

福建省中等职业学校学业水平考试复习丛书

数学复习指导

《数学复习指导》编写组 编

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

X2

华腾新思

福建省

中等职业学校学业水平考试复习丛书

数学复习指导

《数学复习指导》编写组 编

赠

精品微课



严格依据**最新考纲**编写



深度体现“**新课标**”要求



知识讲解+模拟试卷+参考答案，一本在手，知识全有

福建省

中等职业学校学业水平考试复习丛书

语文复习指导

数学复习指导

英语复习指导

思想政治复习指导

免费提供

精品教学资料包

服务热线: 400-615-1233
www.huatengzy.com



定价: 69.80元



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

福建省

中等职业学校学业水平考试复习丛书

数学复习指导

《数学复习指导》编写组 编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

· 上海 ·

内 容 提 要

本书共十二章,内容包括集合、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、直线与圆的方程、简单几何体、概率与统计初步、充要条件、数列、平面向量、立体几何.每章根据考纲的要求详述相关知识,“考纲划重点”总结了本章的考试范围与要求,并对命题趋势进行了解读与预测.“知识结构图”对本章知识点进行了归纳.“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.“典例精析”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路.“巩固练习”针对每章考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

本书既可以作为福建省中等职业学校学业水平考试复习用书,也可以作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

数学复习指导 / 《数学复习指导》编写组编. --上海: 同济大学出版社, 2021.7(2025.8重印)
ISBN 978-7-5608-6523-2
I. ①数… II. ①数… III. ①数学课-中等专业学校-升学参考资料 IV. ①G634.603
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 125518 号

数学复习指导

《数学复习指导》编写组 编

责任编辑 张平官 责任校对 徐春莲 封面设计 黄燕美

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 13
字 数 324 000
版 次 2021 年 7 月第 1 版
印 次 2025 年 8 月第 4 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-6523-2

定 价 69.80 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前言

PREFACE

通过多年的摸索与实践,福建省中等职业学校学业水平考试越来越规范有序.从考试内容和考试形式上来看,参加福建省中等职业学校学业水平考试的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年福建省中等职业学校学业水平考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套福建省中等职业学校学业水平考试复习丛书,供广大考生在复习时使用.

本书是该复习丛书之《数学复习指导》.数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在.本书在编写时紧扣大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书具有以下鲜明特色.

1. 编者阵容强大,熟知考情学情

本书编写人员均系福建省中等职业学校的骨干教师.他们始终工作在教学第一线,对福建省中等职业学校学业水平考试的命题趋势有深入的研究,熟知学生的复习状况,因此本书具有极强的针对性.

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加福建省中等职业学校学业水平考试的考生量身定做的复习用书.知识点的选取、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势.

3. 编排合理,设计科学

本书共十二章,内容包括集合、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、直线与圆的方程、简单几何体、概率与统计初步、充要条件、数列、平面向量、立体几何.每章根据考纲的要求详述相关知识点.

“考纲划重点”总结了本章的考试范围与要求,并对命题趋势进行了解读与预测.

“知识结构图”对本章知识点进行了归纳.

“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.

“典例精析”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路.

“巩固练习”针对本章考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

衷心希望本套福建省中等职业学校学业水平考试复习丛书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足,敬请各位读者不吝指正.

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学复习指导》编写组

目录

CONTNETS

基础模块部分

第一章	集合	3
	第一节 集合和集合之间的关系	4
	第二节 集合的运算	9
	第一章自我检测	14
第二章	不等式	16
	第一节 不等式的基本性质与区间	17
	第二节 不等式的解法	21
	第二章自我检测	28
第三章	函数	30
	第一节 函数的概念及其表示方法	31
	第二节 函数的性质	36
	第三节 函数的实际应用及常用初等函数	44
	第三章自我检测	51
第四章	指数函数与对数函数	53
	第一节 实数指数幂	54
	第二节 指数函数	58
	第三节 对数	62
	第四节 对数函数	65
	第四章自我检测	70
第五章	三角函数	72
	第一节 角的概念推广	73
	第二节 弧度制与任意角的三角函数	76
	第三节 同角三角函数的基本关系式及诱导公式	80
	第四节 三角函数的图像和性质	84

第五节 已知三角函数值求角	87
第五章自我检测	91

第六章 直线与圆的方程 94

第一节 直线方程	95
第二节 两条直线的位置关系	101
第三节 圆	105
第六章自我检测	111

第七章 简单几何体 113

第一节 三视图与直观图	114
第二节 棱柱与棱锥	119
第三节 圆柱、圆锥、球及简单组合体	123
第七章自我检测	128

第八章 概率与统计初步 131

第一节 随机事件与概率	132
第二节 总体、样本与抽样方法	136
第八章自我检测	142

拓展模块一部分

第九章 充要条件 147

充要条件	148
第九章自我检测	151

第十章 数列 153

第一节 数列的概念	154
第二节 等差数列	157
第三节 等比数列	162
第十章自我检测	167

第十一章 平面向量 169

第一节 平面向量的概念及线性运算	170
第二节 平面向量的坐标表示	175
第三节 平面向量的内积	178
第十一章自我检测	182

第十二章 立体几何 184

第一节 平面的基本性质	185
第二节 空间中的平行关系	189
第三节 空间中的垂直关系和角	193
第十二章自我检测	200

基础模块部分

第一章 集合

第二章 不等式

第三章 函数

第四章 指数函数与对数函数

第五章 三角函数

第六章 直线与圆的方程

第七章 简单几何体

第八章 概率与统计初步

第一章 集合

【考纲划重点】

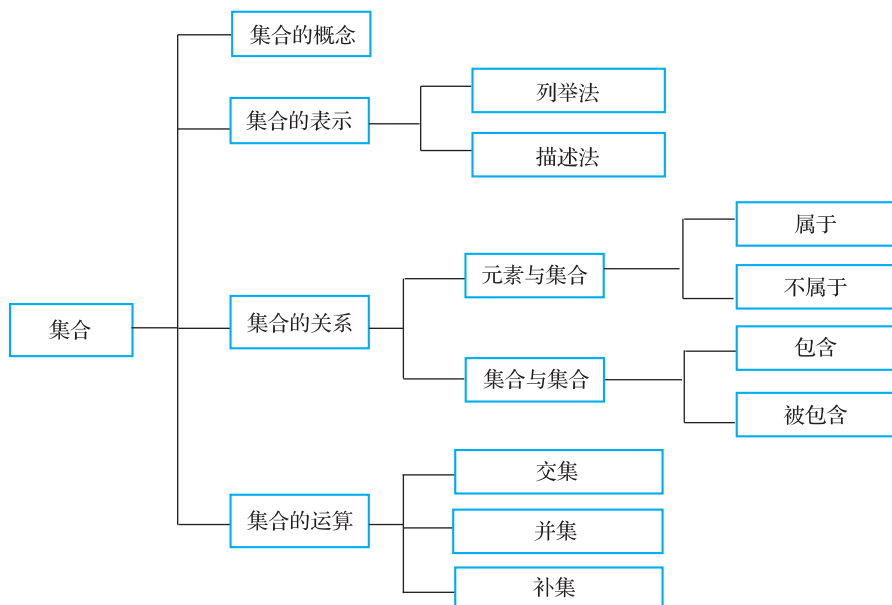
考试范围与要求

1. 了解集合的概念;理解元素与集合之间的关系;了解空集、有限集和无限集的含义;掌握常用数集的表示符号,掌握列举法和描述法等集合的表示方法.
2. 理解集合之间包含与相等、子集与真子集的含义;掌握集合之间基本关系的符号表示.
3. 理解两个集合的交集、并集;了解全集和补集的含义.

