

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 王晓军
责任编辑 胡思佳
封面设计 张瑞阳

陕西省 普通高等学校职业教育单独招生考试

语 文 · 数 学 · 英 语

复习一本通 立足最新考纲,详解考点

专题训练卷 搭配“一本通”,巩固练习

考前冲刺卷 模拟考试情境,练兵热身

决胜巅峰卷 提炼高频考点,最后决胜



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 979-7-313-32934-9



定价:35.00元

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试

数学专题训练卷

主编 赵春和 侯业军 李向明



上海交通大学出版社

华腾新思

陕西省

普通高等学校职业教育单独招生考试

数学专题训练卷

主编 赵春和 侯业军 李向明

阵容强大 编者均系资深教研员和重点中等职业学校骨干教师

内容全面 涵盖陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试所有知识点

专题练习 配套一本通,按题型题量,分专题进行巩固练习



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

赠册 参考答案及解析

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试

数学专题训练卷

赠册 参考答案及解析

主 编 赵春和 侯业军 李向明
副主编 柳学明 党向婷



内容提要

《陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学专题训练卷》是为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生量身定做的复习用书,考生可分专题来进行专项训练,本书共分为十一个专题,每个专题设置 A、B 两套试卷,共 22 套试卷.每套试卷的知识点选取紧密结合教学内容,知识点覆盖全面,每套试卷的试题类型、试题难度与真题高度一致,难度与分值设置合理.考生可以利用本书模拟考试情景,更好地把握考情,学习必备的应试技巧,提高应试能力.

本书既可以作为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生的复习用书,也可作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学专题训练卷
SHAANXI SHENG PUTONG GAODENG XUEXIAO ZHIYE JIAOYU DANDU ZHAOSHENG KAOSHI SHUXUE ZHUANTI XUNLIANJUAN
主 编: 赵春和 侯业军 李向明
出版发行: 上海交通大学出版社 地 址: 上海市番禺路 951 号
邮政编码: 200030 电 话: 021-64071208
印 制: 三河市龙大印装有限公司 经 销: 全国新华书店
开 本: 787 mm×1 092 mm 1/8 印 张: 5.75
字 数: 119 千字
版 次: 2025 年 月第 1 版 印 次: 2025 年 月第 1 次印刷
书 号: ISBN 978-7-313-32934-9
定 价: 35.00 元

版权所有 侵权必究
告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系
联系电话: 0316-3655788

前 言

通过多年的探索与实践,陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加单独招生考试的考生将面临更大的挑战,多数考生被如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”所困扰,急需通过高效的学习来快速提升应试能力,在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试脉络,我们特组织具有丰富教学经验的一线教师,根据数学科目的考试大纲要求,深入研究近几年陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了本书,供考生在复习过程中使用。

本书以教育部发布的《中等职业学校课程标准》为基本编写依据,在突出素质培养的同时,尤其重视对陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考试特点和考试趋势的把握。

本书针对考纲要求的知识点,分专题命制试卷。这些试卷题量适中,难度与陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试试题高度匹配,适合考生在进行总复习时,针对不同的知识点做巩固训练。

以下是对本书使用方法的一些建议:

(1)预先进行知识点的学习。建议考生先学习相应专题所涉及的知识,在对这些知识有了基础的了解之后,再借助进行练习,以便查漏补缺,使学习效果最大化。

(2)遵循科学的答题原则。作答试卷时,遵循先易后难、先小题后大题、先熟题后生题等原则,以保证得到基础分为主,确保会做的题不丢分,不留遗憾。

(3)测试后及时复盘。作答完一套试卷后,充分利用本书的“参考答案及解析”赠册核对答案、计算成绩,并根据其所提供的解析深入理解考点,查漏补缺,举一反三。

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位师生不吝指正。

最后,预祝广大考生在即将到来的考试中取得好成绩!

编 者

目 录

集合和简易逻辑专题训练卷(A)	共 4 页
集合和简易逻辑专题训练卷(B)	共 4 页
不等式专题训练卷(A)	共 4 页
不等式专题训练卷(B)	共 4 页
函数专题训练卷(A)	共 4 页
函数专题训练卷(B)	共 4 页
指数函数与对数函数专题训练卷(A)	共 4 页
指数函数与对数函数专题训练卷(B)	共 4 页
三角函数专题训练卷(A)	共 4 页
三角函数专题训练卷(B)	共 4 页
数列专题训练卷(A)	共 4 页
数列专题训练卷(B)	共 4 页
平面向量专题训练卷(A)	共 4 页
平面向量专题训练卷(B)	共 4 页
直线与圆的方程专题训练卷(A)	共 4 页
直线与圆的方程专题训练卷(B)	共 4 页
简单几何体专题训练卷(A)	共 4 页
简单几何体专题训练卷(B)	共 4 页
立体几何专题训练卷(A)	共 4 页
立体几何专题训练卷(B)	共 4 页
概率与统计初步专题训练卷(A)	共 4 页
概率与统计初步专题训练卷(B)	共 4 页

集合和简易逻辑专题训练卷(A)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的. 请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 给出下列四个关系式:① $\sqrt{7} \in \mathbf{R}$;② $\mathbf{Z} \in \mathbf{Q}$;③ $0 \in \emptyset$;④ $\emptyset \subseteq \{0\}$,其中正确的个数是 ()
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
2. 设集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 则 A 的元素个数为 ()
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
3. 若集合 $M = \{a, a+1\}$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. $a \subseteq M$
- B. $a+1 \subseteq M$
- C. $a \in M$
- D. $a \notin M$
4. 设集合 $A = \{x | x \leq 4\}$, $a = \sqrt{13}$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. $a \subseteq A$
- B. $a \in A$
- C. $\{a\} \in A$
- D. $a \notin A$
5. 设集合 $A = \{x | |x| < 1\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{x | -1 < x < 1\}$
- B. $\{x | -1 < x < 2\}$
- C. $\{x | 1 < x < 2\}$
- D. $\{x | x < 2\}$
6. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
- A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- B. $\{-2, -1, 0\}$
- C. $\{-2, 2\}$
- D. $\{-1, 2\}$

7. 设 $A = (1, +\infty)$, $B = (-3, 3]$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(-3, 3]$
- B. $(-3, -1)$
- C. $(1, 3]$
- D. $(1, +\infty)$
8. 已知集合 $M = \{0, x^2\}$, $N = \{1, 2\}$, 若 $M \cap N = \{1\}$, 则 $M \cup N =$ ()
- A. $\{0, x^2, 1, 2\}$
- B. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- C. $\{0, 1, 2\}$
- D. 不确定
9. 设 A, B 是两个非空集合, 且 $A \subseteq B$, 则“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
10. “ $x > 1$ ”是“ $e^x > 1$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
11. 命题“ a 是 8 的倍数”是命题“ a 是 4 的倍数”的 ()
- A. 充要条件
- B. 充分不必要条件
- C. 必要不充分条件
- D. 既不充分也不必要条件
12. 已知 $A = \{x | x^2 - 5x - 14 \geq 0\}$, $B = \{x | x + 2 < 0\}$, 则“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
- 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上)
13. 满足 $\{a\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c\}$ 的集合 A 的个数是_____.
14. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, 则 A 的补集为_____.
15. “ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)
16. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 - 5x < 0$ ”是“ $|x - 1| < 1$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 设集合 $M=\{a,b,c\}$,试写出 M 的所有子集,并指出其中的真子集.

18. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4\leq 0\}$, $B=\{x||x-1|<3\}$,求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

19. 已知集合 $A=\{x|x\geq 3\}$, $B=\{x|1\leq x\leq 7\}$, $C=\{x|x\geq a-1\}$.

- (1)求 $A\cap B, A\cup B$;
- (2)若 $C\cup A=A$,求实数 a 的取值范围.

20. 已知 $A=\{x|x^2+x-6=0\}$, $B=\{x|ax+1=0\}$,若 $B\subsetneq A$,求实数 a 的值.

21. 设 $p:x>a, q:x>3$.
- (1)若 p 是 q 的必要不充分条件,求 a 的取值范围;
 - (2)若 p 是 q 的充分不必要条件,求 a 的取值范围.

22. 已知集合 $A=\{x|a\leq x\leq a+3\}$, $B=\{x|x<-2\text{或}x>6\}$.
- (1)若 $a=1$,求 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$;
 - (2)若“ $x\in A$ ”是“ $x\in B$ ”的充分条件,求 a 的取值范围.

集合和简易逻辑专题训练卷(B)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 已知集合 $A=\{x|x<5\}$, $a=3$, 则下列关系成立的是 ()
- A. $a\notin A$ B. $a\subseteq A$
C. $\{a\}\subseteq A$ D. $\{a\}\in A$
2. 下列各组对象能组成一个集合的是 ()
- ①某中学高一年级所有聪明的学生;②周长为 10 cm 的三角形;③所有不小于 3 的正整数;
④ $\sqrt{3}$ 的所有近似值.
- A. ①② B. ③④
C. ②③ D. ①③
3. 若集合 $M=\{x|x^2-3x+2=0\}$, 则 M 中的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
4. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, 集合 $A\subseteq U$, 若 $A=\{2,4\}$, 则下列关系错误的是 ()
- A. $\{2\}\subseteq A$ B. $\{4\}\subseteq A$
C. $5\in A$ D. $3\notin A$
5. 集合 $A=\{x|-2\leq x<3\}$, $B=\{x|x\geq 1\}$, 则 $A\cap B=$ ()
- A. $[-2,1)$ B. $[1,3)$
C. $(-2,1]$ D. $(1,3]$
6. 已知集合 $A=\{2,3,5,7\}$, $B=\{2,4,6\}$, 则 $A\cap B=$ ()
- A. $\emptyset$ B. $\{2\}$

- C. $\{2,3,4\}$ D. $\{2,3,4,5,6,7\}$
7. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$, $B=\{2,3\}$, $C=\{2,4,6\}$, 则 $(\complement_U B)\cap C=$ ()
- A. $\{2,4,6\}$ B. $\{1,3,4,5,6\}$
C. $\{4,6\}$ D. $\{2\}$
8. 已知全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$, 集合 $M=\{b,c,d\}$, $N=\{c,e\}$, 则 $M\cup(\complement_U N)=$ ()
- A. $\{c\}$ B. $\{b,d\}$
C. $\{a,b,d\}$ D. $\{a,b,c,d\}$
9. “ $x>-1$ ”是“ $x>1$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
10. 甲: $x=1$, 乙: $x^2-3x+2=0$, 那么 ()
- A. 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件
B. 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件
C. 甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件
D. 甲是乙的充分必要条件
11. “ $x>1$ ”是“ $x^2-x>0$ ”成立的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
12. 若非空集合 $M\subsetneq N$, 则“ $a\in M$ 或 $a\in N$ ”是“ $a\in(M\cap N)$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)
13. 集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,4,5\}$, 则 $A\cup B=$ _____.
14. 用适当的符号($\notin, \in, \subseteq, \supseteq, =$)填空:
 0 _____ $\emptyset$, $\{0\}$ _____ $\emptyset$, 0 _____ $\{0\}$, $A=\{x|x<2\}$ _____ $B=\{x|x\leq 3\}$.
15. 已知 a, b, c 都是实数, 则“ $a<b$ ”是“ $ac^2<bc^2$ ”的_____条件.
16. 已知 $p:|x+1|<2$, $q:a<x<a+1$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知集合 $M=\{0,2,4\}$,请写出集合 M 的所有子集并指出其真子集.

