 个球,则第 2 次摸到红色球的概率为_____.

三、解答题(每小题 8 分,共 24 分)

19. 解不等式 $3x+4-x^2<0$.

20. 已知函数 $f(x)=\lg(x^2+ax+1)$.

- (1)若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,求实数 a 的取值范围;
(2)若函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$,求实数 a 的取值范围.

21. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3=2, S_6=15$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

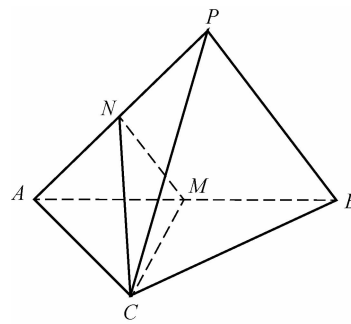
(2) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. 如图所示,在三棱锥 $P-ABC$ 中,平面 $PAB \perp$ 平面 ABC , $PA \perp PB$, M, N 分别为 AB, PA 的中点.

(1) 求证: $PB \parallel$ 平面 MNC ;

(2)若 $AC=BC$,求证: $PA\perp$ 平面 MNC .



23. 已知 $A(1,2), B(2,4), C(3,1)$. 求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

五、综合题(共 10 分)

24. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 长轴长是 4.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2) 设过点 $(0, -2)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 以线段 AB 为直径作圆. 试问: 该圆能否经过坐标原点? 若能, 请写出此时直线 l 的方程, 并证明你的结论; 若不能, 请说明理由.

数学考前冲刺模拟卷(五)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分.每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

1. “ $x>0$ ”是“ $x\neq 0$ ”的().
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 已知 $a=2^{\frac{4}{3}}, b=3^{\frac{2}{3}}, c=25^{\frac{1}{3}}$, 则().
A. $b<a<c$ B. $a<b<c$
C. $b<c<a$ D. $c<a<b$
3. 下列四组函数中,表示相等函数的一组是().
A. $f(x)=x^0, g(x)=1$ B. $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}, g(x)=x+1$
C. $f(x)=x, g(x)=\lg 10^x$ D. $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=x$
4. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-4}}{|x|-5}$ 的定义域是().
A. $[4, +\infty)$ B. $(5, +\infty)$
C. $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$ D. $[4, 5) \cup (5, +\infty)$
5. 若 $3a-5i=3-bi$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $a+bi=()$.
A. $-1+5i$ B. $-1-5i$
C. $1-5i$ D. $1+5i$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}, BC=1, AC=5$, 则 $AB=()$.
A. $4\sqrt{2}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$
7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 a_2, a_4 是方程 $x^2-x-2=0$ 的两个实数根, 则 S_5 的值是().
A. $\frac{5}{2}$ B. 5 C. $-\frac{5}{2}$ D. -5
8. 设 α, β 是两个不同的平面, l 是一条直线, 下列命题中正确的是().
A. 若 $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \subset \beta$ B. 若 $l \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \subset \beta$
C. 若 $l \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \beta$ D. 若 $l \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$

9. 双曲线 $9y^2-16x^2=144$ 的渐近线方程为().
A. $y=\pm \frac{9}{16}x$ B. $y=\pm \frac{16}{9}x$ C. $y=\pm \frac{4}{3}x$ D. $y=\pm \frac{3}{4}x$
10. 将 5 封信随意投入 3 个不同的邮箱里, 每个邮箱中的信件不限, 共有()种不同的投法.
A. 8 B. 15 C. 125 D. 243

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

11. 已知 $f(x)=\frac{x^2-1}{1+x}$, 则 $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]=$ _____.
12. 已知函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|<\pi$) 的最小正周期为 $T=\pi$, 则 $\omega=$ _____.
13. 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_2=2, S_3=-6$, 则 $a_n=$ _____.
14. $\lg \sqrt{5}+\lg \sqrt{20}=$ _____.
15. 已知抛物线关于 x 轴对称, 它的顶点在坐标原点 O , 并且经过点 $M(2, y_0)$. 若点 M 到该抛物线焦点 F 的距离为 3, 则 $|OM|=$ _____.
16. 已知球的大圆周长为 4π , 则球的体积为_____.
17. 有 3 男 3 女共 6 位高三同学在高考考场外合影留念. 若从这 6 人中随机选取 2 人拍双人照, 则选中的 2 人恰为 1 男 1 女的概率是_____.
18. $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^5$ 的展开式中的常数项为_____.

三、解答题(每小题 8 分,共 24 分)

19. 解不等式 $2+3x-2x^2>0$.
20. 求圆心在直线 $2x+y=0$ 上, 且与直线 $x+y-1=0$ 相切于点 $P(2, -1)$ 的圆的方程.

21. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $3a\cos C=2c\cos A, \tan A=\frac{1}{3}$, 求 $\angle B$.

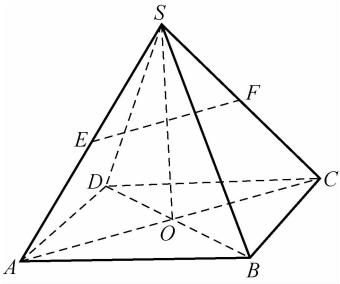
四、证明题(每小题 6 分, 共 12 分)

22. 已知函数 $f(x), x \in \mathbf{R}$. 若对于任意实数 a, b , 都有 $f(a+b)=f(a)+f(b)$. 求证: $f(x)$ 为奇函数.

