

河南省

职教高考复习用书

数 学

同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

阵容强大

编者均系资深教研员和重点中等职业学校骨干教师

内容全面

紧扣考试要求，涵盖考纲规定的所有考点

矫正思路

详解答案，矫正答题思路，培养良好作答习惯

河南省

职教高考复习用书

语文

语文总复习

语文同步强化检测

语文考前冲刺模拟卷

数学

数学总复习

数学同步强化检测

数学考前冲刺模拟卷

英语

英语总复习

英语同步强化检测

英语考前冲刺模拟卷

ISBN 978-7-5608-7568-2



定价：38.80元

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

X2

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

河南省

职教高考复习用书

数 学

同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

本册主编 牛新春 袁基干

副主编 李 丽 张 浩



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

· 上海 ·

内 容 提 要

本书共十一章,包括集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数,数列,平面向量,平面解析几何,立体几何,排列、组合、二项式定理和概率与统计初步.每章根据考纲的要求详述相关知识点.本书配置与教材内容相对应的练习题,试题难度、对知识点的考查都与考试一致,可以很好地帮助学生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力.

本书适合参加职教高考的考生使用,也可作为广大中等职业学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

数学同步强化检测 / 《数学同步强化检测》编写组

编. -- 上海: 同济大学出版社, 2021. 3(2025. 8 重印)

ISBN 978 - 7 - 5608 - 7568 - 2

I. ①数… II. ①数… III. ①数学课 - 中等专业学校
- 习题集 - 升学参考资料 IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2021) 第 057856 号

数学同步强化检测

《数学同步强化检测》编写组 编

责任编辑 张平官 责任校对 谢卫奋 封面设计 黄燕美

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址: 上海市四平路 1239 号 邮编: 200092 电话: 021 - 65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司

开 本 880 mm×1 230 mm 1/16

印 张 9

字 数 224 000

版 次 2021 年 3 月第 1 版

印 次 2025 年 8 月第 5 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 7568 - 2

定 价 38.80 元

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前言

PREFACE

通过多年的摸索与实践,河南省职教高考越来越规范有序,测试具有较高的信度、效度和必要的区分度。从考试内容和考试形式上来看,参加职教高考的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年河南省职教高考的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套“河南省职教高考复习用书”,供广大考生在复习时使用。

本书是该系列丛书之《数学同步强化检测》。数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣河南省职教高考方案及考纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

本书有以下鲜明特色:

1. 编写阵容强大,熟知学情考情

编写成员均系河南省中等职业学校的骨干教师。他们始终工作在教学第一线,熟悉考情和学生的备考情况,故本书具有极高的权威性。

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加河南省职教高考的考生量身定做的复习用书,题型、题量、试题难度等的设计参照了最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

3. 合理编排,设计科学

全书按照教材《数学总复习》的章节设置题目。每个模块都配有与教材内容相对应的练习题,练习题由中职学校教师统一命题,试题难度、对知识点的考查都与考试基本一致,可以很好地帮助考生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力。

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足,敬请各位读者不吝指正。

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学同步强化检测》编写组

目录

CONTENTS

第一章	集合	1
	第一节 集合的概念	1
	第二节 集合的运算及充要条件	5
	第一章自我检测题	9
第二章	不等式	13
	第一节 不等式的基本性质及区间	13
	第二节 解不等式	17
	第二章自我检测题	21
第三章	函数	25
	第一节 函数的概念及其表示方法	25
	第二节 函数的性质	29
	第三章自我检测题	33
第四章	指数函数与对数函数	37
	第一节 指数与指数函数	37
	第二节 对数与对数函数	41
	第四章自我检测题	45
第五章	三角函数	49
	第一节 三角函数的概念与计算	49
	第二节 三角函数的图像和性质、正弦型函数	53
	第三节 三角公式(两角和与差公式、倍角公式)	57
	第四节 正弦、余弦定理及应用	61
	第五章自我检测题	65
第六章	数列	69
	第一节 数列的概念	69
	第二节 等差数列	73