18. 已知集合 $A=\{x|x^2+ax+a=0\}$.

- (1)当 a 为何值时,集合 A 为空集?
- (2)当 a 为何值时,集合 A 中有一个元素?
- (3)当 a 为何值时,集合 A 中有两个元素?

19. 已知集合 $A=\{x|x^2-4x+3\leq 0\}$, $B=\{x|0\leq x<5\}$,求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

20. 已知集合 $P=\{x||x-1|<3\}$, $Q=\{x|3m-2\leq x\leq 5m+2, m\in\mathbf{R}\}$. 若 Q 是 P 的充分不必要条件,求实数 m 的取值范围.

21. 设集合 $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2+(m+1)x+m=0\}$.

- (1)用列举法表示集合 A ;
- (2)若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充要条件,求实数 m 的值.

22. 设函数 $f(x)=\sqrt{x+3}+\ln(6-x)$ 的定义域为集合 A ,集合 $B=\{x|m-1\leq x\leq 3m+1\}$.

- (1)求集合 A ;
- (2)若 $p:x\in A, q:x\in B$,且 p 是 q 的必要不充分条件,求实数 m 的取值范围.

不等式专题训练卷(A)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 若 $a > b > 0$, 则下列不等式成立的是 ()
- A. $a^2 < b^2$
- B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- C. $a - b < 0$
- D. $\sqrt{a} > \sqrt{b}$
2. 不等式 $|2x - 3| \geq 1$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
- B. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$
- C. $(1, 2)$
- D. $[1, 2]$
3. 不等式 $x^2 - 4x \leq 0$ 的解集为 ()
- A. $[0, 4]$
- B. $(1, 4)$
- C. $[-4, 0) \cup (0, 4]$
- D. $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$
4. 关于 x 的不等式 $(x - a)(x - a - 2) < 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 ()
- A. $(a, a + 2)$
- B. $(-\infty, a) \cup (a + 2, +\infty)$
- C. $\mathbf{R}$
- D. $\emptyset$
5. 设 $a > 0, b < 0$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $\frac{a}{b} > 0$
- B. $ab > 0$
- C. $a - b > 0$
- D. $a + b > 0$
6. 不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 > 0, \\ 3x - 1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()
- A. $\left\{x \mid x > \frac{1}{3}\right\}$
- B. $\left\{x \mid x > -\frac{1}{3}\right\}$

- C. $\left\{x \mid x < \frac{1}{3}\right\}$
- D. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{3}\right\}$

7. 已知 $a > b$, 且 $c \neq 0$, 下列不等式恒成立的是 ()

- A. $a^2 > b^2$
- B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- C. $ac > bc$
- D. $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

8. 已知不等式 $|x + 3| < a$ 的解集为 $(-8, 2)$, 则 a 的值是 ()

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

9. 若 $x \in \mathbf{R}, m = x^2 - 1, n = 2(x + 1)^2 - 4(x + 1) + 1$, 则 m 与 n 的大小关系是 ()

- A. $m < n$
- B. $m > n$
- C. $m \geq n$
- D. $m \leq n$

10. 记 $a = x^2 - 1, b = 2x - 2$, 其中 $x \in \mathbf{R}$, 则 ()

- A. $a \geq b$
- B. $a > b$
- C. $a < b$
- D. $a \leq b$

11. 已知实数 $m > n$, 下列结论正确的是 ()

- A. $m - 1 < n - 1$
- B. $-5m < -5n$
- C. $5m < 5n$
- D. $m^2 > n^2$

12. 不等式 $|2x - 3| < 5$ 的解集与 $-x^2 + bx + c > 0$ 的解集相同, 则 $b + c =$ ()

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

13. 不等式 $x^2 + 5x < 6$ 的解集是_____.

14. 不等式 $|x - 3| < 5$ 的解集为_____.

15. 不等式组 $\begin{cases} 4x + 6 > 0, \\ 3x - 5 < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

16. 比较大小: $(x + 1)^2$ _____ $x(x + 2)$. (填“>”或“<”)

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 比较 x^2+2x 与 $(x-1)(x+3)$ 的大小.

18. 解不等式 $2x-5<3x+1$.

19. 已知关于 x 的不等式 $|x-m|<n$ 的解集是 $\{x|1<x<7\}$.

- (1)求 m,n 的值;
- (2)求关于 x 的不等式 $x^2-mx+n<0$ 的解集.

20. 解下列一元二次不等式.

- (1) $x^2-x-6>0$;
- (2) $x^2+2x-8\leqslant 0$.

21. 若关于 x 的不等式 $(m+2)x^2-(m+2)x+2>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$,试求实数 m 的取值范围.

22. 已知关于 x 的不等式 $x^2+ax+b>0$ 的解集为 $(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$,求:

- (1) a,b 的值;
- (2)关于 x 的不等式 $x^2+ax+b\leqslant 0$ 的解集.

不等式专题训练卷(B)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 已知 $a > b > 0 > c$, 则下列不等式恒成立的是 ()

A. $ac > bc$ B. $a + c > b - c$

C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ D. $ac^2 > bc^2$

2. 不等式 $4 - x < 0$ 的解集是 ()

A. $\{x | x < 4\}$ B. $\{x | x > 4\}$

C. $\{x | x \neq 4\}$ D. $\{x | x = 4\}$

3. 已知 $M = a^2 + b^2 + 5$, $N = 2(a - 2b)$, 则下列不等式一定成立的是 ()

A. $M > N$ B. $M < N$

C. $M \geq N$ D. $M \leq N$

4. 不等式 $4x - 3 \leq 5 + 2x$ 的解集用区间表示为 ()

A. $(-\infty, 4)$ B. $(-\infty, 4]$

C. $(4, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

5. 下列结论正确的是 ()

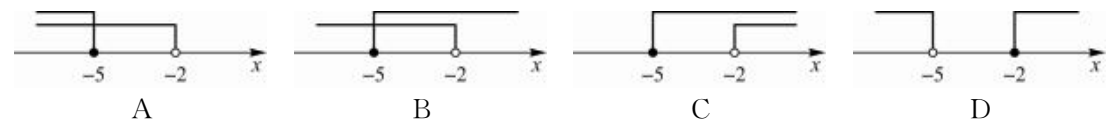
A. $-2x < 1$ 的解集是 $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$ B. $x^2 \geq 4$ 的解集是 $\{x | x \geq \pm 2\}$

C. $|x| < 3$ 的解集是 $\{x | -3 < x < 3\}$ D. $|x| > 2$ 的解集是 $\{x | x > 2\}$

6. 不等式组 $\begin{cases} x - 5 \geq 0, \\ 3 - 2x > -9 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $[5, 6]$ B. $(6, +\infty)$ C. $[5, +\infty)$ D. $[5, 6)$

7. 不等式组 $\begin{cases} 1 - 3x \leq 7, \\ 3x < -15 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



8. 不等式 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ 的解集为 ()

A. $[1, 3]$ B. $(-\infty, 1]$

C. $[3, +\infty)$ D. $[-1, 3]$

9. 已知关于 x 的不等式 $(1 + x)(x - m) < 0$ 的解集是 $(-2, -1)$, 则实数 m 的值为 ()

A. 2 B. -1 C. 1 D. -2

10. 不等式 $|3x - 2| \leq 4$ 的解集为 ()

A. $\left[-\frac{2}{3}, 2\right]$ B. $\left[-2, \frac{2}{3}\right]$

C. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right]$ D. $[0, 2]$

11. 不等式 $|3x - 2| > 1$ 的解集为 ()

A. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty)$ B. $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$

C. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ D. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

12. 已知不等式 $|x + m| \leq n$ 的解集是 $[-4, 6]$, 则 m, n 的值分别是 ()

A. -1, 5 B. 1, 5

C. 5, -1 D. 5, 1

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

13. 不等式 $|x| > 5$ 的解集为_____.

14. 已知不等式 $kx^2 + kx - 2 > 0$ 的解集是空集, 则 k 的取值范围是_____.

15. 设 $a < b$, 则 $a + 2$ _____ $b + 2$, $2a$ _____ $2b$, $a - 2$ _____ $b - 2$, $-2a$ _____ $-2b$.

16. 不等式 $x^2 - 5x \geq 0$ 的解集是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 解不等式 $1+2(x-1)\leqslant 5$,并把解集在数轴上表示出来.

18. 用作差法比较 $(x+1)(x+2)$ 与 $3x-1$ 的大小($x\in\mathbf{R}$).

19. 解下列不等式.

(1) $\frac{x-2}{3}\geqslant 4-\frac{x+1}{2}$;

(2) $|2x-1|\leqslant 3$.

20. 已知不等式 $mx^2+mx-2<0$ 的解集为 $\mathbf{R}$,求 m 的取值范围.

21. 若不等式 $|x+a|<b$ 的解集为 $(0,10)$,求 a,b 的值.

22. 已知不等式 $mx^2-2x+n\leqslant 0$ 的解集是 $\left[-\frac{1}{3},1\right]$,求:

(1) m,n 的值;

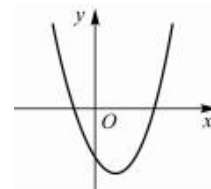
(2) 不等式 $nx^2-mx+4\leqslant 0$ 的解集.

