

江西省职教高考复习用书

江西省职教高考复习用书

数学
考前决胜巅峰卷

《数学考前决胜巅峰卷》编写组 编

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

数学

考前决胜巅峰卷

《数学考前决胜巅峰卷》编写组 编

江西省职教高考复习用书

语文 · 数学 · 英语 · 信息技术

总复习 立足最新考纲,详解考点

同步强化 同步习题测试,巩固知识

冲刺卷及历年真题 全真模拟考试,回顾真题

考前决胜巅峰卷 最后练兵,直击高频考点



ISBN 978-7-5765-1742-2



定价: 32.00元

新 紧扣最新考纲,依据最新真题,体现最新考情
全 覆盖考纲全部考点,讲练结合,全面提升能力

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

江西省职教高考复习用书

数学考前决胜巅峰卷

《数学考前决胜巅峰卷》编写组 编



·上海·

内 容 提 要

《数学考前决胜巅峰卷》依据《江西省职教高考考试说明》，并参照江西省职教高考考试数学真题编写，题型与真题高度一致，知识点覆盖全面，难度与分值设置合理，试卷设置选择题和非选择题两大模块，基础知识考查与解题能力训练相结合，能够帮助学生紧扣考纲、把握重点、找准方向、科学备考、高效学习。同学们可以利用本卷模拟考试情境，更好地把握考情，强化对基础知识的理解与运用，学习必备的应试技巧，切实提高应试能力。试卷均配有参考答案和解析，既方便学生核对正误，又能帮助学生查漏补缺。

本书既可以作为江西省职教高考考试复习用书，也可作为相关学校学生的学习资料。

图书在版编目（CIP）数据

数学考前决胜巅峰卷 / 《数学考前决胜巅峰卷》编写组编. -- 上海：同济大学出版社，2025. 7. -- ISBN 978-7-5765-1742-2

I. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025XU5386 号

数学考前决胜巅峰卷

《数学考前决胜巅峰卷》编写组 编

责任编辑 杨 艳 责任校对 徐逢乔 封面设计 张瑞阳

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622)

经 销 全国各地新华书店
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/8
印 张 4
字 数 74 000
版 次 2025 年 7 月第 1 版
印 次 2025 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5765-1742-2

定 价 32.00 元

本书若有印装质量问题，请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前 言

通过多年的探索与实践,江西省职教高考考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加职教高考考试的考生将面临更大的挑战,多数考生被如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”所困扰,急需通过高效的学习来快速提升应试能力,在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试脉络,我们特组织具有丰富教学经验的一线教师,根据数学科目的考试大纲要求,深入研究近几年江西省职教高考考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了本书,供考生在复习过程中使用。

本书以教育部发步的《中等职业学校课程标准》为基本编写依据,在突出素质培养的同时,尤其重视对江西省职教高考的考试特点和考试趋势的把握。书中的每一套试卷,从题型、题量到分值设置、考点选取等,都力争与考试真题保持高度一致,确保考生有的放矢、练有所得。

本书适合考生在进行基础知识的学习之后,在考前 1—3 个月这个时间段作为考前练兵、全真模拟的复习材料使用。

以下是对本书使用方法的一些建议:

(1)限时完成。尽量按照考试规定的时间,在相对封闭的环境中一次性完成整份试卷的作答,以提前熟悉考场上的答题节奏,最大限度地模拟考试。

(2)遵循答题原则。作答试卷时,遵循先易后难、先小题后大题、先熟题后生题等原则,以保证基础分为主,确保会做的题不丢分,不留遗憾。

(3)及时复盘。作答完一套试卷后,充分利用本书的“参考答案及解析”赠册核对答案、计算成绩,并根据其所提供的解析深入理解考点,查漏补缺、举一反三。

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位师生不吝指正。

最后,预祝广大考生在即将到来的考试中取得好成绩!

编 者

目 录

数学考前决胜巅峰卷(一)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(二)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(三)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(四)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(五)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(六)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(七)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(八)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(九)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十一)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十二)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十三)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十四)	共 4 页
数学考前决胜巅峰卷(十五)	共 4 页

数学考前决胜巅峰卷(一)

第 I 卷 选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.对每小题的命题作出判断,对的选 A,错的选 B)

1. “ $x=1$ ”是“ $(x-1)(x-2)=0$ ”的充分不必要条件. (A B)
2. 对于非零向量 a , $-8a$ 的模是 $4a$ 的模的 2 倍. (A B)
3. 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 中 p 是焦点到准线的距离. (A B)
4. 函数 $y=\sqrt{x^2}$ 和 $y=(\sqrt{x})^2$ 是相同的函数. (A B)
5. y 轴所在直线方程为 $x=0$. (A B)
6. 若 $a<b$, 则 $ac^2<bc^2$. (A B)
7. 若一个平面内的两条相交直线都与另一个平面平行, 则这两个平面平行. (A B)
8. 书架的第一层放有 4 本不同的计算机书, 第二层放有 3 本不同的文艺书, 第三层放有 2 本不同的体育书. 从书架上任取 1 本书, 不同的取法有 9 种. (A B)
9. 若 $f(x)=\begin{cases} 3^x, & x\leq 1, \\ \log_2 x, & x>1, \end{cases}$ 则 $f(0)+f(16)=5$. (A B)
10. $\sin \alpha=2\sin \frac{\alpha}{2}\cos \frac{\alpha}{2}$. (A B)

