

华腾新思

职教高考文化基础课配套学习用书

数学

强基随堂练

基础模块·上

主编 华腾新思职教高考研究中心

- ✓ 回归课本
- ✓ 夯实基础
- ✓ 随堂测试

职教高考文化基础课配套学习用书

数学
强基随堂练

基础模块·上

主编 华腾新思职教高考研究中心

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press



定价: 35.00元

选题策划: 苏 莉 张霞丽
责任编辑: 张佳凯
封面设计: 张瑞阳

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

职教高考文化基础课配套学习用书

数学强基随堂练
(基础模块·上)

主编 华腾新思职教高考研究中心

内 容 简 介

本书严格按照教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准》和国家规划新教材的内容,根据中等职业教育对数学学科的基本要求编写而成。本书为教材《数学(基础模块 上册)》配套的同步练习册,按章节顺序编写,每小节分 A,B 两套试卷,由简到难,分阶练习,进一步提升学生的解题能力。在内容的选择上,本书注重知识的系统性、完整性;在内容的编排上,本书力求体现科学性、循序渐进性。学生可以利用本书体验考试情境,训练答题速度,巩固所学知识,学习必备的应试技巧,切实提高应试能力。

本书既可以作为中等职业学校的学生学习的参考资料,也可以作为教师教学的辅助资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学强基随堂练(基础模块·上)
SHUXUE QIANGJI SUITANGLIAN(JICHU MOKUAI · SHANG)

选题策划
责任编辑
封面设计

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号
邮政编码 150001
电 话 0451-82519989
经 销 新华书店
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 11
字 数 222 千字
版 次 2025 年 月第 1 版
印 次 2025 年 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5661 - -
定 价 35.00 元

<http://www.hrbeupress.com>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

中等职业教育是我国现代教育的重要组成部分,中等职业学校必须依据教育要求与时俱进,不断进行改革。本书着重培养学生的课程核心素养,以深化学校教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以细化解读有关课程标准要求为基础,充分落实学生的主体地位,进而激发学生的自信,挖掘学生的数学学习潜力。

本书严格按照教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准》和国家规划新教材的内容,根据中等职业教育对数学学科的基本要求编写而成,不仅能够科学检测学生对知识点的掌握程度,而且可以培养学生的解题能力。

本书为课本配套的同步练习册,按课本章节顺序联系,每小节分 AB 两套试卷,由简到难,分阶练习,进一步提升学生的解题能力。在内容的选择上,本书注重知识的系统性、完整性;在内容的编排上,本书力求体现科学性、循序渐进性。学生可以利用本书体验考试情境,训练答题速度,巩固所学知识,学习必备的应试技巧,切实提高应试能力。

本书既可以作为学生学习的参考资料,也可以作为教师教学的辅助资料。作为学生学习的参考资料,学生可以利用它构建完整的知识与能力网络,明显提高学习效率;作为教师教学的辅助资料,教师可以利用它发现教学中的问题,及时调整下一步的教学计划,帮助学生查漏补缺,强化重点,使教学质量更上一层楼。

如果本书存在不当之处,恳请广大师生在使用后提出宝贵的意见和建议,以便我们及时做出修订。

编 者

目 录

第 1 章 集合	1
1.1 集合及其表示	1
1.2 集合之间的关系	9
1.3 集合的运算	13
第 2 章 不等式	25
2.1 不等式的基本性质	25
2.2 区间	33
2.3 一元二次不等式	37
2.4 含绝对值的不等式	41
2.5 不等式应用举例	45
第 3 章 函数	49
3.1 函数的概念	49
3.2 函数的表示方法	53
3.3 函数的性质	57
3.4 函数的应用	69
第 4 章 三角函数	73
4.1 角的概念的推广	73
4.2 弧度制	81
4.3 任意角的三角函数	85
4.4 同角三角函数的基本关系	93
4.5 诱导公式	97
4.6 正弦函数的图像和性质	101
4.7 余弦函数的图像和性质	109
4.8 已知三角函数值求角	113

第 1 章 集合

1.1 集合及其表示

1.1.1 集合的概念

A 卷

一、选择题

1. 一个集合中没有任何元素,这样的集合记作().
A. R B. Z C. Q D. $\emptyset$
2. 下列集合正确的是().
A. 有理数集 Z B. 自然数集 Q C. 整数集 N D. 实数集 R
3. 下列能组成集合的有().
(1)高一年级性格开朗的男生.
(2)截至目前为止重庆市已经运营的轨道交通线路.
(3)参加 2023 杭州亚运会的代表团.
(4)大于 0 的实数.
A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
4. 下列对象不能构成集合的是().
A. 所有的正数 B. 等于 2 的数 C. 接近 0 的数 D. 所有的偶数
5. 下列各式正确的是().
A. $-1 \in N$ B. $1.5 \in Z$ C. $-2 \notin Q$ D. $1 \in N$
6. 下列对象构成的集合是无限集的是().
A. 世界七大洲 B. 我国的四书五经
C. 所有大于 2 的实数 D. 我国的二十四节气
7. 下列各项中能够组成集合的选项是().
A. 个子高的人 B. 身体胖的人 C. 聪明人 D. 今年 16 周岁的人
8. 下列关系中,正确的有().
① $\frac{1}{2} \in R$; ② $\sqrt{5} \notin Q$; ③ $|-3| \in N$; ④ $2 \in Q$.
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

9. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.
 1 _____ N_+ $\sqrt{3}$ _____ Q $\frac{1}{2}$ _____ Z -3.2 _____ R .
10. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空: $\sqrt{5}$ _____ N , $\sqrt{16}$ _____ N .
11. 设 A 表示“中国所有省会城市”组成的集合,则深圳 _____ A , 广州 _____ A (填“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”).
12. 英语单词“*apple*”所含的字母组成的集合中含有 _____ 个元素.

