

华腾新思

职教高考文化基础课配套学习用书

数学

强基随堂练

基础模块·下

主编 华腾新思职教高考研究中心

- ✓ 回归课本
- ✓ 夯实基础
- ✓ 随堂测试

职教高考文化基础课配套学习用书

数学

强基随堂练

基础模块·下

主编 华腾新思职教高考研究中心



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

ISBN 978-7-5661-4849-0



定价：35.00元

选题策划：苏 莉 胡志平
责任编辑：张佳凯
封面设计：张瑞阳

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

职教高考文化基础课配套学习用书

数学强基随堂练
(基础模块·下)

主编 华腾新思职教高考研究中心

内 容 简 介

本书以教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准》和国家规划新教材的内容为标准,根据中等职业教育对数学学科的基本要求,按照中职教材的章节顺序编写而成。本书每小节分为 A,B 两套试卷,由简到难,分阶练习,在确保题目难度适中的同时,注重知识点的覆盖率和典型性。通过系统练习,学生不仅能夯实基础,巩固课堂所学知识,还能逐步培养解题思维,为未来的升学考试做好充分准备。

本书既可以作为中等职业学校的学生学习的参考资料,也可以作为教师教学的辅助资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学强基随堂练(基础模块·下)
SHUXUE QIANGJI SUITANGLIAN(JICHU MOKUAI·XIA)

选题策划 苏 莉 胡志平

责任编辑 张佳凯

封面设计 张瑞阳

出版发行 哈尔滨工程大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号

邮政编码 150001

电 话 0451-82519989

经 销 新华书店

印 刷 三河市骏杰印刷有限公司

开 本 880 mm×1 230 mm 1/8

印 张 11

字 数 220 千字

版 次 2025 年 月第 1 版

印 次 2025 年 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5661 - -

定 价 35.00 元

http://www.hrbeupress.com

E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

当前,我国的中等职业教育快速发展,受到社会、学校、家庭等各方面的高度关注。职教高考作为中职生提升学历的重要途径,也变得越来越受重视。

对广大中职生来说,课内知识的掌握与巩固是提升技能、在未来的职教高考中取得好成绩的重要保障。然而,不少中职生在课后缺乏系统、高效的练习,难以将课堂所学知识转化为扎实的能力。针对这一情况,我们策划并编写了本书,旨在帮助广大中职生加强日常训练,为未来的升学和职业发展奠定坚实基础。

本书的显著特色如下:

1. 强调回归课本

本书严格依据中职教材编写而成,所有习题均围绕课本知识点进行设计,避免过度拓展或设置偏离教学标准的题目,确保学生能通过练习加深对课堂所学知识的理解,进而消化课本内容,真正做到“学一课,练一课,掌握一课”。

2. 着重夯实基础

本书的习题以基础题为主,兼顾少量的提升类题目;在确保题目难度适中的同时,注重知识点的覆盖率和典型性。通过系统练习,学生不仅能夯实基础,巩固课堂所学知识,还能逐步培养解题思维,为未来的升学考试做好充分准备。

3. 便于组织测试

本书以“课后作业”的形式进行编排:每一课的练习题均与教学进度高度匹配,方便教师随堂布置作业;每一课的练习题均自成单位、不跨页,可直接剪裁,作为闭卷考试的试卷使用,方便教师组织测试;每一课的练习题题量适中,学生花费较短时间即可完成练习,不会加重课业负担。

希望本书能成为广大中职生学习的得力助手。愿每一位同学通过扎实的练习,夯实基础,提升能力,在未来的职教高考和职业发展道路上自信从容,收获成功!

华腾新思职教高考研究中心

目 录

第 5 章 指数函数与对数函数	1
5.1 实数指数幂	1
5.2 指数函数	9
5.3 对数	13
5.4 对数函数	21
5.5 指数函数与对数函数的应用	25
第 6 章 直线与圆的方程	29
6.1 两点间距离公式和线段的中点坐标公式	29
6.2 直线的方程	33
6.3 两条直线的位置关系	45
6.4 圆	57
6.5 直线与圆的位置关系	65
6.6 直线与圆的方程应用举例	69
第 7 章 简单几何体	73
7.1 多面体	73
7.2 旋转体	81
7.3 简单几何体的三视图	93
第 8 章 概率与统计初步	97
8.1 随机事件	97
8.2 古典概型	101
8.3 概率的简单性质	105
8.4 抽样方法	109
8.5 统计图表	117
8.6 样本的均值和标准差	121

第 5 章 指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

5.1.1 有理数指数幂

A 卷

一、选择题

1. -1 的四次方根是 ()
A. 1 B. -1 C. 4 D. 无意义
2. 若 $b^4=3(b>0)$, 则 b 等于 ()
A. $3^{\frac{1}{4}}$ B. 3^4 C. 4^3 D. 3^5
3. 设 a 为常数, 则 $a^8a^3=$ ()
A. a^{11} B. a^5 C. a^8+a^3 D. a^{24}
4. 下列式子计算正确的是 ()
A. $(-1)^2=-1$ B. $(-1)^0=-1$
C. $(a^{\frac{1}{2}})^2=a(a>0)$ D. $a^{-1}=a(a\neq 0)$
5. 计算 $(-a)^6\div a^3$ 的结果是 ()
A. $-a^3$ B. a^3 C. $-a^2$ D. a^2
6. 若 $a<1$, 则 $\sqrt{(a-1)^2}=$ ()
A. $a-1$ B. $1-a$ C. $a+1$ D. $-a-1$
7. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ()
A. 4 B. ± 4 C. 2 D. ± 2
8. 下列式子正确的是 ()
A. $(a^{\frac{1}{2}})^2=a$ B. $\sqrt[3]{-8}=2$ C. $\sqrt{81}=\pm 9$ D. $a^{-2}=-a^2$

二、填空题

9. 计算: (1) $a^0=$ _____; (2) $a^{-n}=$ _____; (3) $a^{\frac{1}{n}}=$ _____; (4) $a^{\frac{m}{n}}=$ _____; (5) $a^{-\frac{m}{n}}=$ _____. (其中 $a>0, m, n\in\mathbf{N}^*, n>1$)
10. 18 的 4 次算术根可以表示为 _____, 其中根指数是 _____, 被开方数是 _____.

11. $\sqrt{25}=$ _____, $\sqrt[3]{-27}=$ _____, $\sqrt[5]{0}=$ _____, $\sqrt{(-3)^2}=$ _____.
12. 计算 $(2^3)^{\frac{1}{3}}$ 的值为 _____.

三、解答题

13. 将下列各分数指数幂写成根式的形式, 其中 $a>0$.
(1) $a^{\frac{3}{5}}$; (2) $a^{-\frac{3}{8}}$; (3) $2^{\frac{3}{4}}$.
14. 把下列根式化成分数指数幂的形式, 其中 $a>0$.
(1) $\sqrt[5]{a^6}$; (2) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$; (3) $\sqrt{(-a)^6}$.