二、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

11. 在平面上, 一动点到一定点的距离与它到一定直线的距离之比为 1, 则该动点的轨迹是().
A. 抛物线 B. 直线
C. 抛物线或直线 D. 以上结论均不正确
12. $\sin(-660^\circ)$ 的值是().
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
13. 为了营造浓厚校园体育氛围, 学校采用分层抽样的方法从高一 1 200 人、高二 1 450 人、高三 n 人中, 抽取 80 人观看排球决赛, 已知高一被抽取的人数为 24, 那么高三年级人数 n 为().
A. 1 250 B. 1 300 C. 1 350 D. 1 400
14. 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 $d=-\frac{1}{2}$, S_n 为其前 n 项和, 若 $S_{20}=S_{21}$, 则首项 $a_1=($).
A. 8 B. 10 C. 20 D. 30

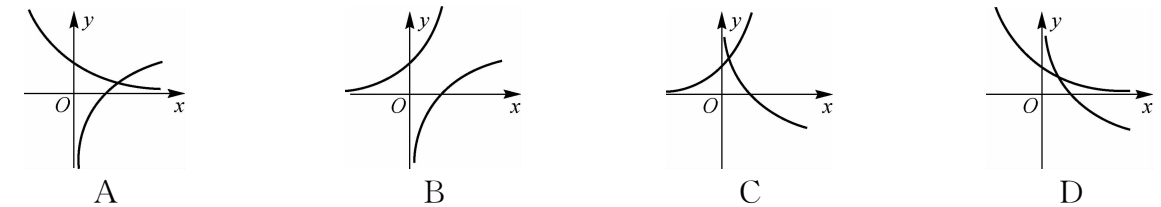
15. 已知圆的方程为 $x^2+y^2-6x=0$, 在过点 $(1,2)$ 的该圆的所有弦中, 最短弦的长为().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

16. 已知集合 $A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$, $B=\{x|y=\lg(3x-2)\}$, 则 $A\cap B$ 的子集个数为().

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

17. 当 $a>1$ 时, 在同一坐标系中, 函数 $y=a^{-x}$ 与 $y=-\log_a x$ 的图像是().



18. 如果轴截面为正方形的圆柱的侧面积是 4π , 那么圆柱的体积等于().

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. π D. 2π

第 II 卷 非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

19. $3^{x-1}=\frac{1}{9}$ 的解是_____.
20. 已知向量 $a=(-2,1)$, $b=(-2,6)$, $c=(m,-3)$, $b\parallel c$, 则 $|a-c|$ =_____.
21. $\sin^2 \frac{3\pi}{8}-\sin^2 \frac{\pi}{8}$ 的值为_____.
22. 二次函数 $y=-x^2+2x+8$ 的图像与 x 轴两交点之间的距离为_____.
23. $\left(\frac{1}{x^2}-2x\right)^6$ 的展开式中, 各项系数之和为_____.
24. “ $x\geq a$ ”是“ $x\geq 2$ ”的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题(本大题共 6 小题,25~28 小题每小题 8 分,29~30 小题每小题 9 分,共 50 分. 解答应写出过程或步骤)

25. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1=1$, $a_4=8$, 求:

- (1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

26. 已知 $f(x)=a^{x^2-mx}$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 是偶函数.

(1) 求 m 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{1}{2}$, 求 a 的值.

27. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 角 A, B, C 成等差数列, $a=2$.

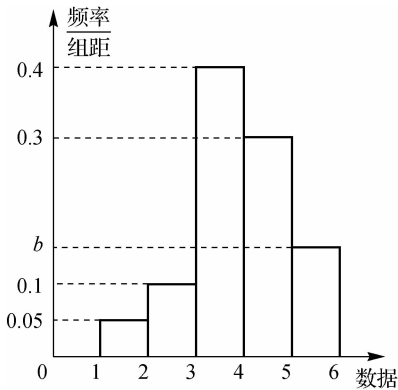
(1) 若 $c=1$, 求 b ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 c .

28. 某个容量为 100 的样本, 频率分布直方图如图所示.

(1) 求出 b 的值;

(2) 根据频率分布直方图分别估计样本的众数、平均数与中位数. (精确到 0.1)



29. 已知椭圆 $M: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a>b>0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 4.

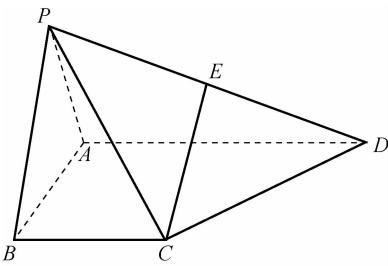
(1) 求椭圆 M 的标准方程;

(2) 若直线 l_1 与椭圆 M 相切, 且直线 l_1 与直线 $l: x-y-3\sqrt{2}=0$ 平行, 求直线 l_1 的斜截式方程.

30. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAB$ 为正三角形, $AD \parallel BC$, $AD=2BC$, E 为 PD 的中点, $CE \perp AD$.