函数专题训练卷(A)

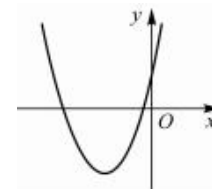
一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 已知分段函数 $\begin{cases} 2x+1, x \leq 0, \\ x^2-1, x > 0, \end{cases}$ 则 $f[(-1)]$ 的值为 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
2. 下列函数中,既是奇函数,又是增函数的是 ()
A. $y = -2x$ B. $y = \sin x$
C. $y = -4x^2 + 3$ D. $y = 3x$
3. 已知 $f(x-1) = x^2 + 1$, 则 $f(5) =$ ()
A. 37 B. 35 C. 26 D. 29
4. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ 的定义域为 ()
A. $\{x | x \geq 0\}$ B. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
C. $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 1\}$ D. $\mathbf{R}$
5. 下列函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数的是 ()
A. $y = x^2 + 1$ B. $y = -x$ C. $y = 5x + 1$ D. $y = \cos x$
6. 设 $f(x) = x^2 - ax + a$, 且 $f(2) = 7$, 则常数 $a =$ ()
A. -1 B. -2 C. -3 D. -4
7. 已知一次函数 $y = kx + 3$ 的图像在全体实数范围内 y 随 x 的增大而减小, 则 k 可以是 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 不确定
8. 已知一次函数 $f(x) = ax + b$ 为减函数, 则函数 $g(x) = ax^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是 ()
A. 增函数 B. 减函数
C. 增函数或减函数 D. 无法确定

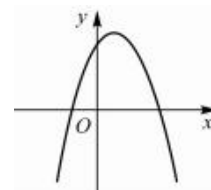
9. 若一次函数 $y = ax + b$ 的图像过第一、二、三象限, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$ 的图像可能是 ()



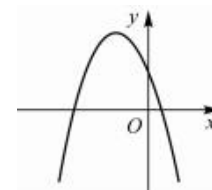
A



B



C



D

10. 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在 $(-\infty, 4]$ 上单调递减, 在 $[4, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的值为 ()
A. -3 B. 3 C. 5 D. -5
11. 某商品的进货价为 40 元/件, 当售价为 50 元/件时, 一个月能卖出 500 件. 市场调查发现, 若该商品的单价每提高 1 元, 则该商品一个月的销售量就会减少 10 件, 为使销售该商品的月利润最高, 商店应将每件商品定价为 ()
A. 45 元 B. 55 元 C. 65 元 D. 70 元
12. 我国的烟花名目繁多, 制造时一般是期望在它达到最高点时爆炸, 如果烟花距离地面的高度 h (单位: m) 与时间 t (单位: s) 之间的关系为 $h(t) = -2t^2 + 4\sqrt{3}t + 19$, 那么在烟花爆裂的最佳时刻, 烟花距地面的高度为 ()
A. 19 m B. 22 m C. 25 m D. 28 m

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0, \\ 2^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(-1)] =$ _____.
14. 函数 $f(x) = x^2 - 4x$ 的最小值为_____.
15. 已知 $f(x) = ax^3 + bx - 4$, 若 $f(2) = 6$, 则 $f(-2) =$ _____.
16. 某地居民的人均纯收入最近两年连续增加, 其中 2023 年的增长率为 m , 2024 年的增长率为 n , 则该地居民的人均纯收入这两年的平均增长率为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x+4, & x\leqslant 0, \\ f(x-5), & x>0, \end{cases}$ 求值:

(1) $f(-2)$;

(2) $f[f(0)]$.

18. 已知函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增,且满足 $f(x^2-2x)>f(-x+6)$,求 x 的取值范围.

19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2x^2-6x, & x>0, \\ 4x+1, & x\leqslant 0. \end{cases}$

(1) 求 $f[f(1)]$ 的值;

(2) 若 $a>0$,且 $f(a+1)>8$,求实数 a 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数,当 $x\geqslant 0$ 时, $f(x)=ax^2+x$,且 $f(2)=18$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的解析式.

21. 2024 年 12 月 4 日,联合国教科文组织保护非物质文化遗产政府间委员会第 19 届常会通过评审,决定将“春节——中国人庆祝传统新年的社会实践”列入人类非物质文化遗产代表作名录.春节期间我们有放烟花的习俗,有一种礼花的升空高度 $h(\text{m})$ 与飞行时间 $t(\text{s})$ 的关系式是 $h=-\frac{5}{2}t^2+20t, t\in[0,8]$,若这种礼花在地面点火升空,并在最高点处引爆,求从点火升空到引爆所需要的时间.

22. 某电子厂生产某种电子手环,其固定成本为 15 000 元,每生产一个这种电子手环需增加投入 80 元,已知每天的总收入 $g(x)$ (单位:元)关于每天的产量 x (单位:个)满足的函数解析式为

$$g(x)=\begin{cases} 300x-\frac{1}{2}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 300, x\in\mathbf{N}^*, \\ 45\,000, & x>300, x\in\mathbf{N}^*. \end{cases}$$

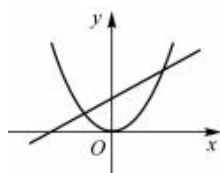
(1) 写出每天的利润 $f(x)$ (单位:元)关于 x 的函数解析式;

(2) 当每天的产量 x 为多少个时,该厂每天的利润最大? 最大利润为多少元?

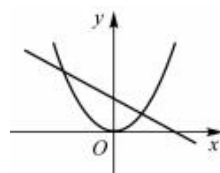
函数专题训练卷(B)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

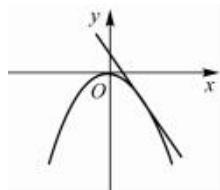
- 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-4}$ 的定义域是 ()
 A. $[-3,-2)\cup(-2,2)\cup(2,3]$ B. $[-3,3]$
 C. $(-3,-2)\cup(2,3)$ D. $(-3,3)$
- 已知函数 $f(x+1)=x^2+2x+1$,那么 $f(x-1)=$ ()
 A. x^2 B. x^2+1 C. x^2-2x+1 D. x^2-2x-1
- 已知点 $(2,4)$ 在奇函数 $y=f(x)$ 的图像上,则下列也在该函数图像上的点是 ()
 A. $(-2,-4)$ B. $(-4,-2)$ C. $(-4,2)$ D. $(-2,4)$
- 下列函数中为偶函数的是 ()
 A. $y=\sin x$ B. $y=x^3+x$ C. $y=x^2+1$ D. $y=x^2(x\geq 0)$
- 已知函数 $f(x)=(a-2)x+2$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(0,+\infty)$ B. $(1,+\infty)$ C. $(2,+\infty)$ D. $(-\infty,2)$
- 二次函数 $y=ax^2$ 与一次函数 $y=-ax+b$ 的图像可能是 ()



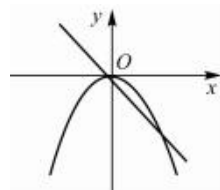
A



B



C



D

- 下列函数中,图像经过第一、二、四象限的是 ()

A. $f(x)=2x+3$ B. $f(x)=2x-3$
 C. $f(x)=-2x+3$ D. $f(x)=-2x-3$

- 函数 $y=x(3-x)$ 的最大值为 ()

A. $\frac{9}{4}$ B. 3 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{9}{8}$

- 已知函数 $f(x)=x^2-6x+8$ 在 $[1,a]$ 上的最小值为 $f(a)$,则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(1,+\infty)$ B. $(1,5)$ C. $(1,3]$ D. $[3,5]$

- 已知函数 $f(x)=-x^2+ax+1$ 在区间 $(2,6)$ 上单调,则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(2,6)$ B. $(-\infty,2]\cup[6,+\infty)$
 C. $(4,12)$ D. $(-\infty,4]\cup[12,+\infty)$

- 有一批材料可以建成 200 m 的围墙,如果用此材料在一边靠墙的地方围成一块矩形场地,中间用同样的材料隔成三个面积相等的矩形(如图所示),若围墙厚度不计,则围成的矩形的最大面积为 ()



A. 2 500 m^2 B. 2 750 m^2 C. 3 000 m^2 D. 3 500 m^2

- 某公司在甲、乙两地销售一种品牌车,利润(单位:万元)分别为 $L_1=5.06x-0.15x^2$ ($x\in\mathbf{N}$) 和 $L_2=2x$ ($x\in\mathbf{N}$),其中 x 为销售量(单位:辆),若该公司在这两地共销售 15 辆车,则可能获得的最大利润为 ()

A. 45.606 万元 B. 45.6 万元 C. 45.56 万元 D. 45.51 万元

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

- 若函数 $f(x)=x^2-2ax+3$ 在区间 $(-\infty,1]$ 上单调递减,则 a 的取值范围为_____.

- 若函数 $f(x),g(x)$ 满足 $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x-\frac{4}{x}$,且 $f(x)+g(x)=x+6$,则 $f(1)+g(-1)=$ _____.

- 已知函数 $f(x)=ax^2+(b-3)x+3,x\in[a^2-2,a]$ 是偶函数,则 $a+b=$ _____.

- 某种教辅资料以 10 元一本的价格进行销售时,可以售出 5 000 本,市场调查发现,该教辅资料单价每提高 1 元,销量就减少 100 本,要使该教辅资料销售额达到最大,则定价应为每本_____元.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知二次函数 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

- (1) 指出函数图像的开口方向;
- (2) 求 x 为何值时, $f(x) = 0$;
- (3) 求函数图像顶点的坐标和对称轴.

18. 已知二次函数 $f(x)$ 是偶函数, 且其图像经过点 $(0, -1)$, $(1, 1)$, 求 $f(x)$ 的解析式.

19. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 3$, 且方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的根为 -1 和 -3 .

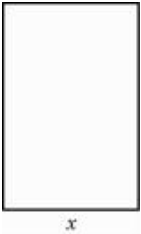
- (1) 求 a 和 b ;
- (2) 解不等式 $f(x) - 3 < 0$.

20. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2, \\ -3x + 1, & -2 \leq x < 0. \end{cases}$

- (1) 求 $f\left[f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

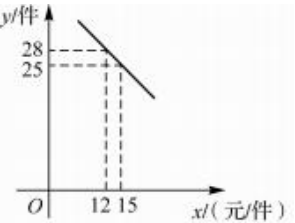
21. 现有 12 m 长的钢材, 要制作一个矩形窗框(如图所示).

- (1) 求窗框所围成的面积 $y(\text{m}^2)$ 与窗框的宽 $x(\text{m})$ 之间的函数解析式;
- (2) 当窗框宽为何值时, 窗框所围成的面积最大? 最大值为多少?



22. 某景区销售一种纪念品, 这种纪念品的成本价为 10 元/件, 销售价不低于成本价, 且物价部门规定这种纪念品的销售价不得高于 20 元/件, 市场调查发现, 该纪念品每天的销售量 y (单位: 件) 与销售价 x (单位: 元/件) 之间的函数关系如图所示.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 每件销售价为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少?