B 卷

一、选择题

1. $(\sqrt{3}-1)^0=$ ()
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{3}-1$ D. -1
2. 下列式子正确的是 ()
A. $\sqrt{(-3)^2}=-3$ B. $\sqrt[4]{a^4}=a$ C. $\sqrt[n]{0}=0$ D. $\sqrt[3]{(-2)^3}=2$
3. 下列各式用分数指数幂表示错误的是 ()
A. $\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}$ B. $\sqrt[4]{(a+b)^3}=(a+b)^{\frac{3}{4}}$
C. $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}=a^{-\frac{1}{3}}$ D. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^2}}=x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}$
4. 已知 $a^0=1$, 则下列选项中不可能是 a 的值的是 ()
A. 1 B. -1 C. 0 D. -2
5. 化简 $a^3 \cdot (a^6)^2 \div a^2=$ ()
A. a^9 B. a^{10} C. a^{12} D. a^{13}
6. 下列运算中, 正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^3=a^6$ B. $(-a^2)^3=(-a^3)^2$
C. $(-a^2)^3=-a^6$ D. $\sqrt[4]{a^3}=a^{\frac{4}{3}} (a>0)$
7. 若 $2^{-x}=16$, 则 x 等于 ()
A. -3 B. -4 C. 4 D. -5
8. 13 世纪数学家斐波那契的《计算书》中有这样一个问题: 在罗马有 7 位老妇人, 每人赶着 7 头驴, 每头驴驮着 7 只口袋, 每只口袋里装着 7 个面包, 每个面包附有 7 把餐刀, 每把餐刀有 7 只刀鞘, 那刀鞘数为 ()
A. 42 B. 49 C. 7^6 D. 7^7

二、填空题

9. $x(-x)^2=$ _____.
10. 计算: (1) $\sqrt{(-2)^2}=$ _____ ; (2) $\sqrt{\frac{27}{4}}=$ _____.
11. 将下列根式与分数指数幂进行互化.
(1) $\sqrt[5]{x^4}=$ _____ ; (2) $\frac{1}{\sqrt{(3+2a)^3}}=$ _____ ; (3) $7^{-\frac{3}{2}}=$ _____.
12. 计算: $125^{\frac{1}{3}}+2 \ 025^0=$ _____.

三、解答题

13. 计算 $(2025-\pi)^0+|\sqrt{5}-2|-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt{45}$.
14. 若 $\sqrt{9a^2-6a+1}=3a-1$, 求 a 的取值范围.

5.1.2 实数指数幂

A 卷

一、选择题

1. $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ 的值等于 ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\pm\frac{9}{4}$
2. 若 $a>0, b>0, m, n\in\mathbf{Z}$, 则下列选项中正确的是 ()
A. $a^m\cdot a^n=a^{mn}$ B. $(a^m)^n=a^{m+n}$
C. $a^m\cdot b^n=(ab)^{m+n}$ D. $\left(\frac{a}{b}\right)^m=a^m\cdot b^{-m}$
3. 已知 $a\neq 0$, 则 $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{2}{3}}=$ ()
A. 0 B. 1 C. $a^{\frac{4}{3}}$ D. $a^{-\frac{4}{3}}$
4. 设 $a>0$, 将根式 $\sqrt[3]{a}\sqrt{a}$ 转化为分数指数幂为 ()
A. $a^{\frac{1}{3}}$ B. $a^{\frac{1}{2}}$ C. a D. $a^{\frac{3}{2}}$
5. $(2a\sqrt{b})^2$ 的化简结果为 ()
A. $2ab$ B. $2a^2b$ C. $4ab$ D. $4a^2b$
6. 计算 $(-0.25)^{2025}\times(-4)^{2026}$ 的结果是 ()
A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. -4 D. 4
7. $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[6]{3}=$ ()
A. 3 B. $3^{\frac{5}{6}}$ C. $\sqrt{3}$ D. $3^{\frac{1}{6}}$
8. 若 $3^x=5, 3^y=6$, 则 $3^{2x+y}=$ ()
A. 30 B. 60 C. 150 D. 300

二、填空题

9. 求值: $(-1.7)^0+4^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}=$ _____.
10. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{2}}=$ _____.
11. 计算: $(\sqrt[3]{-9})^3+8^{\frac{1}{3}}=$ _____.
12. 化简: $(x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}})^6=$ _____.

三、解答题

13. 计算:
(1) $(-\pi)^0+(1.5)^{-2}\times\sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^2}-\frac{1}{\sqrt{0.01}}+\sqrt{9^2};$
(2) $16^{0.75}-3^{0.3}\times3^{1.7}+1.5^0.$

14. 化简下列各式.
(1) $a^{\frac{5}{6}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\div a^{-\frac{1}{2}}$ (2) $(a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{4}})^3(a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{13}{16}})^4;$
(3) $(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}});$ (4) $\frac{3a^4b^5}{4a^2b^3};$
(5) $\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}\sqrt{a^{-3}}}\cdot\sqrt{(a^{-5})^{-\frac{1}{2}}\cdot(a^{-\frac{1}{2}})^3}.$

B 卷

一、选择题

1. 计算 $[(-3)^2]^{\frac{1}{2}} - (-\pi)^0$ 的结果是
A. -4 B. 4 C. -2 D. 2 ()
2. 下列各式正确的是(其中 $a > 0$)
A. $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a$ B. $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{-\frac{3}{2}} = a$ ()
C. $a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{2}{3}} = a$ D. $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a^2$
3. $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a}}}$ 的分数指数幂表示为
A. $a^{\frac{3}{2}}$ B. $a^{\frac{3}{4}}$ C. a^3 D. 都不对 ()
4. 已知 $2^m \cdot 2^n = 32$, 则 $m + n =$
A. 5 B. 8 C. 13 D. 16 ()
5. 计算 $[(\sqrt[3]{-7})^2]^{\frac{3}{4}}$ 的结果为
A. 7 B. -7 C. $\sqrt{7}$ D. $-\sqrt{7}$ ()
6. 若 $a = \sqrt[3]{(3-\pi)^3}$, $b = \sqrt[4]{(2-\pi)^4}$, 则 $a + b$ 的值为
A. 1 B. 5 C. -1 D. $2\pi - 5$ ()
7. 下列运算中正确的是
A. $(m^{\frac{1}{4}} n^{-\frac{3}{8}})^8 = \frac{m^2}{n^3}$ B. $a \sqrt{-\frac{1}{a}} = \sqrt{-a}$ ()
C. $\sqrt[4]{a^4} - \sqrt[4]{b^4} = a - b$ D. $(x^{3-\sqrt{2}})^{3+\sqrt{2}} = x^9$
8. 化简 $a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} (-3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}})$ 的结果是
A. $6a$ B. $-a$ C. $-9a$ D. $9a^2$

二、填空题

9. 化简: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8} =$ ____.
10. 已知 a, b 为正数, 化简 $\frac{\sqrt{a^5}}{b^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1} \cdot \sqrt{b^3} =$ _____.
11. 计算: $2^{-1} \times \sqrt[4]{3} \times \sqrt{12} =$ _____.
12. 已知 $a^x = 2, a^{2x+3y} = 108$, 则 $a^{x+y} =$ _____.