(1) 证明: $CE \perp$ 平面 PAD ;

(2) 若 $AD \perp AB$, $AB=BC=2$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



数学考前决胜巅峰卷(二)

第 I 卷 选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.对每小题的命题作出判断,对的选 A,错的选 B)

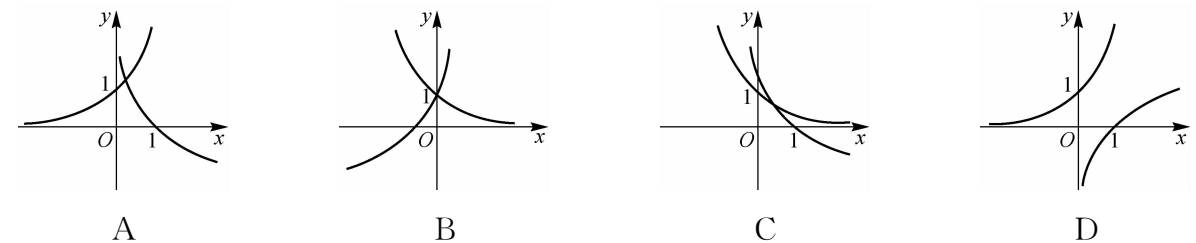
- 集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 的子集共有 8 个. (A B)
- 向量 $\mathbf{a}=(1,2)$ 与 $\mathbf{b}=(-3,-6)$ 共线且同向. (A B)
- 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的离心率为 $\frac{3}{2}$. (A B)
- $\log_3 8 \times \log_2 9=9$. (A B)
- 如果直线 l 的斜率不存在,那么直线 l 在 x 轴上的截距唯一. (A B)
- 若 $a>b>0$,则 $a^{-2}>b^{-2}$. (A B)
- 两个平面同时与第三个平面相交,若两交线平行,则这两个平面平行. (A B)
- $0!=1$. (A B)
- 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $(4,2)$,那么这个幂函数的解析式为 $y=x^{\frac{1}{2}}$. (A B)
- 正弦定理只适用于锐角三角形和钝角三角形,不适用于直角三角形. (A B)

二、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

- 已知双曲线 $C:y^2-\frac{x^2}{2}=1$,则该双曲线的虚轴长为().
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
- 将函数 $f(x)$ 图像上所有点的横坐标都伸长到原来的 2 倍,得到函数 $g(x)=\cos 2x$ 的图像,则 $f(x)$ 的解析式是().
A. $f(x)=\cos x$ B. $f(x)=\cos 2x$ C. $f(x)=\cos 4x$ D. $f(x)=\cos 8x$
- 某产品分甲、乙、丙三级,其中乙、丙均属于次品,生产中出现乙级品的概率为 0.03,丙级品的概率为 0.01.若从中抽查一件,则恰好得正品的概率为().
A. 0.09 B. 0.96 C. 0.97 D. 0.98
- 《周髀算经》有这样一个问题:从冬至日起,依次为小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种十二个节气日影长减等寸,冬至、立春、春分日影之和为三丈一尺五寸,前九个节气日影之和为八丈五尺五寸,则芒种日影长为(一丈=十尺=一百寸)().
A. 一尺五寸 B. 二尺五寸 C. 三尺五寸 D. 四尺五寸
- 过点 $(2,-3)$ 且斜率为 $-\frac{1}{2}$ 的直线在 y 轴上的截距为().
A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

- 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 3^x-1, & x<0, \\ \log_3(x+1), & x\geq 0, \end{cases}$ 若 $f(a)=2$,则 $f(a+1)=($).
A. $\log_3 2$ B. $\log_3 10$ C. $\log_3 5$ D. 1

- 函数 $y=a^x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 在同一平面直角坐标系中的图像可能是().



- 已知某圆柱的高为 5,底面半径为 $\sqrt{3}$,则该圆柱的体积为().

A. 6π B. 9π C. 12π D. 15π

第 II 卷 非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

- 不等式 $|2x+1|\leq 5$ 的解集是_____.
- 已知向量 $\mathbf{a}=(1,1)$, $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=3$, $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=\sqrt{13}$,则 $|\mathbf{b}|=$ _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a=3$, $c=\sqrt{2}$, $B=\frac{\pi}{4}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.
- 已知函数 $f(x)=x^2-2x+5$, $x\in[-1,5]$,则函数的最大值和最小值之积为_____.
- 在 $(\frac{1}{x}+x^2)^7$ 的展开式中, x^2 项的系数为_____.
- “ $x\neq 1$ ”是“ $x^2+2x-3\neq 0$ ”的_____条件.(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)

四、解答题(本大题共 6 小题,25~28 小题每小题 8 分,29~30 小题每小题 9 分,共 50 分.解答应写出过程或步骤)

- 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2$, $\{b_n\}$ 为等比数列,且 $a_1=b_1$, $b_2(a_2-a_1)=b_1$.

- 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A=\frac{4}{5},\tan B=2$.

- (1)求 $\tan A$ 的值;
- (2)求 $\tan(2A+2B)$ 的值.

27. 已知函数 $f(x)=ax^2+ax-1$.

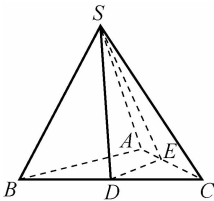
- (1)若 $f(2)=1$,求实数 a 的值;
- (2)若 $x\in\mathbf{R},f(x)<0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

28. 椭圆 C 的中心在坐标原点 O ,焦点在 x 轴上,椭圆 C 经过点 $(0,1)$ 且长轴长为 $2\sqrt{2}$.

- (1)求椭圆 C 的标准方程;
- (2)过点 $M(1,0)$ 且斜率为 1 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点,求弦长 $|AB|$.

29. 如图,在三棱锥 $S-ABC$ 中, $AB=AC=2,SA=SB=SC=3\sqrt{2},BC=2\sqrt{2},D$ 为 BC 的中点.

- (1)证明: $SD\perp$ 平面 ABC ;
- (2)若点 E 在棱 AC 上,且 $EC=2EA$,求点 C 到平面 SDE 的距离.