(赠册)

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试
数学专题训练卷
参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目 录

集合和简易逻辑专题训练卷(A)参考答案及解析	1
集合和简易逻辑专题训练卷(B)参考答案及解析	2
不等式专题训练卷(A)参考答案及解析	4
不等式专题训练卷(B)参考答案及解析	5
函数专题训练卷(A)参考答案及解析	7
函数专题训练卷(B)参考答案及解析	9
指数函数与对数函数专题训练卷(A)参考答案及解析	11
指数函数与对数函数专题训练卷(B)参考答案及解析	13
三角函数专题训练卷(A)参考答案及解析	15
三角函数专题训练卷(B)参考答案及解析	17
数列专题训练卷(A)参考答案及解析	19
数列专题训练卷(B)参考答案及解析	22
平面向量专题训练卷(A)参考答案及解析	24
平面向量专题训练卷(B)参考答案及解析	25
直线与圆的方程专题训练卷(A)参考答案及解析	27
直线与圆的方程专题训练卷(B)参考答案及解析	29
简单几何体专题训练卷(A)参考答案及解析	31
简单几何体专题训练卷(B)参考答案及解析	33
立体几何专题训练卷(A)参考答案及解析	36
立体几何专题训练卷(B)参考答案及解析	39
概率与统计初步专题训练卷(A)参考答案及解析	45
概率与统计初步专题训练卷(B)参考答案及解析	47

集合和简易逻辑专题训练卷(A)

参考答案及解析

一、选择题

1. B 解析: 因为 $\sqrt{7}$ 是实数, 则 $\sqrt{7} \in \mathbf{R}$, 故①正确;
 $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$, 故②错误; $0 \notin \emptyset$, 故③错误;
 $\emptyset \subseteq \{0\}$, 故④正确.
所以正确的有2个.
2. B 解析: 解 $x^2 - 5x + 6 = 0$, 得 $x = 2$ 或 $x = 3$,
故 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$, 共有2个元素.
3. C 解析: 因为集合 $M = \{a, a+1\}$,
所以 $a \in M, a+1 \in M, \{a\} \subseteq M, \{a+1\} \subseteq M$,
即选项A, B, D错误, 选项C正确.
4. B 解析: 由题知集合 $A = \{x | x \leq 4\}$, 又 $a = \sqrt{13} < 4$, 则 $a \in A$.
5. A 解析: 因为 $A = \{x | |x| < 1\} = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | -1 < x < 1\}$.
6. C 解析: 因为全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, 所以 $\complement_U A = \{-2, 2\}$.
7. C 解析: 因为 $A = (1, +\infty)$, $B = (-3, 3]$, 所以 $A \cap B = (1, 3]$.
8. C 解析: 集合 $M = \{0, x^2\}$, $N = \{1, 2\}$, 因为 $M \cap N = \{1\}$, 所以 $x^2 = 1$, 则 $M = \{0, 1\}$, 所以 $M \cup N = \{0, 1, 2\}$.
9. B 解析: 因为 $A \subseteq B$, 所以由 $x \in A$ 能推出 $x \in B$,
但由 $x \in B$ 不能推出 $x \in A$, 所以“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的必要不充分条件.
10. A 解析: 因为指数函数 $y = e^x$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增,
当 $x > 1$ 时, $e^x > e^1 > 1$, 得到“ $x > 1$ ” $\Rightarrow$ “ $e^x > 1$ ”;
又 $e^x > 1 = e^0$, 得到 $x > 0$, 推不出 $x > 1$,
所以“ $e^x > 1$ ” $\nRightarrow$ “ $x > 1$ ”,
所以“ $x > 1$ ”是“ $e^x > 1$ ”的充分不必要条件.
11. B 解析: 若 a 是8的倍数, 令 $a = 8n, n \in \mathbf{Z}$, 所以
 $a = 8n = 4 \times 2n, n \in \mathbf{Z}$,
所以 a 一定是4的倍数, 故充分性成立;

若 a 是4的倍数, 则 a 不一定是8的倍数, 如12是4的倍数, 但不是8的倍数, 故必要性不成立.
故命题“ a 是8的倍数”是命题“ a 是4的倍数”的充分不必要条件.

12. B 解析: $A = \{x | x^2 - 5x - 14 \geq 0\} = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 7\}$, $B = \{x | x + 2 < 0\} = \{x | x < -2\}$,
所以 $x \in A$ 不一定有 $x \in B, x \in B$ 一定有 $x \in A$,
所以“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件.

二、填空题

13. 4 解析: 已知 $\{a\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c\}$, 这表示集合 A 必须包含元素 a , 并且 A 中的元素都在集合 $\{a, b, c\}$ 中, 那么集合 A 可以是 $\{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}$ 这4种情况.
14. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ 解析: 因为 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\} = \{x | (x-1)(x-3) \leq 0\} = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$,
所以 $\complement_U A = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.
15. 充要 解析: 当 $A \subseteq B$ 时, $A \cap B = A$;
当 $A \cap B = A$ 时, $A \subseteq B$,
所以“ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的充要条件.
16. 必要不充分 解析: $x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x(x-5) < 0 \Rightarrow 0 < x < 5$,
 $|x-1| < 1 \Rightarrow -1 < x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2$,
集合 $\{x | 0 < x < 2\}$ 是集合 $\{x | 0 < x < 5\}$ 的真子集,
故“ $x^2 - 5x < 0$ ”是“ $|x-1| < 1$ ”的必要不充分条件.

三、解答题

17. 解: 集合 $M = \{a, b, c\}$,
所以 M 的所有子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}$;
其中真子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}$.
18. 解: 因为 $x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4$,
 $|x-1| < 3 \Rightarrow -3 < x-1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 4$,
所以集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | -2 < x < 4\}$,

所以 $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 4\}$, $A \cup B = \{x | -2 < x \leq 4\}$.

19. 解: (1) 已知集合 $A = \{x | x \geq 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 7\}$, 则 $A \cap B = \{x | 3 \leq x \leq 7\}$, $A \cup B = \{x | x \geq 1\}$.

(2) 已知集合 $A = \{x | x \geq 3\}$, $C = \{x | x \geq a-1\}$, 若 $C \cup A = A$, 则 $C \subseteq A$, 所以 $a-1 \geq 3$,

解得 $a \geq 4$, 所以实数 a 的取值范围为 $[4, +\infty)$.

20. 解: 由 $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0$, 得 $x = -3$ 或 $x = 2$, 即 $A = \{-3, 2\}$.

当 $a = 0$ 时, $B = \emptyset$, 当 $a \neq 0$ 时, $B = \left\{-\frac{1}{a}\right\}$, 因为

$B \subseteq A$, 所以当 $a = 0$ 时, 满足题意; 当 $a \neq 0$ 时, 则

$-\frac{1}{a} = 2$ 或 $-\frac{1}{a} = -3$, 解得 $a = -\frac{1}{2}$ 或 $a = \frac{1}{3}$,

所以 $a = 0$ 或 $a = -\frac{1}{2}$ 或 $a = \frac{1}{3}$.

21. 解: (1) 设集合 $A = \{x | x > a\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$,

若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 $B \subsetneq A$,

所以 $a < 3$, 即 a 的取值范围是 $(-\infty, 3)$.

(2) 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 $A \subsetneq B$,

所以 $a > 3$, 即 a 的取值范围是 $(3, +\infty)$.

22. 解: (1) 若 $a = 1$, 则 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$.

所以 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 6\}$.

(2) 因为 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分条件, 所以 $A \subseteq B$.

由题意知 $A \neq \emptyset$.

所以 $a+3 < -2$ 或 $a > 6$.

解得 $a < -5$ 或 $a > 6$.

所以 a 的取值范围是 $(-\infty, -5) \cup (6, +\infty)$.

集合和简易逻辑专题训练卷(B)

参考答案及解析

一、选择题

1. C 解析: 已知集合 $A = \{x | x < 5\}$, $a = 3$,

因为 $3 < 5$, 所以 $a \in A$, 故 A, B 错误,

则 $\{a\} \subseteq A$, 故 C 正确, D 错误.

2. C 解析: ①中的“聪明”不具有确定性, 所以不能

构成一个集合;

②中, 对于一个三角形, 只要它的周长是 10 cm, 就可以确定它是这个集合的元素, 满足集合元素的确定性、互异性和无序性, 所以能构成一个集合;

③中, 不小于 3 的正整数是明确的, 如 3, 4, 5, ..., 满足集合元素的确定性、互异性和无序性, 所以能构成一个集合;

④中的“近似值”本身是一个模糊的概念, 不具有确定性, 所以不能构成一个集合.

综上, 能构成集合的是②和③.

3. C 解析: 因为方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解为 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, 所以 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$, 即 M 中的元素有 2 个.

4. C 解析: 因为 $A = \{2, 4\}$, 则 $\{2\} \subseteq A$, $\{4\} \subseteq A$, 集合 A 中没有元素 3, 5, 则 $5 \notin A$, $3 \notin A$.

5. B 解析: 因为集合 $A = \{x | -2 \leq x < 3\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 1 \leq x < 3\} = [1, 3)$.

6. B 解析: 由题意知集合 $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 所以 $A \cap B = \{2\}$.

7. C 解析: 由题可知 $\complement_U B = \{1, 4, 5, 6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap C = \{1, 4, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4, 6\}$.

8. D 解析: 因为全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{b, c, d\}$, $N = \{c, e\}$,

所以 $\complement_U N = \{a, b, d\}$,

所以 $M \cup (\complement_U N) = \{a, b, c, d\}$.

9. B 解析: “ $x > -1$ ” $\nRightarrow$ “ $x > 1$ ”, 例如 $x = 0$,

“ $x > 1$ ” $\Rightarrow$ “ $x > -1$ ”,

所以“ $x > -1$ ”是“ $x > 1$ ”的必要不充分条件.

10. B 解析: 当 $x = 1$ 时, $x^2 - 3x + 2 = 1^2 - 3 \times 1 + 2 = 0$, 即充分性成立;

当 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 时, $x = 1$ 或 $x = 2$, 不一定有 $x = 1$, 即必要性不成立,

所以甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件.

11. A 解析: 由 $x^2 - x > 0$ 可得 $x(x-1) > 0$, 解得 $x < 0$ 或 $x > 1$,

所以由“ $x > 1$ ”能推出“ $x^2 - x > 0$ ”,

由“ $x^2 - x > 0$ ”推不出“ $x > 1$ ”,

故“ $x > 1$ ”是“ $x^2 - x > 0$ ”成立的充分不必要条件.

