

华腾新思

职教高考文化基础课配套学习用书

数学

强基随堂练

拓展模块1·下

主编 华腾新思职教高考研究中心

- ✓ 回归课本
- ✓ 夯实基础
- ✓ 随堂测试

职教高考文化基础课配套学习用书

数学

强基随堂练

拓展模块1·下

主编 华腾新思职教高考研究中心



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

ISBN 978-7-5661-4850-6



定价: 35.00元

选题策划: 苏 莉 刘桂君
责任编辑: 张佳凯
封面设计: 张瑞阳

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

职教高考文化基础课配套学习用书

数学强基随堂训练
(拓展模块 1·下)

主编 华腾新思职教高考研究中心

内 容 简 介

本书以教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准》和国家规划新教材的内容为标准,根据中等职业教育对数学学科的基本要求,按照中职教材的章节顺序编写而成。本书每小节分为 A,B 两套试卷,由简到难,分阶练习,在确保题目难度适中的同时,注重知识点的覆盖率和典型性。通过系统练习,学生不仅能夯实基础,巩固课堂所学知识,还能逐步培养解题思维,为未来的升学考试做好充分准备。

本书既可以作为中等职业学校的学生学习的参考资料,也可以作为教师教学的辅助资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学强基随堂训练(拓展模块 1·下)
SHUXUE QIANGJI SUITANG XUNLIAN(TUOZHAN MOKUAIYI·XIA)

选题策划 苏 莉 刘桂君
责任编辑 张佳凯
封面设计 张瑞阳

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号
邮政编码 150001
电 话 0451-82519989
经 销 新华书店
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 10.5
字 数 209 千字
版 次 2025 年 月第 1 版
印 次 2025 年 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5661 - -
定 价 35.00 元
<http://www.hrbeupress.com>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

目 录

当前,我国的中等职业教育快速发展,受到社会、学校、家庭等各方面的高度关注。职教高考作为中职生提升学历的重要途径,也变得越来越受重视。

对广大中职生来说,课内知识的掌握与巩固是提升技能、在未来的职教高考中取得好成绩的重要保障。然而,不少中职生在课后缺乏系统、高效的练习,难以将课堂所学知识转化为扎实的能力。针对这一情况,我们策划并编写了本书,旨在帮助广大中职生加强日常训练,为未来的升学和职业发展奠定坚实基础。

本书的显著特色如下:

1. 强调回归课本

本书严格依据中职教材编写而成,所有习题均围绕课本知识点进行设计,避免过度拓展或设置偏离教学标准的题目,确保学生能通过练习加深对课堂所学知识的理解,进而消化课本内容,真正做到“学一课,练一课,掌握一课”。

2. 着重夯实基础

本书的习题以基础题为主,兼顾少量的提升类题目;在确保题目难度适中的同时,注重知识点的覆盖率和典型性。通过系统练习,学生不仅能夯实基础,巩固课堂所学知识,还能逐步培养解题思维,为未来的升学考试做好充分准备。

3. 便于组织测试

本书以“课后作业”的形式进行编排:每一课的练习题均与教学进度高度匹配,方便教师随堂布置作业;每一课的练习题均自成单位、不跨页,可直接剪裁,作为闭卷考试的试卷使用,方便教师组织测试;每一课的练习题题量适中,学生花费较短时间即可完成练习,不会加重课业负担。

希望本书能成为广大中职生学习的得力助手。愿每一位同学通过扎实的练习,夯实基础,提升能力,在未来的职教高考和职业发展道路上自信从容,收获成功!

华腾新思职教高考研究中心

第 6 章 三角计算	1
6.1 和角公式	1
6.2 二倍角公式	13
6.3 正弦型函数的图像和性质	17
6.4 解三角形	21
6.5 三角计算的应用	33
第 7 章 数列	37
7.1 数列的概念	37
7.2 等差数列	41
7.3 等比数列	49
7.4 等差数列与等比数列的应用	57
第 8 章 排列组合	61
8.1 计数原理	61
8.2 排列与组合	73
8.3 二项式定理	85
第 9 章 随机变量及其分布	93
9.1 离散型随机变量及其分布	93
9.2 正态分布	105
第 10 章 统计	109
10.1 集中趋势与离散程度	109
10.2 一元线性回归	117