30. 对某种品牌的灯泡进行寿命跟踪调查,数据统计如下:

灯泡寿命/h	$[100,200)$	$[200,300)$	$[300,400)$	$[400,500)$	$[500,600]$
个数	320	30	80	40	30

- (1)列出频率分布表;
- (2)画出频率分布直方图;
- (3)求灯泡寿命在 $[100,400)$ 内的频率.

江西省职教高考复习用书

数学考前决胜巅峰卷
参考答案及解析

目 录

数学考前决胜巅峰卷(一)参考答案及解析	1
数学考前决胜巅峰卷(二)参考答案及解析	4
数学考前决胜巅峰卷(三)参考答案及解析	7
数学考前决胜巅峰卷(四)参考答案及解析	10
数学考前决胜巅峰卷(五)参考答案及解析	12
数学考前决胜巅峰卷(六)参考答案及解析	15
数学考前决胜巅峰卷(七)参考答案及解析	18
数学考前决胜巅峰卷(八)参考答案及解析	22
数学考前决胜巅峰卷(九)参考答案及解析	26
数学考前决胜巅峰卷(十)参考答案及解析	31
数学考前决胜巅峰卷(十一)参考答案及解析	35
数学考前决胜巅峰卷(十二)参考答案及解析	40
数学考前决胜巅峰卷(十三)参考答案及解析	43
数学考前决胜巅峰卷(十四)参考答案及解析	48
数学考前决胜巅峰卷(十五)参考答案及解析	53

数学考前决胜巅峰卷(一)

参考答案及解析

第 I 卷 选择题

一、是非选择题

1. A 解析: 当 $x=1$ 时, 等式 $(x-1)(x-2)=0$ 成立, 而当等式 $(x-1)(x-2)=0$ 成立时, x 可以取 2, 不取 1, 所以“ $x=1$ ”是“ $(x-1)(x-2)=0$ ”的充分不必要条件, 故该命题是真命题.
2. A 解析: 一个数 m 乘一个向量 $\mathbf{a}$, 结果是一个向量 $m\mathbf{a}$, 其模是 $|m||\mathbf{a}|$, 所以对于非零向量 $\mathbf{a}$, $-8\mathbf{a}$ 的模是 $4\mathbf{a}$ 的模的 2 倍.
3. A
4. B 解析: $\because$ 函数 $y=\sqrt{x^2}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $y=(\sqrt{x})^2$ 的定义域为 $[0, +\infty)$, $\therefore$ 函数 $y=\sqrt{x^2}$ 和 $y=(\sqrt{x})^2$ 不是相同的函数.
5. A
6. B 解析: 因为 $a < b$, 当 $c \neq 0$ 时, $c^2 > 0$, 由不等式性质得 $ac^2 < bc^2$, 而当 $c = 0$ 时, $ac^2 = bc^2$, 所以命题“若 $a < b$, 则 $ac^2 < bc^2$ ”是假命题.
7. A 解析: 根据面面平行的判定定理, 可知其正确.
8. A 解析: 由题意, 得若从第一层取书, 则有 4 种不同的取法, 若从第二层取书, 则有 3 种不同的取法, 若从第三层取书, 则有 2 种不同的取法, 所以不同的取法有 $4+3+2=9$ (种).
9. A 解析: 因为函数 $f(x)=\begin{cases} 3^x, & x \leq 1, \\ \log_2 x, & x > 1, \end{cases}$

所以 $f(0)+f(16)=3^0+\log_2 16=1+4=5$.

10. A 解析: 由 $\sin 2\alpha=2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$, 可知其正确.

二、单项选择题

11. C 解析: 由一动点到一定点的距离与它到一定直线的距离之比为 1, 可得该动点到定点和定直线的距离相等. 当定点不在定直线上时, 动点的轨迹是抛物线; 当定点在定直线上时, 动点的轨迹是经过该定点且垂直于定直线的直线.
12. C 解析: $\sin(-660^\circ)=\sin(-660^\circ+720^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
13. C 解析: 利用分层抽样的方法可知抽取比例为 $\frac{80}{1\ 200+1\ 450+n}$, 又因为高一被抽取的人数为 24, 所以 $\frac{24}{1\ 200}=\frac{80}{1\ 200+1\ 450+n}$, 解得 $n=1\ 350$.
14. B 解析: 由题意 $S_{20}=S_{21}$, 即 $20a_1+\frac{20 \times (20-1)}{2}d=21a_1+\frac{21 \times (21-1)}{2}d$, 化简得 $a_1=-20d=10$.
15. B 解析: $x^2+y^2-6x=0$ 整理为 $(x-3)^2+y^2=9$, 故圆心为 $A(3,0)$, 半径为 $r=3$, 设 $B(1,2)$, 故当 AB 与圆的弦垂直时, 弦最短, 其中 $|AB|=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$, 由垂径定理得 $2\sqrt{r^2-(|AB|)^2}=2\times\sqrt{9-8}=2$.
16. B 解析: 由题意得 $B=\{x|y=\lg(3x-2)\}=(\frac{2}{3}, +\infty)$, 所以 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, 故 $A \cap B$ 的子集个数为 8.

17. D 解析: 因为 $a > 1$, 所以 $0 < \frac{1}{a} < 1$, 则 $y =$

$a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调递减函数, 且过点 $(0, 1)$, $y = -\log_a x$ 为 $(0, +\infty)$ 上的单调递减函数, 且过点 $(1, 0)$, 故只有 D 选项符合.