12. B 解析: 因为 $M \subsetneq N$, 所以 $M \cap N = M$;

若 $a \in N$, 且 $a \notin M$, 满足“ $a \in M$ 或 $a \in N$ ”, 则 $a \notin (M \cap N)$, 故充分性不成立;

若 $a \in (M \cap N)$, 则 $a \in M$, 满足“ $a \in M$ 或 $a \in N$ ”, 故必要性成立,

故“ $a \in M$ 或 $a \in N$ ”是“ $a \in M \cap N$ ”的必要不充分条件.

二、填空题

13. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 解析: 因为集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

14. $\emptyset \supseteq \in \subseteq$ 解析: 因为空集 $\emptyset$ 是不含任何元素的集合, 而 0 是一个元素, 所以 $0 \notin \emptyset$;

集合 $\{0\}$ 含有一个元素, 空集 $\emptyset$ 不含任何元素, 空集是任何非空集合的子集, 所以 $\{0\} \supseteq \emptyset$;

集合 $\{0\}$ 含有一个元素 0, 所以 $0 \in \{0\}$;

集合 A 表示小于 2 的所有实数, 集合 B 表示小于等于 3 的所有实数, A 中的元素都在 B 中,

所以 $A = \{x | x < 2\} \subseteq B = \{x | x \leq 3\}$.

15. 必要不充分 解析: 当 $a < b$ 时, 若 $c = 0$, 则 $ac^2 < bc^2$ 不成立;

当 $ac^2 < bc^2$ 时, 必有 $a < b$ 成立,

所以“ $a < b$ ”是“ $ac^2 < bc^2$ ”的必要不充分条件.

16. $[-3, 0]$ 解析: 由已知得命题 p 为 $-3 < x < 1$.

由 p 是 q 的必要不充分条件可知, $q \Rightarrow p$ 且 $p \nRightarrow q$.

设集合 $A = \{x | -3 < x < 1\}$, 集合 $B = \{x | a < x < a + 1\}$,

则集合 B 是集合 A 的真子集, 即 $\begin{cases} a \geq -3, \\ a + 1 < 1 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} a > -3, \\ a + 1 \leq 1, \end{cases}$ 解得 $-3 \leq a \leq 0$, 经检验满足题意,

则 a 的取值范围是 $[-3, 0]$.

三、解答题

17. 解: 根据子集、真子集的概念可知,

集合 $M = \{0, 2, 4\}$ 的子集为 $\emptyset, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}, \{0, 2, 4\}$;

其中真子集为 $\emptyset, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}$.

18. 解: (1) 若集合 A 为空集, 则方程 $x^2 + ax + a = 0$ 无实根,

故 $\Delta = a^2 - 4a < 0$, 解得 $0 < a < 4$.

(2) 若集合 A 中有一个元素, 则方程 $x^2 + ax + a = 0$ 有两个相等实根,

故 $\Delta = a^2 - 4a = 0$, 解得 $a = 0$ 或 $a = 4$.

(3) 若集合 A 中有两个元素, 则方程 $x^2 + ax + a = 0$ 有两个不等的实根,

故 $\Delta = a^2 - 4a > 0$, 解得 $a < 0$ 或 $a > 4$.

19. 解: 因为 $x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$,

所以集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\} = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$.

又因为 $B = \{x | 0 \leq x < 5\}$,

所以 $A \cap B = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 即 $A \cap B = [1, 3]$;

$A \cup B = \{x | 0 \leq x < 5\}$, 即 $A \cup B = [0, 5)$.

20. 解: 由已知 $P = \{x | |x - 1| < 3\} = \{x | -3 < x - 1 < 3\} = \{x | -2 < x < 4\}$,

Q 是 P 的充分不必要条件, 则 Q 是 P 的真子集.

当 $3m - 2 > 5m + 2$, 即 $m < -2$ 时, $Q = \emptyset$, 满足题意;

当 $m \geq -2$ 时, 由题意得 $\begin{cases} 3m - 2 > -2, \\ 5m + 2 < 4, \end{cases}$ 解得 $0 < m < \frac{2}{5}$.

综上, m 的取值范围是 $\left\{m \mid m < -2 \text{ 或 } 0 < m < \frac{2}{5}\right\}$.

21. 解: (1) 由 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 得 $x = -1$ 或 $x = -2$, 即 $A = \{-1, -2\}$.

(2) 由已知 $A = \{-1, -2\}$, $B = \{x | x^2 + (m + 1)x + m = 0\} = \{x | (x + 1)(x + m) = 0\}$,

若 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的充要条件, 则 $A = B$,

所以 $-m = -2$, 所以 $m = 2$.

22. 解: (1) 要使得函数 $f(x)$ 有意义, 只需要

$\begin{cases} x + 3 \geq 0, \\ 6 - x > 0, \end{cases}$ 解得 $-3 \leq x < 6$,

所以集合 $A = \{x | -3 \leq x < 6\}$.

(2) 因为 p 是 q 的必要不充分条件, 所以 $B \subsetneq A$.

① 当 $B = \emptyset$ 时, $m - 1 > 3m + 1$, 解得 $m < -1$;

② 当 $B \neq \emptyset$ 时, $\begin{cases} m - 1 \leq 3m + 1; \\ m - 1 \geq -3, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq m < \frac{5}{3}$, $\begin{cases} 3m + 1 < 6, \end{cases}$

综上所述,实数 m 的取值范围是 $(-\infty, \frac{5}{3})$.

不等式专题训练卷(A)

参考答案及解析

一、选择题

1. D 解析: 因为 $a > b > 0$, 令 $a = 2, b = 1$,

所以 $a^2 = 4 > b^2 = 1, \frac{1}{a} = \frac{1}{2} < 1 = \frac{1}{b}$, 故 A, B 错误;

由不等式的性质可知 $a - b > 0, \sqrt{a} > \sqrt{b}$, 故 C 错误, D 正确.

2. B 解析: 因为 $|2x - 3| \geq 1$,

所以 $2x - 3 \leq -1$ 或 $2x - 3 \geq 1$,

所以 $2x \leq 2$ 或 $2x \geq 4$, 解得 $x \leq 1$ 或 $x \geq 2$.

即不等式的解集为 $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$.

3. A 解析: 不等式 $x^2 - 4x \leq 0$ 可化为 $x(x - 4) \leq 0$, 解得 $0 \leq x \leq 4$, 即不等式的解集为 $[0, 4]$.

4. A 解析: $\because a < a + 2$, 不等式转化为 $(x - a)[x - (a + 2)] < 0$, 解得 $a < x < a + 2$, $\therefore (x - a)[x - (a + 2)] < 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 $(a, a + 2)$.

5. C 解析: 已知 $a > 0, b < 0$,

则 $\frac{a}{b} < 0$, 故 A 错误; $ab < 0$, 故 B 错误;

$a - b > 0$, 故 C 正确;

若 $a = 1, b = -2$, 则 $a + b < 0$, 故 D 错误.

6. A 解析: 因为 $\begin{cases} 2x + 1 > 0, \\ 3x - 1 > 0, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > \frac{1}{3}, \end{cases}$ 解得

$x > \frac{1}{3}$,

所以 $\begin{cases} 2x + 1 > 0, \\ 3x - 1 > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\left\{x \mid x > \frac{1}{3}\right\}$.

7. D 解析: 因为 $a > b$, 当 $a = -1, b = -2$ 时, 满足 $a > b$, 但 $a^2 < b^2$, 故选项 A 错误;

因为 $a > b$, 当 $a = 2, b = 1$ 时, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 故选项 B 错误;

因为 $a > b$, 当 $a = 2, b = 1, c = -1$ 时, $ac < bc$, 故选项 C 错误;

因为 $a > b$, 且 $c \neq 0$, 所以 $\frac{1}{c^2} > 0$, 所以 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ 一定成立, 故选项 D 正确, 符合题意.

8. D 解析: 由不等式 $|x + 3| < a$ 得 $-a < x + 3 < a$, 解得 $-a - 3 < x < a - 3$.

又不等式 $|x + 3| < a$ 的解集为 $(-8, 2)$, 则 $-a - 3 = -8$, 解得 $a = 5$.

9. D 解析: $x \in \mathbf{R}, m = x^2 - 1, n = 2(x + 1)^2 - 4(x + 1) + 1$,

$n - m = 2(x + 1)^2 - 4(x + 1) + 1 - (x^2 - 1) = 2x^2 + 4x + 2 - 4x - 4 + 1 - x^2 + 1 = x^2 \geq 0$,

则 $m \leq n$.

10. A 解析: 因为 $a = x^2 - 1, b = 2x - 2$,

所以 $a - b = x^2 - 1 - (2x - 2) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$ (当且仅当 $x = 1$ 时取等号), 即 $a \geq b$.

11. B 解析: 因为实数 $m > n$,

对于 A, 取 $m = 0, n = -1$, 则 $m - 1 = -1 > -2 = n - 1$, 故 A 错误;

对于 B, 由不等式的性质可知, 由 $m > n$, 得 $-5m < -5n$, 故 B 正确;

对于 C, 取 $m = 0, n = -1$, 则 $5m = 0 > -5 = 5n$, 故 C 错误;

对于 D, 取 $m = 0, n = -1$, 则 $m^2 = 0 < 1 = n^2$, 故 D 错误.

12. C 解析: 不等式 $|2x - 3| < 5$ 等价于 $-5 < 2x - 3 < 5$, 即 $-1 < x < 4$,

所以不等式 $|2x - 3| < 5$ 的解集为 $\{x \mid -1 < x < 4\}$.

依题意, 不等式 $-x^2 + bx + c > 0$ 可化为 $x^2 - bx - c < 0$, 解集也为 $\{x \mid -1 < x < 4\}$,

所以方程 $x^2 - bx - c = 0$ 的根为 -1 和 4 ,

根据根与系数的关系, 得 $x_1 + x_2 = b = 3, x_1 x_2 = -c = -4$,

所以 $b = 3, c = 4$, 则 $b + c = 7$.

二、填空题

13. $(-6, 1)$ 解析: 不等式 $x^2 + 5x < 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 < 0$, 即 $(x + 6)(x - 1) < 0$, 解得 $-6 < x < 1$,

所以不等式 $x^2+5x<6$ 的解集是 $(-6,1)$.

14. $(-2,8)$ 解析: 不等式 $|x-3|<5$ 可转化为 $-5<x-3<5$, 解得 $-2<x<8$, 故不等式的解集为 $(-2,8)$.

15. $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$ 解析: 已知不等式组 $\begin{cases} 4x+6>0, \\ 3x-5<0, \end{cases}$

$$\text{则有 } \begin{cases} 4x>-6, \\ 3x<5, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x>-\frac{3}{2}, \\ x<\frac{5}{3}, \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{3}{2}<x<\frac{5}{3},$$

$$\text{所以不等式组 } \begin{cases} 4x+6>0, \\ 3x-5<0 \end{cases} \text{ 的解集是 } (-\frac{3}{2}, \frac{5}{3}).$$

16. $>$ 解析: 因为 $(x+1)^2-x(x+2)=x^2+2x+1-(x^2+2x)=1>0$,
所以 $(x+1)^2>x(x+2)$.