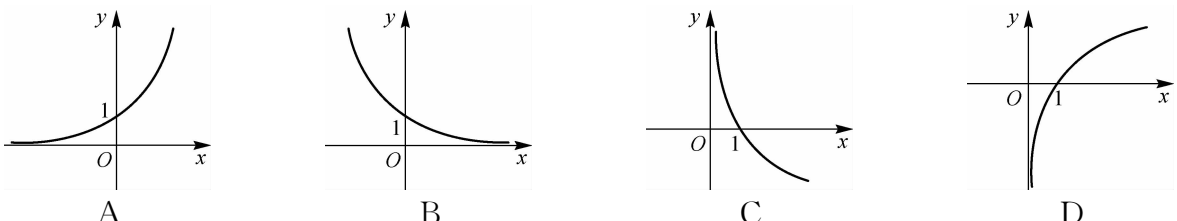
三、解答题

13. 化简下列各式. (其中 $a > 0, b > 0$)
(1) $\frac{a^2}{\sqrt{a^3} \sqrt{a^2}};$ (2) $\sqrt[5]{\frac{a^3}{b^2}};$
(3) $(\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}})^2 (\sqrt[3]{\sqrt[6]{b^9}})^2;$ (4) $\frac{4a^{\frac{1}{4}} (-3a^{\frac{1}{4}} b^{-\frac{1}{3}})}{6a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{2}{3}}}.$
14. 计算下列各式.
(1) $(2 \frac{7}{9})^{0.5} + 0.1^{-2} + (2 \frac{10}{27})^{-\frac{2}{3}} - 3\pi^0 + \frac{37}{48};$
(2) $\sqrt{6 \frac{1}{4}} - \sqrt[3]{3 \frac{3}{8}} + \sqrt[4]{0.0625} + [(0.064^{\frac{1}{3}})^{-2.5}]^{\frac{2}{5}} - \pi^0.$

5.2 指数函数

A 卷

一、选择题

- 下列函数是指数函数的是 ()
A. $y=x^3$ B. $y=3^{x-3}$ C. $y=2 \times 3^x$ D. $y=3^x$
- 指数函数 $y=a^x$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$), 当 $a>1$ 时, 函数图像的特征是 ()
A. 单调递减, 过点 $(0,1)$ B. 单调递增, 过点 $(0,1)$
C. 单调递减, 不过点 $(0,1)$ D. 单调递增, 不过点 $(0,1)$
- 若指数函数 $y=(2a^2-3a+2)a^x$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a=1$ 或 2 B. $a=1$ C. $a=\frac{1}{2}$ D. $a>0$ 且 $a \neq 1$
- 给出下列函数① $y=2.5^x$ ② $y=5.5^{-x}$ ③ $y=\left(\frac{3}{7}\right)^{-x}$ ④ $y=\left(\frac{10}{9}\right)^{-x}$, 其中在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数的个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 已知 $f(x)=4^x$, 则 $f(-2)$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 16
- 已知 $\left(\frac{1}{3}\right)^a \geq \left(\frac{1}{3}\right)^b$, 则 a 与 b 的大小关系是 ()
A. $a>b$ B. $a \geq b$ C. $a<b$ D. $a \leq b$
- 指数函数 $y=2^{-x}$ 的大致图像是 ()

- 若指数函数的图像经过点 $(-2, 16)$, 则解析式为 ()
A. $y=-8x$ B. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ C. $y=16x$ D. $y=\left(\frac{1}{16}\right)^x$

二、填空题

- 比较下列各组中数值的大小
(1) $2^{\frac{1}{2}}$ _____ $2^{\frac{1}{3}}$; (2) $0.3^{\frac{1}{2}}$ _____ $0.3^{\frac{1}{3}}$; (3) $3^{0.3}$ _____ 0.2^3 .

10. 函数 $f(x)=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^x}$ 的定义域为 _____

11. $y=3^x$ 与 $y=3^{-x}$ 的图像关于 _____ 对称;

12. 已知 $2^{x-1}=\frac{1}{8}$, 则 $x=$ _____.

三、解答题

13. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\frac{1}{\sqrt{36-6^x}}$;

(2) $y=\frac{1}{2^{-x}-2}$.

14. 已知函数 $f(x)=a^x$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$) 的图像经过点 $(2, 9)$.

(1) 求 a 的值;

(2) 若 $a^{2x+1} < a^{3x-1}$, 求 x 的取值范围.

B 卷

一、选择题

1. 函数 $y=4^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是 ()
 A. 增函数 B. 减函数
 C. 奇函数 D. 偶函数
2. 指数函数 $y=3^x$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值是 ()
 A. 0 B. 1 C. 3 D. 9
3. 设指数函数 $f(x)=a^x$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的图像经过点 $(4, 16)$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 等于 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
4. 不等式 $3 \cdot 3^x > 1$ 的解集为 ()
 A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
5. 已知 $a>1$, 下列不等式成立的是 ()
 A. $a^{-0.6} < a^{-0.7}$ B. $a^0 < a^{0.5}$
 C. $a^{-3} < a^{-4}$ D. $a^{1.8} < a^{1.5}$
6. 已知 $a=1.6^{0.3}$, $b=1.6^{0.8}$, $c=0.7^{0.8}$, 则 ()
 A. $c < a < b$ B. $a < b < c$
 C. $b > c > a$ D. $a > b > c$
7. 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x>0$ 时, $f(x)=10^x$, 则 $f(-2)$ 的值是 ()
 A. -100 B. $\frac{1}{100}$ C. 100 D. $-\frac{1}{100}$
8. 不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x+2} < 1$ 的解集是 ()
 A. $(1, 2)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

二、填空题

9. 函数 $y=a^{x+2}+3$ ($a>0, a\neq 1$) 恒过定点_____.
10. 若指数函数 $y=(2a-1)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是_____. (用区间表示)
11. 比较三个数 $3^{\frac{3}{2}}, \left(-\frac{1}{3}\right)^0, \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ 的大小:_____.
12. 已知函数 $f(x)=2^x$, 若 $f(a-2) < f(2)$, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题

13. 已知函数 $f(x)=2^{\sqrt{x^2-1}}$.
 (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;
 (2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明;
 (3) 解不等式 $f(x) \geq 4$.

14. 已知指数函数 $f(x)=a^x$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图像过点 $(3, 27)$.
 (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 若 $f(3m-4) - f(m-2) < 0$, 求实数 m 的取值范围.