三、解答题

13. 下列对象能否组成集合? 若能组成集合,判断哪些是有限集? 哪些是无限集? 哪些是空集?
(1)某班学习成绩好的同学;
(2)绝对值不小于 3 的所有整数;
(3)方程 $x-6=0$ 的解集;
(4)方程 $x^2+2=0$ 的解集.
14. 已知集合 A 中有三个元素 $-2, 1, 3a-1$, 若 $8 \in A$, 求 a 的值.

B 卷

一、选择题

1. 下列对象能组成集合的是()
- ①大于-4 且小于 6 的所有偶数； ②地球上所有的高大建筑； ③方程 $x^2-1=0$ 的解；
④接近 9 的所有数.
- A. ①③ B. ①③④ C. ②③ D. ③④
2. 下列对象不能构成集合的是()
- A. 直角三角形的全体 B. 所有的奇数
C. 所有特别大的数 D. 所有的无理数
3. 下列解集不是 $\varnothing$ 的是()
- A. 方程 $x^2+1=0$ 的解集 B. 方程 $x^2-1=0$ 的解集
C. 不等式 $|x+1|<0$ 的解集 D. 方程 $|x|=-2$ 的解集.
4. 下列结论中,不正确的是()
- A. $-2\in Z$ B. $0\in N$ C. $\sqrt{3}\in R$ D. $\pi\in Q$
5. 下列集合是无限集的是()
- A. 中国古典长篇小说四大名著 B. 小于 6 的所有的正整数
C. 所有的偶数 D. 方程 $x^2-9=0$ 的解集
6. 下列关系式正确的个数为()
- ① $2\in N^*$; ② $\sqrt{5}\notin Z$; ③ $0\in\varnothing$; ④ $\frac{1}{2}\in N$; ⑤ $\pi\in Q$.
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
7. 已知集合 Ω 中的三个元素 l, m, n 分别是 $\triangle ABC$ 的三边长,则 $\triangle ABC$ 一定不是()
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
8. 已知集合 N 是由 3, 4, $2b$ 这三个数构成的,且 $6\in N$,则 $b=()$
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

二、填空题

9. 已知集合 A 仅含有三个元素 2, 4, 6, 且当 $a\in A$ 时, $6-a\in A$, 则 a 的值为_____
10. 已知 A 是由 $0, m, m^2-3m+2$ 三个元素组成的集合, 且 $2\in A$, 则实数 m 为_____.
11. 已知集合 P 中的元素 x 满足 $x\in N$, 且 $1<x<a$, 且集合 P 中恰有三个元素, 则整数 $a=$ _____.
12. 用适当的符号填空: 已知集合 A 中的元素 x 满足 $x=3k+2, k\in Z$, 集合 B 中的元素 x 满足 $x=6m-1, m\in Z$, 则 17 _____ A ; 17 _____ B .

三、解答题

13. 已知集合 A 含有两个元素 a 和 a^2 , 若 $1\in A$, 求实数 a 的值.
14. 已知关于 x 的方程 $ax^2+2(a+1)x+4=0$ 的解集为单元素集合, 求 a 的取值范围.

1.1.2 集合的表示法

A 卷

一、选择题

1. $\{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 5\}$ 用列举法可以表示为().
A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{x \mid x < 5\}$ C. $\{x \mid x > -1\}$ D. $\emptyset$
2. 集合 $\{1, 2\}$ 用描述法可表示为().
A. $\{x \mid x \leq 2, x \in \mathbb{N}^*\}$ B. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$
C. $\{x \mid 1, 2\}$ D. $\{x \mid x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$
3. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 则 A 的元素个数为().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 下列四个命题中, 正确命题的是().
①很小的实数可以构成集合; ②由 $1, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \left| -\frac{1}{2} \right|, 0.5$ 这些数组成的集合含有 5 个元素;
③集合 $\{(1, 5)\}$ 与集合 $\{(5, 1)\}$ 是同一个集合; ④集合 $\{1, 5\}$ 与集合 $\{5, 1\}$ 是同一个集合.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
5. 集合 $M = \{(x, y) \mid xy > 0, x + y < 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ 是().
A. 第一象限的点集 B. 第二象限的点集
C. 第三象限的点集 D. 第四象限的点集
6. 设集合 $A = \{x \mid 2x - 1 = 0\}$, 下列元素中属于 A 的是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. $\frac{1}{2}$
7. 在数轴上与原点距离不大于 3 的点表示的数的集合是().
A. $\{x \mid x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 3\}$ B. $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$
C. $\{x \mid x \leq -3\}$ D. $\{x \mid x \geq 3\}$
8. 集合 $M = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}\}$, 则下列说法正确的是().
A. $\sqrt{3} \in M$ B. $1 \notin M$ C. M 是空集 D. 该集合是有限集

二、填空题

9. 用集合的形式写出中国古代的四大发明_____.
10. 用描述法表示除以 3 余 1 的所有整数组成的集合_____.
11. 已知集合 $A = \{m + 2, m^2\}$, 则 m 的取值范围是_____.
12. 二元一次方程组 $\begin{cases} -x + y = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解集是_____.