考试解读与预测

1. 会用适当的符号表示元素与集合、集合与集合之间的关系.
2. 集合的运算是本章重点知识和重要考点,解题时要重视数形结合思想的应用.

知识结构图



第一节 集合和集合之间的关系

知识清单

知识点一 集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成了一个集合,常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a, b, c 等来表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

(1) 空集. 不含任何元素的集合叫作空集,记作 $\emptyset$.

(2) 正整数集. 所有正整数组成的集合叫作正整数集,记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$.

(3) 自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 $\mathbf{N}$.

(4) 整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集,记作 $\mathbf{Z}$.

(5) 有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 $\mathbf{Q}$.

(6)实数集.所有实数组成的集合叫作实数集,记作 $\mathbf{R}$.

5. 集合的两种表示法

(1)列举法.把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫作列举法.

注意:用列举法表示集合时,要注意以下几点:

- ①元素之间用“,”隔开.
- ②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).
- ③元素不能遗漏.
- ④当集合中的元素较少时用列举法比较简单;若集合中的元素较多或无限,但存在一定的规律,在不发生误解的情况下,也可以用列举法表示.

(2)描述法.用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x|p(x)\}$,其中“ x ”是集合中元素的代表形式,“ $p(x)$ ”是集合中元素的共同特征,两者之间的竖线不可省略.

注意:用描述法表示集合时,要注意以下几点:

- ①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).
- ②写明集合中元素的特征或性质.
- ③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确,不产生歧义;多层描述时,应当准确使用“且”“或”等关联词.
- ④所有描述的内容都要写在大括号内.
- ⑤在不引起混淆的情况下,用描述法表示集合时有时也可以省去竖线和竖线左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 x .

6. 常见的集合表示

(1)方程的解集: $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 或 $\{1,2\}$,一般用列举法表示.

(2)方程组的解集: $\{(3,1)\}$ 或 $\left\{(x,y) \left| \begin{cases} x-2y=1 \\ x+3y=6 \end{cases} \right.\right\} = \left\{(x,y) \left| \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \right.\right\}$,一般用后者表示.

(3)点集: $\{(x,y)|y=2x+1\}$.

知识点二 集合间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$;对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

注意:不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合 A 的子集包括它本身,而这个子集由集合 A 的全体元素组成;空集也是集合 A 的子集,但这个子集中不包括集合 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,则集合 A 是集合 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A, B, C ,若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

注意:元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素也都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素也都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$ (A, B 的所有元素均相等).

注意: (1) 若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.

(2) 要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从“互为子集”入手进行判断. 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A=B$.

典例精析

例 1 下列各组对象中,能构成集合的是().

- (1) 我国著名的数学家;
- (2) 超过 20 的所有自然数;
- (3) 某校今年新入学的矮个子学生;
- (4) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数解;
- (5) 在直角坐标平面内,第三象限的所有点.

A. (1)(2)(3) B. (2)(3)(4) C. (2)(4)(5) D. (3)(4)(5)

【解析】 (1) 中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;(3) 中的“矮个子学生”这一标准不确定,无法判定某人是高还是矮,不能构成集合;(4) 中的对象是有限的,确定的;(2)(5) 中的对象虽然有无限个,但也是确定的. 故选 C.

【技巧点拨】 判断某组对象能否构成集合,关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.

例 2 用列举法表示下列集合.

- (1) $A = \{x | -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;
- (2) $B = \{(x, y) | 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

【解析】 (1) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$; (2) $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$.

【技巧点拨】 掌握集合的两种表示方法:列举法、描述法.

例 3 设集合 $A = \{0\}$, 下列结论正确的是().

A. $A = 0$ B. $A = \emptyset$ C. $0 \in A$ D. $\emptyset \in A$

【解析】 本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

【技巧点拨】 正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义是正确处理此类问题的关键.

例 4 已知集合 $A = \{x | (x+1)(x-2) = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

【解析】 由题意得: $A = \{-1, 2\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $B = \emptyset$ 或 $B = \{-1\}$ 或 $B = \{2\}$ 或 $B = \{-1, 2\}$.

又因为 $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 所以 $B = \{-1, 2\}$ 不成立.

当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$, 解得 $p > 4$;

当 $B = \{-1\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ (-1)^2 - 4 \times (-1) + p = 0, \end{cases}$ 无解;

当 $B = \{2\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ 2^2 - 4 \times 2 + p = 0, \end{cases}$ 解得 $p = 4$.

综上所述, 实数 p 的取值范围是 $\{p | p \geq 4\}$.

【技巧点拨】 本题考查了两个集合包含或相等关系的问题.



例 2



例 4

巩固练习

基础实战

一、选择题

- 下列关系不正确的是().
A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $-4 \in \mathbf{R}$ C. $2.1 \in \mathbf{Q}$ D. $1.5 \in \mathbf{Z}$
- 下列关系正确的是().
A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\{0\} \in \emptyset$ D. $1 \in \emptyset$
- 下列对象构成的集合是无限集的是().
A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生 B. 方程 $x^2=1$ 的解
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数 D. 所有大于 3 的实数
- 若集合 $A=\{-1,-2,1,2\}$, 则集合 A 的元素个数是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若集合 $A=\{(-1,-2),(1,2)\}$, 则集合 A 的元素个数是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列集合是用列举法表示的是().
A. $\{\text{绝对值小于 } 2 \text{ 的实数}\}$ B. $\{a,b\}$
C. $\{x|x^2<0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x<1\}$
- 下列对象中能组成集合的是().
A. 好人 B. 非常小的数 C. 有趣的书 D. 小于 5 的数
- 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$, 其中正确的个数为().
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 下列选项中, 表述正确的是().
A. 由 1, 3, 5, 7, 5, 3 组成的集合中有 6 个元素
B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合
C. 集合 $\{0\}$ 是空集
D. 阳光小学一(3)班的所有同学可以组成集合
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是().
A. $\emptyset$ B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 用列举法表示集合 $\{x|(x-1)(x-2)=0\}$ 的结果是().
A. $\{1, 2\}$ B. 1, 2 C. $\{1, 2\}$ D. 以上都不是
- 集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 所有子集的个数是().
A. 8 B. 14 C. 15 D. 16
- 若集合 $M=\{m, 2-m\}$, 则实数 m 需满足().
A. $m \neq 2$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq -1$ D. $m \neq -2$
- 已知集合 $M=\{-1, 0, m^2\}$, $N=\{-1, 0, 2m-1\}$, 若 $M=N$, 则实数 $m=($).
A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1
- 设集合 $M=\{x|x \leq \sqrt{5}\}$, $a=2$, 则下列关系正确的是().
A. $a \subseteq M$ B. $a \not\subseteq M$ C. $a \in M$ D. $a \notin M$

16. 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是().

A. $M = \{(2, 3)\}, N = \{2, 3\}$

B. $M = \{3.14\}, N = \{\pi\}$

C. $M = \{0\}, N = \emptyset$

D. $M = \{0, 1, 2, 3\}, N = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 3\}$

17. 方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集为().

A. $\{-1, 2\}$

B. $(-2, 2)$

C. $\{(-1, 2)\}$

D. $\{(x, y) \mid x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$

二、填空题

1. 用适当的符号($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$)填空.

(1) 3 _____ $\{2, 3\}$; (2) π _____ $\mathbf{Q}$; (3) $\{1, 2, 3\}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(4) $\mathbf{N}^*$ _____ $\mathbf{Z}$; (5) $\{-3, 3\}$ _____ $\{x \mid x^2 = 9\}$.