三、解答题

17. 解: $x^2+2x-(x-1)(x+3)$

$$=x^2+2x-(x^2+2x-3)$$

$$=x^2+2x-x^2-2x+3$$

$$=3>0,$$

$$\text{所以 } x^2+2x>(x-1)(x+3).$$

18. 解: ①由题意得, $2x-5<3x+1$, 移项得 $2x-3x<1+5$, 即 $-x<6$, 解得 $x>-6$, 所以解集为 $\{x|x>-6\}$.

19. 解: (1) 因为不等式有解, 则 $n>0$,

$$\text{解不等式 } |x-m|<n \text{ 得 } m-n<x<m+n,$$

$$\text{则由题意可得 } \begin{cases} m-n=1, \\ m+n=7, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=4, \\ n=3. \end{cases}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得不等式 } x^2-4x+3<0, \text{ 即 } (x-1)(x-3)<0, \text{ 解得 } 1<x<3, \text{ 则不等式 } x^2-mx+n<0 \text{ 的解集为 } \{x|1<x<3\}.$$

20. 解: (1) 由 $x^2-x-6>0$ 得 $(x+2)(x-3)>0$, 解得 $x<-2$ 或 $x>3$. 故不等式的解集为 $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$.

$$(2) \text{ 由 } x^2+2x-8\leq 0 \text{ 得 } (x+4)(x-2)\leq 0, \text{ 解得 } -4\leq x\leq 2. \text{ 故不等式的解集为 } [-4, 2].$$

21. 解: 当 $m+2=0$ 时, $m=-2$, 不等式 $(m+2)x^2-$

$$(m+2)x+2>0 \text{ 化为 } 2>0,$$

解集为 $\mathbf{R}$, 满足题意;

当 $m+2\neq 0$ 时, 应满足

$$\begin{cases} m+2>0, \\ \Delta=(m+2)^2-4\times 2\times(m+2)<0, \end{cases}$$

$$\text{可化为 } \begin{cases} m>-2, \\ (m+2)(m-6)<0, \end{cases} \text{ 解得 } -2<m<6.$$

综上, 实数 m 的取值范围是 $\{m|-2\leq m<6\}$, 即为 $[-2, 6)$.

22. 解: (1) 因为 $x^2+ax+b>0$ 的解集为 $(-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$,

所以 $-5, 3$ 是方程 $x^2+ax+b=0$ 的两个实数根,

$$\text{所以 } \begin{cases} (-5)^2+a\times(-5)+b=0, \\ 3^2+a\times 3+b=0, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=2, \\ b=-15. \end{cases}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } x^2+ax+b\leq 0 \text{ 可化为 } x^2+2x-15\leq 0, \text{ 解得 } -5\leq x\leq 3,$$

$$\text{则 } x^2+ax+b\leq 0 \text{ 的解集为 } [-5, 3].$$

不等式专题训练卷(B)

参考答案及解析

一、选择题

1. D 解析: 已知 $a>b>0>c$,

选项 A, $ac<bc$, 该选项错误;

选项 B, 假设 $a=2, b=1, c=-5$, 此时 $a+c<b-c$, 该选项错误;

选项 C, 因为 a 是正数, c 是负数, 则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{c}$, 该选项错误;

选项 D, 因为 $a>b, c^2>0$, 则 $ac^2>bc^2$, 该选项正确.

2. B 解析: 解不等式 $4-x<0$, 得 $x>4$, 所以解集为 $\{x|x>4\}$.

3. C 解析: 因为 $M-N=(a^2+b^2+5)-2(a-2b)=a^2+b^2-2a+4b+5=(a-1)^2+(b+2)^2$,
且 $(a-1)^2\geq 0, (b+2)^2\geq 0$, 所以 $M-N\geq 0$,

所以 $M \geq N$.

4. B 解析: 已知不等式 $4x-3 \leq 5+2x$,

则 $4x-2x \leq 5+3$, 即 $2x \leq 8$,

解得 $x \leq 4$, 区间表示为 $(-\infty, 4]$.

5. C 解析: A, 解 $-2x < 1$ 得 $x > -\frac{1}{2}$, 所以 $-2x < 1$

解集是 $\left\{x \mid x > -\frac{1}{2}\right\}$, A 错误;

B, 解 $x^2 \geq 4$ 得 $x \leq -2$ 或 $x \geq 2$, 所以 $x^2 \geq 4$ 的解集是 $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$, B 错误;

C, 解 $|x| < 3$ 得 $-3 < x < 3$, 所以 $|x| < 3$ 的解集是 $\{x \mid -3 < x < 3\}$, C 正确;

D, 解 $|x| > 2$ 得 $x < -2$ 或 $x > 2$, 所以 $|x| > 2$ 的解集是 $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$, D 错误.

6. D 解析: 解 $\begin{cases} x-5 \geq 0, \\ 3-2x > -9 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x \geq 5, \\ x < 6, \end{cases}$ 即 $5 \leq x < 6$,

所以 $\begin{cases} x-5 \geq 0, \\ 3-2x > -9 \end{cases}$ 的解集是 $[5, 6)$.

7. D 解析: $\begin{cases} 1-3x \leq 7, & \textcircled{1} \\ 3x < -15, & \textcircled{2} \end{cases}$

解 $\textcircled{1}$ 得, $x \geq -2$, 解 $\textcircled{2}$ 得, $x < -5$,

所以不等式组无解, 所以不等式组的解集在数轴上为:



8. A 解析: $x^2-4x+3 \leq 0 \Rightarrow (x-3)(x-1) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$, 所以不等式 $x^2-4x+3 \leq 0$ 的解集为 $[1, 3]$.

9. D 解析: 不等式 $(x+1)(x-m) < 0$, 对应的二次函数 $y=(x+1)(x-m)$ 的图像开口向上.

因为不等式的解集是 $(-2, -1)$, 所以二次函数的图像与 x 轴的两个交点的横坐标分别为 -2 与 -1 , 故 $m=-2$.

10. A 解析: 由不等式 $|3x-2| \leq 4$,

得 $-4 \leq 3x-2 \leq 4$, 即 $-2 \leq 3x \leq 6$,

解得 $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$,

所以不等式 $|3x-2| \leq 4$ 的解集为 $\left[-\frac{2}{3}, 2\right]$.

11. C 解析: 不等式 $|3x-2| > 1$ 可转化为 $3x-2 >$

1 或 $3x-2 < -1$, 解得 $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{3}$,

所以不等式 $|3x-2| > 1$ 的解集为 $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup$

$(1, +\infty)$.

12. A 解析: 因为不等式 $|x+m| \leq n$ 的解集是 $[-4, 6]$,

所以 $-n \leq x+m \leq n \Rightarrow -n-m \leq x \leq n-m$,

所以 $\begin{cases} -n-m=-4, \\ n-m=6, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=-1, \\ n=5. \end{cases}$

二、填空题

13. $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$ 解析: 由不等式

$|x| > 5$, 可得 $x < -5$ 或 $x > 5$, 所以不等式 $|x| > 5$ 的解集为 $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$.

14. $[-8, 0]$ 解析: 因为不等式 $kx^2+kx-2 > 0$ 的解集是空集,

所以当 $k=0$ 时, $-2 > 0$, 此时解集为空集满足条件;

当 $k \neq 0$ 时, 则 $\begin{cases} k < 0, \\ \Delta \leq 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} k < 0, \\ k^2+8k \leq 0, \end{cases}$ 解得 $-8 \leq$

$k < 0$;

综上可知, 实数 k 的取值范围为 $[-8, 0]$.

15. $< < < >$ 解析: 因为 $a < b$, 两边同时加

2 , 不等号的方向不变, 故 $a+2 < b+2$;

两边乘正数 2 , 不等号的方向不变, 故 $2a < 2b$;

两边同时减 2 , 不等号的方向不变, 故 $a-2 < b-2$;

两边乘负数 -2 , 不等号的方向改变, 故 $-2a > -2b$.

16. $(-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$ 解析: 由不等式 $x^2-5x \geq 0$

可得 $x(x-5) \geq 0$, 解得 $x \leq 0$ 或 $x \geq 5$, 不等式的解集为 $(-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$.

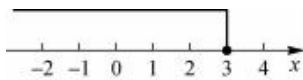
三、解答题

17. 解: 去括号得 $1+2x-2 \leq 5$, 即 $2x \leq 5+2-1$, 即

$2x \leq 6$, 解得 $x \leq 3$,

故不等式的解集为 $(-\infty, 3]$.

把解集在数轴上表示出来如图所示:



18. 解: 由作差法可得 $(x+1)(x+2)-(3x-1)=x^2+3x+2-(3x-1)=x^2+3$,
由于对任意实数 $x, x^2+3>0$,
所以 $(x+1)(x+2)>3x-1$.

19. 解: (1) $\frac{x-2}{3} \geq 4 - \frac{x+1}{2} \Rightarrow 6 \times \frac{x-2}{3} \geq 6 \times (4 - \frac{x+1}{2}) \Rightarrow 2(x-2) \geq 24 - 3(x+1) \Rightarrow 2x - 4 \geq 24 - 3x - 3 \Rightarrow 5x \geq 25, x \geq 5$, 则该不等式的解集为 $[5, +\infty)$.
(2) $|2x-1| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2x-1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2$,
则该不等式的解集为 $[-1, 2]$.

20. 解: ① $m=0$ 时, $-2<0$, 成立;

② $m \neq 0$ 时, $\begin{cases} m < 0, \\ \Delta = m^2 - 4m \times (-2) < 0, \end{cases}$ 解得 $-8 < m < 0$,

综上, m 的取值范围是 $(-8, 0]$.

21. 解: 解不等式 $|x+a| < b$, 得 $-b < x+a < b$,

解得 $-b-a < x < b-a$,

又不等式 $|x+a| < b$ 的解集为 $(0, 10)$,

所以 $\begin{cases} -b-a=0, \\ b-a=10, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-5, \\ b=5, \end{cases}$

故 $a=-5, b=5$.

22. 解: (1) 因为不等式 $mx^2-2x+n \leq 0$ 的解集是 $[-\frac{1}{3}, 1]$, 故 $-\frac{1}{3}, 1$ 分别是方程 $mx^2-2x+n=0$ 的两根,

所以 $\begin{cases} -\frac{1}{3}+1=\frac{2}{m}, \\ -\frac{1}{3} \times 1=\frac{n}{m}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=3, \\ n=-1, \end{cases}$

所以 $m=3, n=-1$.