23. 已知 $A(-1, 3), B(3, 6), C(11, 12)$, 证明 A, B, C 三点共线.

五、综合题(共 10 分)

24. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为正方形, O 为 AC 与 BD 的交点, $SO \perp$ 底面 $ABCD$.
(1) 若 E, F 分别为 SA, SC 的中点, 求证: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$;
(2) 若 $AB=SA=2$, 求四棱锥 $S-ABCD$ 的体积.



河南省职教高考复习用书

数学考前冲刺模拟卷
参考答案及解析

目 录

数学考前冲刺模拟卷(一)参考答案及解析	1
数学考前冲刺模拟卷(二)参考答案及解析	3
数学考前冲刺模拟卷(三)参考答案及解析	5
数学考前冲刺模拟卷(四)参考答案及解析	7
数学考前冲刺模拟卷(五)参考答案及解析	10
数学考前冲刺模拟卷(六)参考答案及解析	12
数学考前冲刺模拟卷(七)参考答案及解析	14
数学考前冲刺模拟卷(八)参考答案及解析	16
数学考前冲刺模拟卷(九)参考答案及解析	19
数学考前冲刺模拟卷(十)参考答案及解析	21
数学考前冲刺模拟卷(十一)参考答案及解析	23
数学考前冲刺模拟卷(十二)参考答案及解析	25
数学考前冲刺模拟卷(十三)参考答案及解析	28
数学考前冲刺模拟卷(十四)参考答案及解析	31
数学考前冲刺模拟卷(十五)参考答案及解析	33
数学考前冲刺模拟卷(十六)参考答案及解析	35
数学考前冲刺模拟卷(十七)参考答案及解析	37
数学考前冲刺模拟卷(十八)参考答案及解析	40
数学考前冲刺模拟卷(十九)参考答案及解析	42
数学考前冲刺模拟卷(二十)参考答案及解析	44
2021 年河南省职教高考数学试卷参考答案及解析	46
2022 年河南省职教高考数学试卷参考答案及解析	49
2023 年河南省职教高考数学试卷参考答案及解析	51
2024 年河南省职教高考数学试卷参考答案及解析	55
2025 年河南省职教高考数学试卷参考答案及解析	59

数学考前冲刺模拟卷(一)参考答案及解析

一、选择题

1. B 解析:通过绘制韦恩图可以得到集合 A 与 B 的关系.
2. A 解析:因为 $-1 < b < 0$, 所以 $b^2 < 1$, 因为 $a < 0$, 所以 $a < ab^2$, 又因为 $ab^2 < 0, ab > 0$. 所以 $a < ab^2 < ab$. 故选 A.
3. B 解析: $f(x+1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 即 $-2 \leq x \leq 3$, 则 $-1 \leq x+1 \leq 4$, 所以 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 4]$. 故选 B.
4. C 解析:选项 A, 函数为奇函数, 又是减函数; 选项 B, 函数为偶函数; 选项 C, 函数为奇函数和增函数; 选项 D, 函数为非奇非偶函数. 故选 C.
5. C 解析:根据等差数列的前 n 项和公式得 $S_{13} = \frac{13(a_1 + a_{13})}{2} = 65$, 所以 $a_1 + a_{13} =$
10. 根据等差中项可得 $a_7 = \frac{a_1 + a_{13}}{2} = 5$. 故选 C.
6. D 解析:函数的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$.
7. C 解析: $a \cdot b = 2 \times 3 + (-3) \times 1 = 3$.
8. D 解析:选项 A, 垂直于同一直线的两条直线可能平行, 可能相交, 可能异面; 选项 B, 平行于同一直线的两个平面可能平行, 可能相交; 选项 C, 垂直于同一平面的两个平面可能平行, 也可能相交; 选项 D, 根据直线和平面垂直的性质定理, 垂直于同一平面的两条直线平行.
9. B 解析:实轴长为 6, 则 $2a = 6, a = 3$, 离心率为 $\frac{5}{3}$, 即 $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$, 解得 $c = 5$. 所以 $b^2 = c^2 - a^2 = 16$. 双曲线的标准方程为 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$. 故选 B.
10. C 解析:先排个位, 共有 3 种选择; 再排十位, 共有 4 种选择, 最后排百位, 共有 3 种选择. 所以共有 $3 \times 4 \times 3 = 36$ 个奇数.

二、填空题

11. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 解析: $f(1) = \frac{\sqrt{1+3}}{1} = 2$, 则 $f[f(1)] = \frac{\sqrt{2+3}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
12. $1-5i$ 解析:复数 $1+5i$ 的共轭复数为 $1-5i$.
13. $-\frac{4}{5}$ 解析:由 $\tan(\pi - \alpha) = 2$ 得 $\tan \alpha = -2$, $\sin \alpha = -2\cos \alpha$. 因为 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 所以 $4\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 解得 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$. 所以 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = -4\cos^2 \alpha = -\frac{4}{5}$.
14. -2 解析: $4 \times 6 + 12x = 0$, 解得 $x = -2$.
15. $3x - y + 4 = 0$ 解析:根据直线的斜截式方程可得 $y - 4 = 3(x - 0)$, 解得 $3x - y + 4 = 0$.
16. 1 解析:根据圆柱的体积公式为 $\pi r^2 h = 4\pi$, 解得 $h = 1$.