2. 已知集合 $P = \{x \mid 2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$, 且集合 P 中恰有 3 个元素, 则整数 $a =$ _____.

3. 绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是_____.

4. 下列六个关系式: ① $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; ② $\{a, b\} = \{b, a\}$; ③ $0 = \emptyset$; ④ $0 \in \{0\}$; ⑤ $\emptyset \in \{0\}$; ⑥ $\emptyset \subseteq \{0\}$. 其中正确的个数为_____.

三、解答题

1. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

2. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 和集合 A 的关系.

提升进阶

1. 满足 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数是().
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
2. 已知集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合, 求实数 a, b 的值.

第二节 集合的运算

知识清单

知识点一 集合的交集

1. 交集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

2. 交集的性质

- (1) $A \cap B = B \cap A$.
- (2) $A \cap A = A$.
- (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$.
- (4) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.

知识点二 集合的并集

1. 并集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

2. 并集的性质

- (1) $A \cup B = B \cup A$.
- (2) $A \cup A = A$.
- (3) $A \cup \emptyset = A$.
- (4) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

- (1) 用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-1).
- (2) 借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-2).

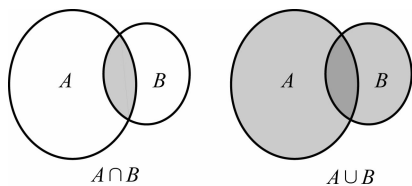


图 1-1

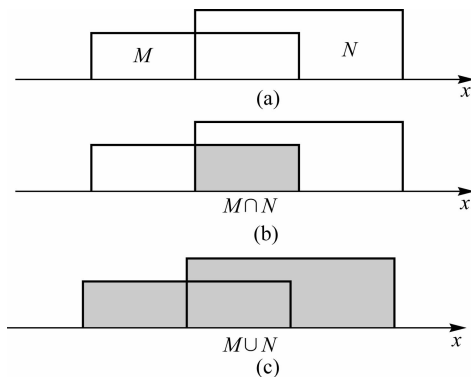


图 1-2

知识点三 集合的补集

1. 全集的定义

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用 U 表示.

注意:全集是一个相对的概念,在不同的情况下全集的概念不同.

2. 补集的定义

对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,读作“ A 在 U 中的补集”,即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

3. 补集的性质

- (1) $\complement_U(\complement_U A) = A$.
- (2) $\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset$.
- (3) $A \cup (\complement_U A) = U$.
- (4) $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$.

典例精析

例 1 已知集合 $A = \{2, 3, 4, 7\}, B = \{2, 5, 6, 7, 8, 10\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ B. $\{2, 7\}$
C. $\{2\}$ D. $\emptyset$

【解析】 因为 $2, 7 \in A, 2, 7 \in B$, 所以 $A \cap B = \{2, 7\}$. 故选 B.

【技巧点拨】 本题考查的是正确理解交集的定义.

例 2 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $B = \{x | -1 < x < 3\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, (\complement_U A) \cap B$.

【解析】 根据题意可得, $\complement_U A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $A \cup B = \{x | -1 < x < 3\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$.

【技巧点拨】 本题考查对集合运算的理解及性质的运用, 并且要注意端点的取值.

例 3 已知集合 $M = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $N = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

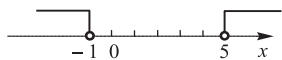


图 1-3

【解析】 如图 1-3 所示, 要使 $M \cap N = \emptyset$, 必须满足 $\begin{cases} a+3 \leq 5, \\ a \geq -1, \end{cases}$

解得 $-1 \leq a \leq 2$, 所以实数 a 的取值范围为 $\{a | -1 \leq a \leq 2\}$.

【技巧点拨】 解题时利用数轴表示集合, 便于寻求满足条件的实数 a . 特别需要注意的是“端点值”的问题, 要明确是能取“=”还是不能取“=”.

例 4 已知 U 为全集, 集合 $M \subsetneq U, N \subsetneq U$, 且 $N \subseteq M$, 则().

A. $(\complement_U M) \supseteq (\complement_U N)$

B. $(\complement_U M) \supseteq N$

C. $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$

D. $M \supseteq (\complement_U N)$

【解析】 根据各集合之间的关系作图(如图 1-4 所示), 这样就很容易做出判断. 故选 C.

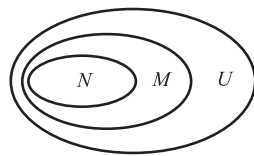


图 1-4

【技巧点拨】 (1) 考虑集合之间的关系, 用图形解答比较方便.

(2) 在数学中利用“数形结合”的思想, 往往能使问题简单化.

巩固练习

基础实战

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = ()$.
A. 0, 2 B. 0, 1, 2 C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\mathbf{N}$
- 若集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B = ()$.
A. $\{x | -2 < x < 4\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
- 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B = ()$.
A. 0, 3 B. 0, 1, 3 C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1, 3\}$
- 若集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B = ()$.
A. $\{x | -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 3\}$
C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 5\}$
- 已知全集 $U = \{x | x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | x > 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A = ()$.
A. $\{1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 已知集合 $\{1, 2\} \cup A = \{1, 2, 3\}$, 则符合条件的集合 A 的个数是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x>2\}$, $B=\{x|x<5\}$, 则 $A\cup B=(\quad)$.

- A. $\{x|x>2\}$ B. $\{x|x<5\}$ C. $\{x|2<x<5\}$ D. $\mathbf{R}$

9. 如图 1-5 所示, 阴影部分所表示的集合是($\quad$).

- A. $(\complement_S A) \cap B$
 B. $(\complement_S A) \cup B$
 C. $(A \cup B) \cap \complement_S (A \cap B)$
 D. $(A \cup B) \cup (\complement_S A) \cap B$

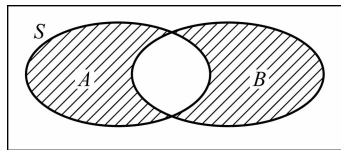


图 1-5

10. 设全集 $U=\mathbf{N}^*$, 集合 $A=\{2,3,6,8,9\}$, 集合 $B=\{x|x>3, x\in\mathbf{N}^*\}$, 则图 1-6 中阴影部分所表示的集合是($\quad$).

- A. $\{2\}$
 B. $\{2,3\}$
 C. $\{1,2,3\}$
 D. $\{6,8,9\}$

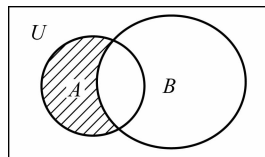


图 1-6

11. 设集合 $M=\{0,1,2\}$, $N=\{1,2\}$, $P=\{0,2,3\}$, 则 $M \cap N \cap P=(\quad)$.

- A. $\{0,2\}$ B. $\{0,2,3\}$
 C. $\{2\}$ D. $\{0,1,2,3\}$

12. 已知集合 $A=\{1,3,t\}$, $B=\{t^2-t+1\}$, 若 $A \cup B=A$, 则实数 t 的取值是($\quad$).

- A. $t=1$ B. $t=2, t=-1, t=0$
 C. $t=2, t=\pm 1$ D. 不存在

二、填空题

- 若集合 $A=\{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, $B=\{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若集合 $A=\{x | x < 6\}$, $B=\{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若集合 $A=\{0,3,5\}$, $B=\{-1,3,6\}$, $C=\{0,1,3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若集合 $A=\{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B=\{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若集合 $A=\{x | -4 < x < 6\}$, $B=\{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

- 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, 集合 $A=\{1,2,4,5\}$, 集合 $B=\{4,6,7,8\}$, 集合 $C=\{3,5,6,7\}$, 求 $A \cup B, B \cap C, \complement_U A$.