(2) 由(1)知 $-x^2-3x+4 \leq 0$,

不等式左右两边乘 -1 , 得 $x^2+3x-4 \geq 0 \Rightarrow (x+4)(x-1) \geq 0$,

解得 $x \leq -4$ 或 $x \geq 1$,

所以不等式的解集为 $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$.

函数专题训练卷(A)

参考答案及解析

一、选择题

1. A 解析: 已知分段函数 $\begin{cases} 2x+1, x \leq 0, \\ x^2-1, x > 0, \end{cases}$
 $\therefore f(-1)=2 \times (-1)+1=-2+1=-1$,
 $\therefore f[f(-1)]=f(-1)=2 \times (-1)+1=-2+1=-1, \therefore f(f(-1))$ 的值为 -1 .

2. D 解析: 函数 $y=-2x$ 是奇函数, 是减函数, 故 A 不符合题意;

函数 $y=\sin x$ 是奇函数, 在整个定义域内不具有单调性, 故 B 不符合题意;

函数 $y=-4x^2+3$ 是偶函数, 故 C 不符合题意;

函数 $y=3x$ 是奇函数, 在定义域内为增函数, 符合题意.

3. A 解析: 因为 $f(x-1)=x^2+1, f(5)=f(6-1)=6^2+1=37$.

4. B 解析: 因为 $f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$,

所以 $x^2-2x-3 \geq 0$, 即 $(x-3)(x+1) \geq 0$,

解得 $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$.

所以函数的定义域为 $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

5. C 解析: 函数 $y=x^2+1$ 为二次函数, 定义域为 $\mathbf{R}$, 对称轴为 $x=0$, 图像为开口向上的抛物线, 所以在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 故不符合题意;

函数 $y=-x$, 定义域为 $\mathbf{R}$, 因为 $k=-1 < 0$, 所以在定义域内即 $(-\infty, +\infty)$ 上为减函数, 故不符合题意;

函数 $y=5x+1$, 定义域为 $\mathbf{R}$, 因为 $k=5 > 0$, 所以在定义域内即 $(-\infty, +\infty)$ 上为增函数, 故符合题意;

函数 $y=\cos x$, 定义域为 $\mathbf{R}$, 为周期函数, 在定义域内即 $(-\infty, +\infty)$ 上不具有单调性, 故不符合题意.

6. C 解析: 因为 $f(x)=x^2-ax+a$, 且 $f(2)=7$,

所以 $f(2)=4-2a+a=4-a=7$, 解得 $a=-3$.

7. A 解析: 一次函数 $y=kx+3$ 的图像在全体实数范围内 y 随 x 的增大而减小, 则一次函数 $y=kx+3$ 为减函数, 所以 $k<0$, 即选项 A 符合, 选项 BCD 错误.

8. A 解析: 一次函数 $f(x)=ax+b$ 为减函数, 则 $a<0$, 则函数 $g(x)=ax^2$ 的图像开口向下, 对称轴为 $x=0$, 则在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数.

9. B 解析: 若一次函数 $y=ax+b$ 的图像过第一、二、三象限, 则斜率大于零, 即 $a>0$, 与 y 轴交点在 y 轴正半轴上, 则 $b>0$, 二次函数 $y=ax^2+bx+1$, 当 $x=0$ 时, $y=1$, 故图像经过 $(0, 1)$, 排除 A, $a>0$ 开口向上, 排除 C, D.

10. A 解析: 由函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在 $(-\infty, 4]$ 上单调递减, 在 $[4, +\infty)$ 上单调递增, 可得函数 $f(x)$ 的图像的对称轴为 $x=4$, 则 $-\frac{2(a-1)}{2}=4$, 即 $a-1=-4$, 解得 $a=-3$.

11. D 解析: 由题意, 设在 50 元的基础上提高 x 元, 每月的月利润为 y 元, 则 y 与 x 的函数关系式为 $y=(500-10x)(50+x-40)=-10x^2+400x+5\,000$, 所以 $y=-10(x-20)^2+9\,000$, 所以当 $x=20$, 即每件商品的定价为 $50+20=70$ (元) 时, 月利润最高.

12. C 解析: 因为 $h(t)=-2t^2+4\sqrt{3}t+19=-2(t-\sqrt{3})^2+25$, 所以当 $t=\sqrt{3}$ 时, $h(t)_{\max}=25$. 即在烟花爆裂的最佳时刻, 烟花距地面的高度为 25 m.

二、填空题

13. 2 解析: 因为 $f(x)=\begin{cases} x+2, & x<0, \\ 2^x, & x\geq 0, \end{cases}$ 所以 $f(-1)=-1+2=1$, 即 $f[f(-1)]=f(1)=2^1=2$.

14. -4 解析: 因为函数 $f(x)=x^2-4x=(x-2)^2-4\geq -4$, 所以函数的最小值为 -4.

15. -14 解析: 因为 $f(x)=ax^3+bx-4$, 且 $f(2)=6$, 所以 $f(2)=a\cdot 2^3+b\cdot 2-4=8a+2b-4=6$, 得到 $4a+b=5$,

则 $f(-2)=a\cdot (-2)^3+b\cdot (-2)-4=-8a-2b-4=-2(4a+b)-4=-2\times 5-4=-14$.

16. $\sqrt{mn+m+n+1}-1$ 解析: 设平均增长率为 x , 则 $(1+x)^2=(1+m)(1+n)$, 所以 $x=\sqrt{mn+m+n+1}-1$.

三、解答题

17. 解: (1) 由题意知函数 $f(x)=\begin{cases} x+4, & x\leq 0, \\ f(x-5), & x>0, \end{cases}$

所以 $f(-2)=-2+4=2$.

(2) 由题意知函数 $f(x)=\begin{cases} x+4, & x\leq 0, \\ f(x-5), & x>0, \end{cases}$

所以 $f(0)=0+4=4$,

即 $f[f(0)]=f(4)=f(4-5)=f(-1)=-1+4=3$.

18. 解: 因为 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 且 $f(x^2-2x)>f(-x+6)$, 所以 $x^2-2x>-x+6$, 即 $x^2-x-6>0$, 可化为 $(x-3)(x+2)>0$, 解得 $x<-2$ 或 $x>3$, 所以 x 的取值范围为 $(-\infty, -2)\cup(3, +\infty)$.

19. 解: (1) 因为 $1>0$, 所以 $f(1)=2\times 1^2-6\times 1=-4$. 因为 $-4<0$, 所以 $f(-4)=4\times (-4)+1=-15$. 所以 $f[f(1)]=-15$. (2) 因为 $a>0$, 所以 $a+1>0$, $f(a+1)=2(a+1)^2-6(a+1)=2a^2-2a-4$, 故 $f(a+1)>8$, 即 $2a^2-2a-12>0$, 即 $a^2-a-6>0$, 解得 $a<-2$ 或 $a>3$, 又因为 $a>0$, 故实数 a 的取值范围是 $(3, +\infty)$.

20. 解: (1) 由当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=ax^2+x$, 且 $f(2)=18$ 可知, $4a+2=18$, 解得 $a=4$. (2) 当 $x<0$ 时, $-x>0$, $f(-x)=4(-x)^2-x=4x^2-x$, 因为 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $-f(x)=f(-x)=4x^2-x$, 则当 $x<0$ 时, $f(x)=-(4x^2-x)=-4x^2+x$, 所以 $f(x)=\begin{cases} 4x^2+x, & x\geq 0, \\ -4x^2+x, & x<0. \end{cases}$

21. 解: 对于 $h = -\frac{5}{2}t^2 + 20t, t \in [0, 8]$, 其图像开口向下, 对称轴为 $t = -\frac{20}{2 \times (-\frac{5}{2})} = 4$,

所以当 $t=4$ 时, h 取得最大值,

即从点火升空到引爆所需要的时间为 4 s.

22. 解: (1) 固定成本为 15 000 元, 每生产一个这种电子手环需增加投入 80 元, 得总成本为 $(15\ 000 + 80x)$ 元.

$$f(x) = \begin{cases} 300x - \frac{1}{2}x^2 - (80x + 15\ 000), & 0 \leq x \leq 300, x \in \mathbf{N}^*, \\ 45\ 000 - (80x + 15\ 000), & x > 300, x \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 220x - \frac{1}{2}x^2 - 15\ 000, & 0 \leq x \leq 300, x \in \mathbf{N}^*, \\ 30\ 000 - 80x, & x > 300, x \in \mathbf{N}^*. \end{cases}$$

(2) 当 $0 \leq x \leq 300, x \in \mathbf{N}^*$ 时,

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-220)^2 + 9\ 200,$$

此时当 $x=220$ 时, 利润最大, 最大为 9 200 元;

当 $x > 300, x \in \mathbf{N}^*$ 时, $f(x) = 30\ 000 - 80x$, 当 $x=301$ 时, 利润最大, 最大为 5 920 元.

综上, 当 $x=220$ 时, 利润最大, 最大为 9 200 元.

函数专题训练卷(B)

参考答案及解析

一、选择题

1. A 解析: 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-4}$ 的定义域满足

$$\begin{cases} 9-x^2 \geq 0, \\ x^2-4 \neq 0, \end{cases} \text{解得 } -3 \leq x \leq 3 \text{ 且 } x \neq \pm 2,$$

所以函数 $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-4}$ 的定义域为 $[-3, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, 3]$.

2. C 解析: $f(x+1) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$, 令 $t = x+1$,

则 $f(t) = t^2$, 从而令 $t = x-1$, 则 $f(x-1) = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$.

3. A 解析: 因为 $y=f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(-x) =$

$-f(x)$, 已知点 $(2, 4)$ 在函数图像上, 则 $f(2) = 4$, 那么 $f(-2) = -f(2) = -4$, 所以 $(-2, -4)$ 也在该函数图像上.

4. C 解析: 因为函数 $y = \sin x$ 的定义域是实数集 $\mathbf{R}$, 关于原点对称, 又 $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$, 所以该函数是奇函数, 不是偶函数, 故选项 A 不符合题意;

因为函数 $y = x^3 + x$ 的定义域是实数集 $\mathbf{R}$, 关于原点对称, 又 $f(-x) = (-x)^3 - x = -(x^3 + x) = -f(x)$,

所以该函数是奇函数, 不是偶函数, 故选项 B 不符合题意;

因为函数 $y = x^2 + 1$ 的定义域是实数集 $\mathbf{R}$, 关于原点对称, 又 $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$, 所以该函数是偶函数, 故选项 C 符合题意;

因为函数 $y = x^2 (x \geq 0)$ 的定义域是 $\{x | x \geq 0\}$, 不关于原点对称, 故该函数是非奇非偶函数, 故选项 D 不符合题意.