5.3 对数

5.3.1 对数的概念

A 卷

一、选择题

1. $\ln 2$ 是以_____为底的对数. ()
A. 1 B. 2 C. 10 D. e
2. $\lg 9$ 是以_____为底的对数. ()
A. 1 B. 9 C. 10 D. e
3. $\lg 5 =$ ()
A. $\log_{10} 5$ B. $\log_2 5$ C. $\log_5 5$ D. $\log_e 5$
4. 下列式子有意义的是 ()
A. $\lg(-9)$ B. $\lg 27$ C. $\lg 0$ D. $\log_{(-7)} 7$
5. 下列书写形式中错误的是 ()
A. $\log_{10} 9$ B. $\log 8$ C. $\lg \frac{2}{3}$ D. $\ln \sqrt{2}$
6. 下列四个指数式: ()
① $(-2)^5 = -32$; ② $1^7 = 1$; ③ $3^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; ④ $m^b = N$, 可以写成对数式的个数是
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
7. 在对数式 $\log_3(7-a)$ 中, 实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 7)$ B. $(3, 7)$
C. $(3, +\infty)$ D. $(3, 4) \cup (4, 7)$
8. 将 $\ln a = b (a > 0)$ 写成指数式为 ()
A. $10^b = a$ B. $e^b = a$ C. $a^b = e$ D. $e^a = b$

二、填空题

9. $\log_6 6 =$ _____; $\log_{0.3} 0.3 =$ _____; $\log_4 1 =$ _____; $\log_{0.4} 1 =$ _____.
10. 计算: $\lg 1 =$ _____; $\ln e =$ _____.
11. 计算: $\lg 1 + \log_2 2 =$ _____.
12. $\log_2 8 + \log_3 \frac{1}{3} + \lg 100 =$ _____.

三、解答题

13. 将下列对数式化成指数式.
(1) $\log_2 16 = 4$; (2) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$;
(3) $\log_{\sqrt{3}} x = 3$; (4) $\ln \frac{1}{e^2} = -2$.

14. 把下列各指数式化为对数式.
(1) $10^x = 5$; (2) $7^x = 1$;
(3) $e^{\frac{3}{2}} = b$; (4) $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

B 卷

一、选择题

1. 如果 $a^{13}=5$, 那么下列式子正确的是 ()
 A. $\log_a 5=13$ B. $\log_5 13=a$
 C. $\log_a 13=5$ D. $\log_{13} a=5$
 2. 下列指数式与对数式的互化不正确的一组是 ()
 A. $10^0=1$ 与 $\lg 1=0$ B. $16^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$ 与 $\log_{16} \frac{1}{4}=-\frac{1}{2}$
 C. $\log_2 4=2$ 与 $4^{\frac{1}{2}}=2$ D. $\ln e=1$ 与 $e^1=e$
 3. 已知 $\lg x=3$, 则 x 等于 ()
 A. 1 B. $\lg 3$ C. 100 D. 1000
 4. $\log_2 4 + \log_3 9 + \log_{10} 100 =$ ()
 A. 1 B. 2 C. 4 D. 6
 5. 已知 $\log_x \frac{1}{4} = -2$, 则 x 的值等于 ()
 A. 4 B. -4 C. 2 D. -2
 6. 若点 $P(\log_3 m, 3^n)$ 关于原点对称的点为 $P'(1, -9)$, 则 m, n 的值分别为 ()
 A. $\frac{1}{3}, 2$ B. 3, 2
 C. $-\frac{1}{3}, -2$ D. $-3, -2$
 7. 设 $a = \log_3 10, b = \log_3 7$, 则 $3^{a-b} =$ ()
 A. $\frac{10}{49}$ B. $\frac{10}{7}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{49}{10}$
 8. 使对数 $\log_a (-2a+1)$ 有意义的 a 的取值范围为 ()
 A. $a > \frac{1}{2}$ 且 $a \neq 1$ B. $0 < a < \frac{1}{2}$
 C. $a > 0$ 且 $a \neq 1$ D. $a < \frac{1}{2}$

二、填空题

9. $2^x=9$ 化为对数式为 _____, $\log_2 8=3$ 化为指数式为 _____.
10. $\log_2 [\lg(\ln x)]=0$, 则 $x=$ _____.
11. 方程 $\log_2(3x+4)=3$ 的解为 $x=$ _____.
12. 如果点 $P(\lg a, \lg b)$ 关于 x 轴的对称点是 $(0, -1)$, 则 $a+b=$ _____.

三、解答题

13. 已知 $\log_a 2 = m, \log_a 3 = n$, 求 a^{2m+n} .

14. 利用指数式、对数式的互化求下列各式中 x 的值.

$$(1) \log_2 x = -\frac{1}{2};$$

$$(2)\log_x 25=2;$$

$$(3)\log_5 x^2=2;$$

(4) $2^{\log_3 x} = 4$.

5.3.2 积、商、幂的对数

A 卷

一、选择题

1. 已知 $x>0, y>0$, 下列式子正确的是 ()
- A. $\ln(x+y)=\ln x+\ln y$

B. $\ln xy=\ln x\ln y$

C. $\ln xy=\ln x+\ln y$

D. $\ln \frac{x}{y}=\frac{\ln x}{\ln y}$
2. 下列式子正确的是 ()
- A. $\log_2(8-2)=\log_2 8-\log_2 8$

B. $\lg(4-2)=\frac{\lg 4}{\lg 2}$

C. $\frac{\log_2 4}{\log_2 8}=\log_2 4-\log_2 8$

D. $\log_2 6-\log_2 3=\log_2 \frac{6}{3}$
3. $\log_2 64=$ ()
- A. 5

B. 6

C. 7

D. 8
4. 计算 $\lg 20-\lg 2=$ ()
- A. 1

B. 2

C. $\lg 18$

D. $\frac{\lg 20}{\lg 2}$
5. 计算 $\log_2 8+\log_2 4$ 的值为 ()
- A. 5

B. 6

C. 7

D. 8
6. $a^{\log_a 5}$ 等于 ()
- A. 5

B. a

C. a^5

D. $\log_a 5$
7. 若 $\ln x=2\ln a+\ln b$, 则 $x=$ ()
- A. $2a+b$

B. a^2b

C. $2ab$

D. $\frac{a^2}{b}$
8. $(\lg 5)^2+\lg 2\times\lg 5+\lg 2=$ ()
- A. 1

B. 2

C. -1

D. -2

二、填空题

9. $\lg \frac{1}{2}+\lg \frac{1}{5}=$ _____.
10. $\lg 5+\lg 2+9^{\log_3 2}=$ _____.
11. 计算 $\log_2[\log_2(\log_2 4)]=$ _____.
12. 已知 $\lg 2\approx 0.301\ 0, \lg 7\approx 0.845\ 1$, 则 $\lg 35\approx$ _____.