18. D 解析: 因为圆柱的轴截面为正方形, 所以设圆柱的底面半径为 r , 则高为 $2r$, $S_{\text{侧}} = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2 = 4\pi$, 则 $r = 1$, 故圆柱的体积为 $\pi r^2 \times 2r = 2\pi$.

第 II 卷 非选择题

三、填空题

19. $x = -1$ 解析: $3^{x-1} = \frac{1}{9} = 3^{-2}$, 则 $x - 1 = -2$, 解得 $x = -1$.

20. 5 解析: $\because b // c, \therefore 6m - (-2) \times (-3) = 0$, 解得 $m = 1, \therefore |a - c| = \sqrt{(-2-1)^2 + (1+3)^2} = 5$.

21. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 解析: $\sin^2 \frac{3\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

22. 6 解析: 令 $y = -x^2 + 2x + 8 = 0$, 解得 $x_1 = -2, x_2 = 4$, 则二次函数 $y = -x^2 + 2x + 8$ 的图像与 x 轴的两交点为 $(-2, 0)$, $(4, 0)$, 这两点间的距离为 $4 - (-2) = 6$.

23. 1 解析: 令 $x = 1$, 则 $\left(\frac{1}{x^2} - 2x\right)^6$ 的展开式中各项系数之和为 $\left(\frac{1}{1^2} - 2 \times 1\right)^6 = 1$.

24. $\{a | a < 2\}$ 解析: 由题意得 $\{x | x \geq 2\}$ 是 $\{x | x \geq a\}$ 的真子集, 故 $a < 2$.

四、解答题

25. 解: (1) 设等比数列的公比为 q , 则 $q^3 = \frac{a_4}{a_1} =$

8, 解得 $q = 2, \therefore a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1}$.

(2) 由等比数列的求和公式可得 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$.

26. 解: (1) 若 $f(x)$ 为偶函数, 则 $f(-x) = f(x)$ 恒成立,

所以 $a^{x^2-mx} = a^{x^2+mx}$, 即 $x^2 - mx = x^2 + mx$ 恒成立, 解得 $m = 0$.

故 m 的值为 0.

(2) 由 (1) 可得 $f(x) = a^{x^2}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, $|f(1) - f(0)| = a - 1 = \frac{1}{2}$, 解得 $a = \frac{3}{2}$.

当 $0 < a < 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, $|f(1) - f(0)| = 1 - a = \frac{1}{2}$, 解得 $a = \frac{1}{2}$.

故 a 的值为 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$.

27. 解: (1) $\because$ 角 A, B, C 成等差数列, $\therefore 2B = A + C$, 而 $A + B + C = \pi$, 则 $B = \frac{\pi}{3}$. 又 $a = 2, c = 1$,

由余弦定理可得 $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B} = \sqrt{4 + 1 - 2 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

(2) $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \times 2c \times \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} c = \sqrt{3}, \therefore c = 2$.

28. 解: (1) 根据频率和为 1, 得 $b = 1 - 0.05 - 0.1 - 0.3 - 0.4 = 0.15$.

(2) 根据频率分布直方图中矩形最高的是 $3 \sim 4$, 估计样本的众数是 $\frac{3+4}{2} = 3.5$; 平均数

是 $1.5 \times 0.05 + 2.5 \times 0.1 + 3.5 \times 0.4 + 4.5 \times 0.3 + 5.5 \times 0.15 = 3.9$; 第一组和第二组的频率和是 $0.05 + 0.1 = 0.15$, 第一、二、三组的频率和是 $0.05 + 0.1 + 0.4 = 0.55$, 所以中位数为 $3 + \frac{0.5 - 0.1 - 0.05}{0.4} = 3 + 0.875 = 3.875 \approx 3.9$.

29. 分析: (1) 根据题意列出关于 a, b, c 的方程组即可求解;

(2) 设所求直线方程为 $y = x + m$, 联立椭圆方程, 结合判别式等于 0 求出参数 m 的值即可得解.

解: (1) 由题意得
$$\begin{cases} 2c = 4, \\ a^2 = b^2 + c^2, \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \end{cases}$$

从而可得
$$\begin{cases} a^2 = 6, \\ b^2 = 2, \\ c = 2, \end{cases}$$

$\therefore$ 椭圆 M 的标准方程为 $\frac{y^2}{6} + \frac{x^2}{2} = 1$.

(2) 设与直线 l 平行的直线 l_1 的方程为:

$$y = x + m,$$

联立
$$\begin{cases} \frac{y^2}{6} + \frac{x^2}{2} = 1, \\ y = x + m, \end{cases}$$
 得 $4x^2 + 2mx + m^2 - 6 = 0$,

$$6 = 0,$$

由 $\Delta = (2m)^2 - 4 \times 4(m^2 - 6) = 0$,

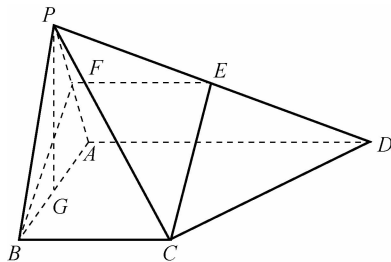
得 $m = \pm 2\sqrt{2}$,

$\therefore$ 直线 l_1 的斜截式方程为 $y = x \pm 2\sqrt{2}$.

30. (1) 证明: 分别取 PA, AB 的中点 F, G , 连接 EF, BF, PG , 如图.