第三节 等比数列	77
第六章自我检测题	81
第七章 平面向量	85
第一节 平面向量的基本概念及线性运算	85
第二节 平面向量的坐标表示和向量的数量积运算	89
第七章自我检测题	93
第八章 平面解析几何	97
第一节 直线方程与两直线的位置关系	97
第二节 圆的方程及直线、圆的位置关系	101
第三节 椭圆、双曲线、抛物线	105
第八章自我检测题	109
第九章 立体几何	113
第一节 线面的相关性质与判断	113
第二节 柱、锥、球及其简单组合体	117
第九章自我检测题	121
第十章 排列、组合、二项式定理	125
第十章自我检测题	125
第十一章 概率与统计初步	129
第十一章自我检测题	129
期末考试综合测试卷	133

第一章 集合

第一节 集合的概念

一、选择题

1. 若集合 $A=\{9,1,a-1\}$, $B=\{-2,a^2\}$, B 为 A 的子集, 则 a 的值是().
A. -1
B. 1
C. 0
D. 3
2. 下列集合中不是空集的是().
A. $\{(x,y) \mid |x|+|y|=0\}$
B. $\{x \mid x^2+4x+5=0\}$
C. $\{x \mid e^x < 0\}$
D. $\emptyset$
3. 已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x \mid x=a^2, a \in A\}$, 则集合 B 中的元素个数为().
A. 2 个
B. 3 个
C. 4 个
D. 5 个

4. 集合 $\{a, b, c, d\}$ 所有子集的个数是().

- A. 8
B. 14
C. 15
D. 16

5. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是().

- A. $\emptyset$
B. $\{4,6,8\}$
C. $\{3,5,7\}$
D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

6. 下列说法正确的有().

- (1) 空集没有子集;
- (2) 任何集合至少有两个子集;
- (3) 空集是任何集合的真子集;
- (4) 若 $\emptyset \subsetneq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

- A. 1 个
C. 3 个
- B. 2 个
D. 4 个

7. 满足条件 $\{1,2\} \subsetneq M \subseteq \{1,2,3,4,5\}$ 的集合 M 的个数是().

- A. 3
C. 7
- B. 6
D. 9

8. 集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则集合 M 与 N 的关系是().

- A. $M=N$
B. $M\subsetneq N$
C. $M\supsetneq N$
D. $M\cap N=\emptyset$

9. 若集合 $M = \{3, 1, a^2 - 3\}$, $N = \{-2, a\}$, N 为 M 的真子集, 则 a 的值是().

- A. -1
B. 1
C. 0
D. 3

10. 下列命题中正确的是().

- A. $\{x|x^2+2=0\}$ 在实数范围内无意义
B. $\{(1,2)\}$ 与 $\{(2,1)\}$ 表示同一个集合
C. $\{4,5\}$ 与 $\{5,4\}$ 表示相同的集合
D. $\{4,5\}$ 与 $\{5,4\}$ 表示不同的集合

二、填空题

11. 用符号 $\in$ 与 $\notin$ 填空.

$$0 \text{ --- } \mathbf{N}, -\frac{5}{8} \text{ --- } \mathbf{Z}, 0.234 \text{ --- } \mathbf{Q}, -\pi \text{ --- } \mathbf{R}.$$

12. 若 $\{2a, a^2+1\}$ 为一个集合, 则 a 的取值范围是_____. (用区间表示)

13. 若集合 $A = \{x | x > -1\}$, 集合 $B = \{x | x > 1\}$, 则 A 和 B 的关系是 _____.

14. 集合 $\{-3, 0, 3, 8\}$ 的非空真子集共有_____个.
15. 集合 $\{x | (x+1)(x^2-2x-3)=0\}$ 可用列举法表示为_____.
16. 已知集合 $A=\{0, 1, 2\}$, 则集合 $B=\{z | z=x-y, x \in A, y \in A\}$ 中元素的个数是_____.
17. 已知 $x \in \{1, 2, x^2\}$, 则实数 $x=_____$.
18. 已知集合 $A=\{x | a+1 < x < 2a-1\}$, 集合 $B=\{x | -1 < x < 4\}$, 若 $A \neq \emptyset$ 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

19. 求集合 $\{x \in \mathbf{R} | 1, x, x^2\}$ 中元素 x 所满足的条件.
20. 若集合 $A=\{a, b\}$, $B=\{x | x \subseteq A\}$, $P=\{a\}$, 求集合 B 与集合 P 的关系.
21. 已知集合 $A=\{2, 8, a\}$, 集合 $B=\{2, a^2-3a+4\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值.

22. 已知集合 $A = \{x \mid (a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0\}$, 且集合 A 有且只有一个真子集, 求实数 a 的值.