三、解答题

13. 用适当的方法表示下列集合
(1) 不等式 $2x - 3 < 7$ 的解集;
(2) 一次函数 $y = -x + 2$ 图像上所有点组成的集合;
(3) 绝对值小于 3 的整数组成的集合;
(4) 小于 5 的自然数组成的集合.
14. 下列集合哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?
(1) $\{x \mid |x| < 0\}$; (2) $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$;
(3) $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$; (4) $\{(x, y) \mid x - y = 2, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$.

B 卷

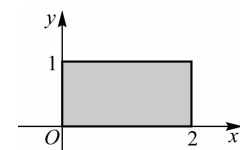
一、选择题

- 平方为 16 的实数全体用列举法可以表示为()
A. $\{x=4, -4\}$ B. $\{x \in \mathbb{N} | x^2=16\}$
C. $\{(-4, 4)\}$ D. $\{-4, 4\}$
- 若 $A=\{(7, -2), (2, 7)\}$, 则集合 A 中元素的个数是()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 在平面直角坐标系中, 第三象限中所有点构成的集合为()
A. $\{(x, y) | x > 0, y = 0\}$ B. $\{(x, y) | x < 0, y < 0\}$
C. $\{(x, y) | x > 0, y < 0\}$ D. $\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$
- 方程组 $\begin{cases} 2x+y=9 \\ x-y=21 \end{cases}$ 的解集是().
A. $(10, -11)$ B. $\{x=10, y=-11\}$
C. $\{(10, -11)\}$ D. $\{10, -11\}$
- 已知集合 $A=\{-1, 0, 1, 2\}$, 集合 $B=\{y | y=|x|, x \in A\}$, 则 $B=($)
A. $\{-1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- 下面关于集合的表示正确的个数是()
① $\{1, 2, 3\} \neq \{3, 2, 1\}$;
② $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\} = \{x | x^2 + y^2 = 1\}$;
③ $\{x | x+2 > 0\} = \{y | y+2 > 0\}$;
④ 绝对值小于 3 的整数用列举法表示为 $\{0, 1, 2\}$.
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列四个集合中, 是空集的是()
A. $\{x | x+3=3\}$ B. $\{(x, y) | y^2 = -x^2, x, y \in \mathbb{R}\}$
C. $\{x | x^2 \leq 0\}$ D. $\{x | x^2 - x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$
- 已知集合 $A=\{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 若集合 A 中至多有一个元素, 则实数 a 应满足()
A. $a=0$ B. $a \geq \frac{9}{8}$ C. $a=0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$ D. 不确定

二、填空题

- 用列举法表示集合: $\{(x, y) | x+y=4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ 为_____.
- 用描述法表示不等式 $2x-6 < 0$ 的解集为_____.

- 用描述法表示图中阴影部分的点构成的集合为_____.



- 已知集合 $A=\{x | mx^2 + 2x + 2 = 0\}$ 中有两个元素, 则实数 m 的取值范围为_____.

三、解答题

- 已知集合 $A=\{x | x \in \mathbb{N} \text{ 且 } \frac{6}{4-x} \in \mathbb{N}^*\}$, 用列举法表示集合 A .

- 若集合 $A=\{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$. 则

(1) 当 a 取何值时, 集合 A 中的元素只有一个?

(2) 当 a 取何值时, 集合 A 中的元素有二个?

数学强基随堂练
(基础模块·上)
参考答案及解析

目 录

第 1 章 集合	1
1.1 集合及其表示	1
1.2 集合之间的关系	4
1.3 集合的运算	6
第 2 章 不等式	9
2.1 不等式的基本性质	9
2.2 区间	12
2.3 一元二次不等式	14
2.4 含绝对值的不等式	15
2.5 不等式应用举例	17
第 3 章 函数	18
3.1 函数的概念	18
3.2 函数的表示方法	20
3.3 函数的性质	22
3.4 函数的应用	28
第 4 章 三角函数	30
4.1 角的概念的推广	30
4.2 弧度制	34
4.3 任意角的三角函数	36
4.4 同角三角函数的基本关系	41
4.5 诱导公式	43
4.6 正弦函数的图像和性质	45
4.7 余弦函数的图像和性质	49
4.8 已知三角函数值求角	51

第1章 集合

1.1 集合及其表示

1.1.1 集合的概念

A 卷

一、选择题

1. D 2. D 3. B 4. C

5. D 解析: 因为 N 表示自然数集, Z 表示整数集, Q 表示有理数. 元素与集合之间只能用 $\in$, $\notin$ 表示, 所以 $-1 \notin N$, $1.5 \notin Z$, $-2 \in Q$, $1 \in N$, 故 A, B, C 错误, D 正确, 故选 D.

6. C 7. D

8. D 解析: $\frac{1}{2} \in R$, ①正确; $\sqrt{5} \notin Q$, ②正确; $|-3| = 3 \in N$, ③正确; $2 \in Q$, ④正确; 则 4 个都正确; 故选 D.

二、填空题

9. $\in \notin \notin \in$ 解析: N_+ 为正整数集, 所以 $1 \in N_+$, Q 为有理数集, 所以 $\sqrt{3} \notin Q$, Z 为整数集, 所以 $\frac{1}{2} \notin Z$, R 为实数, 所以 $-3.2 \in R$. 故答案为 $\in, \notin, \notin, \in$.