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A, \complement_U B$.

提升进阶

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | (x+1)(x-2) = 0\}$, $B = \{x | |x| = y+1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

2. 设集合 $A = \{x | a \leq x \leq a+2\}$, 集合 $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 6\}$.

(1) $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

第一章自我检测

一、选择题(共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 下列语句能构成集合的是().

- A. 我班学习好的男生
B. 与 0 接近的全体实数
C. 大于 π 的自然数
D. 优秀的中等职业学校

2. 下列说法中正确的有()个.

- ①空集没有子集;②任何集合至少有两个子集;
③空集是任何集合的真子集;④若 $\emptyset \subseteq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

3. 设集合 $A = \{-2, 2\}$, $B = \{-1, 2\}$, 则 $A \cup B = ()$.

- A. $\{2\}$
B. $\{-2, -1\}$
C. $\{-2, 2\}$
D. $\{-2, -1, 2\}$

4. 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B = ()$.

- A. $\{4\}$
B. $\{2, 4\}$
C. $\{1, 2, 4\}$
D. $\{1, 2, 3, 4\}$

5. 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $\emptyset$
B. $\{1, 2\}$
C. $\{1, 2, 4\}$
D. $\{1, 2, 3, 4\}$

6. 设集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, 则 $A \cup B = ()$.

- A. $\{0, 1, 2\}$
B. $\{1, 3\}$
C. $\{1\}$
D. $\{0, 1, 2, 3\}$

7. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{-1, 0\}$, 则 $A \cup B = ()$.

- A. $\emptyset$
B. $\{0\}$
C. $\{-1, 0, 1\}$
D. $\{0, 1\}$

8. U 为全集, M, N 为两个非空集合, 且满足 $M \cap N = M$, 则下列结论正确的是().

- A. $M \subseteq N$
B. $N \subseteq M$
C. $M = N$
D. $N \cap (\complement_U M) = \emptyset$

9. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | -1 < x \leq 0\}$, 则 $\complement_U A$ 等于().

- A. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$
B. $\{x | -1 \leq x < 0\}$
C. $\{x | x \leq -1 \text{ 且 } x \geq 0\}$
D. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 0\}$

10. 下列结论中正确的是().

- A. $\{0, 1, 2\} \cap \{-1, -2, 0\} = \emptyset$
B. $\{0, 1, 2\} \cup \{-2, -1, 0\} = \{-2, -1, 0, 0, 1, 2\}$
C. $\complement_{\mathbf{R}} \emptyset = \mathbf{R}$
D. $\{0, 1, 2\} \neq \{1, 0, 2\}$

11. 下列元素中属于集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{N}\}$ 的是().

- A. -2
B. 3
C. π
D. 0

12. 设集合 $M = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 集合 $N = \{(x, y) | 2x - y = 6\}$, 则 $M \cap N = ()$.

- A. $\{3, 0\}$
B. $\{(3, 0)\}$
C. $(3, 0)$
D. $\{(0, 3)\}$

二、填空题(共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

13. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, a\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $a =$ _____.14. 设集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

15. 已知全集 $U = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

16. 如果一个集合 A 由 5 个元素组成, 它的真子集中有两个分别是 $A_1 = \{a, b, c\}$, $A_2 = \{b, d, e\}$, 那么集合 $A =$ _____.

17. 设 m 为实数, $A = \{m+1, -3\}$, $B = \{2m-1, m-3\}$. 若 $A \cap B = -3$, 则 m 的值为 _____.

三、解答题(共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

18. 设集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid x \geq 3\}$.

(1) 求 $A \cap B$;

(2) 求 $(\complement_U A) \cup B$.

19. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x \mid 1 < x < a\}$ (a 为常数).

(1) 若 $a = \frac{3}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

数学模拟卷(一)

一、单项选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- A. $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | x > 3\}$
C. $\{x | x \geq 2\}$ D. $\{x | 3 < x \leq 4\}$

2. 已知 $2^x = 1$, 则 $x =$ ().

- A. 0 B. 1
C. 3 D. 4

3. 函数 $y = 2 \cdot 25^x$ 的图像经过点 ().

- A. (0, 1) B. (1, 0)
C. (1, 1) D. (2, 25, 1)

4. 函数 $y = x^2 - 2x + 1$ 的单调递减区间为 ().

- A. $[1, +\infty)$ B. $[-1, +\infty)$
C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, -1]$

5. 不等式 $(x+3)(x-2) \leq 0$ 的解集是 ().

- A. $(-3, 2)$ B. $[-3, 2]$
C. $(-2, 3)$ D. $[-2, 3]$

6. 若 θ 为第二象限角, 则点 $P(\sin \theta, \cos \theta)$ 在 ().

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

7. 设直线方程为 $3x - 12y - 9 = 0$, 则该直线在 y 轴上的截距为 ().

- A. 9 B. 3
C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

8. 已知向量 a 与向量 b 反向, $|a| = 6$, $|b| = 7$, 则 a 与 b 的关系是 ().

- A. $a = \frac{6}{7}b$ B. $a = -\frac{6}{7}b$
C. $a = \frac{7}{6}b$ D. $a = -\frac{7}{6}b$

9. “ $x = \frac{\pi}{2}$ ”是“ $\sin x = 1$ ”的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 化简 $\frac{2a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^2} =$ ().

- A. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ B. $2a$
C. $2ab$ D. $\frac{2a}{b}$

11. 已知点 $P(2, -1)$, $Q(4, -3)$, 则以 PQ 为直径的圆的方程为 ().

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$ B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$
C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$ D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{2}$

12. 在 300 张奖券中, 有 30 张中奖券, 从中任取 1 张中奖的概率是 ().

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{20}$
C. $\frac{1}{50}$ D. $\frac{1}{100}$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分.把答案填在相应位置)

13. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(0) =$ _____.

14. 函数 $y = \log_{25}(x-5)$ 的定义域为 _____.

15. 若直线 $x + y + a = 0$ (其中 a 为常数) 经过圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$ 的圆心, 则 $a =$ _____.

16. 一个圆柱的底面半径为 2, 高为 5, 那它的侧面积是 _____.

17. 某校有学生 2 000 人, 其中高三学生 500 人, 现采用分层抽样的方法抽取一个 200 人的样本, 则样本中高三学生的人数为 _____.

三、解答题(本题共 2 小题,每小题 10 分,共 20 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $S_5 = S_4 + 8, S_3 = a_2 - 8$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求等差数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 S_{10} .

19. 已知直线 $x + y - 6 = 0$ 和 $2x - y - 3 = 0$ 的交点为 P .

(1)求过点 P 且平行于直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 的直线方程;

(2)求点 P 到直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 的距离;

(3)求以点 P 为圆心且与直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 相切的圆的标准方程.

数学模拟卷(二)

一、单项选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的)

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|2\leq x\leq 4\}$, 则 $\complement_U A=(\quad)$.

- A. $\{x|2\leq x\leq 4\}$ B. $\{x|x<2 \text{ 或 } x>4\}$
C. $\{x|x\geq 2\}$ D. $\{x|x\leq 4\}$

2. 不等式 $(x+4)(x-1)\geq 0$ 的解集是 $(\quad)$.