23. 设集合 $A = \{x, y\}$, 集合 $B = \{x \mid 0, x^2\}$, 若 $A = B$, 求实数 x, y .

24. 已知集合 $M = \{-2, 3x^2 + 3x - 4, x^2 + x - 4\}$, $2 \in M$, 求 x .

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

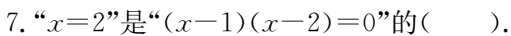
2. 设全集 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, 集合 $A = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$.

3. 已知集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

4. 设集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B = \{x | x \leq a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为().

5. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足条件 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为().

6. 已知三个集合 U, A, B 之间的关系如图所示, 则 $(\complement_U B) \cap A =$ ().



- 5

8. “ $x=y$ ”是“ $|x|=|y|$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
9. “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
10. “ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

11. 已知 $M = \{(x, y) | x + y = 5\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 7\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
12. 若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为_____.
13. 设集合 $A = \{(x, y) | y = 2x + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x^2 + ax + 5\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.
14. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$ _____.
15. “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的_____条件.
16. “2 的倍数”是“4 的倍数”的_____条件.
17. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
18. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题

19. 非空集合 A, B 中, $p: x \in A \cup B$, $q: x \in B$. 请写出 p 是 q 的什么条件.

20. 已知全集 $U = \{x | x \leq 4\}$, $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 3\}$, 求 $\complement_U A$, $A \cap B$, $\complement_U (A \cap B)$, $(\complement_U A) \cap B$.

21. 已知集合 $U = \{2, a^2 + 2a - 3, 3\}$, 集合 $A = \{b, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求 a, b 的值.

22. 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x - a \leq 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

23. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求使方程有两个大于 1 的实根的充要条件.

24. 已知集合 $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$, $B = \{a-5, 1-a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.

第一章自我检测题

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为().

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}^*$; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 所有真子集的个数为().

A. 3 B. 6 C. 7 D. 8

3. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B$ 等于().

A. $\{4, 5, 6\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$
C. $\{4\}$ D. $\emptyset$

4. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ().

A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | 3 < x < 5\}$
C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x < 5\}$

5. “ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的().

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B =$ ().

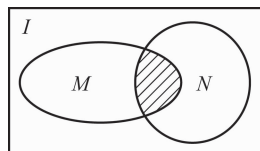
A. $\{0, 2, 3, 6\}$ B. $\{0, 3, 6\}$
C. $\{1, 2, 5, 8\}$ D. $\emptyset$

7. 设 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是().

A. $[1, 3]$ B. $[3, +\infty)$
C. $[1, +\infty)$ D. $(1, 3)$

8. 集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x | x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合为().

A. $\{x | x \leq 1\}$
B. $\{x | x < 2\}$
C. $\{x | -2 < x < 2\}$
D. $\{x | -2 < x \leq 1\}$



9. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + 2y = 4\}$, 集合 $B = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\{1, 2\}$

B. $\{(2, 1)\}$

C. $\{(1, 2)\}$

D. (1, 2)

10. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x = 2a, a \in A\}$, 则集合

$\complement_U(A \cup B)$ 中元素的个数为().

A.1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题

11. 已知集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x > -2\}$, 那么 $A \cap B =$ _____.

12. 设集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{-1, 5, 2\}$, 且 $A \cap B = \{2\}$, 那么 $A \cup B =$ _____.

13. 集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$.

14. 设集合 $A = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $B = \{-1, 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 那么 $m =$ _____.

15. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x - y = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

16. “ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的_____条件.

17. “ $a=3$ 且 $b=5$ ”的条件是“ $(a-3)^2 + |b-5| = 0$ ”.

18. 已知 $p: 2x-6 \geq 0, q: x \geq a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题

19. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2+(m+1)x+m=0\}$. 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 求 m 的值.

20. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|3\leq x<7\}$, $B=\{x|2<x<10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U (A\cup B)$ 及 $(\complement_U A)\cap B$.

21. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x<3 \text{ 或 } x\geq 7\}$, $B=\{x|x<a\}$. 若 $(\complement_U A)\cap B\neq\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知集合 $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,x^2+1\}$. 若 $A\cup B=\{1,2,3,5\}$, 求 x 及 $A\cap B$.

23. 已知集合 $A = \{x \mid kx^2 + 5x + 2 = 0\}$. 若 $A \neq \emptyset$, 且 $k \in \mathbf{N}$, 求 k 的所有值组成的集合.