10. $\notin \in$ 解析: 因为集合 N 代表自然数集(非负整数集), 所以 $\sqrt{5} \notin N$, $\sqrt{16} = 4 \in N$, 故答案为 $\notin; \in$.

11. $\notin \in$ 解析: 深圳不是省会城市, 而广州是广东省的省会, 所以深圳 $\notin A$, 广州 $\in A$.

12. 4 解析: 英语单词“apple”所含的字母分别是 a, p, l, e, 共 4 个元素.

三、解答题

13. 解析: (1) 因为成绩好没有具体标准, 对象不是确定的, 所以它们不能组成集合.
(2) 因为绝对值不小于 3 的所有整数是确定的, 它们是确定的对象, 所以它们能组成集合. 而且它们有无数个, 故为无限集.
(3) 方程 $x-6=0$ 的实数解是 6, 它是确定的对象, 所以它可以组成集合. 因为元素的个数有限, 故其解集为有限集.

(4) 方程 $x^2+2=0$ 无实数解, 故其解集为空集.

14. 解析: 因为集合 A 中有三个元素 $-2, 1, 3a-1$, 且 $8 \in A$,

所以 $3a-1=8$, 解得 $a=3$.

B 卷

一、选择题

1. A 2. C

3. B 解析: 方程 $x^2+1=0$ 无解, 即解集为 $\emptyset$, 故 A 不符合题意,

方程 $x^2-1=0$, 解得 $x=\pm 1$, 则解集不是 $\emptyset$, 故 B 符合题意,

因为 $|x+1| \geq 0$, 所以不等式 $|x+1| < 0$ 的解集为 $\emptyset$, 故 C 不符合题意,

因为 $|x| \geq 0$, 所以方程 $|x| = -2$ 的解集为 $\emptyset$, 故 D 不符合题意,

故选 B.

4. D 解析: -2 是整数, A 正确, 0 是自然数, B 正确, $\sqrt{3}$ 是实数, C 正确, π 是无理数, D 错误. 故选 D.

5. C 解析: 中国古典长篇小说四大名著, 集合中有四个元素, 不是无限集;

小于 6 的所有的正整数, 有 1, 2, 3, 4, 5, 有 5 个元素, 不是无限集;

所有的偶数有无穷多个, 是无限集;

方程 $x^2-9=0$ 的解集, 有 3, -3 , 有两个元素, 不是无限集, 故选 C.

6. ③ 解析: 因为 2 是正整数, $\sqrt{5}$ 不是整数, 0 不属于 $\emptyset$, $\frac{1}{2}$ 不是自然数, π 不是有理数, ①②正确, ③④

⑤错误, 故选③.

7. D 解析: 因为集合 Ω 中的三个元素 l, m, n 分别是 $\triangle ABC$ 的三边长, 所以 l, m, n 互不相等, 不能构成等腰三角形. 故选 D.

8. B 解析: 已知集合 N 是由 3, 4, $2b$ 这三个数构成的, 由 $6 \in N$, 可得 $2b=6$, 解得 $b=3$.

故选 B.

二、填空题

9. 2 或 4 解析: 若 $a=2$, 则 $6-a=6-2=4, 4 \in A$, 符合题意;

若 $a=4$, 则 $6-a=6-4=2, 2 \in A$, 符合题意;

若 $a=6$, 则 $6-a=6-6=0, 0 \notin A$, 不符合题意;

因此 $a=2$ 或 $a=4$. 故答案为 2 或 4.

- 10.3 解析: $\because 2 \in A, \therefore m=2$ 或 $m^2-3m+2=2$. 当 $m=2$ 时, $m^2-3m+2=4-6+2=0$, 不符合题意, 舍去; 当 $m^2-3m+2=2$ 时, $m=0$ 或 $m=3$, 当 $m=0$ 不符合题意, 舍去, 综上可知 $m=3$.

- 11.5 解析: 因为集合 P 中恰有三个元素, 得集合 $P=\{2, 3, 4\}$, 又因为 $1 < x < a$, 所以整数 $a=5$.

12. $\in \in$ 解析: 令 $3k+2=17$, 得 $k=5, 5 \in \mathbb{Z}$, 所以 $17 \in A$; 令 $6m-1=17$, 得 $m=3, 3 \in \mathbb{Z}$, 所以 $17 \in B$. 故答案为 $\in; \in$.

三、解答题

13. 解析: 若 $1 \in A$, 则 $a=1$ 或 $a^2=1$.

(1) 当 $a=1$ 时, $a^2=a=1$, 故集合 A 有重复元素, 所以 $a \neq 1$;

(2) 当 $a^2=1$ 时, 解得 $a=1$ 或 $a=-1$. ① 当 $a=1$ 时, 由(1)知, 不合题意, ② 当 $a=-1$ 时, 集合 A 含有两个元素: $1, -1$, 符合元素的互异性, 所以 $a=-1$.

综上, $a=-1$.

14. 解析: 当 $a=0$ 时, 方程为 $2x+4=0$, 解得 $x=-2$, 符合题意;

当 $a \neq 0$ 时, 方程 $ax^2+2(a+1)x+4=0$ 的解集为单元素集合,

即方程 $ax^2+2(a+1)x+4=0$ 有两个相等的实根,

$\therefore \Delta=[2(a+1)]^2-16a=0$, 解得 $a=1$;

综上, $a=0$, 或 $a=1$.