- A. $(-\infty, -4]\cup[1, +\infty)$ B. $[-4, 1]$
C. $(-4, 1)$ D. $(-\infty, -4)\cup(1, +\infty)$

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} 2+x, & x<0, \\ 2^x, & x\geq 0, \end{cases}$ 则 $f(-2)+f(0)=(\quad)$.

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

4. 已知 $\log_2 a=3$, 则 $a^2=(\quad)$.

- A. 9 B. 36
C. 64 D. 81

5. 计算 $\sin(-1\,590^\circ)=(\quad)$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

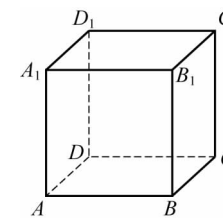
6. 已知圆心坐标是 $(4, -6)$, 半径 $r=\sqrt{11}$, 则该圆的标准方程为 $(\quad)$.

- A. $(x-4)^2+(y+6)^2=11$ B. $(x+4)^2+(y+6)^2=11$
C. $(x-4)^2+(y+6)^2=\sqrt{11}$ D. $(x+4)^2+(y+6)^2=\sqrt{11}$

7. 已知 D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中点, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC}=\mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AD}=(\quad)$.

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}$ B. $-\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}$
C. $-\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}$ D. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}$

8. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与直线 CD 平行的平面有 $(\quad)$.



- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

9. 从某地参加数学水平测试的 5 000 名学生的成绩中抽取 200 名学生的成绩进行统计分析, 在这个问题中, 200 名学生成绩是 $(\quad)$.

- A. 总体 B. 个体
C. 从总体中所取的一个样本 D. 总体的容量

10. 设角 $\alpha=\frac{5\pi}{6}$, 则其终边与单位圆交点的坐标为 $(\quad)$.

- A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
C. $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

11. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 若 $f(2)=3$, 则 $f(-2)=(\quad)$.

- A. 3 B. -3
C. -2 D. 不确定

12. 下列各函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数的是 $(\quad)$.

- A. $y=(\frac{1}{2})^x$ B. $y=\frac{1}{x}$
C. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ D. $y=\log_2x$

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 把答案填在相应位置)

13. 若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 则 $f(-3)$ _____ $f(1)$. (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)

14. 函数 $y=8^{\frac{1}{2x-1}}$ 的定义域是 _____.

15. 盒内装有大小相同的 3 个白球和 1 个黑球, 从中摸出 2 个球, 则 2 个球全是白球的概率为 _____.

16. 若直线 $x-2y+1=0$ 与直线 $2x+my-1=0$ 平行, 则 $m=$ _____.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_3+a_5=3$, 则 $a_2a_4+2a_4^2+a_4a_6$ 的值为 _____.

三、解答题(本题共 2 小题,每小题 10 分,共 20 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A+\cos A=\frac{1}{5}$.

- (1)求 $\sin A\cos A$ 的值;
- (2)求 $\sin A-\cos A$ 的值;
- (3)求 $\tan A$ 的值.

19. 已知直线 $l_1:x+2y-2=0$ 与直线 l_2 垂直,且直线 l_2 与 y 轴的交点为 $A(0,4)$.

- (1)求直线 l_2 的方程;
- (2)设直线 l_1 与 x 轴的交点为 B ,求以线段 AB 的中点为圆心并与 x 轴相切的圆的标准方程.

福建省中等职业学校学业水平考试复习丛书

数学复习指导 参考答案及解析

目 录

基础模块部分

第一章 集合	1
第一节 集合和集合之间的关系	1
第二节 集合的运算	2
第一章自我检测	3
第二章 不等式	4
第一节 不等式的基本性质与区间	4
第二节 不等式的解法	5
第二章自我检测	7
第三章 函数	8
第一节 函数的概念及其表示方法	8
第二节 函数的性质	9
第三节 函数的实际应用及常用 初等函数	11
第三章自我检测	13
第四章 指数函数与对数函数	14
第一节 实数指数幂	14
第二节 指数函数	15
第三节 对数	16
第四节 对数函数	17
第四章自我检测	19
第五章 三角函数	20
第一节 角的概念推广	20
第二节 弧度制与任意角的三角 函数	21

第三节 同角三角函数的基本关系 式及诱导公式	22
第四节 三角函数的图像和性质	23
第五节 已知三角函数值求角	24
第五章自我检测	24
第六章 直线与圆的方程	26
第一节 直线方程	26
第二节 两条直线的位置关系	28
第三节 圆	30
第六章自我检测	32
第七章 简单几何体	34
第一节 三视图与直观图	34
第二节 棱柱与棱锥	35
第三节 圆柱、圆锥、球及简单 组合体	36
第七章自我检测	37
第八章 概率与统计初步	39
第一节 随机事件与概率	39
第二节 总体、样本与抽样方法	40
第八章自我检测	41

拓展模块一部分

第九章 充要条件	43
充要条件	43
第九章自我检测	44
第十章 数列	45
第一节 数列的概念	45

第二节 等差数列	46	第三节 空间中的垂直关系和角 ...	58
第三节 等比数列	48	第十二章自我检测	59
第十章自我检测	50		
第十一章 平面向量	52	数学模拟卷部分	
第一节 平面向量的概念及线性运算	52	数学模拟卷(一)	61
第二节 平面向量的坐标表示	52	数学模拟卷(二)	63
第三节 平面向量的内积	54	数学模拟卷(三)	64
第十一章自我检测	55	数学模拟卷(四)	66
第十二章 立体几何	56	数学模拟卷(五)	68
第一节 平面的基本性质	56	数学模拟卷(六)	69
第二节 空间中的平行关系	57	数学模拟卷(七)	71
		数学模拟卷(八)	72
		数学模拟卷(九)	74
		数学模拟卷(十)	75

第一章 集 合

第一节 集合和集合之间的关系

巩固练习

基础实战

一、选择题

1. D 解析:根据各数集的定义判断. 熟记各数集的符号:实数集 $\mathbf{R}$, 有理数集 $\mathbf{Q}$, 整数集 $\mathbf{Z}$, 正整数集 $\mathbf{N}^*$, 自然数集 $\mathbf{N}$.
2. A 解析:空集不含任何元素.
3. D 解析:无限集的定义是含有无限个元素的集合. 选项 A 中高一年级学生人数是有限的, 所以身高超过 175 cm 的学生人数也是有限的; 选项 B 中方程的解为 $x = \pm 1$, 有限; 选项 C 中的解为 2, 4, 有限. 故选 D.
4. D
5. B
6. B
7. D 解析:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的. 故选 D.
8. A 解析:正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义.
9. D 解析:掌握集合的概念及其特征.
10. B
11. C 解析:掌握集合的两种表示方法.
12. D 解析:由 n 个元素组成的集合的子集的个数是 2^n .
13. B 解析:根据集合中元素的互异性可得 $m \neq 2 - m$, 解得 $m \neq 1$.
14. B 解析:根据集合的概念可得 $m^2 = 2m - 1$, 解得 $m = 1$.
15. C 解析:因为 $2 < \sqrt{5}$, 所以 2 是集合 M 中的一个元素.
16. D
17. C 解析:根据题意, 解方程组得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2, \end{cases}$ 所以此方程组的解集是 $\{(-1, 2)\}$.

二、填空题

1. (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\subseteq$; (4) $\subseteq$; (5) $=$
2. 6 解析:根据集合元素的特征可知集合 $P = \{3, 4, 5\}$, 所以 $a = 6$.
3. $\{-1, 1\}$
4. 4 解析:①②④⑥正确.