5. D 解析: 因为函数 $f(x) = (a-2)x + 2$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数, 所以 $a-2 < 0$, 解得 $a < 2$,

所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2)$.

6. B 解析: A 选项, 二次函数 $y = ax^2$ 的图像开口向上, 则 $a > 0$; 由一次函数图像可知, $-a > 0 \Rightarrow a < 0$, 矛盾, 故错误.

B 选项, 二次函数 $y = ax^2$ 的图像开口向上, 则 $a > 0$; 由一次函数图像可知 $-a < 0 \Rightarrow a > 0, b > 0$, 符合题意.

C 选项, 二次函数 $y = ax^2$ 的图像开口向下, 则 $a < 0$; 由一次函数图像可知 $-a < 0 \Rightarrow a > 0$, 矛盾, 故错误.

D 选项, 二次函数 $y = ax^2$ 的图像开口向下, 则 $a < 0$; 由一次函数图像可知 $-a < 0 \Rightarrow a > 0$, 矛盾, 故错误.

7. C 解析: 因为 $f(x) = 2x + 3$ 中, $2 > 0$, 故图像倾斜向上为增函数,

与 y 轴的交点为 $(0, 3)$, 故函数图像过第一、二、三象限, 不符合题意;

因为 $f(x) = 2x - 3$ 中, $2 > 0$, 故图像倾斜向上为增

函数,

与 y 轴的交点为 $(0,3)$, 故函数图像过第一、三、四象限, 不符合题意;

因为 $f(x) = -2x + 3$ 中, $-2 < 0$, 故图像倾斜向下为减函数,

与 y 轴的交点为 $(0,3)$, 故函数图像过第一、二、四象限, 符合题意;

因为 $f(x) = -2x - 3$ 中, $-2 < 0$, 故图像倾斜向下为减函数,

与 y 轴的交点为 $(0,-3)$, 故函数图像过第二、三、四象限, 不符合题意.

8. A 解析: $y = x(3-x) = -x^2 + 3x = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4}$, 故当 $x = \frac{3}{2}$ 时, 取最大值 $\frac{9}{4}$.

9. C 解析: 已知函数 $f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1$, 所以函数的图像开口向上, 对称轴为直线 $x=3$, 且在 $(-\infty, 3]$ 上单调递减.

因为函数 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 在 $[1, a]$ 上的最小值为 $f(a)$, 所以函数在 $[1, a]$ 上为减函数, 所以 $1 < a \leq 3$.

10. D 解析: 因为 $f(x) = -x^2 + ax + 1$ 的图像开口向下, 对称轴为 $x = -\frac{a}{-2} = \frac{a}{2}$,

又函数在区间 $(2, 6)$ 上单调,

所以 $\frac{a}{2} \leq 2$ 或 $\frac{a}{2} \geq 6$, 即 $a \leq 4$ 或 $a \geq 12$,

所以实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 4] \cup [12, +\infty)$.

11. A 解析: 由题意, 设围成的矩形场地垂直墙的边为 x m, 则另一边为 $(200-4x)$ m,

则 $\begin{cases} x > 0, \\ 200-4x > 0, \end{cases}$ 解得 $0 < x < 50$,

所以矩形场地的面积 $S = x(200-4x) = -4x^2 + 200x = -4(x-25)^2 + 2500$,

所以当 $x=25$ 时, 面积 S 取得最大值, 即 $S_{\max} = 2500 \text{ m}^2$.

12. B 解析: 设在甲地销售量为 a , 则在乙地销售量为 $15-a$,

设利润为 y 万元, 则 $y = 5.06a - 0.15a^2 + 2(15-a)(0 \leq a \leq 15, a \in \mathbf{N})$,

即 $y = -0.15a^2 + 3.06a + 30$,

对称轴为 $a = -\frac{3.06}{2 \times (-0.15)} = 10.2$,

因为 $a \in \mathbf{N}$, 所以当 $a=10$ 时, 最大利润为 $y_{\max} = 45.6$ 万元.

二、填空题

13. $[1, +\infty)$ 解析: 函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ 的对称轴为 $x = -\frac{-2a}{2} = a$,

又因为函数在区间 $(-\infty, 1]$ 上单调递减,

所以 $a \geq 1$, 即 a 的取值范围为 $[1, +\infty)$.

14. 9 解析: 已知 $f(x) - 2f(\frac{1}{x}) = 2x - \frac{4}{x}$,

当 $x=1$ 时, $f(1) - 2f(1) = 2 - 4 = -2$, 解得 $f(1) = 2$,

当 $x=-1$ 时, $f(-1) - 2f(-1) = -2 + 4 = 2$, 解得 $f(-1) = -2$,

由 $f(x) + g(x) = x + 6$, 得 $f(-1) + g(-1) = -1 + 6 = 5$,

所以 $g(-1) = 7$, 所以 $f(1) + g(-1) = 2 + 7 = 9$.

15. 4 解析: 因为函数 $f(x) = ax^2 + (b-3)x + 3$, $x \in [a^2-2, a]$ 是偶函数,

所以 $\begin{cases} f(-x) = f(x), \\ a^2-2+a=0, \end{cases}$

故 $\begin{cases} a(-x)^2 + (b-3)(-x) + 3 = ax^2 + (b-3)x + 3, \\ a^2-2+a=0, \end{cases}$

即 $\begin{cases} b-3=0, \\ a^2-2+a=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=3, \\ a=-2 \text{ 或 } a=1, \end{cases}$

当 $a=-2$ 时, 区间 $x \in [2, -2]$, 舍去,

所以 $a=1, b=3$, 得到 $a+b=4$.

16. 30 解析: 设定价为每本 x 元, 销售额为 y 元,

则有 $y = x[5000 - 100(x-10)] = -100x^2 + 6000x = -100(x-30)^2 + 90000$,

故当 $x=30$ 时, y 有最大值,

即定价为 30 元时, 该教辅资料销售额达到最大.

三、解答题

17. 解: (1) 因为函数为 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$,

$a = -1 < 0$, 所以函数图像的开口方向向下.

(2) 令 $-x^2+4x-3=0$, 所以 $x^2-4x+3=0$,
 所以 $(x-3)(x-1)=0$, 所以 $x=1$ 或 $x=3$,
 所以当 $x=1$ 或 $x=3$ 时, $f(x)=0$.

(3) 因为 $f(x)=-x^2+4x-3=-(x^2-4x+4)+1=-(x-2)^2+1$,

所以函数图像顶点的坐标为 $(2,1)$.

函数图像的对称轴为 $x=2$.

18. 解: 设 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=ax^2+bx+c(a \neq 0)$,

$$\text{则根据题意得} \begin{cases} b=0, \\ c=-1, \\ a+b+c=1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=2, \\ b=0, \\ c=-1, \end{cases}$$

所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2x^2-1$.

$$19. \text{解: (1) 由题意得} \begin{cases} -\frac{b}{a}=-4, \\ \frac{3}{a}=3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=1, \\ b=4. \end{cases}$$

(2) 由(1)得 $f(x)=x^2+4x+3$,

所以 $f(x)-3 < 0$, 即 $x^2+4x < 0$, 解得 $-4 < x < 0$,

所以不等式 $f(x)-3 < 0$ 的解集为 $(-4, 0)$.

20. 解: (1) 由题意得 $f\left(-\frac{1}{3}\right)=-3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)+1=2$, 所以 $f\left[-f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]=f(2)=2^2+1=5$.

(2) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 0) \cup [0, 2] = [-2, 2]$.

当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x)=x^2+1$ 单调递增,

$f(0)=1, f(2)=2^2+1=5$, 所以 $f(x) \in [1, 5]$;

当 $-2 \leq x < 0$ 时, $f(x)=-3x+1$ 单调递减,

$f(-2)=-3 \times (-2)+1=7, f(0)=1$, 所以 $f(x) \in (1, 7]$,

所以函数 $f(x)$ 的值域是 $[1, 7]$.

21. 解: (1) 现有 12 m 长的钢材, 已知窗框的宽为 x m,

则窗框的长为 $\frac{12-2x}{2}=(6-x)$ m,

所以窗框所围成的面积 $y=x(6-x)=-x^2+6x(0 < x < 6)$.

(2) 由(1)可知, $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9(0 < x < 6)$,

所以当 $x=3$ 时, $y_{\max}=9$,

所以当窗框宽为 3 m 时, 窗框所围成的面积最大, 最大值为 9 m².

22. 解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b(k \neq 0)$,

由图像知过点 $(12, 28)$ 和点 $(15, 25)$, 则

$$\begin{cases} 12k+b=28, \\ 15k+b=25, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-1, \\ b=40, \end{cases}$$

所以 y 与 x 的函数关系式为 $y=-x+40(10 \leq x \leq 20)$.

(2) 设每天的销售利润为 W 元,

则 $W=(x-10)y=(x-10)(-x+40)$,

化简得 $W=-x^2+50x-400=-(x-25)^2+225$,

因为 $a=-1 < 0$, 所以当 $x < 25$ 时, W 随 x 的增大而增大,

又因为 $10 \leq x \leq 20$,

所以当 $x=20$ 时, W 取得最大值,

$W_{\max}=-(20-25)^2+225=200$,

所以每件销售价为 20 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 200 元.

指数函数与对数函数专题训练卷(A)

参考答案及解析

一、选择题

1. C 解析: $\sqrt{a} \cdot (a^3)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = a^2$.

2. A 解析: 因为任何数(0 除外)的 0 次幂都是 1, 故 $a^0=1(a \neq 0)$, 故选项 A 正确;

因为 $a^{-1} \cdot a^2 = a^{-1+2} = a(a \neq 0)$, 故选项 B 错误;

因为 $\lg 5 + \lg 2 = \lg(5 \times 2) = \lg 10 = 1$, 故选项 C 错误;

因为 $\log_2 2 = 1$, 故选项 D 错误.

3. C 解析: 因为 $y=a^{2x-4}+3(a > 0$ 且 $a \neq 1)$,

令 $2x-4=0$, 解得 $x=2, y=a^0+3=1+3=4$,

所以函数图像恒过定点 $(2, 4)$.

4. B 解析: 由于函数 $y=\log_2 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $0.2 < 1$,

所以 $a=\log_2 0.2 < \log_2 1=0$;

由于函数 $y=2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 且 $0.2 > 0$, 所以