1.1.2 集合的表示法

A 卷

一、选择题

1. A

2. A 解析: 集合 $\{1, 2\}$ 中的元素都是正整数, 且小于等于 2, 所以用描述法可表示为 $\{x | x \leq 2, x \in \mathbb{N}^*\}$, 故选 A.

3. B 解析: 解 $x^2-5x+6=0$, 得 $x=2$ 或 $x=3$, 故 $A=\{x | x^2-5x+6=0\}=\{2, 3\}$, 共有 2 个元素. 故选 B.

4. B

5. C 解析: $\because xy > 0, x+y < 0, \therefore x < 0$ 且 $y < 0, \therefore$ 集合 $M=\{(x, y) | xy > 0, x+y < 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ 是第三象限的点集, 故选 C.

6. D 解析: 集合 $A=\{x | 2x-1=0\}=\{\frac{1}{2}\}$, 则各选项中只有 $\frac{1}{2} \in A$. 故选 D.

7. B 解析: 因为在数轴上与原点距离不大于 3 的点表示的数的集合是 $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$.

故选 B.

8. D 解析: 对 A、B: 因为集合 $M=\{x \in \mathbb{N}^* | -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}\}=\{1\}$, 所以 $\sqrt{3} \notin M, 1 \in M$, 故 A、B 项错误; 对 C、D: 因为集合 $M=\{1\}$, 所以 M 不是空集, 是有限集, 故 C 项错误, D 项正确. 故选 D.

二、填空题

9. $\{\text{印刷术, 造纸术, 指南针, 火药}\}$

10. $\{x | x=3n+1, n \in \mathbb{Z}\}$

11. $m \neq -1$ 且 $m \neq 2$. 解析: 由题意, $m+2 \neq m^2$, 解得 $m \neq -1$ 且 $m \neq 2$.

12. $\{(-2, 5)\}$ 解析: 因为 $\begin{cases} -x+y=7 \\ x+y=3 \end{cases}$, 两式相加得

$2y=10$, 所以 $y=5$, 将 $y=5$ 代入 $x+y=3$ 得 $x=-$

2, 即 $\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$. 所以该二元一次方程组的解集

是 $\{(-2, 5)\}$.

三、解答题

13. 解析: (1) 因为 $2x-3 < 7 \Rightarrow x < 5$,

用描述法表示, 不等式的解集为 $\{x | x < 5\}$;

(2) 一次函数 $y=-x+2$ 图像上所有点组成的集合用描述法表示为 $\{(x, y) | y=-x+2\}$;

(3) 满足绝对值小于 3 的整数有 $-2, -1, 0, 1, 2$,

用列举法表示集合为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

(4) 小于 5 的自然数组成的集合

用列举法表示为 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

14. 解析: (1) $\because \{x | |x| < 0\}$, 解 $|x| < 0$, 不存在 x 满足 $|x| < 0$. 故此集合为空集.

(2) $\because \{x | x=2n, n \in \mathbb{N}\}$, 故集合的元素包含 0, 2, 4, 6, 8... 等, 故此集合为无限集.

(3) $\because \{x | x^2-5x+6=0\}$, 解方程 $x^2-5x+6=0$,

即 $(x-2)(x-3)=0$, 得到 $x=2$ 或 $x=3$, 故集合用列举法表示为 $\{2, 3\}$, 故此集合为有限集.

(4) $\because \{(x, y) | x-y=2, x \in N, y \in N\}$, 集合的元素包括 $(2, 0), (3, 1), (4, 2), \dots$ 等, 此集合为无限集.

B 卷

一、选择题

1. D

2. B 解析: 因为集合 $A = \{(7, -2), (2, 7)\}$ 中的元素为 $(7, -2), (2, 7)$, 所以集合 A 中元素的个数是 2 个. 故选 B.

3. B 解析: 第三象限的点的特征为横坐标为负, 纵坐标为负, 所以由描述法表示为 $\{(x, y) | x < 0, y < 0\}$. 故选 B.

4. C 解析: 方程组 $\begin{cases} 2x+y=9 \\ x-y=21 \end{cases} \Rightarrow 3x=30$, 解得

$$\begin{cases} x=10 \\ y=-11 \end{cases}, \text{ 所以解集为 } \{(10, -11)\},$$

故选 C.

5. C 解析: 因为 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{y | y = |x|, x \in A\}$, 当 $x = \pm 1$ 时, $y = |x| = 1$, 当 $x = 0$ 时, $y = |x| = 0$, 当 $x = 2$ 时, $y = |x| = 2$, 所以 $B = \{0, 1, 2\}$. 故选 C.

6. A 解析: 根据集合中元素的无序性, $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$, 故①错误.

集合 $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ 表示的是使 $x^2 + y^2 = 1$ 成立的所有点构成的集合, 是点集.

而集合 $\{x | x^2 + y^2 = 1\}$ 表示的是使得 $x^2 + y^2 = 1$ 成立的 x 的取值集合, 与点集不同.

所以 $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\} \neq \{x | x^2 + y^2 = 1\}$, 故②错误.

对于集合 $\{x | x+2 > 0\}$, 该集合是所有大于 -2 的实数构成的集合.

对于集合 $\{y | y+2 > 0\}$, 该集合也是所有大于 -2 的实数构成的集合. 两个集合的元素完全相同, 所以 $\{x | x+2 > 0\} = \{y | y+2 > 0\}$, 故③正确.

绝对值小于 3 的整数用列举法表示为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 故④错误.

故选 A.