24. 若集合 $A = \{x \mid ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 中最多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

河南省职教高考复习用书

数 学
同步强化检测
参考答案及解析

目 录

第一章 集合	1	第二节 等差数列	30
第一节 集合的概念	1	第三节 等比数列	32
第二节 集合的运算及充要条件	2	第六章自我检测题	34
第一章自我检测题	3	第七章 平面向量	36
第二章 不等式	5	第一节 平面向量的基本概念及	
第一节 不等式的基本性质及区间	5	线性运算	36
第二节 解不等式	6	第二节 平面向量的坐标表示和	
第二章自我检测题	7	向量的数量积运算	37
第三章 函数	9	第七章自我检测题	39
第一节 函数的概念及其表示方法	9	第八章 平面解析几何	41
第二节 函数的性质	10	第一节 直线方程与两直线的位	
第三章自我检测题	12	置关系	41
第四章 指数函数与对数函数	14	第二节 圆的方程及直线、圆的位	
第一节 指数与指数函数	14	置关系	44
第二节 对数与对数函数	15	第三节 椭圆、双曲线、抛物线	46
第四章自我检测题	16	第八章自我检测题	48
第五章 三角函数	18	第九章 立体几何	51
第一节 三角函数的概念与计算	18	第一节 线面的相关性质与判断	51
第二节 三角函数的图像和性质、正		第二节 柱、锥、球及其简单组合体	
弦型函数	20		53
第三节 三角公式(两角和与差公		第九章自我检测题	55
式、倍角公式)	22	第十章 排列、组合、二项式定理	57
第四节 正弦、余弦定理及应用	24	第十章自我检测题	57
第五章自我检测题	27	第十一章 概率与统计初步	59
第六章 数列	29	第十一章自我检测题	59
第一节 数列的概念	29	期末考试综合测试卷	60

参考答案及解析

第一章 集 合

第一节 集合的概念

一、选择题

1. A 解析:由题意可知 $a-1=-2$, 解得 $a=-1$, 然后代入 a^2 中得 $N=\{-2, 1\}$. 故选 A.
2. A 解析:选项 A 中, 由 $|x|+|y|=0$ 得 $x=0, y=0$, 所以 $\{(x, y) \mid |x|+|y|=0\}=\{(0, 0)\} \neq \emptyset$.
选项 B 中, 对于方程 $x^2+4x+5=0, \Delta=4^2-4 \times 5 < 0$, 或者 $x^2+4x+5=(x+2)^2+1 > 0$, 所以方程无解, 即 $\{x \mid x^2+4x+5=0\}=\emptyset$.
- 选项 C 中, 由指数函数的性质可知 $e^x > 0$, 所以 $\{x \mid e^x < 0\}=\emptyset$. 故选 A.
3. B 解析:因为 $a \in A$, 所以 $B=\{0, 1, 4\}$, 共有 3 个元素.
4. D 解析:子集的个数是 2^n .
5. C
6. A 解析:本题考查空集的性质.
7. C 解析:由题意可知集合 M 为包含元素 1, 2 的 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集, 故其个数为 $2^3-1=7$. 故选 C.
8. B 解析:可赋予 k 具体的值.
9. B 解析:由题意可知 $a^2-3=-2$, 解得 $a=\pm 1$, 当 $a=-1$ 时, $M=\{3, 1, -2\}, N=\{-1, -2\}$, 不满足题意, 故舍去; 当 $a=1$ 时, $M=\{3, 1, -2\}, N=\{1, -2\}$, 满足题意. 故选 B.
10. C 解析:集合元素具有无序性.

二、填空题

11. $\in, \notin, \in, \in$ 解析:此题考查的是数与常用数集的关系.
12. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ 解析:要使 $\{2a, a^2+1\}$ 为一个集合, 应有 $2a \neq a^2+1$, 即 $a^2-2a+1 \neq 0$, 解得 $a \neq 1$, 所以 a 的取值范围是 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.
13. $B \subseteq A$ 解析:此题考查的是集合间的关系. 集合 B 是集合 A 的子集.
14. 14 解析:集合中有 n 个元素, 那么集合的非空真子集共有 2^n-2 个.
15. $\{-1, 3\}$ 解析:集合 $\{x \mid (x+1)(x^2-2x-3)=0\}=\{x \mid (x+1)^2(x-3)=0\}$, 用列举法表示为 $\{-1, 3\}$.
16. 5 解析:集合 B 用列举法表示为 $B=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 所以集合 B 中有 5 个元素.