第6章 三角计算

6.1 和角公式

6.1.1 两角和与差的余弦公式

A 卷

一、单选题

1. $\cos 17^\circ \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \sin 13^\circ =$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. $\cos 45^\circ \cos 15^\circ + \sin 45^\circ \sin 15^\circ =$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
3. $\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \sin 10^\circ \sin 50^\circ =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1
4. $\cos 78^\circ \cos 18^\circ + \sin 78^\circ \sin 18^\circ$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
5. $\cos 75^\circ$ 的值为 ()
A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
6. 下列等式中恒成立的是 ()
A. $\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
B. $\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
C. $\cos(\alpha-\beta) = \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta$
D. $\cos(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
7. $\sin 25^\circ \sin 35^\circ - \cos 25^\circ \cos 35^\circ$ 的值为 ()
A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{5}{13}$, 则 $\cos C =$ ()
A. $\frac{63}{65}$ B. $-\frac{63}{65}$ C. $-\frac{33}{65}$ D. $\frac{33}{65}$

二、填空题

9. $\cos 60^\circ \cos 15^\circ + \sin 60^\circ \sin 15^\circ =$ _____.
10. $\cos 25^\circ \cos 20^\circ - \sin 25^\circ \sin 20^\circ =$ _____.
11. $\cos 65^\circ \cos 5^\circ + \sin 65^\circ \sin 5^\circ =$ _____.
12. 已知向量 $\boldsymbol{a} = (\cos 105^\circ, \sin 105^\circ), \boldsymbol{b} = (\cos 15^\circ, \sin 15^\circ)$, 则 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} =$ _____.

三、解答题

13. 已知 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \cos \beta = \frac{4}{5}$, 并且 α 和 β 都是第四象限角.
(1) 求 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值;
(2) 求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.
14. 已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \cos \beta = \frac{5}{13}$, 且 α, β 均为第四象限角, 求下列各式的值:
(1) $\cos(\alpha+\beta)$;
(2) $\cos(\alpha-\beta)$.

B 卷

一、单选题

1. $\cos 17^\circ \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \sin 13^\circ =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 求值： $\cos 19^\circ \cos 41^\circ - \sin 19^\circ \sin 41^\circ =$ ()
 A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. 计算： $\cos 7.5^\circ \cos 52.5^\circ - \sin 7.5^\circ \sin 52.5^\circ =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\cos 79^\circ \cos 34^\circ + \sin 79^\circ \sin 34^\circ =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1
5. $\cos 105^\circ =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
6. 求值： $\cos \frac{5\pi}{12} =$ ()
 A. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
7. 下列三角函数式正确的是 ()
 A. $\cos(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 B. $\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha - \cos \beta$
 C. $\cos(\alpha-\beta) = \sin \alpha - \sin \beta$
 D. $\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
8. $2\cos 80^\circ - \cos 20^\circ =$ ()
 A. $\sqrt{3}\sin 20^\circ$ B. $\sin 20^\circ$ C. $-\sqrt{3}\sin 20^\circ$ D. $-\sin 20^\circ$

二、填空题

9. $\cos 45^\circ \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \sin 15^\circ =$ _____.
10. 化简： $\sin(x+y) \sin x + \cos(x+y) \cos x =$ _____.
11. $\cos 15^\circ =$ _____.
12. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

三、解答题

13. 已知 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{5}{13}$, 且 α, β 都是锐角, 求 $\cos \beta$ 的值.

14. 已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

- (1) 求 $\cos \alpha, \sin \beta$ 的值;
- (2) 求 $\cos(\alpha+\beta), \cos(\alpha-\beta)$ 的值.

6.1.2 两角和与差的正弦公式

A 卷

一、单选题

1. $\sin 14^\circ \cos 16^\circ + \cos 14^\circ \sin 16^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0

2. $\sin 11^\circ \cos 19^\circ + \cos 11^\circ \sin 19^\circ =$ ()

- A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sin 49^\circ \cos 19^\circ - \cos 49^\circ \sin 19^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \cos 35^\circ \sin 25^\circ =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $\sin 105^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

6. $\sin \frac{\pi}{12}$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$

7. 化简 $\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha - \cos(\alpha+\beta)\sin\alpha$ 的结果是 ()

- A. $\sin\alpha$ B. $\sin\beta$ C. $\cos\alpha$ D. $\cos\beta$

8. 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos 23^\circ, \cos 37^\circ)$, $\mathbf{b} = (\sin 37^\circ, \sin 23^\circ)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题

9. $\sin 60^\circ \cos 15^\circ - \cos 60^\circ \sin 15^\circ =$ _____.

10. $\sin 43^\circ \cos 13^\circ - \cos 43^\circ \sin 13^\circ =$ _____.