7. D 解析: A 选项, $\{x | x+3=3\} = \{0\}$, 所以不是空集;

B 选项, $\{(x, y) | y^2 = -x^2\} = \{(0, 0)\}$, 所以不是空集;

C 选项, $\{x | x^2 \leq 0\} = \{0\}$, 所以不是空集;

D 选项, $x^2 - x + 1 = 0$ 中 $\Delta = (-1)^2 - 4 = -3 < 0$, 方程无解, 所以 $\{x | x^2 - x + 1 = 0, x \in R\}$ 是空集; 故选 D.

8. C 解析: 因为集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 中至多有一个元素, 则:

①当 $a=0$ 时, $A = \{x | -3x + 2 = 0\} = \{\frac{2}{3}\}$ 只有一个元素, 符合题意;

②当 $a \neq 0$ 时, 方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 有两个相等的实数根或没有实数根,

于是 $\Delta \leq 0$, 即 $9 - 8a \leq 0$, 解得 $a \geq \frac{9}{8}$,

所以实数 a 应满足 $a=0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$.

故选 C.

二、填空题

9. $\{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$ 解析: 由 题 知: $\{(x, y) | x+y=4, x \in N, y \in N\} = \{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$.

10. $\{x | x < 3\}$ 解析: 已知 $2x - 6 < 0$, 解得 $x < 3$, 所以不等式 $2x - 6 < 0$ 的解集为 $\{x | x < 3\}$.

11. $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 2 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ 解析: 由题意得, 图中的阴影部分构成的集合是点集, 则 $0 \leq x \leq 2$ 且 $0 \leq y \leq 1$, 所以阴影部分的点构成的集合为 $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 2 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$.

12. $m < \frac{1}{2}$ 且 $m \neq 0$ 解析: 依题意, 方程 $mx^2 + 2x + 2 = 0$ 有两个不等的实根, 则 $m \neq 0$ 且 $\Delta = 2^2 - 4m \times 2 > 0$, 解得 $m < \frac{1}{2}$ 且 $m \neq 0$.

三、解答题

13. 解析: 因为 $x \in N$ 且 $\frac{6}{4-x} \in N^*$, 所以 $x = 1, 2, 3$, 所以用列举法表示集合 $A = \{1, 2, 3\}$. 故答案为: $\{1, 2, 3\}$.

14. 解析: (1) 集合 A 的元素只有一个时,

① $a=0$ 时, $x=\frac{2}{3}$, 此时集合 A 的元素只有一个;

② $a \neq 0$ 时, 若 $\Delta = (-3)^2 - 4a \times 2 = 9 - 8a = 0$

即 $a = \frac{9}{8}$ 时, 集合 A 的元素只有一个,

综上所述 $a=0$ 或 $a = \frac{9}{8}$.

(2) 集合 A 的元素有二个时,

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = (-3)^2 - 8a > 0 \end{cases}, \text{即} \begin{cases} a \neq 0 \\ a < \frac{9}{8} \end{cases}$$

$\therefore$ 当 $a < \frac{9}{8}$ 且 $a \neq 0$ 时, 集合 A 的元素有二个.

1.2 集合之间的关系

A 卷

一、选择题

1. B

2. A 解析: 因为 N^* 是正整数集, N 是自然数集, Z 是整数集, Q 是有理数集, R 是实数集. 所以 $N^* \subseteq N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$. 故选 A.

3. D 解析: 因为 $a = \sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$, 所以 $a \in A$, 故选项 A, C 错误. 因为 $\{a\}$ 是 A 的子集, 所以 $\{a\} \subseteq A$. 故 B 错误, D 正确. 故选 D.

4. D 解析: 因为 $A = \{0, -1\}$, $B = \{0, 1, 1-a\}$ 且 $A \subseteq B$, 则 $1-a = -1$, 则 $a = 2$, 故选 D.

5. D 解析: 集合 $A = \{2, 3, 4\}$ 的真子集有: $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$, 共 7 个, 故选 D.

6. C 解析: 因为集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 共有 4 个元素, 所以非空真子集个数为 $2^4 - 2 = 14$. 故选 C.

7. C 解析: $A = \{x | x \text{ 是能被 3 整除的整数}\}$, 即 A 中的元素都是 3 的倍数, $B = \{x | x \text{ 是能被 9 整除的整数}\}$, 即 B 中的元素都是 9 的倍数, 因为 9 可以分解为 3×3 , 因此 9 的倍数一定是 3 的倍数, 所以集合 B 中的每一个元素都可以在集合 A 中找到, 但集合 A 中的元素不一定都在集合 B 中(例如, 3 是 A 中的元素但不是 B 中的元素), 所以集合 B 是集合 A 的子集, 即 $B \subseteq A$. 故选 C.

8. C 解析: 集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$, 且 $A = B$,

所以 $\begin{cases} x=0 \\ y=x^2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$, 不满足集合中元素的互异性, 或 $\begin{cases} x=x^2 \\ y=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ (舍), 所以两个

集合为 $A = \{1, 0\}$, $B = \{0, 1\}$, 满足题意, 所以 $2x + y = 2$. 故选 C.

二、填空题

9. $\in \quad \subseteq \quad \cup \quad = \quad \notin \quad \supseteq$

10. 5 解析: 设集合 M 所含元素的个数是 n 个, 因为集合 M 的真子集有 31 个, 所以 $2^n - 1 = 31$, 解得 $n = 5$.

11. 3 解析: 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, b, 5, 7\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $1 \in B, 3 \in B$, 则 $b = 3$.