$$17. 0 \text{ 或 } 2 \quad \text{解析: 因为 } x \in \{1, 2, x^2\}, \text{ 所以列方程组 } \begin{cases} x=1, \\ x=2, \\ x=x^2, \text{ 解得 } x=0 \text{ 或 } x=2. \\ x^2 \neq 1, \\ x^2 \neq 2, \end{cases}$$

$$18. \left(2, \frac{5}{2}\right] \quad \text{解析: 因为 } A \neq \emptyset \text{ 且 } A \subseteq B, \text{ 所以列方程组 } \begin{cases} a+1 < 2a-1, \\ a+1 \geq -1, \\ 2a-1 \leq 4, \end{cases} \text{ 解得 } \left(2, \frac{5}{2}\right].$$

三、解答题

$$19. \text{【参考答案】根据集合中元素的互异性可知 } \begin{cases} x \neq 1, \\ x \neq x^2, \text{ 解得 } x \neq \pm 1 \text{ 且 } x \neq 0. \\ x^2 \neq 1, \end{cases}$$

所以元素 x 所满足的条件为 $\{x \in \mathbf{R} | x \neq \pm 1 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

20.【参考答案】因为 $x \subseteq A$, 所以 $B = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$, 又因为 $P = \{a\}$, 所以 $P \subseteq B$.

21.【参考答案】若 $B \subseteq A$, 则 $a^2 - 3a + 4 = 8$ 或 $a^2 - 3a + 4 = a$, 解并检验得 $a = 4$ 或 $a = -1$.

22.【参考答案】由题意可知集合 A 只有 1 个元素.

当 $a^2 - 1 = 0$ 时, $a = \pm 1$, $A = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, 满足题意;

当 $a^2 - 1 \neq 0$ 时, 要使方程 $(a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有唯一的实根, 则有 $(-2)^2 - 4 \times (a^2 - 1) \times (-1) = 0$, 解得 $a = 0$, 此时 $A = \{-1\}$, 满足题意.

综上所述, 满足条件的 a 的值有 $-1, 0, 1$.

23.【参考答案】因为 $A = B$, 所以 $x = 0$ 或 $y = 0$.

当 $x = 0$ 时, $x^2 = 0$, 则 $B = \{0, 0\}$, 不满足集合中元素的互异性, 故舍去; 当 $y = 0$ 时, $x = x^2$, 解得 $x = 0$ (舍去) 或 $x = 1$.

综上所述, $x = 1, y = 0$.

24.【参考答案】因为集合 $M = \{-2, 3x^2 + 3x - 4, x^2 + x - 4\}$, $2 \in M$, 所以 $\begin{cases} 3x^2 + 3x - 4 \neq -2, \\ x^2 + x - 4 \neq -2, \\ 3x^2 + 3x - 4 \neq x^2 + x - 4, \\ 3x^2 + 3x - 4 = 2 \text{ 或 } x^2 + x - 4 = 2, \end{cases}$

解得 $x = -3$ 或 $x = 2$.

第二节 集合的运算及充要条件

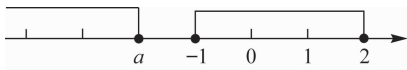
一、选择题

1. D 解析: 由并集的定义得 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 故选 D.

2. A 解析: 由补集的定义得 $\complement_U A = \{1, 7\}$.

3. A 解析: 因为 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 故 $A \cap B = \{1, 3\}$. 故选 A.

4. C 解析: 如图, 要使 $A \cap B = \emptyset$, 应有 $a < -1$. 故选 C.



5. D 解析: $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\} = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 因为 $A \subseteq C$, 所以元素 $1, 2 \in C$. 又因为 $C \subseteq B$, 所以满足条件的集合 $C = \{1, 2\}$ 或 $\{1, 2, 3\}$ 或 $\{1, 2, 4\}$ 或 $\{1, 2, 3, 4\}$, 共 4 个. 故选 D.

6. C 解析: 由 Venn 图可知 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 5, 6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2\}$. 故选 C.