17. $\frac{1}{2}$ 解析:四位学生排列,共有 $A_4^4=24$ 种不同排法,

若甲、乙两位学生相邻,共有 $A_2^2 A_3^3=12$ 种不同排法,

所以甲、乙两位学生相邻的概率 $P=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$.

18. 2 160 解析:二项式 $\left(3x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式通项为 $T_{r+1}=C_6^r (3x^2)^{6-r} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^r = C_6^r 3^{6-r} \cdot 2^r \cdot x^{12-2r-r} = C_6^r 3^{6-r} \cdot 2^r \cdot x^{12-3r}$. 令 $12-3r=0$ 得 $r=4$. 则 $T_5=3^{6-4} \cdot 2^4 C_6^4=2\ 160$.

三、解答题

19. 参考答案:因为 $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$, 所以 $4x^2-4x+1>0$ 的解集为 $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2}\right\}$.

20. 参考答案:设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=a_1 q^{n-1}$.

因为 $a_2=2, a_5=16$, 所以 $\begin{cases} a_2=a_1 q=2, \\ a_5=a_1 q^4=16, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=1, \\ q=2. \end{cases}$

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^{n-1}$,

前 n 项和 $S_n=\frac{1-q^n}{1-q}=\frac{a_1(1-2^n)}{1-2}=2^n-1$.

21. 参考答案:由已知可得 $a=2, \frac{c}{a}=\frac{1}{2}$. 所以 $c=1$.

由 $b^2=a^2-c^2$ 可得 $b^2=3$.

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

四、证明题

22. 证明:根据余弦定理可得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.

由于 $b^2+c^2=a^2+bc$, 所以 $b^2+c^2-a^2=bc$. 所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2}$.

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A \in (0, \pi)$, 从而证得 $\angle A=\frac{\pi}{3}$.

23. 证明:如图,连接 PO , 因为 $P-ABCD$ 为正四棱锥, 所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$, 故 $PO \perp BD$.

又因为 $ABCD$ 为正方形, 所以 $AC \perp BD$.

由于 PO 和 AC 是平面 PAC 内的两条相交直线,

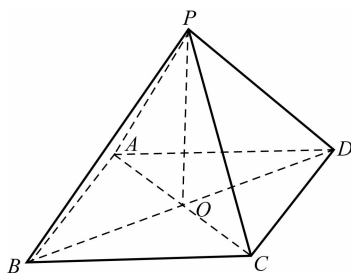
所以 $BD \perp$ 平面 PAC .

五、综合题

24. 参考答案:圆 $C: x^2+y^2-8y+12=0$ 的圆心为 $(0, 4)$, 半径为 2.

(1) 若直线 l 与圆 C 相切, 则有 $\frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}=2$. 计算得出 $a=-\frac{3}{4}$.

(2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点时, 则有 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$, 因为 $|AB|=2\sqrt{2}, r=$



2, 所以 $d = \frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}} = \sqrt{2}$, 化简得 $(4+2a)^2 = 2(a^2+1)$, 解得 $a = -7$ 或 $a = -1$. 故直线 l 的方程是 $7x - y + 14 = 0$ 或 $x - y + 2 = 0$.

数学考前冲刺模拟卷(二)参考答案及解析

一、选择题

1. D 解析: 因为集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, e, f\}$. 所以两集合中没有相同的元素, 即 $M \cap N = \emptyset$, 故选 D.

2. C 解析: 取特殊值法可知选 C.

3. B 解析: 因为 $2 > 1$, 所以 $y = \log_2 x$ 为增函数, 因此当 $x \in [1, 8]$ 时, $0 = \log_2 1 \leq \log_2 x \leq \log_2 8 = 3$. 故选 B.

4. B 解析: 根据偶函数的定义可知只有选项 B 符合.

5. C 解析: 根据题意得 $a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 21$, 解得 $q = -3$ 或 $q = 2$, 因为各项都为正数, 所以 $q = -3$ 舍去, 只取 $q = 2$. 所以 $a_3 + a_4 + a_5 = a_1 q^2 + a_2 q^2 + a_3 q^2 = (a_1 + a_2 + a_3) q^2 = 21 \times 4 = 84$.

6. D 解析: 设原有总产值为 a , 年平均增长率为 r , 则 $a(1+p)^{12} = a(1+r)$, 解得 $r = (1+p)^{12} - 1$, 故选 D.

7. D 解析: 若两点确定的直线与已知直线平行或者相交, 则可以确定一个平面; 若两点确定的直线与已知直线既不平行也不相交, 则已知直线与每个点都可以确定一个平面, 一共可以确定两个平面.

8. B 解析: $-3a - 2b = -3(3, -1) - 2(-1, 2) = (-7, -1)$.

9. B 解析: 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 0$, 整理得 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$. 故选 B.

10. B 解析: 将 5 个培训指标全部分配给 3 所学校, 且每所学校至少有 1 个指标, 则 5 个培训指标个数的分配量存在两种情况: 当 5 个培训指标分到 3 所学校的分配量分别为 2, 2, 1 时, 有 3 种分配方案; 当 5 个培训指标分到 3 所学校的分配量分别为 1, 1, 3 时, 有 3 种分配方案. 所以共有 6 种分配方案. 故选 B.