11. $\sin 195^\circ =$ _____.

12. 已知 $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha\sin\beta = \frac{3}{2}$, 则 $\sin(\alpha-\beta) =$ _____.

三、解答题

13. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, 求:

(1) $\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$ 的值;

(2) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

14. 已知角 α 终边上一点 $P(a, \sqrt{3}a)$ ($a < 0$), 求:

(1) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ 的值;

(2) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

B 卷

一、单选题

1. $\sin 45^\circ \cos 15^\circ + \cos 45^\circ \sin 15^\circ =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. $\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$ 的值为 ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
3. $\sin 25^\circ \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \sin 20^\circ =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
4. $\sin 51^\circ \cos 6^\circ - \cos 51^\circ \sin 6^\circ =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1
5. $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \cos 35^\circ \cos 65^\circ =$ ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 计算 $\sin 75^\circ$ 的值为 ()
 A. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
7. $\sin(70^\circ + \alpha) \cos(10^\circ + \alpha) - \cos(70^\circ + \alpha) \sin(10^\circ + \alpha)$ 的值为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
8. 已知角 α 终边上一点 $P(-3, 4)$, 则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值为 ()
 A. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ B. $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ C. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$

二、填空题

9. $\sin 13^\circ \cos 77^\circ + \cos 13^\circ \sin 77^\circ =$ _____.
10. $\sin 66^\circ \cos 36^\circ - \cos 66^\circ \sin 36^\circ =$ _____.
11. $\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ =$ _____.
12. 已知 $\cos \theta = -\frac{3}{5}, \theta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) =$ _____.

三、解答题

13. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$. 求:

- (1) $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值;
- (2) $\sin \alpha$ 的值.

14. 已知角 $\alpha + \frac{\pi}{6}$ 的始边是 x 轴的非负半轴, 其终边经过点 $(-4, 3)$. 求:

- (1) $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}), \cos(\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值;
- (2) $\sin \alpha$ 的值.

6.1.3 两角和与差的正切公式

A 卷

一、单选题

1. 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. -3 B. 3 C. -4 D. 4

2. $\frac{1 - \tan 27^\circ \tan 33^\circ}{\tan 27^\circ + \tan 33^\circ} =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\tan 6^\circ$ D. $\frac{1}{\tan 6^\circ}$

3. $\frac{\tan 165^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 165^\circ \tan 45^\circ} =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $-\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 已知 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, 那么 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ()

- A. -3 B. 3 C. -7 D. 7

5. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = \frac{1}{3}$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ ()

- A. 1 B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 已知 $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = 3$, 则 $\tan(\alpha - \beta) =$ ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. 1 D. -1

7. $\tan 15^\circ =$ ()

- A. $\sqrt{3} - 2$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. 设 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的两个根, 则 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值为 ()

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

二、填空题

9. $\frac{\tan 11^\circ + \tan 34^\circ}{1 - \tan 11^\circ \tan 34^\circ} =$ _____.

10. $\tan 75^\circ =$ _____.

11. 设 $\tan(\alpha - \beta) = 2$, $\tan \alpha = 4$, 则 $\tan \beta =$ _____.

12. 已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 - 12x - 5 = 0$ 的两个根, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ _____.

三、解答题

13. 若 $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 且角 α 是第三象限角, 求 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ 和 $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ 的值.

14. 已知 α 为第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值;

(2) 若 $\tan \beta = \frac{1}{2}$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

B 卷

一、单选题

1. 若 $\tan \alpha=3, \tan \beta=1$, 则 $\tan(\alpha-\beta)=$ ()
A. -1 B. 1 C. $-\frac{10}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{\tan 20^{\circ}+\tan 25^{\circ}}{\tan 20^{\circ} \tan 25^{\circ}-1}=$ ()
A. $\tan 15^{\circ}$ B. $\sqrt{3}$ C. -1 D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. $\frac{\tan 45^{\circ}+\tan 15^{\circ}}{1-\tan 15^{\circ}}=$ ()
A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. 若 $\tan \alpha=-3 \sqrt{3}$, 则 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$ ()
A. $-\frac{5 \sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{5 \sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{5 \sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4 \sqrt{3}}{3}$
5. 已知 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=9$, 则 $\tan \alpha=$ ()
A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$
6. 已知 $\tan(\alpha+\beta)=4$, 则 $\tan \alpha+\tan \beta+4 \tan \alpha \tan \beta=$ ()
A. 2 B. 4 C. $\frac{1}{2}$ D. 1
7. 已知 $\tan(\alpha+\beta)=2, \tan(\alpha-\theta)=3$, 那么 $\tan(\beta+\theta)=$ ()
A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. 7 D. -7
8. 已知 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{7}, \tan\left(\frac{\pi}{6}+\beta\right)=\frac{2}{5}$, 则 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值为 ()
A. $\frac{29}{41}$ B. $\frac{1}{29}$ C. $\frac{1}{41}$ D. 1