7. A 解析: $(x-1)(x-2) = 0$ 的解有两个: 1 和 2, 所以“ $x=2$ ”是“ $(x-1)(x-2) = 0$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

8. A 解析: 若 $x = y$, 则一定能得到 $|x| = |y|$. 相反, 若 $|x| = |y|$, 可能得到 $x = -y$. 所以“ $x = y$ ”是“ $|x| = |y|$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

9. A 解析: $x^2 = 4$ 的解有两个: -2 和 2 , 所以“ $x=2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

10. C 解析: $(x-2)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ 或 $x > 2$, 所以“ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的充要条件.

二、填空题

11. $\{(6, -1)\}$ 解析: $M \cap N = \{(6, -1)\}$.

12. $1, -1$ 或 0 解析: 当 $m = 0$ 时, $B = \emptyset$, 满足 $A \cup B = A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B = \left\{\frac{1}{m}\right\}$, 而 $A \cup B = A$, 所以 $\frac{1}{m} = 1$ 或 $\frac{1}{m} = -1$, 解得 $m = 1$ 或 $m = -1$. 故 $m = 1, -1$ 或 0 .

13. $(-2, 6)$ 解析: 因为 $A = \{(x, y) | y = 2x + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x^2 + ax + 5\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$,

由 $\begin{cases} y=2x+1, \\ y=x^2+ax+5, \end{cases}$ 化简得 $x^2+(a-2)x+4=0$, 所以方程无解, 即 $\Delta=(a-2)^2-16<0$, 解得 $-2<a<6$.

14. $\{3, 4, 5\}$ 解析: 因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$.

15. 充分不必要 解析: 可通过画集合的 Venn 图得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.

16. 必要不充分 解析: 一个数是 4 的倍数就一定是 2 的倍数. 相反, 一个数是 2 的倍数却不一定是 4 的倍数. 因此, “2 的倍数”是“4 的倍数”的必要不充分条件.

17. 必要不充分 解析: 由 $x^2-x-2<0$ 解得 $-1<x<2$. 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以“ $x<2$ ”是“ $x^2-x-2<0$ ”的必要不充分条件.

18. 充要 解析: 因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ 且 $n \neq 0$, 所以“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

三、解答题

19. 【参考答案】显然 $x \in A \cup B$ 不一定有 $x \in B$, 但 $x \in B$ 一定有 $x \in A \cup B$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件.

20. 【参考答案】 $\complement_U A = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$, $A \cap B = \{x | -1 < x < 3\}$,

$\complement_U (A \cap B) = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{3\}$.

21. 【参考答案】根据题意可列方程组 $\begin{cases} a^2+2a-3=5, \\ b=3, \end{cases}$ 解得 $a=-4, b=3$ 或 $a=2, b=3$.

22. 【参考答案】集合 $N = \{x | x-a \leq 0\} = \{x | x \leq a\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则画出数轴图, 实数 a 的取值范围为 $[-1, +\infty)$.

23. 【参考答案】令 $f(x) = x^2 + (2k-1)x + k^2$, 若使方程有两个大于 1 的实根, 则 $f(x)$ 与 x 轴的两个交点都位于 $(1, +\infty)$ 之内, 可列方程组 $\begin{cases} \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 \geq 0, \\ -\frac{2k-1}{2} > 1, \\ 1^2 + 2k-1 + k^2 > 0, \end{cases}$ 解得 $k < -2$.

24. 【参考答案】若 $A \cap B = \{9\}$, 则 $9 \in A$, 所以 $2a-1=9$ 或 $a^2=9$, 解得 $a=5$ 或 $a=\pm 3$. 当 $a=5$ 时, $A = \{-4, 9, 25\}$, $B = \{0, -4, 9\}$, 此时 $A \cap B = \{-4, 9\} \neq \{9\}$, 故 $a=5$ 舍去. 当 $a=3$ 时, $B = \{-2, -2, 9\}$, 不符合要求, 故 $a=3$ 舍去. 当 $a=-3$ 时, $A = \{-4, -7, 9\}$, $B = \{-8, 4, 9\}$, 符合题意, 所以 a 的值为 -3 .

第一章自我检测题

一、选择题

1. B 解析: ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$ 正确. ② 集合之间不能用“ $\in$ ”, 故错误. ③ $0 \in \mathbf{N}^*$ 错误. ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$ 正确. 故选 B.

2. C 解析: 真子集含一个元素的有 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$, 共 3 个; 含两个元素的有 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$, 共 3 个; 空集是任何非空集合的真子集, 所以一共有 7 个真子集. 故选 C.