又 E 为 PD 的中点, 则有 $EF \parallel AD$ 且 $EF =$

$$\frac{1}{2}AD.$$



因为 $AD \parallel BC, BC = \frac{1}{2}AD$,

所以 $EF \parallel BC, EF = BC$,

所以四边形 $BCEF$ 为平行四边形,

所以 $BF \parallel CE$.

因为 $\triangle PAB$ 为正三角形, F 为 PA 的中点,

所以 $BF \perp PA$,

则 $CE \perp PA$.

又 $CE \perp AD, PA, AD \subset$ 平面 PAD ,

$PA \cap AD = A$,

所以 $CE \perp$ 平面 PAD .

(2) 解: 因为 $BF \parallel CE, CE \perp AD$,

所以 $BF \perp AD$.

又 $AD \perp AB, BF, AB \subset$ 平面 $PAB, BF \cap AB = B$,

所以 $AD \perp$ 平面 PAB .

因为 $PG \subset$ 平面 PAB , 所以 $PG \perp AD$.

因为 $\triangle PAB$ 为正三角形, 且 G 为 AB 的中点, 所以 $PG \perp AB$.

因为 $AB, AD \subset$ 平面 $ABCD, AB \cap AD = A$,

所以 $PG \perp$ 平面 $ABCD$,

即 PG 是四棱锥 $P-ABCD$ 的高.

由 $AB = BC = 2$, 得 $AD = 4, PG = \sqrt{3}$,

则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V = \frac{1}{3} \times$

$$\frac{2 \times (4 + 2)}{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

数学考前决胜巅峰卷(二)

参考答案及解析

第 I 卷 选择题

一、是非选择题

1. B 解析: 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的子集共有 $2^4 = 16$ (个).
2. B 解析: $b = (-3, -6) = -3(1, 2) = -3a$, 所以 a 与 b 共线且反向.
3. A 解析: 由双曲线方程知 $a = 2, c = \sqrt{4+5} = 3, \therefore$ 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$.
4. B 解析: $\log_3 8 \times \log_2 9 = (3 \log_3 2) \times (2 \log_2 3) = 6$.
5. B 解析: 取直线 $x = 1, x = 2$, 显然两直线的斜率不存在, 但两直线在 x 轴上的截距分别为 1 和 2, 故该命题为假命题.
6. B 解析: 因为 $a > b > 0$, 所以 $a^2 > b^2 > 0$, 所以 $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$, 即 $a^{-2} < b^{-2}$.
7. B 解析: 两个平面同时与第三个平面相交, 当两交线平行时, 这两个平面也可能相交, 比如三棱柱的三个侧面.
8. A 解析: 由阶乘的规定知, $0! = 1$, 所以正确.
9. A 解析: 设幂函数 $y = f(x) = x^a$, $\therefore$ 幂函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(4, 2)$, $\therefore 4^a = 2$, $\therefore a = \frac{1}{2}$, $\therefore$ 这个幂函数的解析式为 $y = x^{\frac{1}{2}}$.
10. B 解析: 正弦定理: 在一个三角形中, 各边和它所对角的正弦的比相等. 对于任意三

角形 ABC , 都有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, 其中 R 为三角形 ABC 的外接圆半径. 所以正弦定理适用于任意三角形, 故题干阐述错误.

二、单项选择题

11. D 解析: 双曲线 $C: y^2 - \frac{x^2}{2} = 1$ 的虚半轴长 $b = \sqrt{2}$, 所以该双曲线的虚轴长为 $2\sqrt{2}$.
12. C 解析: 将函数 $g(x)$ 图像上所有点的横坐标都缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 可得到函数 $f(x)$ 的图像, 因为 $g(x) = \cos 2x$, 所以 $f(x) = \cos 4x$.
13. B 解析: 记事件 $A = \{\text{甲级品}\}, B = \{\text{乙级品}\}, C = \{\text{丙级品}\}$, 则 A 与 $B+C$ 是对立事件, 所以 $P(A) = 1 - P(B+C) = 1 - 0.03 - 0.01 = 0.96$.
14. B 解析: 由题意知, 从冬至日起, 依次小寒、大寒等十二个节气日影长构成一个等差数列 $\{a_n\}$, 设公差为 d , $\therefore$ 冬至、立春、春分日影之和为三丈一尺五寸, 前九个节气日影之和为八丈五尺五寸,
- $$\therefore \begin{cases} a_1 + a_4 + a_7 = 3a_1 + 9d = 315, \\ S_9 = 9a_1 + \frac{9 \times 8}{2}d = 855, \end{cases} \text{解得 } a_1 = 135, d = -10, \therefore \text{芒种日影长为 } a_{12} = a_1 + 11d = 135 - 11 \times 10 = 25 \text{ (寸)} = 2 \text{ 尺 } 5 \text{ 寸}.$$
15. B 解析: 由题意得直线方程为 $y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$, 令 $x = 0$, 解得 $y = -2$.
16. B 解析: 当 $a < 0$ 时, $f(a) = 3^a - 1 = 2$, 无解; 当 $a \geq 0$ 时, $f(a) = \log_3(a + 1) = 2 \Rightarrow$

$a=8$, 所以 $f(a+1)=f(9)=\log_3 10$.