二、填空题

9. 若角 α 的终边在第四象限, 且 $\sin \alpha=-\frac{3}{5}$, 则 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=$ _____.
10. 已知 $\tan \alpha$ 和 $\tan \beta$ 是方程 $x^2-5 x+6=0$ 的两个根, 则 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值是_____.
11. 已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2-3 x-5=0$ 的两个根, 则 $\tan(\alpha+\beta)=$ _____.

12. $\tan 80^{\circ}+\tan 40^{\circ}-\sqrt{3} \tan 80^{\circ} \tan 40^{\circ}=$ _____.

三、解答题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos \alpha,-2), \boldsymbol{b}=(\sin \alpha, 1)$, 且 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b}$, 求 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

14. 若 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$, 求 $(1+\tan \alpha) \cdot(1+\tan \beta)$ 的值.

6.2 二倍角公式

A 卷

一、单选题

1. $1-2\cos^2 \frac{\pi}{3}=$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 若 $\sin \alpha=1$, 则 $\cos 2\alpha=$ ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. ± 1
3. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\sqrt{3}$
4. 计算: $2\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}=$ ()
A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
5. $2\cos^2 15^\circ - 1 =$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1}{4}$
6. 已知 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta =$ ()
A. $-\frac{7}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
7. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{7}{25}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
8. 若 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{3}{2}$

二、填空题

9. $\sin 15^\circ \sin 75^\circ =$ _____.

10. 已知 $\tan 2\alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.
11. 若 $\sin \theta = -\frac{4}{5}, \theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, 则 $\sin 2\theta =$ _____.
12. 已知 $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) =$ _____.

三、解答题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a} = (-1, \cos \theta), \boldsymbol{b} = (\sin \theta, 2)$, 且 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$, 求 $3 \cos^2(\pi - \theta) + 4 \sin 2\theta$ 的值.

14. 已知角 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 求:
- (1) $\cos \alpha, \tan \alpha$ 的值;
- (2) $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

B 卷

一、单选题

1. 求值： $2\sin 75^\circ \cos 75^\circ =$ ()
A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 已知 $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $\frac{8}{9}$ B. $-\frac{8}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$
3. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $-\frac{7}{8}$
4. 求值： $-\sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ =$ ()
A. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $\cos^2 22.5^\circ - \sin^2 22.5^\circ =$ ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. $1 - 2\sin^2 15^\circ =$ ()
A. 1 B. -1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
7. 已知 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
8. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $-\frac{8}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

二、填空题

9. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值是_____.
10. 已知 $\sin \alpha = \frac{5}{7}$, 则 $\cos(\pi - 2\alpha) =$ _____.

11. 求值： $\left(\sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8}\right)\left(\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}\right) =$ _____.
12. 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) =$ _____.

三、解答题

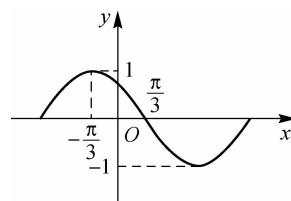
13. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限角. 求:
(1) $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值;
(2) $\sin 2\alpha$ 及 $\tan 2\alpha$ 的值.
14. 已知 $\cos(\pi - \alpha) = \frac{4}{5}$, 且 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, 求:
(1) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ 的值;
(2) $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$ 的值.

6.3 正弦型函数的图像和性质

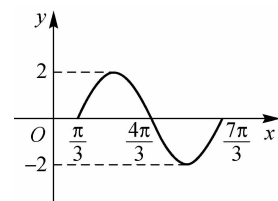
A 卷

一、单选题

- 函数 $f(x) = 2\sin 3x$ 的最小正周期是 ()
A. π B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 6π
- 函数 $f(x) = 2\sin\left(5x + \frac{5\pi}{6}\right)$ 的最小正周期为 ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{5}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. 2π
- 函数 $f(x) = 5\sin 2x$ 的最小值是 ()
A. -5 B. -10 C. 5 D. 10
- 已知 $\sin x = a - 3, x \in \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$ C. $[2, 4]$ D. $(2, 4)$
- 若函数 $y = \sin 2x$ 的图像向右平移 1 个单位长度, 则图像对应的函数解析式为 ()
A. $y = \sin 2x - 1$ B. $y = \sin(2x - 1)$ C. $y = \sin 2(x - 1)$ D. $y = \sin 2(x + 1)$
- 要得到函数 $y = 3\sin 2x$ 的图像, 只需将函数 $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像 ()
A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图像如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 的最大值和周期分别为 ()
A. $2, \frac{4\pi}{3}$ B. $2, \frac{8\pi}{3}$ C. $1, \frac{4\pi}{3}$ D. $1, \frac{8\pi}{3}$