12. 3 或 -1 解析: $\because A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\} = \{x | (x-3)(x+1) = 0\} = \{3, -1\}$, $B = \{x | x - a = 0\} = \{a\}$, 因为 $B \subseteq A$, $\therefore a = 3$ 或 $a = -1$.

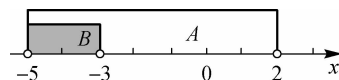
三、解答题

13. 解析: (1) $B = \{x | x - 1 = 0\} = \{1\}$, $A = \{0, 1\}$, 故集合 B 是集合 A 的真子集, $B \subset A$.

(2) $A = \{(x, y) | xy > 0\} = \{(x, y) | x > 0, y > 0\} \cup \{(x, y) | x < 0, y < 0\}$, $B = \{(x, y) | x > 0, y > 0\}$,

故集合 B 是集合 A 的真子集, $B \subset A$.

14. 解析: (1) 若 $a = -1$, 则 $B = \{x | -5 < x < -3\}$. 如图在数轴上标出集合 A, B .



由图可知, 集合 A, B 之间存在子集关系, 且 $B \subset A$.

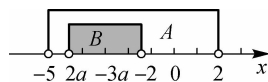
(2) 由已知 $A \supseteq B$.

当 $B = \emptyset$ 时, $2a - 3 \geq a - 2$, 解得 $a \geq 1$, 符合题意;

当 $B \neq \emptyset$ 时, $2a - 3 < a - 2$, 解得 $a < 1$.

由已知 $A \supseteq B$, 如图在数轴上表示出两个集合,

由图可得 $\begin{cases} 2a - 3 \geq -5, \\ a - 2 \leq 2, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq a \leq 4$.



又因为 $a < 1$, 所以 $-1 \leq a < 1$.

综上所述:实数 a 的取值范围为 $a \geq -1$.

B 卷

一、选择题

1. D

2. C 解析: $\because A = \{x | x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}, \therefore 1 \in A$,

① 正确; $\{-1\} \subseteq A$, ② 错误; $\emptyset \subseteq A$, ③ 正确; $\{1, -1\} \subseteq A$, ④ 正确, 正确的有 3 个. 故选 C.

3. C 解析: 对于 A, $\sqrt{3}$ 是无理数, N 是自然数集, 故 $\sqrt{3} \notin N$, A 错误; 对于 B, $\emptyset$ 没有元素, 集合 $\{0\}$ 有一个元素, 故 $\emptyset \neq \{0\}$, B 错误; 对于 C, 集合中的元素具有无序性, 故 $\{a, b\} = \{b, a\}$, C 正确; 对于 D, 集合与集合间不能用属于或不属于的符号, $\{a\} \subseteq \{a, b\}$, D 错误. 故选 C.

4. B 解析: 已知集合 $A = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}\} = \{1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{N}\} = \{-1, 1, 3, 5, \dots\}$, 则集合 B 比集合 A 中多了一个元素 -1, 所以 $A \subsetneq B$, 故选 B.

5. C 解析: 因为集合 $M = \{a, b, c, d\}$ 有 4 个元素, 所以集合 M 的子集个数为 $2^4 = 16$. 故选 C.

6. C 解析: 由题, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a + b | a \in A, b \in A\}$, 则 $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, 则集合 B 的非空真子集个数为 $2^5 - 2 = 30$ 个. 故选 C.

7. C 解析: 由题, 集合 $\{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 其中质数有 2, 3, 又知集合 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 的子集个数为 $2^5 = 32$ 个, 集合 $\{0, 1, 4\}$ 的子集个数有 $2^3 = 8$ 个, 则集合 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 的子集中一个质数也没有的子集有 8 个, 故至少含一个质数的子集 M 的个数为 $32 - 8 = 24$ 个. 故选 C.

8. D 解析: 已知 $A = \{x | -3 < x \leq 1\}$, $B = \{x | x > a\}$, 由 $A \subseteq B$, 可得 $a \leq -3$, 故选 D.

二、填空题

9. $A \supsetneq B$

10. -1 解析: 因为集合 $A = \{-1, 2\} = B = \{|a-1|, a\}$, 又 $|a-1| \geq 0$, 所以 $|a-1| = 2$ 且 $a = -1$, 满足题意, 所以 $a = -1$.

11. 16 解析: 已知集合 $A = \{(a, b) | a + b = 3, a, b \in \mathbb{N}\}$, 则集合 A 中的元素有 $(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)$ 共 4 个. 所以

A 的子集有 $2^4 = 16$ 个.

12. $\{0, 1, -2\}$ 解析: 因为集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\} = \{x | x = \frac{2}{a}\}$, 若 $B \subseteq A$,

当 $B = \emptyset$ 时, 则 $a = 0$, 满足 $B \subseteq A$, 符合题意; 当 $B = \{-1\}$ 时, 则 $\frac{2}{a} = -1$, 解得 $a = -2$, 满足 $B \subseteq A$, 符合

题意; 当 $B = \{2\}$ 时, 则 $\frac{2}{a} = 2$, 解得 $a = 1$, 满足 $B \subseteq A$, 符合题意;

综上所述: 由实数 a 组成的集合为 $\{0, 1, -2\}$.