三、解答题

13. 计算.
- (1) $\log_9 3+\log_9 27;$

(2) $\log_3 4-\log_3 12;$

(3) $\log_5 4\cdot\log_8 5$

(4) $\lg 7+\lg 14-2\lg \frac{7}{3}-\lg 18.$
14. 用 $\lg x, \lg y, \lg z$ 表示下列各式:
- (1) $\lg \frac{yz}{x};$

(2) $\lg(xy)+\lg(xz)-\lg(yz);$

(3) $\lg xy^3z^{-1};$

(4) $\lg \frac{y^2z}{\sqrt{x}}.$

B 卷

一、选择题

1. $\log_3 \frac{9}{100} + 2\log_3 10 =$ ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. $2\log_5 10 + \log_5 0.25$ 等于 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
3. 下列各式正确的是 ()
A. $\log_2 3 = \frac{\lg 3}{\lg 2}$ B. $\frac{\log_2 8}{\log_2 4} = 2$
C. $\lg 4 \lg 9 = 6 \lg 6$ D. $\left(\log_5 \frac{1}{125}\right)^3 = -9$
4. $\log_2 1 + \log_2 2 + \lg 4 + 2 \lg 5 =$ ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
5. 若 $\lg 2 = a, \lg 3 = b$, 则 $\lg 12$ 用 a, b 表示为 ()
A. $2a - b$ B. $2a + b$ C. $2ab$ D. $\frac{2a}{b}$
6. 计算 $\log_2 \frac{1}{25} \log_3 \frac{1}{8} \log_5 \frac{1}{9} =$ ()
A. 12 B. -12 C. -7 D. 7
7. 已知 $\lg a, \lg b$ 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两个根, 则 $ab =$ ()
A. 10 B. 1 C. -1 D. -10
8. 十六、十七世纪之交, 随着天文、航海、工程、贸易及军事的发展, 改进数字计算方法成了当务之急. 苏格兰数学家纳皮尔在研究天文学的过程中, 为了简化大数运算而发明了对数, 后来瑞士数学家欧拉发现了对数与指数的关系, 即 $a^b = N \Leftrightarrow b = \log_a N$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 已知 $m = \log_6 3, 6^n = 12$, 则 $m + n =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

9. 已知 $\log_{16} 3 = m$, 则用 m 表示 $\log_9 16$ ____.
10. 设 $\lg x = a, x > 0$, 则 $\lg(1000x) =$ ____.
11. 已知 $\log_2 [\log_3 (\log_5 x)] = 0$, 则 $x =$ ____.
12. 已知 $4^a = 9^b = 6$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$ ____.

三、解答题

13. 计算.
(1) $(\log_3 3^{\frac{1}{2}})^2 + \log_{0.25} \frac{1}{4} + 9 \log_5 \sqrt{5} - \log_{\sqrt{3}} 1;$
(2) $\lg 25 + \frac{2}{3} \lg 8 + \lg 5 \cdot \lg 20 + (\lg 2)^2.$
14. 已知 $a = \lg 2, b = \lg 7$, 试用 a, b 表示 $\lg \frac{8}{7}.$

数学强基随堂练
(基础模块·下)
参考答案及解析

目 录

第 5 章 指数函数与对数函数	1
5.1 实数指数幂	1
5.2 指数函数	2
5.3 对数	3
5.4 对数函数	5
5.5 指数函数与对数函数的应用	6
第 6 章 直线与圆的方程	8
6.1 两点间距离公式和线段的中点坐标公式	8
6.2 直线的方程	10
6.3 两条直线的位置关系	14
6.4 圆	18
6.5 直线与圆的位置关系	20
6.6 直线与圆的方程应用举例	23
第 7 章 简单几何体	26
7.1 多面体	26
7.2 旋转体	30
7.3 简单几何体的三视图	34
第 8 章 概率与统计初步	35
8.1 随机事件	35
8.2 古典概型	36
8.3 概率的简单性质	38
8.4 抽样方法	39
8.5 统计图表	42
8.6 样本的均值和标准差	43

第5章 指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

5.1.1 有理数指数幂

A卷

一、选择题

1. D 2. A 3. A 4. C 5. B 6. B 7. D 8. A

二、填空题

9. $1; \frac{1}{a^n}; \sqrt[n]{a}; \sqrt[n]{a^m}; \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

10. $\sqrt[4]{18}; 4; 18$

11. $5; -3; 0; 3$

12. 2 解析: $(2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{3 \times \frac{1}{3}} = 2$.

三、解答题

13. 解: (1) $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{a^3}$.

(2) $a^{-\frac{3}{8}} = \frac{1}{\sqrt[8]{a^3}}$.

(3) $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$.

14. 解: (1) $\sqrt[5]{a^6} = a^{\frac{6}{5}}$.

(2) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{-\frac{2}{3}}$.

(3) $\sqrt{(-a)^6} = \sqrt{a^6} = a^{\frac{6}{2}} = a^3$.

B卷

一、选择题

1. B 2. C 3. D 4. C 5. D 6. C 7. B

8. C 解析: 由题可得, 有7位老妇人, 驴的数量为 $7 \times 7 = 7^2$, 口袋的数量为 $7^2 \times 7 = 7^3$, 面包的数量为 $7^3 \times 7 = 7^4$, 餐刀的数量为 $7^4 \times 7 = 7^5$, 刀鞘的数量为 $7^5 \times 7 = 7^6$.

二、填空题

9. x^3

10. $2; \frac{3\sqrt{3}}{2}$

11. $x^{\frac{4}{5}}; (3+2a)^{-\frac{3}{2}}; \frac{1}{\sqrt{7^3}}$

12. 6 解析: 原式 $= \sqrt[3]{125} + 1 = 5 + 1 = 6$.

三、解答题

13. 解: 原式 $= 1 + \sqrt{5} - 2 - 2 + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3$.

14. 解: 由题意, $\sqrt{9a^2 - 6a + 1} = \sqrt{(3a-1)^2} = |3a-1|$,

由 $|3a-1| = 3a-1$ 可知 $3a-1 \geq 0$, 所以 $a \geq \frac{1}{3}$.

故 a 的取值范围为 $[\frac{1}{3}, +\infty)$.

5.1.2 实数指数幂

A卷

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. B 5. D 6. C 7. A

8. C 解析: 因为 $3^x = 5, 3^y = 6$, 所以 $3^{2x+y} = 3^x \times 3^x \times 3^y = 5 \times 5 \times 6 = 150$. 故选 C.

二、填空题

9. -6 10. 1 11. -7 12. $\frac{x^3}{y^2}$

三、解答题

13. 解: (1) 原式 $= 1 + (\frac{3}{2})^{-2} \times (\frac{27}{8})^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{0.1} + 9 = 1 +$

$\frac{4}{9} \times [(\frac{3}{2})^3]^{\frac{2}{3}} - 10 + 9 = 1 + \frac{4}{9} \times \frac{9}{4} - 10 + 9 =$

$1 + 1 - 10 + 9 = 1$.

(2) 原式 $= (2^4)^{\frac{3}{4}} - 3^{0.3+1.7} + 1 = 8 - 9 + 1 = 0$.

14. 解: (1) $a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \div a^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} + (-\frac{1}{3}) - (-\frac{1}{2}) = a$.

(2) $(a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}})^3 \cdot (a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{13}{16}})^4 = a^2 \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot a^2 \cdot a^{\frac{13}{4}} = a^{2+\frac{3}{4}+2+\frac{13}{4}} = a^8$.

(3) $(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) = (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 = a - b$.