(7 题)

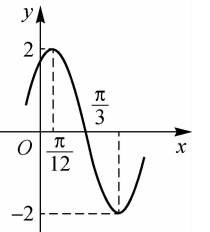


(8 题)

- 如图所示为正弦型函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 一个周期的简图, 则实数 ω 的值为 ()
A. -2 或 1 B. 1 C. 2 D. 4

二、填空题

- 函数 $f(x) = 3\sin 4x$ 的最小正周期为 _____.
- 函数 $y = 2\sin x - 1$ 的最大值为 _____.
- 将函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的横坐标伸长为原来的 2 倍所得到图像的解析式为 _____.
- 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 将函数 $f(x)$ 图像上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 再把所得图像上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得函数图像的解析式为 _____.



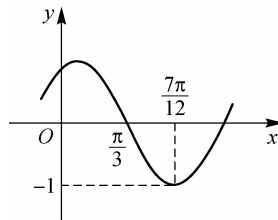
三、解答题

- 将函数 $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像向上平移 1 个单位长度, 再向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到 $g(x)$ 的图像, 求:
(1) 函数 $g(x)$ 的解析式;
(2) 函数 $g(x)$ 的最小值及取最小值时 x 的取值集合.
- 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.
(1) 由 $y = \sin x$ 的图像经过怎样的变换得到 $y = f(x)$ 的图像?
(2) 求出函数图像的对称轴方程和对称中心坐标.

B 卷

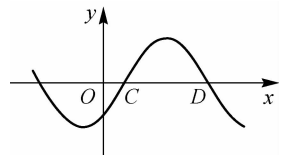
一、单选题

1. 已知函数 $y=5\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega>0$) 的最小正周期 $T=2$, 则 $\omega=$ ()
 A. π B. 1 C. 2 D. 2π
2. 函数 $f(x)=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期为 ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π
3. 函数 $f(x)=4\sin 3x-1$ 的最小值是 ()
 A. -5 B. -8 C. 3 D. 8
4. 将函数 $y=\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍, 再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到的函数图像的一条对称轴的方程为 ()
 A. $x=-\frac{\pi}{12}$ B. $x=\frac{\pi}{16}$ C. $x=\frac{\pi}{4}$ D. $x=\frac{\pi}{2}$
5. 将函数 $y=\sin x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 得到函数 $y=f(x)$ 的图像, 则下列说法正确的是 ()
 A. $y=f(x)$ 是奇函数 B. $y=f(x)$ 是偶函数
 C. $y=f(x)$ 的周期为 π D. $y=f(x)$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$
6. 若将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后, 得到函数 $y=g(x)$ 的图像, 则 $g\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 的值为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$
7. 将函数 $f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ 图像上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图像, 则 $g(x)$ 图像的一个对称中心是 ()
 A. $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ C. $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$
8. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=$ ()
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



二、填空题

9. 函数 $f(x)=2\sin(\pi x+3)$ 的周期是_____.
10. 将函数 $y=\sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 所得函数的解析式为_____.
11. 将函数 $y=2\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)$ 的图像向左平移 φ 个单位长度后, 所得图像正好关于原点对称, 则 φ 的最小正值为_____.
12. 如图, 点 $C\left(\frac{5\pi}{24}, 0\right), D\left(\frac{25\pi}{24}, 0\right)$ 在函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A>0, \omega>0$) 的图像上, 则该函数的最小正周期为_____.



三、解答题

13. 已知函数 $f(x)=\sin x \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+\frac{1}{4}$.
 (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间及其图像的对称中心;
 (2) 已知函数 $f(x)$ 的图像经过先平移后伸缩得到 $y=\sin x$ 的图像, 试写出其变换过程.
14. 已知函数 $f(x)=A\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega>0$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 其图像过点 $(0, 1)$.
 (1) 求 A 和 ω 的值;
 (2) 将函数 $y=f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $y=g(x)$ 的图像, 求函数 $y=g(x)$ 的单调递增区间.