二、填空题

11. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ 解析: 因为二次项系数为 $1 > 0$, 且方程 $(x-2)(x-3) = 0$ 的两个解为 $x_1 = 2, x_2 = 3$. 所以不等式的解集为 $x > 3$ 或 $x < 2$.

12. $\sqrt{5}$ 解析: 复数 $z = 1 + 2i$, 则 $|z| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

13. $\frac{2}{3}\pi$ 解析: 根据题意得 $T = \frac{2\pi}{3}$.

14. $-\frac{4}{3}$ 解析: 由方程组 $\begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}, \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5}, \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{3}{5}, \\ \cos \alpha = \frac{4}{5}. \end{cases}$

因为 $\alpha \in (0, \pi)$, 所以 $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5}, \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5}. \end{cases}$ 故 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}$.

15. $\frac{7}{5}$ 解析: 圆 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的圆心为 $(-2, 1)$, 所以其到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离为 $d = \frac{|3 \times (-2) + 4 \times 1 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{7}{5}$.

16. 60°

17. 28 解析: 二项式 $(1+\sqrt{x})^8$ 展开式通项为 $T_{r+1} = C_8^r (\sqrt{x})^r = C_8^r x^{\frac{r}{2}}$. 令 $\frac{r}{2} = 3$ 得 $r=6$. 则 $T_7 = C_8^6 x^3 = 28x^3$.

18. 0.02 解析: 甲打不中靶心的概率为 $1-0.8=0.2$, 乙打不中靶心的概率为 $1-0.9=0.1$, 则两人都打不中靶心的概率 $P = (1-0.8) \times (1-0.9) = 0.02$.

三、解答题

19. 参考答案: 因为 $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, 所以 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 的解集为 $\{x | x=3\}$.

20. 参考答案: (1) 令 $t = x-1$, 则 $x = t+1$. $f(t) = (t+1)^2 - 2(t+1) = t^2 - 1$, $f(x) = x^2 - 1$.

(2) $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 关于原点对称, 且 $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$, 所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是偶函数.

21. 参考答案: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $a_n = a_1 + (n-1)d$. 由 $a_1 = 1, a_3 = -3$ 可得 $1+2d = -3$, 解得 $d = -2$. 所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times (-2) = 3-2n$.

(2) 由(1)可知 $a_n = 3-2n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n[1+(3-2n)]}{2} = 2n - n^2$. 进而将 $S_k = -35$ 代入得 $k^2 - 2k - 35 = 0$, 解得 $k=7$ 或 $k=-5$ (舍去).

四、证明题

22. 证明: 根据三角函数基本公式 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 得 $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

23. 证明: 因为三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 为直三棱柱, 所以 $CC_1 \perp$ 平面 ABC .

又因为 $AC \subset$ 平面 ABC , 所以 $CC_1 \perp AC$.

因为 $AC \perp BC, CC_1 \cap BC = C$, 所以 $AC \perp$ 平面 B_1C_1CB .

又因为 $BC_1 \subset$ 平面 B_1C_1CB , 所以 $BC_1 \perp AC$.

又因为 $BC = BB_1$, 所以四边形 B_1C_1CB 为正方形, 故 $B_1C \perp BC_1$.

而 $B_1C \cap AC = C$, 故 $BC_1 \perp$ 平面 AB_1C .

五、综合题

24. 参考答案: (1) 由于抛物线的对称轴在 x 轴, 故设抛物线的方程为 $y^2 = 2px$. 根据题意可得 $2 + \frac{p}{2} = 3$. 解得 $p = 2$. 所以抛物线的方程为 $y^2 = 4x$.

(2) 设直线 l 与抛物线交于点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 因为直线 l 的斜率 $k = \tan 45^\circ = 1$, 且过点 $F(1, 0)$, 所以直线 l 的方程为 $y = x - 1$.

由 $\begin{cases} y=x-1 \\ y^2=4x \end{cases}$, 得 $x^2-6x+1=0$, 即 $x_1+x_2=6$, 所以 $|AB|=|x_1+x_2|+2=8$.

点 $O(0,0)$ 到直线 AB 的距离 $d=\frac{|-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 所以 $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 8=2\sqrt{2}$.

数学考前冲刺模拟卷(三)参考答案及解析

一、选择题

1. B 解析: (1) 当 $x=0$ 时, 命题不成立, 故 (1) 是假命题; (2) 2 是质数, 但 2 是偶数, 所以 (2) 是假命题; (3)(4) 均是真命题. 故选 B.

2. A 解析: 根据题意可知 $ax^2+bx+c=0$ 的两个解分别为 $x_1=-1, x_2=2$, 根据韦达定理得 $-1+2=-\frac{b}{a}, (-1)\times 2=\frac{c}{a}$, 得 $\frac{b}{a}=-1, \frac{c}{a}=-2$, 从而 $\frac{b+c}{a}=-3$.

3. D 解析: 函数 $y=2x+1, x\in\{1,2,3\}$, 当 $x=1$ 时, $y=2\times 1+1=3$; 当 $x=2$ 时, $y=2\times 2+1=5$; 当 $x=3$ 时, $y=2\times 3+1=7$. 所以, 函数的值域为 $\{3,5,7\}$. 故选 D.

4. D 解析: 选项 A 为非奇非偶函数, 不满足偶函数的条件; 选项 B 为周期函数, 不满足减函数的条件; 选项 C 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 也不符合条件. 故选 D.