三、解答题

1. 解:子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}$,

$\{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}, \{-3, -1, 1, 3\};$

真子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}.$

2. 解: (1) $B = \{0, 1, 2, 4\}.$

(2) 因为集合 A 中的元素都在集合 B 中且 $A \neq B$, 所以 $A \subsetneq B$.

提升进阶

1. C 解析: 确定集合 A 中元素的组成情况即可. 由已知得集合 A 必含 a, b , 且至少有一个不同于 a, b 的元素, 符合条件的集合共有 7 个.

2. 解: 因为集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合,

所以有 $\begin{cases} a = -1, \\ b = -b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -b, \\ b = -1. \end{cases}$

若 $a = -1, b = -b = 0$, 符合题意.

若 $a = -b, b = -1$, 则 $a = 1$, 不符合题意, 舍去.

综上所述, $a = -1, b = 0$.

第二节 集合的运算

巩固练习

基础实战

一、选择题

1. C

2. B

3. C

4. D

5. A

6. D 解析: 掌握集合与集合的运算关系.

7. D 解析: 集合 A 中一定含有元素 3, 其他 2 个元素自由组合, 所以符合条件的集合 A 的个数是 4.

8. D 解析: 集合 A 和集合 B 的并集是全集 $\mathbf{R}$.

9. C

10. B 解析: 因为集合 B 表示的是大于 3 的正整数集, 所以 $A \cap B = \{6, 8, 9\}$, 所以阴影部分所表示的集合为 $A \cap \complement_U(A \cap B) = \{2, 3\}$. 故选 B.

11. C 解析: 求 3 个集合的交集就是选择 3 个集合共有的元素. 故选 C.

12. B 解析: 根据题意, 分为三种情况. 第一种情况: $t^2 - t + 1 = 1$, 解得 $t = 0$ 或 $t = 1$ (舍去); 第二种情况: $t^2 - t + 1 = 3$, 解得 $t = 2$ 或 $t = -1$; 第三种情况: $t^2 - t + 1 = t$, 解得 $t = 1$ (舍去), 综上所述, t 的值是 $-1, 0, 2$.

二、填空题

1. $\{4,5\}$ 2. $\{x|4\leq x<6\}$ 3. $\{0,1,3\}$ 4. $\mathbf{N}$ 5. $\{x|x>-4\}$

三、解答题

1. 解: 因为集合 $A=\{1,2,4,5\}$, 集合 $B=\{4,6,7,8\}$, 所以 $A\cup B=\{1,2,4,5,6,7,8\}$.

因为集合 $B=\{4,6,7,8\}$, 集合 $C=\{3,5,6,7\}$, 所以 $B\cap C=\{6,7\}$.

因为全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, 集合 $A=\{1,2,4,5\}$, 所以 $\complement_U A=\{3,6,7,8\}$.

2. 解: 因为全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|2\leq x\leq 4\}$, 集合 $B=\{x|x>3\}$,

所以 $A\cap B=\{x|3<x\leq 4\}$, $A\cup B=\{x|x\geq 2\}$, $\complement_U A=\{x|x<2 \text{ 或 } x>4\}$, $\complement_U B=\{x|x\leq 3\}$.

提升进阶

1. 解: 因为集合 $A=\{-1,2\}$, $y\in A$, 所以在集合 B 中, 当 $y=-1$ 时, $x=0$; 当 $y=2$ 时, $x=\pm 3$, 所以集合 $B=\{-3,0,3\}$.

所以 $\complement_U B=\{x\in\mathbf{R}|x\neq-3 \text{ 且 } x\neq 0 \text{ 且 } x\neq 3\}$.

2. 解: (1) 因为 $A\cap B\neq\emptyset$, 所以 $a<-2$ 或 $a+2>6$, 解得 $a<-2$ 或 $a>4$, 所以实数 a 的取值范围是 $\{a|a<-2 \text{ 或 } a>4\}$.

(2) 因为 $A\cap B=A$, 所以 $A\subseteq B$, 所以 $a>6$ 或 $a+2<-2$, 解得 $a>6$ 或 $a<-4$, 所以实数 a 的取值范围是 $\{a|a>6 \text{ 或 } a<-4\}$.

第一章自我检测

一、选择题

1. C 解析: 由集合元素的确定性可知, “学习好”“与 0 接近”“优秀的”都是不确定的. 故选 C.
2. A 解析: 由空集的性质可知, ①②③是错误的, ④是正确的. 故选 A.
3. D 解析: $A\cup B$ 是 A 和 B 所有元素的合集.
4. D 解析: 因为 $A\subseteq B$, 所以 $A\cup B=B$.
5. C 解析: 因为 $A\subseteq B$, 所以 $A\cap B=A$.
6. D 解析: $A\cup B$ 是 A 和 B 所有元素的合集.
7. C 解析: $A\cup B$ 是集合 A 和集合 B 中所有元素的合集, 即 $\{-1,0,1\}$.
8. A 解析: 根据各集合之间的关系作图, 即可作出判断.
9. A 解析: $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|-1<x\leq 0\}$, 则 $\complement_U A=\{x|x\leq -1 \text{ 或 } x>0\}$.
10. C 解析: 选项 A 中, $\{0,1,2\}\cap\{-1,-2,0\}=\{0\}$; 选项 B 中, $\{0,1,2\}\cup\{-2,-1,0\}=\{-2,-1,0,1,2\}$; 选项 D 中, 因为集合元素的无序性, 所以 $\{0,1,2\}=\{1,0,2\}$. 故选 C.
11. D 解析: 因为 0 是自然数, 则 $0\in\mathbf{N}$, 所以 $0\in A$. 故选 D.
12. B 解析: 此题求“ $M\cap N$ ”可以理解为求点集 M 和点集 N 中相同的点. 由
$$\begin{cases} x+y=3, \\ 2x-y=6, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=3, \\ y=0, \end{cases}$$
 所以 $M\cap N=\{(3,0)\}$. 故选 B.

二、填空题

13. 4 解析: 因为 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $4 \notin A$, 所以 $4 \in B$, 所以 $a = 4$.

14. $\{3\}$ 解析: $A \cap B = \{3\}$.

15. $\{5, 6\}$ 解析: $(\complement_U A) \cap B = \{5, 6\}$.

16. $\{a, b, c, d, e\}$ 解析: 因为 $A_1 \cup A_2 = \{a, b, c, d, e\}$, 且恰有 5 个不同的元素, 所以 $A = A_1 \cup A_2 = \{a, b, c, d, e\}$.

17. -1 或 0 解析: 因为 $A \cap B = -3$, $B = \{2m-1, m-3\}$,

若 $2m-1 = -3$, 则 $m = -1$, 此时 $A = \{0, -3\}$, $B = \{-3, -4\}$, 满足条件;

若 $m-3 = -3$, 则 $m = 0$, 此时 $A = \{1, -3\}$, $B = \{-1, -3\}$, 满足条件.

综上, $m = -1$ 或 $m = 0$.

三、解答题

18. 解: (1) 因为 $A = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid x \geq 3\}$, 借助数轴得 $A \cap B = \{x \mid 3 \leq x < 4\}$.

(2) 由题意可知 $\complement_U A = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

19. 解: (1) 化简 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 < 0\} = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \left\{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\right\}$, 所以 $A \cap B = \left\{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\right\}$.

(2) 当 $a \leq 1$ 时, $B = \emptyset$, 故 $B \subseteq A$ 成立; 当 $a > 1$ 时, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $1 < a \leq 2$. 故实数 a 的取值范围为 $\{a \mid a \leq 2\}$.