(4) $\frac{3a^4b^5}{4a^2b^3} = \frac{3}{4}a^{4-2}b^{5-3} = \frac{3}{4}a^2b^2$.

(5) $\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}} \sqrt{a^{-3}}} \cdot \sqrt{(a^{-5})^{-\frac{1}{2}} \cdot (a^{-\frac{1}{2}})^3} = [a^{\frac{3}{2}} \cdot (a^{-3})^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{3}} \cdot [a^{\frac{5}{2}} \cdot a^{-\frac{3}{2}}]^{\frac{1}{2}} = a^0 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$.

B卷

一、选择题

1. D 2. D 3. B

4. A 解析: 由题, $2^m \cdot 2^n = 2^{m+n} = 32 = 2^5$, 解得 $m+n=5$. 故选 A.

5. C

6. A 解析:依题意, $a = \sqrt[3]{(3-\pi)^3} = 3-\pi$,

$b = \sqrt[4]{(2-\pi)^4} = |2-\pi| = \pi-2$, 则 $a+b = (3-\pi) + (\pi-2) = 1$, 所以 $a+b$ 的值为 1.

故选 A.

7. A

8. C 解析:根据指数运算法则可得,

$$a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} (-3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \div \left(\frac{1}{3} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}} \right) = -3 \times 3 \times a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}} b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = -9a, \text{ 故选 C.}$$

二、填空题

9. 0 解析: $\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} - 8^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{3}{4}} = 0$.

10. $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$ 解析: $\frac{\sqrt{a^5}}{b^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b} \right)^{-1} \cdot \sqrt{b^3} = a^{\frac{5}{2}} b^{-2} \cdot a^{-2} b \cdot b^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{5}{2}-2} b^{-2+1+\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$.

11. $3^{\frac{3}{4}}$ 解析: $2^{-1} \times \sqrt[4]{3} \times \sqrt{12} = 2^{-1} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{4}}$.

12. 6 解析:因为 $a^x = 2$, 所以 $a^{2x} = 4$. 因为 $a^{2x+3y} = a^{2x} \cdot a^{3y} = 4 \cdot (a^y)^3 = 108$, 所以 $a^y = 3$, 所以 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 2 \times 3 = 6$.

三、解答题

13. 解: (1) $\frac{a^2}{\sqrt{a^3} \sqrt{a^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^3 \cdot a^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^5}} = \frac{a^2}{a^{\frac{5}{2}}} = 1$.

$$(2) \sqrt[5]{\frac{a^3}{b^2}} = \sqrt[5]{a^3 b^{-2}} = a^{\frac{3}{5}} b^{-\frac{2}{5}}.$$

$$(3) (\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}})^2 (\sqrt[3]{\sqrt[6]{b^9}})^2 = (\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}})^2 (\sqrt[3]{b^{\frac{3}{2}}})^2 = (a^{\frac{1}{2}})^2 (b^{\frac{1}{2}})^2 = ab.$$

$$(4) \frac{4a^{\frac{1}{4}} (-3a^{\frac{1}{4}} b^{-\frac{1}{3}})}{6a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{2}{3}}} = \frac{-12a^{\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}}}{6a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{2}{3}}} = -2ab^{\frac{1}{3}}.$$

14. 解: (1) $(2\frac{7}{9})^{0.5} + 0.1^{-2} + (2\frac{10}{27})^{-\frac{2}{3}} - 3\pi^0 + \frac{37}{48}$

$$= \sqrt{\frac{25}{9}} + 10^2 + \left[\left(\frac{4}{3} \right)^3 \right]^{-\frac{2}{3}} - 3 \times 1 + \frac{37}{48}$$

$$= \frac{5}{3} + 100 + \frac{9}{16} - 3 + \frac{37}{48} = 100.$$

$$(2) \sqrt{6\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{0.0625} + \left[(0.064\frac{1}{3})^{-2.5} \right]^{\frac{2}{5}} - \pi^0$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} + \sqrt[4]{\frac{625}{10000}} + \left[\left(\frac{64}{1000} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} - 1 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} + \frac{5}{10} + \left(\frac{2}{5} \right)^{-1} - 1 = 3.$$

5.2 指数函数

A 卷

一、选择题

1. D 2. B

3. C 解析:由题意得 $2a^2 - 3a + 2 = 1$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$,

解得 $a = \frac{1}{2}$. 故选 C.

4. B 5. A 6. D 7. B

8. B 解析:设指数函数的解析式为 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 指数函数的图像经过点 $(-2, 16)$, 代入得

$a^{-2} = 16$, 即 $a^2 = \frac{1}{16}$, 解得 $a = \frac{1}{4}$, 所以指数函数的

解析式为 $y = \left(\frac{1}{4} \right)^x$. 故选 B.

二、填空题

9. (1) $>$; (2) $<$; (3) $>$ 10. $[0, +\infty)$ 11. y 轴

12. -2 解析:因为 $2^{x-1} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$, 所以 $x-1 = -3$,

解得 $x = -2$.

三、解答题

13. 解: (1) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{36-6^x}}$, 则 $36-6^x > 0 \Rightarrow 6^2 > 6^x$,

解得 $x < 2$, 所以定义域为 $\{x | x < 2\}$.

(2) 函数 $y = \frac{1}{2^{-x}-2}$, 则 $2^{-x}-2 \neq 0 \Rightarrow 2^{-x} \neq 2$,

解得 $x \neq -1$, 所以定义域为 $\{x | x \neq -1\}$.

14. 解: (1) 因为函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像过点 $(2, 9)$,

所以 $9 = a^2$, 所以 $a = 3$.

(2) 由(1)得 $f(x) = 3^x$, $3 > 1$, 则此函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,

若 $a^{2x+1} < a^{3x-1}$, 则 $3^{2x+1} < 3^{3x-1}$,

所以 $2x+1 < 3x-1$, 解得 $x > 2$,

所以 x 的取值范围为 $(2, +\infty)$.

B 卷

一、选择题

1. A 2. B 3. C 4. C

5. B 解析: 因为 $a > 1$, 所以函数 $y = a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数, 则 $a^{-0.6} > a^{-0.7}$, $a^0 < a^{0.5}$, $a^{-3} > a^{-4}$, $a^{1.8} > a^{1.5}$.
故选 B.

6. A 解析: $1 = 1.6^0 < 1.6^{0.3} < 1.6^{0.8}$, $1 = 0.7^0 > 0.7^{0.8}$, 故 $0.7^{0.8} < 1 < 1.6^{0.3} < 1.6^{0.8}$, 故 $c < a < b$.
故选 A.

7. A 解析: 函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = 10^x$, 则 $f(-2) = -f(2) = -10^2 = -100$.
故选 A.

8. D 解析: 不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x+2} < 1$ 可化为 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x+2} < \left(\frac{1}{3}\right)^0$, 所以 $x^2 - 3x + 2 > 0$, 即 $(x-1)(x-2) > 0$, 解得 $x < 1$ 或 $x > 2$, 所以不等式的解集为 $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$. 故选 D.