5. B 解析: 复数 $z=1-2.025i$ 的虚部是 -2.025 .

6. C 解析: 向量平行的充要条件为 $x_1y_2=x_2y_1$, 所以 $2\times 3=(-1)x$, 解得 $x=-6$.

7. D 解析: 根据题意可设直线方程为 $3x+2y+c=0$, 将 $P(-1,3)$ 代入方程中得 $3\times(-1)+2\times 3+c=0$, 解得 $c=-3$. 故直线方程为 $3x+2y-3=0$.

8. C 解析: 双曲线 $3x^2-y^2=3$ 的标准形式为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$, 其渐近线方程是 $x^2-\frac{y^2}{3}=0$, 整理得 $y=\pm\sqrt{3}x$. 故选 C.

9. B 解析: $\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=0.6$.

10. B 解析: 由 $T_{r+1}=C_n^r\cdot x^{n-r}\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^r=C_n^r\cdot(-1)^r\cdot x^{n-2r}, r\in\{0,1,2,\dots,n\}$, 因为当 $r+1=4$ 时, $n-2r=3$, 所以 $n=9$.

二、填空题

11. -1 解析: 根据题意得 $x=2$ 或 $x^2-x=2$, 解得 $x=2$ 或 $x=-1$. 当 $x=2$ 时, 不满足集合元素的互异性, 故舍去, 所以 $x=-1$.

12. $-\frac{50}{9}$ 解析: 由 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{4}{5}$, 联立 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 得出 $\sin\theta\cos\theta=-\frac{9}{50}$. 所以 $\tan\theta+\cot\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=-\frac{50}{9}$.

13. $(-\infty, -2)\cup(3, +\infty)$ 解析: 由不等式 $-x^2+x+6<0$ 的对应方程 $-x^2+x+6=0$ 的解为 $x_1=-2$ 或 $x_2=3$. 故原不等式的解集为 $(-\infty, -2)\cup(3, +\infty)$.

14. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{8}{3}\right)\cup\left(\frac{8}{3}, +\infty\right)$ 解析: 因为向量 $a=(2, x), b=(3, 4)$, 且 a 与 b 的夹角为

锐角,故 $6+4x>0$;又因为 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角不为零,所以 $8-3x\neq 0$. 由此可知, x 的取值范围是 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{8}{3}\right) \cup \left(\frac{8}{3}, +\infty\right)$.

15. $\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ 解析:由题意得抛物线的标准方程 $x^2 = \frac{y}{a}$,故抛物线的焦点坐标为 $\left(0, \frac{1}{4a}\right)$.

16. 充分不必要

17. 2 解析:根据等比数列的前 n 项和公式可得 $S_{2\ 023} = \frac{a_1(1-q^{2\ 023})}{1-q} = 2$.

18. $\frac{9}{10}$ 解析:从 5 名志愿者中任选 3 人,共有 $C_5^3 = 10$ 种选法;

男性志愿者和女性志愿者都有人入选,分为 2 男 1 女和 2 女 1 男两种情况,

共有 $C_3^2 C_2^1 + C_3^1 C_2^2 = 9$ 种选法,因而所求的概率 $P = \frac{9}{10}$.

三、解答题

19. 参考答案: $\because \frac{x-1}{3} + 2 < x-3 < 2x + \frac{3}{2}$,

$\therefore \frac{x-1}{3} + 2 < x-3, x-3 < 2x + \frac{3}{2}$,

$\therefore x > 7$ 且 $x > -\frac{9}{2}$,

$\therefore x > 7$

$\therefore$ 不等式的解集为 $\{x | x > 7\}$.

20. 参考答案:(1)由已知 $S_n = 2a_n - a_1$,有 $a_n = S_n - S_{n-1} = 2a_n - 2a_{n-1} (n \geq 2)$,即 $a_n = 2a_{n-1} (n \geq 2)$,从而 $a_2 = 2a_1, a_3 = 2a_2 = 4a_1$. 又因为 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列,即 $a_1 + a_3 = 2(a_2 + 1)$,所以 $a_1 + 4a_1 = 2(2a_1 + 1)$,解得 $a_1 = 2$. 所以,数列 $\{a_n\}$ 为首项是 2、公比是 2 的等比数列. 故 $a_n = 2^n$.

(2)由(1)得 $\frac{1}{a^n} = \frac{1}{2^n}$,所以 $T_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{\frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$.

21. 参考答案:(1)由 $\sin A + \sin B = \sqrt{2} \sin C$,根据正弦定理可知 $a + b = \sqrt{2}c$,由 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2} + 1$ 可知, $a + b = \sqrt{2} + 1 - c$,根据上述两个方程解得 $c = 1$.

(2)由三角形的面积公式及已知得 $\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{6} \sin C, ab = \frac{1}{3}$,由(1)可知 $a + b = \sqrt{2}$,

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a \cdot b} = \frac{1}{2}$.

故 $C = 60^\circ$.

四、证明题

22. 证明: $1 - \frac{2a}{1+a^2} = \frac{1+a^2-2a}{1+a^2} = \frac{(1-a)^2}{1+a^2}$,因为 $a \neq 1$,所以 $(1-a)^2 > 0$,即 $1 - \frac{2a}{1+a^2} = \frac{(1-a)^2}{1+a^2} > 0$,所以 $\frac{2a}{1+a^2} < 1$.