三、解答题

13. 解析: (1) 由题意可得 $A = \{x | x^2 + 3x - 10 = 0\} = \{2, -5\}$, $B = \{x | ax = 2\}$,

若 $a = 0$, 则 $B = \emptyset$, 此时满足 $B \subseteq A$;

若 $a \neq 0$, 则 $B = \{\frac{2}{a}\}$, 由 $B \subseteq A$ 得 $\frac{2}{a} = 2$ 或 $\frac{2}{a} = -5$, 解得 $a = 1$ 或 $a = -\frac{2}{5}$,

$\therefore$ 满足 $B \subseteq A$ 的 a 的值组成的集合 $M = \{0, 1, -\frac{2}{5}\}$.

(2) $\because M = \{0, 1, -\frac{2}{5}\}$,

$\therefore$ 集合 M 的所有真子集为: $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{-\frac{2}{5}\}, \{0, 1\}, \{0, -\frac{2}{5}\}, \{1, -\frac{2}{5}\}$.

14. 解析: (1) 由集合 $A = \{2, 6\}$, $B = \{a + 1, a^2 - 23\}$, 且 $A = B$,

所以可得 $\begin{cases} a + 1 = 2 \\ a^2 - 23 = 6 \end{cases}$, 此时方程组无解;

或 $\begin{cases} a + 1 = 6 \\ a^2 - 23 = 2 \end{cases}$, 解得 $a = 5$;

所以实数 a 的值为 5.

(2) 当集合 $C = \{x | ax^2 - x + 6 = 0\}$, 且 $C \subseteq A$, 可知:

若 $C = \emptyset$, 则 $\begin{cases} a \neq 0 \\ (-1)^2 - 24a < 0 \end{cases}$, 解得 $a > \frac{1}{24}$

当 $C \neq \emptyset$ 时, 若 $2 \in C$, 则 $4a + 4 = 0$, $a = -1$, 此时 $C = \{-3, 2\}$, 不满足 $C \subseteq A$,

若 $6 \in C$, 则 $a = 0$, 此时 $C = \{6\}$, 满足 $C \subseteq A$, 符合题意;

综上可知,实数 a 的取值范围为 $a > \frac{1}{24}$ 或 $a = 0$.

1.3 集合的运算

1.3.1 交集

A 卷

一、选择题

1. B

2. B 解析: 因为集合 $A = \{x | x > -2, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 所以 $A \cap B = \{x | -2 < x < 3, x \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2\}$. 故选 B.

3. C

4. D 解析: 因为 $A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap B = B \cap A$, 故 A、B、C 正确; 当 $A = \{1\}$, $B = \{2\}$ 时, $A \cap B = \emptyset$, 故 D 错误. 故选 D.

5. C 6. C

7. A 解析: 因为集合 $A = \{(x, y) | y = x + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = 4 - 2x\}$, 所以 $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 4 - 2x \end{cases}$, 即 $x + 1 = 4 - 2x$, 解得 $x = 1$, $y = 2$, 所以 $A \cap B = \{(1, 2)\}$. 故选 A.

8. C 解析: 因为集合 $A = \{x | x^2 = x\} = \{0, 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 所以 $A \cap B = \{0, 1\}$. 故选 C.

二、填空题

9. $\emptyset$

10. $\{x | 3 \leq x < 4\}$

11. $[1, +\infty)$

12. $\{x | 3 < x < 4\}$ 解析: 因为集合 $A = \{x | 2x - 1 > 5\}$, $B = \{x | x + 3 < 7\}$, 即 $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x < 4\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 3 < x < 4\}$.

三、解答题

13. 解析: 因为集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, 所以 $A \cap B = \{2, 3, 4\}$, 所以集合 $A \cap B$ 的子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}$, 集合 $A \cap B$ 的真子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$.

14. 解析: 因为 $A = \{(x, y) | 2x + y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$,

$$\text{所以 } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases},$$

所以 $A \cap B = \{(1, -1)\}$.

B 卷

一、选择题

1. C 2. A

3. C 解析: 因为集合 $M = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $N = \{(x, y) | 5x - y = 3\}$, 所以 $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$, 两式相加得 $9x = 9$, 解得 $x = 1$, $y = 2$, 所以 $M \cap N = \{(1, 2)\}$. 故选 C.

4. C 解析: 已知集合 $A = \{x | x - 2 < 0\} = \{x | x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x + 1 \leq 3\} = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = \{0, 1\}$. 故选 C.

5. C 解析: $\because$ 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, $\therefore A \cap B = \{-1, 0, 1\}$,

则 $A \cap B$ 所有的子集的个数为 $2^3 = 8$. $\therefore A \cap B = \{-1, 0, 1\}$. 故选 C.

6. B 解析: 因为集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -1 \leq x \leq 3\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 所以 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$. 故选 B.

7. A 解析: 因为集合 $A = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - x - 2 = 0\} = \{x | (x - 2)(x + 1) = 0\} = \{-1, 2\}$, 所以 $A \cap B = \{-1\}$. 故选 A.

8. C 解析: $A = \{a, b\}$, $B = \{a + 1, 5\}$, 且 $A \cap B = \{2\}$, 即 $2 \in B$, 所以 $a + 1 = 2$, 得到 $a = 1$, 又 $2 \in A$, 所以 $b = 2$, 则 $a + b = 1 + 2 = 3$. 故选 C.

二、填空题

9. 1 解析: $\because A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | -2 < x < 0\}$; $\therefore A \cap B = \{-1\}$; $\therefore A \cap B$ 元素的个数是 1.

10. $\supseteq (\subsetneq) \subseteq$

11. $\{ \text{正方形} \}$

12. $\{a | a4\}$ 解析: 因为集合 $A = \{x | x - 2 \text{ 或 } x4\}$,