3. B 解析: 因为 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 4, 5, 6\}$. 故选 B.

4. D 解析: 因为 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 通过数轴可知 $M \cap N = \{x | -3 < x < 5\}$. 故选 D.

5. A 解析: “ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

6. A 解析: 因为 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, $A = \{1, 5, 8\}$, 所以 $\complement_U A = \{0, 3, 6\}$, 又因为 $B = \{2\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{0, 2, 3, 6\}$. 故选 A.

7. C 解析: 因为 $B \subseteq A$, 所以 $2a > a+3$ 或 $\begin{cases} 2a \geq 2, \\ a+3 \leq 6, \end{cases}$ 解得 $a > 3$ 或 $1 \leq a \leq 3$, 综合可得 $a \geq 1$. 故选 C.

8. D 解析: 因为集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$, 所以 $M = \{x | -2 < x < 2\}$. 因为 $N = \{x | x \leq 1\}$, 且图中阴影部分表示 M, N 两集合的交集, 所以 $M \cap N = \{x | -2 < x \leq 1\}$. 故选 D.

9. B

10. B 解析: 因为 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$, $B = \{x \mid x = 2a, a \in A\} = \{2, 4\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 2, 4\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{3, 5\}$. 故选 B.

二、填空题

11. $(-2, 2)$ 解析: 这两个集合都是用描述法表示的集合, 并且元素无法一一列举出来. 做这道题时, 可以借助数轴.

12. $\{-1, 0, 2, 5\}$ 解析: 因为 $A \cap B = \{2\}$, 所以集合 A 中 $a = 2$, 所以 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 5\}$.

13. $[1, 3]$ 解析: 因为集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x \mid x \geq 1\}$, 所以 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$.

14. -1 或 4 解析: 因为 $A \cap B = \{3\}$, 所以 $m^2 - 3m - 1 = 3$, 解得 $m = -1$ 或 $m = 4$.

15. $\{(2, 1)\}$ 解析: 根据题意可以列方程组 $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

16. 充分不必要 解析: “ $a > 4$ ”能推出“ $a > 1$ ”, 但“ $a > 1$ ”推不出“ $a > 4$ ”, 所以“ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的充分不必要条件.

17. 充要

18. $(-\infty, 3)$ 解析: $p: 2x - 6 \geq 0$, 解得 $x \geq 3$. $q: x \geq a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 $a < 3$.

三、解答题

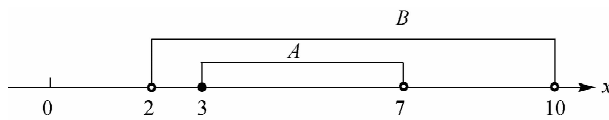
19. 【参考答案】 $A = \{-2, -1\}$, 由 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 得 $B \subseteq A$.

当 $m = 1$ 时, $B = \{-1\}$, 符合 $B \subseteq A$;

当 $m \neq 1$ 时, $B = \{-1, -m\}$, 而 $B \subseteq A$, 所以 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

综上所述, $m = 1$ 或 $m = 2$.

20. 【参考答案】把集合 A, B 在数轴上表示如下:



由图可知 $\complement_U B = \{x \mid x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$, $A \cup B = \{x \mid 2 < x < 10\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{x \mid x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$.

因为 $\complement_U A = \{x \mid x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$, 所以 $(\complement_U A) \cap B = \{x \mid 2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$.

21. 【参考答案】因为 $A = \{x \mid x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$,

所以 $\complement_U A = \{x \mid 3 \leq x < 7\}$.

又因为 $(\complement_U A) \cap B \neq \emptyset$, 所以 $a > 3$.

22. 【参考答案】由题意可知 $x^2 + 1 = 3$ 或 $x^2 + 1 = 5$.

若 $x^2 + 1 = 3$, 则 $x = \pm\sqrt{2}$; 若 $x^2 + 1 = 5$, 则 $x = \pm 2$. 综上, $x = \pm\sqrt{2}$ 或 $x = \pm 2$.

当 $x = \pm 2$ 时, $B = \{1, 2, 5\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 5\}$;

当 $x = \pm\sqrt{2}$ 时, $B = \{1, 2, 3\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 3\}$.

23. 【参考答案】当 $k = 0$ 时, $A = \{x \mid kx^2 + 5x + 2 = 0\} = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$. 符合题意.