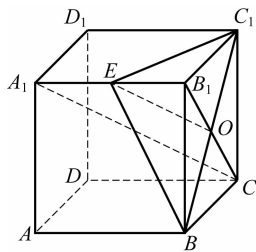
23. 证明: 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 四边形 B_1BCC_1 是正方形,

连接 B_1C 交 BC_1 于 O , 则 O 为 B_1C 中点,

连接 OE , 由 E 为 B_1A_1 中点, 得 OE 为三角形 B_1A_1C 的中位线,

所以 $OE \parallel A_1C$, 又 $OE \subset$ 平面 BEC_1 , $A_1C \not\subset$ 平面 BEC_1 ,

所以 $A_1C \parallel$ 平面 BEC_1 .



五、综合题

24. 参考答案: 因为 $1^2 + 3^2 = 10 > 1$, 所以点 $(1, 3)$ 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 外, 所以过点 $(1, 3)$ 作 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线有两条. 当切线斜率不存在时, 过点 $(1, 3)$ 的直线为 $x = 1$, 此时与圆相切, 符合题意;

当切线斜率存在时, 设切线为 $y - 3 = k(x - 1)$, 即 $kx - y + 3 - k = 0$.

由圆心 $(0, 0)$ 到切线的距离 $d = \frac{|3 - k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1$, 解得 $k = \frac{4}{3}$,

所以切线方程为 $y - 3 = \frac{4}{3}(x - 1)$, 即 $4x - 3y + 5 = 0$.

综上所述, 切线方程为 $x = 1$ 或 $4x - 3y + 5 = 0$.

数学考前冲刺模拟卷(四)参考答案及解析

一、选择题

1. D 解析: 先求原命题的逆命题为“若 $a = 0$ 且 $b = 0$, 则 $a^2 + b^2 = 0$ ”, 再将逆命题否定为“若 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$, 则 $a^2 + b^2 \neq 0$ ”.

2. D 解析: $(x - 1)(3 - x) > 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow 1 < x < 3$, 故选 D.

3. B 解析: 因为 $f(a) = 2^a + 2^{-a} = 3$, 所以 $f(2a) = 2^{2a} + 2^{-2a} = (2^a)^2 + (2^{-a})^2 = (2^a + 2^{-a})^2 - 2 = 7$. 故选 B.

4. D 解析: 因为复数 $z = 2 - 3i$ 在复平面内对应的点的坐标为 $(2, -3)$, 在第四象限.

5. C 解析: 根据等比数列的通项公式可得 $a_1 + a_2 = a_1 + a_1q = 10$ ①, $a_3 + a_4 = a_1q^2 + a_1q^3 = 40$ ②, 由 ② $\div$ ① 得 $q^2 = 4$, 所以 $a_5 + a_6 = (a_3 + a_4)q^2 = 160$.

6. A 解析: 根据题意得 $4 \times m + (-2) \times 8 = 0$. 解得 $m = 4$.

7. B 解析: (2)(3) 正确, (1)(4) 错, 故选 B.

8. D 解析: 从个位数与十位数之和为偶数的两位数中任取一个, 个位与十位数位上的数字不同,

基本事件总数为 $P_5^1 P_4^1 + P_4^1 P_4^1 = 36$,

其中个位数为 0 的有 4 个,

所以从个位数与十位数之和为偶数的两位数中任取一个, 其个位数为 0 的概率 $P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, 故选 D.

9. C 解析: 在 $\triangle ABC$ 中, $b = 2, c = 1, A = 60^\circ$, 由余弦定理可得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A =$

$4+1-4\times\frac{1}{2}=3$, 得 $a=\sqrt{3}$, 所以 $a^2+c^2=b^2$, 由此知 $\triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle B=90^\circ$, 所以 $\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=30^\circ$, 则 $\sin C=\frac{1}{2}$, 故选 C.

10. C 解析: $\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$ 的二项展开式为 $T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r C_6^r x^{6-2r}$, 令 $6-2r=2$, 解得 $r=2$. 则 $T_3=C_6^2 x^2=15x^2$. 故选 C.

二、填空题

11. $\emptyset$ 解析: 因为全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$, 集合 $M=\{a,c,d\}$, $N=\{b,d,e\}$. 所以 $M\cup N=\{a,b,c,d,e\}$, 所以 $\complement_U(M\cup N)=\emptyset$.

12. $[-1,1)\cup(1,+\infty)$ 解析: 要使函数有意义, 则 $\begin{cases} x+1\geq 0, \\ x-1\neq 0, \end{cases}$ 解得 $x\geq -1$ 且 $x\neq 1$. 故 $f(x)=\frac{1}{x-1}+\sqrt{x+1}$ 的定义域为 $[-1,1)\cup(1,+\infty)$.

13. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 解析: $\sin^2\frac{\pi}{8}-\cos^2\frac{\pi}{8}=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14. $3x+2y+1=0$ 解析: 由 $\begin{cases} 2x-y+3=0, \\ 4x+3y+1=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \end{cases}$ 所以两条直线 $2x-y+3=0$ 和 $4x+3y+1=0$ 的交点为 $(-1,1)$. 设垂直于直线 $2x-3y+4=0$ 的直线方程为 $3x+2y+c=0$, 把 $(-1,1)$ 代入得 $-3+2+c=0$, 计算得出 $c=1$, 故所求直线方程为 $3x+2y+1=0$.