第二章 不 等 式

第一节 不等式的基本性质与区间

巩固练习

基础实战

一、选择题

1. A

2. D 解析: 取特殊值法排除选项 A, B, C. 选项 D 中式子得 $a - b > -1$. 若 $a > b$, 则 $a - b > 0$, 必有 $a - b > -1$, 故选项 D 中式子一定成立. 故选 D.

3. C

4. D

5. B 解析: 由 $a < b < 0$ 可知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$, 所以 A 选项成立; 因为 $-a > -b > 0$, 所以 $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$, $|a| = -a > -b$, 所以选项 C, D 成立. 故选 B.

6. B

17. 平行 解析: 因为 $a \parallel \alpha$, 所以由线面平行的性质可知, 在 α 内存在不重合于 m 的直线 b , 使得 $a \parallel b$. 因为 $a \parallel \beta$, 所以由线面平行的性质可知, 在 β 内存在不重合于 m 的直线 c , 使得 $a \parallel c$, 所以 $b \parallel c$. 又 $b \subset \alpha, c \not\subset \alpha$, 所以 $c \parallel \alpha$. 因为平面 α, β 相交于直线 m , 且 $c \subset \beta$, 所以 $c \parallel m$, 所以 $a \parallel m$, 即直线 a 与 m 平行.

三、解答题

18. 证明: 连接 AC . 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 则 $AA_1 \perp BD$.

又在正方形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$, AA_1, AC 是平面 ACA_1 内的两条相交直线, 故 $BD \perp$ 平面 ACA_1 , 所以 $A_1C \perp BD$.

19. (1) 证明: 连接 BC_1 交 CB_1 于 M , 则 M 是 BC_1 的中点, 连接 EM .

又因为 E 为 D_1C_1 的中点, 所以 $EM \parallel D_1B$.

又因为 $EM \subset$ 平面 B_1EC , $BD_1 \not\subset$ 平面 B_1EC ,

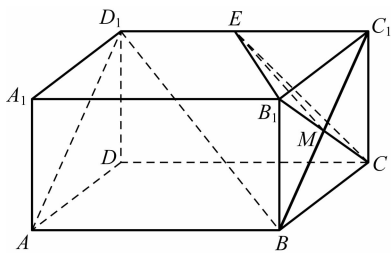
故 $BD_1 \parallel$ 平面 B_1EC .

(2) 解: 因为在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD_1 \perp AB$, $AD \perp AB$,

所以 $\angle DAD_1$ 为平面 ABD_1 与平面 $ABCD$ 所成二面角的平面角.

在 $Rt\triangle DAD_1$ 中, $AD=AA_1=DD_1=1$, 所以 $\angle DAD_1 = \frac{\pi}{4}$,

所以平面 ABD_1 与平面 $ABCD$ 所成二面角的大小为 $\frac{\pi}{4}$.



数学模拟卷(一)

一、单项选择题

1. C 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$, 求两个集合的并集就是求这两个集合的全部元素的集合, 所以 $A \cup B = \{x | x \geq 2\}$. 故选 C.

2. A 解析: $2^0 = 1$. 故选 A.

3. A 解析: 将 $x=0$ 代入, 得 $y=1$, 指数函数的图像经过点 $(0, 1)$. 故选 A.

4. C 解析: 因为函数 $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$, 其函数图像开口向上, 对称轴为直线 $x=1$, 所以该函数在区间 $(-\infty, 1]$ 上单调递减. 故选 C.

5. B 解析: 解 $(x+3)(x-2) \leq 0$ 得 $-3 \leq x \leq 2$, 所以不等式 $(x+3)(x-2) \leq 0$ 的解集是 $[-3, 2]$. 故选 B.

6. D 解析: 若 θ 为第二象限角, 则 $\sin \theta > 0, \cos \theta < 0$, 所以点 $P(\sin \theta, \cos \theta)$ 在第四象限. 故选 D.

7. D 解析: 由 $3x - 12y - 9 = 0$ 得 $y = \frac{3x-9}{12} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$, 所以该直线在 y 轴上的截距为 $-\frac{3}{4}$. 故选 D.

8. B 解析: 因为向量 $\mathbf{a}$ 与向量 $\mathbf{b}$ 反向, 所以 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b}$. 又因为 $|\mathbf{a}| = 6, |\mathbf{b}| = 7$, 所以 $\mathbf{a} = -\frac{6}{7}\mathbf{b}$. 故选 B.

9. A 解析: 由 $x = \frac{\pi}{2}$ 可以得出 $\sin x = 1$, 但是由 $\sin x = 1$ 不可以得出 $x = \frac{\pi}{2}$. 故选 A.

10. D 解析: $\frac{2a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^2} = 2a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-2} = 2a^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2} = \frac{2a}{b}$. 故选 D.

11. C 解析: 由题意可知, 圆心为线段 PQ 的中点, 即圆心坐标为 $(3, -2)$, 半径 $r = \frac{|PQ|}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{(4-2)^2 + [-3-(-1)]^2} = \sqrt{2}$, 因此圆的标准方程为 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$. 故选 C.

12. A 解析: 由题意可知, 从中任取 1 张中奖的概率是 $P = \frac{30}{300} = \frac{1}{10}$. 故选 A.

二、填空题

13. -1 解析: 将 $x=0$ 代入函数 $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(0) = 0^2 - 1 = -1$.

14. $(5, +\infty)$ 解析: 由题意可知, 对数函数的真数 $x-5 > 0$, 解得 $x > 5$, 所以该函数的定义域是 $(5, +\infty)$.

15. 1 解析: 圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$ 的方程可化为 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 11$, 所以该圆的圆心坐标为 $(1, -2)$. 因为直线 $x+y+a=0$ 过圆心, 所以 $1-2+a=0$, 解得 $a=1$.

16. 20π 解析: 由题意得, 圆柱的侧面积是 $2\pi \times 2 \times 5 = 20\pi$.

17. 50 解析: 某校有学生 2 000 人, 采用分层抽样的方法抽取一个 200 人的样本, 则抽样比例为 $\frac{200}{2\,000} = \frac{1}{10}$, 故样本中高三学生的人数为 $500 \times \frac{1}{10} = 50$.

三、解答题

18. 解: (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由于 $S_5 = S_4 + 8, S_3 = a_2 - 8$,

$$\text{得} \begin{cases} S_5 - S_4 = a_5 = 8, \\ S_3 - a_2 = a_1 + a_3 - 8, \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} a_1 + 4d = 8, \\ a_1 + d = -4, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a_1 = -8, \\ d = 4. \end{cases}$$

因此数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + 4(n-1) = 4n - 12$.

(2) 由题意可知, $a_1 = -8, a_{10} = 28$, 所以 $S_{10} = \frac{10 \times (-8 + 28)}{2} = 100$.

19. 解: (1) 根据题意可列方程组 $\begin{cases} x+y-6=0, \\ 2x-y-3=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=3, \end{cases}$

因此交点 P 的坐标为 $(3, 3)$.

设平行于直线 $3x+4y-1=0$ 的直线方程为 $3x+4y+m=0 (m \neq -1)$,

因为直线过点 $P(3, 3)$,

所以 $3 \times 3 + 4 \times 3 + m = 0$, 解得 $m = -21$.

故过点 P 且平行于直线 $3x+4y-1=0$ 的直线方程为 $3x+4y-21=0$.

(2) 由(1)知点 P 的坐标为 $(3, 3)$.