二、填空题

9. $(-2, 4)$

10. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 解析: 由题意知指数函数 $y = (2a-1)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数, 所以 $0 < 2a-1 < 1$, 解得 $\frac{1}{2} < a < 1$.

11. $3^{\frac{3}{2}} > \left(-\frac{1}{3}\right)^0 > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ 解析: 因为 $y = 3^x$ 为增函数, 所以 $3^{\frac{3}{2}} > 3^0 = 1$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^0 = 1$; 因为 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 为减函数, 所以 $0 < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$, 所以 $3^{\frac{3}{2}} > \left(-\frac{1}{3}\right)^0 > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$.

12. $(-\infty, 4)$ 解析: 因为 $f(x) = 2^x$ 为增函数, $f(a-2) < f(2)$, 所以 $a-2 < 2$, 解得 $a < 4$, 用区间表示为 $(-\infty, 4)$.

三、解答题

13. 解: (1) 易知 $x^2 - 1 \geq 0$, 则 $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$.
所以定义域为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.
(2) 由 (1) 知, 函数的定义域关于原点对称,

由 $f(-x) = 2^{\sqrt{(-x)^2-1}} = 2^{\sqrt{x^2-1}} = f(x)$, 知 $f(x)$ 为偶函数.

(3) 由条件得 $2^{\sqrt{x^2-1}} \geq 4 = 2^2$, 得 $x^2 - 1 \geq 4$, 解得 $x \geq \sqrt{5}$ 或 $x \leq -\sqrt{5}$.

所以不等式的解集为 $\{x | x \geq \sqrt{5} \text{ 或 } x \leq -\sqrt{5}\}$.

14. 解: (1) 因为指数函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像过点 $(3, 27)$, 所以 $a^3 = 27$, 所以 $a = 3$, 所以 $f(x) = 3^x$.

(2) 由 (1) 可知, $f(x) = 3^x$,

因为 $f(3m-4) - f(m-2) < 0$, 所以 $f(3m-4) < f(m-2)$, 又 $f(x) = 3^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $3m-4 < m-2$,

所以 $m < 1$, 所以 m 的取值范围是 $(-\infty, 1)$.

5.3 对数

5.3.1 对数的概念

A 卷

一、选择题

1. D 2. C 3. A 4. B 5. B 6. B 7. A 8. B

二、填空题

9. 1; 1; 0; 0 10. 0; 1 11. 1

12. 4 解析: $\log_2 8 + \log_3 \frac{1}{3} + \lg 100 = 3 - 1 + 2 = 4$.

三、解答题

13. 解: (1) 因为 $\log_2 16 = 4$, 所以 $2^4 = 16$.

(2) 因为 $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$, 所以 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$.

(3) 因为 $\log_{\sqrt{3}} x = 3$, 所以 $(\sqrt{3})^3 = x$.

(4) 因为 $\ln \frac{1}{e^2} = -2$, 所以 $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$.

14. 解: (1) $10^x = 5$ 可化为 $x = \lg 5$.

(2) $7^x = 1$ 可化为 $x = \log_7 1$.

(3) $e^{\frac{3}{2}} = b$ 可化为 $\frac{3}{2} = \ln b$.

(4) $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ 可化为 $-\frac{1}{3} = \log_{27} \frac{1}{3}$.

B 卷

一、选择题

1. A 2. C 3. D 4. D 5. C

6. A 解析: 因为点 $P(\log_3 m, 3^n)$ 关于原点对称的点为 $P'(1, -9)$, 所以 P 的坐标为 $(-1, 9)$, 则 $\log_3 m = -1$, 且 $3^n = 9$, 解得 $m = \frac{1}{3}$, $n = 2$. 故选 A.

7. B 解析: 由对数式化为指数式, 得 $3^a = 10$, $3^b = 7$, 所以 $3^{a-b} = \frac{3^a}{3^b} = \frac{10}{7}$. 故选 B.

8. B 解析: 要使对数 $\log_a(-2a+1)$ 有意义, 则
$$\begin{cases} a > 0, \\ a \neq 1, \\ -2a+1 > 0, \end{cases}$$
 解得 $0 < a < \frac{1}{2}$. 故选 B.

二、填空题

9. $x = \log_2 9$; $2^3 = 8$

10. e^{10} 解析: 因为 $\log_2 [\lg(\ln x)] = 0$, 所以 $\log_2 [\lg(\ln x)] = \log_2 1$, 所以 $\lg(\ln x) = 1$, 即 $\lg(\ln x) = \lg 10$, 所以 $\ln x = 10$, 解得 $x = e^{10}$.

11. $\frac{4}{3}$ 解析: 由 $\log_2(3x+4) = 3$ 可得 $3x+4 = 2^3$, 整理得 $3x = 4$, 解得 $x = \frac{4}{3}$.

12. 11 解析: 因为点 $P(\lg a, \lg b)$ 关于 x 轴的对称点是 $(0, -1)$, 所以点 $P(\lg a, \lg b)$ 为 $(0, 1)$, 所以 $\begin{cases} \lg a = 0, \\ \lg b = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 1, \\ b = 10, \end{cases}$ 所以 $a+b = 1+10 = 11$.

三、解答题

13. 解: 由 $\log_a 2 = m$, $\log_a 3 = n$, 可得 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 则 $a^{2m+n} = a^{2m} \cdot a^n = (a^m)^2 \cdot a^n = 2^2 \times 3 = 12$.

14. 解: (1) 由 $x = 2^{-\frac{1}{2}}$, 得 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) 由 x^2 , 得 $x^2 = 25$, 又 $x > 0$, 得 $x = 5$.

(3) 由 $x^2 = 5^2$, 得 $x^2 = 25$, 则 $x = \pm 5$.

(4) 由 $\log_3 x = \log_2 4$, 得 $\log_3 x = 2$, 则 $x = 9$.

5.3.2 积、商、幂的对数

A 卷

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. A 5. A 6. A

7. B 解析: $2\ln a + \ln b = \ln a^2 + \ln b = \ln(a^2 b) = \ln x$, 则 $x = a^2 b$. 故选 B.

8. A 解析: $(\lg 5)^2 + \lg 2 \times \lg 5 + \lg 2 = \lg 5 \cdot (\lg 5 + \lg 2) + \lg 2 = \lg 5 [\lg(5 \times 2)] + \lg 2 = \lg 5 \times \lg 10 + \lg 2 = \lg 5 + \lg 2 = \lg(5 \times 2) = \lg 10 = 1$. 故选 A.

二、填空题

9. -1

10. 5 解析: $\lg 5 + \lg 2 + 9^{\log_3 2} = \lg(5 \times 2) + 3^{2\log_3 2} = \lg 10 + 3^{\log_3 4} = 1 + 4 = 5$.

11. 0 解析: 由题, $\log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$, 则 $\log_2(\log_2 4) = \log_2 2 = 1$, 则 $\log_2 [\log_2(\log_2 4)] = \log_2 1 = 0$.