15. 12π 解析: 根据题意可得球的半径为 $r=\sqrt{1+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$. 所以球的表面积为 $S=4\pi r^2=12\pi$.

16. $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$ 解析: 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的渐近线方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=0$, 整理得 $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$.

17. 60° 或 120°

18. $\frac{3}{5}$ 解析: 由题意, 袋子中有相同的 5 个球, 3 个红球, 2 个白球,

不放回地依次随机摸出 2 个球,

则第 1 次可能摸到 1 白色球或 1 红色球,

$\therefore$ 第 2 次摸到红色球的概率为 $P=\frac{C_3^1 C_2^1 + C_2^1 C_3^1}{C_5^1 C_4^1}=\frac{3}{5}$.

三、解答题

19. 参考答案: $\because 3x+4-x^2<0$,

$\therefore x^2-3x-4>0$,

$\therefore (x-4)(x+1)>0$,

$\therefore x>4$ 或 $x<-1$,

$\therefore$ 不等式的解集为 $\{x|x>4 \text{ 或 } x<-1\}$.

20. 参考答案: (1) 若 $f(x)=\lg(x^2+ax+1)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则有 $x^2+ax+1>0$. 因为二次项系数为 $1>0$, 所以要使 $x^2+ax+1>0$, 只要 $\Delta<0$ 即可. 由 $\Delta=a^2-4<0$ 解得 $-2< a<2$.

(2)若 $f(x)=\lg(x^2+ax+1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$.

则 $\Delta=a^2-4\geq 0$,解得 $a\geq 2$ 或 $a\leq -2$.

综上所述, a 的取值范围为 $a\geq 2$ 或 $a\leq -2$.

21. 参考答案:(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d . 由题意可知 $\begin{cases} a_3=a_1+2d=2, \\ S_6=6a_1+15d=15, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} a_1=0, \\ d=1, \end{cases} \text{ 所以 } a_n=a_1+(n-1)d=n-1.$$

(2)由(1)知, $a_n=n-1$,所以 $b_n=2^{n-1}$,则数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1、公比为 2 的等比数列,因此 $T_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$.

四、证明题

22. 证明:(1)因为 M, N 分别是 AB, PA 的中点,所以 $MN \parallel PB$.

又因为 $MN \subset$ 平面 $MNC, PB \not\subset$ 平面 MNC ,所以 $PB \parallel$ 平面 MNC .

(2)因为 $PA \perp PB, MN \parallel PB$,所以 $MN \perp PA$.

又因为 $AC=BC, M$ 为 AB 的中点,所以 $CM \perp AB$.

又因为平面 $PAB \perp$ 平面 ABC, AB 为公共棱,所以 $CM \perp$ 平面 PAB .

则 $CM \perp PA$.

又因为 $MN \cap CM=M$,所以 $PA \perp$ 平面 MNC .

23. 证明:因为 $\overrightarrow{AB}=(2-1, 4-2)=(1, 2), \overrightarrow{AC}=(3-1, 1-2)=(2, -1)$,因为 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=1 \times 2 + 2 \times (-1)=0$,所以 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$,即 $AB \perp AC$.

因此 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

五、综合题

24. 参考答案:(1)因为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,长轴长是 4,故 $a=2, c=\sqrt{3}$,所以 $b=1$. 所以椭圆的方程是 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(2)当直线 l 的斜率不存在时,不满足题意. 当直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y=kx-2, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,若以线段 AB 为直径作圆经过坐标原点,则 $x_1x_2 + y_1y_2=0$.

因为 $y_1=kx_1-2, y_2=kx_2-2$,所以 $(1+k^2)x_1x_2-2k(x_1+x_2)+4=0$①

由方程组 $\begin{cases} y=kx-2, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2-16kx+12=0$.

因为 $\Delta=16^2k^2-4 \times 12 \times (1+4k^2) > 0$,所以 $k^2 > \frac{3}{4}$②

则 $x_1+x_2=\frac{16k}{1+4k^2}, x_1x_2=\frac{12}{1+4k^2}$,代入①,得 $(1+k^2) \cdot \frac{12}{1+4k^2} - 2k \cdot \frac{16k}{1+4k^2} + 4 = 0$.

即 $k^2=4$,计算得出 $k=2$ 或 $k=-2$,满足式②,因此存在直线 l ,其方程为 $y=2x-2$ 或 $y=-2x-2$.

数学考前冲刺模拟卷(五)参考答案及解析

一、选择题

1. A 解析: $x > 0 \Rightarrow x \neq 0$, 而 $x \neq 0 \nRightarrow x > 0$. 故选 A.

2. A 解析: 因为 $a = 2^{\frac{4}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} > 3^{\frac{2}{3}} = b$, $c = 25^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3}} > 4^{\frac{2}{3}} = a$. 所以 $b < a < c$.

3. C 解析: 选项 A, 选项 B 的对应法则相同, 但定义域不同, 故两个函数不是相等函数, 选项 D 的定义域相同, 对应法则不同, 故两个函数不是相等函数, 故选 C.

4. D 解析: 根据题意可得 $\begin{cases} x-4 \geq 0, \\ |x|-5 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $x \geq 4$ 且 $x \neq 5$. 故选 D.