当 $k \neq 0$ 时, 欲使 $A \neq \emptyset$, 须使方程 $kx^2 + 5x + 2 = 0$ 有解, 即 $\Delta = 5^2 - 8k \geq 0$, 解得 $k \leq \frac{25}{8}$. 因为 $k \in \mathbb{N}$ 且 $k \neq 0$,

所以 $k = 1, 2, 3$.

综上所述, k 的所有值组成的集合为 $\{0, 1, 2, 3\}$.

24. 【参考答案】分两种情况:

当 $a=0$ 时, 集合 $A=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$, 符合题意.

当 $a \neq 0$ 时, 要使集合 A 中最多含有一个元素, 则判别式 $\Delta=9-8a \leq 0$, 即 $a \geq \frac{9}{8}$.

综上所述, a 的取值范围为 $\left\{a \mid a=0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8}\right\}$.

第二章 不等式

第一节 不等式的基本性质及区间

一、选择题

1. A 解析: 根据不等式的性质, 可知 A 正确; 若 $a=1, b=-1, c=2, d=-2$, 则 $a-c < b-d, ac=bd, ad=bc$, 故 B, C, D 不正确. 故选 A.

2. A 解析: 因为方程 $a^2 x^2 + 4x + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 所以 $\begin{cases} a > 0, \\ \Delta > 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a > 0, \\ 16 - 8a^2 > 0, \end{cases}$

解得 $0 < a < \sqrt{2}$.

3. C

4. D 解析: 因为 $a+b > 0, b < 0$, 则 $a > 0, b < 0, -a < 0, -b > 0, a > -b, b > -a$, 所以 $a > -b > b > -a$. 故选 D.

5. A 解析: 若 $a > b+1$, 则 $a > b+1 > b$, 所以一定会有 $a > b$. 故选 A.

6. B 解析: 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \frac{a}{d} > \frac{b}{d}, \frac{a}{c} < \frac{a}{d}, \frac{b}{c} < \frac{b}{d}$, 所以 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$. 故选 B.

7. C 解析: 虽然 $a > b$, 但是正负值不确定, 所以①②错误. 故选 C.

8. C 解析: 因为 $a > b, c^2 + 1 \geq 1$, 所以 $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$. 故选 C.

9. C 解析: a, b 可能为正数、零、负数, 因此选项 A, B, D 无法确定, 而 a 一定小于 $a+1$. 故选 C.

10. D

二、填空题

11. $>$

12. $<$

13. $<$ 解析: 因为 $a > 0, b-1 < b$, 所以 $\frac{b-1}{a} < \frac{b}{a}$.

14. $>$ 解析: 因为 $a(a+b) = a^2 + ab$, 又因为 $a > b > 0$, 即 $ab > 0$, 所以 $a(a+b) > a^2$.

15. $\emptyset$ 解析: 根据题意可得集合 $A = \{x \mid x > 5\}, B = \{x \mid x > 7\}, \complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid x \leq 5\}$, 所以 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \emptyset$.

16. $<$ 解析: 因为 $M = \sqrt{2\,019} - \sqrt{2\,018} > 0, N = \sqrt{2\,018} - \sqrt{2\,017} > 0$, 所以 $\frac{1}{M} = \frac{\sqrt{2\,019} + \sqrt{2\,018}}{(\sqrt{2\,019} - \sqrt{2\,018})(\sqrt{2\,019} + \sqrt{2\,018})} = \sqrt{2\,019} + \sqrt{2\,018}, \frac{1}{N} = \frac{\sqrt{2\,018} + \sqrt{2\,017}}{(\sqrt{2\,018} - \sqrt{2\,017})(\sqrt{2\,018} + \sqrt{2\,017})} = \sqrt{2\,018} + \sqrt{2\,017}$, 因为 $\frac{1}{M} - \frac{1}{N} = \sqrt{2\,019} - \sqrt{2\,017} > 0$, 所以 $M < N$.

17. $(8, 32), (-7, 17)$ 解析: 由 $5 < x < 20, 3 < y < 12$ 可得 $8 < x+y < 32$. 由 $-12 < -y < -3$ 可得 $-7 < x-y < 17$.

18. $>$ 解析: 因为 $m^4 + n^4 - (m^3 n + m n^3) = (m-n)(m^3 - n^3) = (m-n)^2(m^2 + mn + n^2) > 0$, 所以 $m^4 + n^4 > m^3 n + m n^3$.