12. 1.544 1 解析: $\lg 35 = \lg(5 \times 7) = \lg 5 + \lg 7 = \lg \frac{10}{2} + \lg 7 = \lg 10 - \lg 2 + \lg 7 \approx 1 - 0.301 0 + 0.845 1 = 1.544 1$.

三、解答题

13. 解: (1) $\log_3 3 + \log_3 27 = \log_3(3 \times 27) = \log_3 81 = 2$.

(2) $\log_3 4 - \log_3 12 = \log_3(4 \div 12) = \log_3 \frac{1}{3} = -1$.

(3) $\log_5 4 \times \log_8 5 = \frac{\lg 4}{\lg 5} \times \frac{\lg 5}{\lg 8} = \frac{\lg 4}{\lg 8} = \frac{2\lg 2}{3\lg 2} = \frac{2}{3}$.

(4) $\lg 7 + \lg 14 - 2\lg \frac{7}{3} - \lg 18 = (\lg 7 + \lg 2 + \lg 7) - 2(\lg 7 - \lg 3) - (\lg 2 + \lg 3^2) = 2\lg 7 + \lg 2 - 2\lg 7 + 2\lg 3 - \lg 2 - 2\lg 3 = 0$.

14. 解: (1) $\lg \frac{yz}{x} = \lg(yz) - \lg x = \lg y + \lg z - \lg x$.

(2) $\lg(xy) + \lg(xz) - \lg(yz) = \lg x + \lg y + \lg x + \lg z - (\lg y + \lg z) = 2\lg x$.

(3) $\lg xy^3 z^{-1} = \lg x + \lg y^3 + \lg z^{-1} = \lg x + 3\lg y - \lg z$.

(4) $\lg \frac{y^2 z}{\sqrt{x}} = \lg y^2 + \lg z - \lg \sqrt{x} = 2\lg y + \lg z - \frac{1}{2}\lg x$.

B 卷

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. B

5. B 解析: 因为 $\lg 2=a, \lg 3=b$, 则 $\lg 12=\lg 4+\lg 3=2\lg 2+\lg 3=2a+b$. 故选 B.

6. B 解析: $\log_2 \frac{1}{25} \times \log_3 \frac{1}{8} \times \log_5 \frac{1}{9} = \log_2 5^{-2} \times \log_3 2^{-3} \times \log_5 3^{-2} = -12 \log_2 5 \log_3 2 \times \log_5 3 = -12 \times \frac{\ln 5}{\ln 2} \times \frac{\ln 2}{\ln 3} \times \frac{\ln 3}{\ln 5} = -12$. 故选 B.

7. A 解析: 因为 $\lg a, \lg b$ 是方程 $x^2-x-2=0$ 的两个根, 所以 $\lg a+\lg b=1$, 即 $\lg(ab)=1$, 所以 $ab=10$. 故选 A.

8. B 解析: 因为 $6^n=12$, 所以 $n=\log_6 12$. 因为 $m=\log_6 3$, 所以 $m+n=\log_6 3+\log_6 12=\log_6 36=2$, 所以 $m+n=2$. 故选 B.

二、填空题

9. $\frac{1}{2m}$ 解析: 因为 $\log_{16} 3=m$, 所以 $\log_3 16=\frac{1}{m}$, 则 $\log_9 16=\log_{3^2} 16=\frac{1}{2} \log_3 16=\frac{1}{2m}$.

10. $a+3$ 解析: 因为 $\lg x=a, x>0$, 所以 $\lg(1\ 000x)=\lg x+\lg 1\ 000=a+3$.

11. 125 解析: 因为 $\log_2 [\log_3 (\log_5 x)]=0$, 所以 $\log_3 (\log_5 x)=1$, 所以 $\log_5 x=3$, 所以 $x=5^3=125$.

12. 2 解析: 已知 $4^a=9^b=6$, 则 $a=\log_4 6, b=\log_9 6$, 所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{\log_4 6}+\frac{1}{\log_9 6}=\log_6 4+\log_6 9=\log_6 36=2$.

三、解答题

13. 解: (1) 原式 $=\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \log_4 \frac{1}{4} + 9 \log_5 5^{\frac{1}{2}} - 0 = \frac{1}{4} + 1 + \frac{9}{2} = \frac{23}{4}$.

(2) 原式 $=\lg 25 + \lg (2^3)^{\frac{2}{3}} + \lg 5 \times \lg (10 \times 2) + \lg 2 \times \lg 2 = \lg 25 + \lg 4 + \lg 5 \times (\lg 10 + \lg 2) + \lg 2 \times \lg 2 = \lg (25 \times 4) + \lg 5 + \lg 2 \times \lg 5 + \lg 2 \times \lg 2 = \lg 100 + \lg 5 + \lg 2 \times (\lg 5 + \lg 2) = 2 + \lg 5 + \lg 2 = 2 + \lg (5 \times 2) = 2 + 1 = 3$.

14. 解: $\lg \frac{8}{7} = \lg 8 - \lg 7 = \lg 2^3 - \lg 7 = 3\lg 2 - \lg 7$, 因

为 $a=\lg 2, b=\lg 7$, 所以 $\lg \frac{8}{7}=3a-b$.

5.4 对数函数

A 卷

一、选择题

1. D 2. A 3. B 4. C 5. C 6. B 7. A 8. C

二、填空题

9. (1) $>$; (2) $>$

10. (1, 2) 解析: 要使函数 $y=\sqrt{\log_{0.1}(x-1)}+\frac{1}{3^x-9}$

$$\text{有意义, 则} \begin{cases} 3^x-9 \neq 0, \\ x-1 > 0, \\ \log_{0.1}(x-1) \geq 0, \end{cases} \quad \text{解得 } 1 < x < 2,$$

所以函数 $y=\sqrt{\log_{0.1}(x-1)}+\frac{1}{3^x-9}$ 的定义域为 (1, 2).

11. $<$

12. 1 解析: 因为 $f(1)=\ln 1=0$, 所以 $f[f(1)]=f(0)=e^0=1$.

三、解答题

13. 解: (1) 要使函数 $f(x)=\log_2(1-x^2)$ 有意义, 则 $1-x^2>0$, 即 $x^2<1$, 所以 $-1< x < 1$, 所以 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$.

(2) 由 (1) 得 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 关于原点对称.

因为函数 $f(x)=\log_2(1-x^2)$,

所以 $f(-x)=\log_2[1-(-x)^2]=\log_2(1-x^2)=f(x)$,

所以 $f(x)$ 为偶函数.

14. 解: (1) 因为函数 $f(x)=\log_a x$ 的图像过点 (4, 2), 代入得 $\log_a 4=2 \log_a 2=2$, 所以 $a=2$.

(2) 由题意, 函数 $f(x)=\log_2 x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且在定义域上为增函数,

因为 $f(x+3)>3$, 所以 $\begin{cases} x+3>0, \\ \log_2(x+3)>3, \end{cases}$ 所以

$$\begin{cases} x>-3, \\ x+3>8, \end{cases} \quad \text{解得 } x>5,$$

故不等式的解集为 $\{x|x>5\}$.