5. D 解析: 因为 $3a-5i=3-bi$, 所以 $3a=3, 5=b$, 即 $a=1, b=5$, 故 $a+bi=1+5i$.

6. A 解析: 因为 $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以 $\cos C = 2\cos^2 \frac{C}{2} - 1 = 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{3}{5}$. 由余弦定

理可得 $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = 4\sqrt{2}$.

7. A 解析: 因为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 a_2, a_4 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 $a_2 + a_4 = 1, S_5 = \frac{(a_1 + a_5) \times 5}{2} = \frac{(a_2 + a_4) \times 5}{2} = \frac{5}{2}$. 故选 A.

8. C

9. C 解析: 双曲线 $9y^2 - 16x^2 = 144$ 的渐近线方程为 $9y^2 - 16x^2 = 0$, 化简得 $y = \pm \frac{4}{3}x$.

故选 C.

10. D 解析: 每封信有 3 种选择, 所以共有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ 种不同的投法.

二、填空题

11. $-\frac{3}{2}$ 解析: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1}{1 + \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}, f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right] = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1}{1 - \frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$.

12. 2

13. $(-2)^n$ 解析: 设公比为 q , 由条件得 $\begin{cases} S_2 = a_1(1+q) = 2, \\ S_3 = a_1(1+q+q^2) = -6, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1 = -2, \\ q = -2. \end{cases}$ 故

该数列的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1} = -2(-2)^{n-1} = (-2)^n$.

14. 1 解析: $\lg \sqrt{5} + \lg \sqrt{20} = \lg(\sqrt{5} \times \sqrt{20}) = \lg 10 = 1$.

15. $2\sqrt{3}$ 解析: 设抛物线方程为 $y^2 = 2px (p > 0)$, 准线方程为 $x = -\frac{p}{2}$, $|MF| = 3$, $2 - \left(-\frac{p}{2}\right) = 3$, 解得 $p = 2$. 故抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 当 $x = 2$ 时, $y_0 = \pm \sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$, 所以点 M 的坐标为 $(2, \pm 2\sqrt{2})$. 所以 $|OM| = \sqrt{(2-0)^2 + (\pm 2\sqrt{2}-0)^2} = 2\sqrt{3}$.

16. $\frac{32}{3}\pi$ 解析: 由 $2\pi R = 4\pi$, 解得 $R = 2$. 所以 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32}{3}\pi$.

17. $\frac{3}{5}$ 解析: 设选中的 2 人恰为 1 男 1 女为事件 A,

$$\text{故 } P(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_3^1}{C_6^2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

18. 10 解析: 由二项式定理通项可得 $T_{r+1} = C_5^r (x^2)^{5-r} \left(\frac{1}{x^3}\right)^r = C_5^r x^{10-5r}$, 当 $r=2$ 时, 常数项为 $C_5^2 = 10$.

三、解答题

19. 参考答案: 原不等式可化为 $2x^2 - 3x - 2 < 0$,

所以 $(2x+1)(x-2) < 0$,

$$\text{解得 } -\frac{1}{2} < x < 2,$$

故原不等式的解集是 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$.

20. 参考答案: 设圆心为 $Q(a, -2a)$, 根据题意得圆心到直线 $x+y-1=0$ 的距离 $d = |PQ|$, 即 $\frac{|a-2a-1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{(a-2)^2 + (-2a+1)^2}$, 解得 $a=1$, 所以圆心为 $(1, -2)$.

$$\text{圆的半径 } r = \sqrt{(2-1)^2 + [-1-(-2)]^2} = \sqrt{2}.$$

所以所求圆方程为 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$.

21. 参考答案: 由题设和正弦定理得 $3\sin A \cos C = 2\sin C \cos A$.

故 $3\tan A \cos C = 2\sin C$. 因为 $\tan A = \frac{1}{3}$, 所以 $\cos C = 2\sin C$, $\tan C = \frac{1}{2}$.

$$\tan B = \tan(\pi - A - C) = -\tan(A + C) = -1.$$

所以 $\angle B = 135^\circ$.

四、证明题

22. 证明: 设 $a=0$, 则 $f(0+b) = f(0) + f(b)$, 所以 $f(0) = 0$.

又设 $a=-x, b=x$, 则 $f(0) = f(-x) + f(x)$, 由 $f(0) = 0$ 得 $f(-x) = -f(x)$.

由于 $x \in \mathbf{R}$, 所以 $f(x)$ 为奇函数.

23. 证明: 由于 $\overrightarrow{AB} = (4, 3), \overrightarrow{AC} = (12, 9), \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$. 所以 A, B, C 三点共线.

五、综合题

24. 参考答案: (1) 在 $\triangle SAC$ 中, 因为 E, F 分别为 SA, SC 的中点, 所以 $EF \parallel AC$.

又因为 $AC \subset$ 平面 ABCD, 所以 $EF \parallel$ 平面 ABCD.

(2) 由于底面为正方形, 所以 $AC = \sqrt{2}AB = 2\sqrt{2}$. 得 $AO = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2}$.

由于 O 为正方形的中心, 已知 $SO \perp$ 平面 ABCD, 从而 $SO \perp AC$. 因此在 $\text{Rt}\triangle AOS$ 中, $SA = 2, AO = \sqrt{2}$, 则 $SO = \sqrt{SP^2 - AO^2} = \sqrt{2}$.

$$\text{所以 } V_{S-ABCD} = \frac{1}{3} S_{\text{正方形}ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$