17. A 解析: 当 $0 < a < 1$ 时, 大致图像如图 1 所示; 当 $a > 1$ 时, 大致图像如图 2 所示.

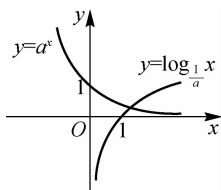


图 1

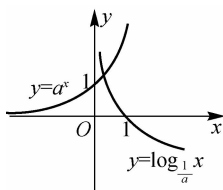


图 2

18. D 解析: 由题意得该圆柱的体积为 $\pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 5 = 15\pi$.

第 II 卷 非选择题

三、填空题

19. $[-3, 2]$ 解析: 由 $|2x+1| \leq 5$ 去绝对值, 可得 $-5 \leq 2x+1 \leq 5$, 即 $-3 \leq x \leq 2$, 故不等式 $|2x+1| \leq 5$ 的解集是 $[-3, 2]$.

20. $\sqrt{5}$ 解析: $\because a = (1, 1), \therefore |a| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. $\therefore |a+b| = \sqrt{13}, \therefore a^2 + 2a \cdot b + b^2 = 13$, 即 $2 + 6 + b^2 = 13$, 解得 $|b| = \sqrt{5}$.

21. $\frac{3}{2}$ 解析: 因为 $a=3, c=\sqrt{2}, B=\frac{\pi}{4}$, 所以

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}.$$

22. 80 解析: 因为 $f(x) = x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4$, 所以当 $x=1$ 时, $f(x)_{\min} = f(1) = 4$, 当 $x=5$ 时, $f(x)_{\max} = f(5) = (5-1)^2 + 4 = 20$, 所以最大值和最小值之积为 $4 \times 20 = 80$.

23. 35 解析: $\left(\frac{1}{x} + x^2\right)^7$ 的展开式的通项为

$$T_{m+1} = C_7^m \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{7-m} \cdot (x^2)^m = C_7^m \cdot x^{-7+m} \cdot x^{2m}$$

令 $-7+m+2m=2$, 可得 $m=3$, 则 $T_4 =$

$C_7^3 \cdot x^{-4} \cdot x^6 = 35x^2$, 即 x^2 项的系数为 35.

24. 必要不充分 解析: 由 $x^2 + 2x - 3 \neq 0$, 可得 $x \neq 1$ 且 $x \neq -3$, $\therefore$ “ $x \neq 1$ ” 是 “ $x^2 + 2x - 3 \neq 0$ ” 的必要不充分条件.

四、解答题

25. 解: (1) 因为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, 所以当 $n=1$ 时, 有 $a_1 = S_1 = 1$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$, 经检验, $a_n = 2n-1$ 对 $n=1$ 也成立, 所以 $a_n = 2n-1$, 所以 $b_1 = a_1 = 1$. 因为 $b_2(a_2 - a_1) = b_1, a_2 = 3, a_1 = 1$, 所以 $b_2 = \frac{1}{2}b_1$. 又 $\{b_n\}$ 为等比数列, 所以首项 $b_1 = 1$, 公比 $q = \frac{1}{2}$, 所以 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

- (2) 因为 $\{b_n\}$ 为等比数列, 通项公式为 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, 所以由等比数列的前 n 项和公式可得

$$S_n = \frac{1 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}.$$

26. 解: (1) 由已知 $\cos A = \frac{4}{5}$, 得角 A 为锐角,

$$\text{则 } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5},$$

$$\text{故 } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}.$$

- (2) 因为 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$$= \frac{\frac{3}{4} + 2}{1 - \frac{3}{4} \times 2} = -\frac{11}{2},$$

所以 $\tan(2A+2B)=\tan[2(A+B)]$

$$=\frac{2\tan(A+B)}{1-\tan^2(A+B)}=\frac{2\times\left(-\frac{11}{2}\right)}{1-\frac{121}{4}}=\frac{44}{117}.$$

27. 解: (1) 因为 $f(2)=a\times 2^2+a\times 2-1=1$, 所以

$$a=\frac{1}{3}.$$

(2) 当 $a=0$ 时, $f(x)=-1<0$ 恒成立; 当

$$\begin{cases} a<0, \\ \Delta=a^2+4a<0, \end{cases} \Rightarrow -4<a<0.$$

综上所述, a 的取值范围是 $(-4, 0]$.

28. 解: (1) 由题意设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

($a>b>0$), 因为椭圆 C 经过点 $(0, 1)$ 且长轴长为 $2\sqrt{2}$, 所以 $a=\sqrt{2}, b=1$, 所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

(2) 因为直线 l 过点 $M(1, 0)$ 且斜率为 1, 所以直线 l 的方程为 $y=x-1$. 设 $A(x_1, y_1)$,

$B(x_2, y_2)$, 将 $y=x-1$ 代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$, 得

$$\frac{x^2}{2}+(x-1)^2=1, \text{ 整理得 } 3x^2-4x=0, \text{ 所以}$$

$$\text{以 } x_1+x_2=\frac{4}{3}, x_1x_2=0, \text{ 所以 } |AB| =$$

$$\sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2} = \sqrt{1+1^2} \cdot$$

$$\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2-4\times 0}=\frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

29. 解: (1) 证明: 因为 $SB=SC=3\sqrt{2}$, D 为 BC 的

中点, 所以 $SD\perp BC$, 且 $SD=\sqrt{SB^2-BD^2}=$

4. 如图 1, 连接 AD , 因为 $AB=AC=2, BC=$

$2\sqrt{2}$, 所以 $AB^2+AC^2=BC^2$, 所以 $\triangle ABC$ 为等

腰直角三角形. 因为 D 为 BC 的中点, 所以

$AD\perp BC, AD=\frac{1}{2}BC=\sqrt{2}$. 由 $AD^2+SD^2=$

SA^2 , 可知 $SD\perp AD$, 由 $SD\perp AD, SD\perp$

$BC, AD\cap BC=D, AD, BC\subset$ 平面 ABC , 可知 $SD\perp$ 平面 ABC .