由点到直线的距离公式得 $d = \frac{|3 \times 3 + 4 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$,

即点 P 到直线 $3x+4y-1=0$ 的距离为 4.

(3) 已知点 P 的坐标为 $(3,3)$ 且点 P 到直线 $3x+4y-1=0$ 的距离为 4,

所求圆以点 P 为圆心且与直线 $3x+4y-1=0$ 相切,

即点 P 到直线 $3x+4y-1=0$ 的距离即为圆的半径 r ,

由圆的标准方程可得所求圆的标准方程为 $(x-3)^2+(y-3)^2=16$.

数学模拟卷(二)

一、单项选择题

1. B 解析: 因为全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|2\leq x\leq 4\}$, 所以 $\complement_U A=\{x|x<2 \text{ 或 } x>4\}$. 故选 B.

2. A 解析: 解 $(x+4)(x-1)\geq 0$ 得 $x\leq -4$ 或 $x\geq 1$, 所以不等式 $(x+4)(x-1)\geq 0$ 的解集是 $(-\infty, -4]\cup[1, +\infty)$. 故选 A.

3. B 解析: 由题意可知 $f(-2)=2+(-2)=0$, $f(0)=2^0=1$, 所以 $f(-2)+f(0)=0+1=1$. 故选 B.

4. C 解析: 对数式 $\log_2 a=3$ 化成指数式为 $a=2^3=8$, 所以 $a^2=8^2=64$. 故选 C.

5. D 解析: $\sin(-1590^\circ)=\sin 210^\circ=-\frac{1}{2}$. 故选 D.

6. A 解析: 本题考查的是已知圆心坐标 (a,b) 及半径 r , 求圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. 因为圆的圆心坐标是 $(4,-6)$, 半径 $r=\sqrt{11}$, 则该圆的标准方程为 $(x-4)^2+(y+6)^2=11$. 故选 A.

7. D 解析: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}$. 故选 D.

8. B 解析: 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与直线 CD 平行的平面有平面 AA_1B_1B 和平面 $A_1B_1C_1D_1$, 共 2 个. 故选 B.

9. C 解析: 由题意可知, 总体是 5 000 名学生的成绩, 总体的容量为 5 000, 据此判断 A、D 选项错误; 个体是每一名学生的成绩, 所以 B 选项错误; 而 200 名学生的成绩是样本, 所以 C 选项正确.

10. B 解析: 以原点为圆心, 半径为 1 的圆被称为单位圆. 角 $\alpha=\frac{5\pi}{6}=150^\circ$, 其终边与单位圆交点的坐标是 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 即 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$. 故选 B.

11. B 解析: 因为 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 所以 $f(-x)=-f(x)$, 则 $f(-2)=-f(2)=-3$. 故选 B.

12. D 解析: 选项 A 中, 指数函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的底数为 $\frac{1}{2}$, 因为 $0<\frac{1}{2}<1$, 所以该函数在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减; 选项 B 中, 反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 在定义域 $(-\infty, 0)$, $(0, +\infty)$ 上单调递减; 选项 C 中, 对数函数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的底数为 $\frac{1}{2}$, 因为 $0<\frac{1}{2}<1$, 所以该函数在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递减. 选项 D 中, 对数函数 $y=\log_2 x$ 的底数为 2, 因为 $2>1$, 所以该函数在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增. 故选 D.

二、填空题

13. < 解析: 因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 且 $-3<1$, 所以 $f(-3)<f(1)$.

14. $\{x|x\neq\frac{1}{2}\}$ 解析: 因为分母不能为零, 所以 $2x-1\neq 0$, 即 $x\neq\frac{1}{2}$.

15. $\frac{1}{2}$ 解析: 设 3 个白球为 a, b, c , 1 个黑球为 d , 从 4 个球中摸出 2 个球, 所有可能的结果为 ab, ac, ad, bc, bd, cd , 共 6 种, 而摸出 2 个白球的结果为 ab, ac, bc , 共 3 种, 所以所求概率 $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

16. -4 解析: $\because$ 直线 $x-2y+1=0$ 与直线 $2x+my-1=0$ 平行, $\therefore \frac{1}{2} = \frac{-2}{m} \neq \frac{1}{-1}$, 解得 $m=-4$.

17. 9 解析: 因为数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 由等比数列的性质可知 $a_2 a_4 = a_3^2, a_3 a_5 = a_4^2, a_4 a_6 = a_5^2$, 所以 $a_2 a_4 + 2a_4^2 + a_4 a_6 = a_3^2 + 2a_3 a_5 + a_5^2 = (a_3 + a_5)^2$.

又因为 $a_3 + a_5 = 3$,

所以 $a_2 a_4 + 2a_4^2 + a_4 a_6 = (a_3 + a_5)^2 = 3^2 = 9$.

三、解答题

18. 解: (1) 因为 $\sin A + \cos A = \frac{1}{5}$, 所以 $(\sin A + \cos A)^2 = \frac{1}{25}$, 即 $1 + 2\sin A \cos A = \frac{1}{25}$, 故 $\sin A \cos A = -\frac{12}{25}$.

(2) $\sin A - \cos A = \sqrt{(\sin A - \cos A)^2} = \sqrt{1 - 2\sin A \cos A} = \sqrt{1 + \frac{24}{25}} = \frac{7}{5}$.

(3) 因为 $\sin A - \cos A = \frac{7}{5}$, 且 $\sin A + \cos A = \frac{1}{5}$, 所以 $\sin A = \frac{4}{5}, \cos A = -\frac{3}{5}$.

因此 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = -\frac{4}{3}$.

19. 解: (1) 由题意可知, 直线 $l_1: x+2y-2=0$ 的斜率 $k_1 = -\frac{1}{2}$.

若直线 l_2 与直线 l_1 垂直, 则直线 l_2 的斜率 $k_2 = 2$.

又因为直线 l_2 与 y 轴的交点为 $A(0, 4)$, 所以直线 l_2 的方程为 $y-4=2(x-0)$, 即 $2x-y+4=0$.

(2) 由题意可知, 直线 l_1 与 x 轴的交点为 $B(2, 0)$, 则线段 AB 的中点坐标为 $(1, 2)$.

由圆与 x 轴相切, 可知圆的半径 $r=2$, 所以所求圆的标准方程为 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

数学模拟卷(三)

一、单项选择题

1. A 解析: 因为全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$, 所以 $\complement_U B = \{x | x \leq 3\}$. 故选 A.

2. A 解析: 一次函数 $f(x) = x+2, k=1 > 0$, 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

3. B 解析: 作差得 $x^2+1-2x = x^2-2x+1 = (x-1)^2 \geq 0$.

4. D 解析: 因为 $-1 \leq \cos x \leq 1$, 所以 $-4 \leq 4\cos x \leq 4$, 即 $-4 \leq a \leq 4$, 所以 a 的取值范围是 $[-4, 4]$. 故选 D.

5. C 解析: 由点 $M(3, 1)$, 点 $N(1, y)$, 且 $|MN| = \sqrt{13}$ 可得, $|MN| = \sqrt{(3-1)^2 + (1-y)^2} = \sqrt{13}$, 即 $1-y=3$ 或 $1-y=-3$, 解得 $y=-2$ 或 $y=4$. 故选 C.

6. C 解析: 因为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \times (-4) + 4 \times 2 = 0$, 所以 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 垂直. 故选 C.

7. D 解析: 由题意可知, 直线 $3x + \sqrt{3}y + 3 = 0$ 的斜率 $k = -\sqrt{3}$. 又 $\tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$, 所以直线 $3x + \sqrt{3}y +$