数学强基随堂训练
参考答案及解析

目 录

第 6 章 三角计算	1
6.1 和角公式	1
6.2 二倍角公式	5
6.3 正弦型函数的图像和性质	6
6.4 解三角形	9
6.5 三角计算的应用	14
第 7 章 数列	16
7.1 数列的概念	16
7.2 等差数列	17
7.3 等比数列	20
7.4 等差数列与等比数列的应用	23
第 8 章 排列组合	24
8.1 计数原理	24
8.2 排列与组合	28
8.3 二项式定理	32
第 9 章 随机变量及其分布	34
9.1 离散型随机变量及其分布	34
9.2 正态分布	38
第 10 章 统计	39
10.1 集中趋势与离散程度	39
10.2 一元线性回归	41

$2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin 2x$ 的图像, 令 $2x=k\pi, k\in\mathbf{Z}$, 得 $x=\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$, 当 $k=1$ 时, $x=\frac{\pi}{2}$, 则 $g(x)$ 图像的一个对称中为 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$. 故选 D.

8. A 解析: 由题图可知 $A=1, T=4\times\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}\right)=4\times\frac{\pi}{4}=\pi$,

又 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$, 所以 $\omega=2$,

所以函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)=\sin(2x+\varphi)$,

因为 $f(x)$ 的图像经过点 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$,

所以 $\sin\left(\frac{2}{3}\pi+\varphi\right)=0$.

又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$, 则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$, 即 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$,

所以 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$.

故选 A.

二、填空题

9. 2 10. $y=\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$

11. $\frac{\pi}{3}$ 解析: 将 $y=2\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)$ 的图像向左平移 φ 个单位长度可得 $y=\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$ 的图像,

要使图像正好关于原点对称, 则 $\frac{2\pi}{3}+\varphi=k\pi$ ($k\in\mathbf{Z}$), 解得 $\varphi=k\pi-\frac{2\pi}{3}$ ($k\in\mathbf{Z}$),

所以当 $k=1$ 时, φ 有最小正值 $\frac{\pi}{3}$.

12. $\frac{5\pi}{3}$ 解析: 由题图并根据 $C\left(\frac{5\pi}{24}, 0\right), D\left(\frac{25\pi}{24}, 0\right)$, 可得 $\frac{T}{2}=\frac{25\pi}{24}-\frac{5\pi}{24}=\frac{5\pi}{6}$, 所以 $T=\frac{5\pi}{3}$.

三、解答题

13. 解: (1) 因为函数 $f(x)=\sin x \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+\frac{1}{4}$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x - \frac{1}{2} \sin^2 x + \frac{1}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} \times \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1}{4}$$

$$=\frac{1}{2} \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right),$$

令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leq 2x+\frac{\pi}{6}\leq 2k\pi+\frac{3\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$, 解得 $k\pi+\frac{\pi}{6}\leq x\leq k\pi+\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbf{Z}$,

可得函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi+\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{2\pi}{3}\right], k\in\mathbf{Z}$.

令 $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi, k\in\mathbf{Z}$, 得 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}, k\in\mathbf{Z}$, 可得

$f(x)$ 图像的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}, 0\right), k\in\mathbf{Z}$.

(2) 函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像经过先平移后伸缩得到 $y=\sin x$ 的图像,

其具体过程为: 把函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的

图像先向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 可得 $y=\frac{1}{2}\sin 2x$ 的图像;

再把图像的横坐标变为原来的 2 倍, 可得 $y=\frac{1}{2}\sin x$ 的图像;

再把图像的纵坐标变为原来的 2 倍, 可得 $y=\sin x$ 的图像.

14. 解: (1) 由最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 可知 $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2}$, 解得

$$\omega=4,$$

由函数 $y=f(x)$ 的图像过点 $(0, 1)$,

得 $1=A\sin\frac{\pi}{6}$, 解得 $A=2$.

(2) 由 (1) 知 $f(x)=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)$,

将函数 $y=f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度,

得 $g(x)=2\sin\left[4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(4x-\frac{5\pi}{6}\right)$ 的图像.

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leq 4x-\frac{5\pi}{6}\leq 2k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$, 解得 $\frac{k\pi}{2}+$

$$\frac{\pi}{12}\leq x\leq \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}, k\in\mathbf{Z},$$

所以函数 $g(x)$ 的单调递增区间为

$$\left[\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}, \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right], k\in\mathbf{Z}.$$