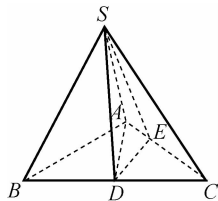


图 1

(2) 如图 2, 过点 C 作 $CH\perp DE$, 垂足为 H , 又由 (1) 可得 $SD\perp CH, SD\cap DE=D, SD, DE\subset$ 平面 SDE , 所以 $CH\perp$ 平面

SDE , 故 CH 的长为点 C 到平面 SDE 的

距离. 由题设可知 $DC=\frac{1}{2}BC=\sqrt{2}, CE=$

$\frac{2}{3}AC=\frac{4}{3}, \angle ACD=45^\circ$, 所以由余弦定理

$$\text{得 } DE=\sqrt{DC^2+CE^2-2DC\cdot CE\cos 45^\circ} =$$

$$\sqrt{(\sqrt{2})^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2-2\times\sqrt{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{3},$$

$$\text{所以 } CH=\frac{\frac{1}{2}DC\cdot CE\cdot \sin 45^\circ}{\frac{1}{2}DE} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{3}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}, \text{ 所以点 } C \text{ 到平面}$$

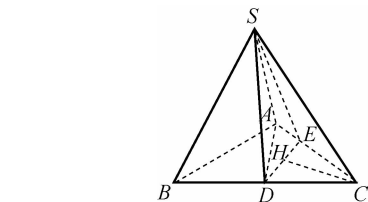


图 2

30. 解: (1) 由题意得, 样本总数为 $320+30+80+40+30=500$,

灯泡寿命在 $[100, 200)$ 的频率为 $\frac{320}{500}=0.64$,

灯泡寿命在 $[200,300)$ 的频率为 $\frac{30}{500}=0.06$,

灯泡寿命在 $[300,400)$ 的频率为 $\frac{80}{500}=0.16$,

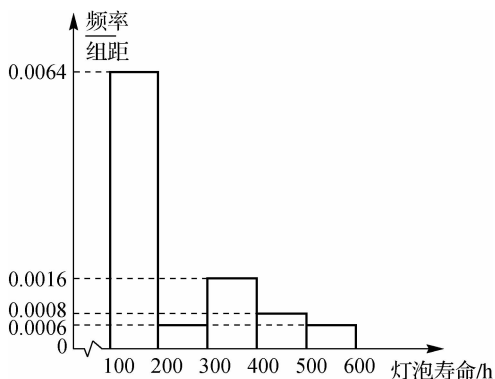
灯泡寿命在 $[400,500)$ 的频率为 $\frac{40}{500}=0.08$,

灯泡寿命在 $[500,600]$ 的频率为 $\frac{30}{500}=0.06$,

则频率分布表如下:

灯泡寿命/h	频数	频率
$[100,200)$	320	0.64
$[200,300)$	30	0.06
$[300,400)$	80	0.16
$[400,500)$	40	0.08
$[500,600]$	30	0.06

(2) 频率分布直方图如下:



(3) 灯泡寿命在 $[100,400)$ 内的频率为
 $0.64+0.06+0.16=0.86$.

数学考前决胜巅峰卷(三)

参考答案及解析

第 I 卷 选择题

一、是非选择题

1. A 解析: 因为 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$, 所以 $M = \{2, 3\}$ 或 $M = \{1, 2, 3\}$, 所以集合 M 的个数是 2.

2. B 解析: 当 a, b 为非零向量, 且 $a \perp b$ 时, 有 $a \cdot b = 0$, 但 $b \neq 0$, 所以说法错误.

3. A

4. B 解析: 由 $y = \sqrt{9-x^2}$, 得 $9-x^2 \geq 0$, 解得 $-3 \leq x \leq 3$, 所以函数 $y = \sqrt{9-x^2}$ 的定义域为 $[-3, 3]$.

5. A 解析: 易知直线 $y=x$ 在 x 轴上的截距与在 y 轴上的截距都为 0, 故该命题为真命题.

6. B 解析: $\because a^2 - ab - (ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$, $a < b < 0$, $\therefore (a-b)^2 > 0$, 则 $a^2 - ab > ab - b^2$.

7. B 解析: “ $AO \perp BO$ ”不符合二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角的定义, 应该为 “ $AO \perp l, BO \perp l$ ”.

8. B 解析: $\because C_{11}^{2n-1} = C_{11}^1$, $\therefore 2x-1=x$ 或 $2x-1+x=11$, 解得 $x=1$ 或 $x=4$. 经检验, $x=1$ 或 $x=4$ 满足题意.

9. B 解析: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 $2b$.

10. B 解析: 因为 $\cos \alpha = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, 所以 $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \frac{1}{2}$.

二、单项选择题

11. C 解析: 设 $P(x_1, y_1)$, PQ 的中点 M 的坐

$$\text{标为 } (x, y). \because Q(3, 0), \therefore \begin{cases} x = \frac{x_1+3}{2}, \\ y = \frac{y_1+0}{2}, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 2x-3, \\ y_1 = 2y. \end{cases} \text{ 又 } \because \text{点 } P \text{ 在圆 } x^2 + y^2 = 1$$

$$\text{上, } \therefore (2x-3)^2 + 4y^2 = 1, \text{ 即 } x^2 + y^2 - 3x + 2 = 0.$$