

广西职教高考

数学复习指导

广西职教高考

数学 复习指导

主编 吴青徽 梁海彬 梁群

编者阵容强大 编者均系资深教研员和重点中等职业院校骨干教师

编写内容全面 严格依据广西职教高考最新大纲编写，全面覆盖考点

配套资源丰富 精美课件，助力教学；微信搜索“华腾刷题宝”小程序，海量题库随意练

主编

吴青徽

梁海彬

梁

群

赠册

同步跟踪训练
参考答案及解析



上海交通大学出版社



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

广西职教高考

数学 复习指导

主编 吴青徽 梁海彬 梁群

赠册

同步跟踪训练
参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书共十章,内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、直线与圆的方程、立体几何、概率与统计初步.每章根据考纲的要求详述相关知识点.“复习指南”总结了本章的考试内容与要求.“命题探究”对命题趋势进行了解读与预测.“知识结构”对本章重要知识点进行了归纳.“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.“典例精析”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路,可帮助考生找到解题方法,规避解题误区.“巩固训练”针对书中考点设置了练习题,以帮助考生巩固所学知识,提高答题能力.

本书既可以作为参加广西职教高考数学考试的考生的复习指导用书,也可以作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

广西职教高考数学复习指导

GUANGXI ZHIJIAO GAOKAO SHUXUE FUXI ZHIDAO

主 编:吴青徽 梁海彬 梁 群

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

印 制:三河市龙大印装有限公司

开 本:880 mm×1 230 mm 1/16

字 数:282千字

版 次:2025年 月第1版

书 号:ISBN 978-7-313-32477-1

定 价:78.00元

地 址:上海市番禺路951号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:15.25

印 次:2025年 月第1次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0316-3655788

本书编委会

主 编 吴青徽 梁海彬 梁 群

副主编 黄良英 罗岚方 周军连 蒋晓娜

编 委 (按姓氏笔画排列)

劳秋梅(广西新闻出版技工学校)

吴青徽(浦北县第一职业技术学校)

罗岚方(广西工贸职业技术学校)

周军连(广西科技商贸高级技工学校)

黄良英(广西纺织工业学校)

梁 群(广西玉林农业学校)

梁海彬(桂平市第一中等职业技术学校)

蒋晓娜(玉林市第一职业中等专业学校)

蓝振恒(都安瑶族自治县职业教育中心)

潘达友(广西农牧工程学校)

广西职教高考贯彻党的教育方针,坚持立德树人、德技并修,立足服务现代职业教育高质量发展需要,是一项为不同禀赋和需要的学生发挥个性潜能提供多样化选择的选拔性考试。

通过多年的摸索与实践,广西职教高考越来越规范有序,考试具有较高的信度、效度和必要的区分度。从考试内容和考试形式上来看,参加广西职教高考的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”感到困惑,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所重点中等职业学校的任课教师,根据最新的《广西高等职业教育考试大纲与说明》,深入研究广西职教高考试卷的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了本书,供广大考生在复习时使用。

本书有以下鲜明特色:

1. 名师精研,凝结智慧

本书编者系中等职业学校的骨干教师,他们始终工作在教学一线,熟悉考情和考生的备考情况,在长期的教学实践中,总结出了丰富的教学经验,拥有先进的编写理念和系统的编写思路,这使得本书具有较高的参考价值。

2. 内容全面,重点突出

本书是广西职教高考数学的复习用书,知识体系、试题类型、试题难度等的设计均参照最新的《广西高等职业教育考试大纲与说明(数学)》,旨在系统全面地梳理知识点,同时帮助考生高效掌握核心技能,培养良好的学习习惯和解决问题的能力。本书体现了广西职教高考数学的特色,既充分把握了考试的命题特点,又体现了其发展趋势。

3. 结构清晰,栏目丰富

本书共十章,内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与

对数函数、三角函数、数列、平面向量、直线与圆的方程、立体几何、概率与统计初步. 每章根据考试大纲的要求详述相关知识点.

“复习指南”总结了本章的考试内容与要求.

“命题探究”对命题趋势进行了解读与预测.

“知识结构”对本章重要知识点进行了归纳.

“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.

“典例精析”对典型例题进行讲解, 给出详细的解题思路, 可帮助考生找到解题方法, 规避解题误区.

“巩固训练”针对书中考点设置了练习题, 以帮助考生巩固所学知识, 提高答题能力.

本书以赠册的形式配有同步跟踪训练、参考答案及解析. 同步跟踪训练是对主书的完善与补充, 其特点是对主书各章节内容要点进行精准跟踪训练, 帮助考生直击考点, 查漏补缺. 参考答案及解析详细、独到, 由点及面, 不仅方便考生核对正误, 而且能帮助他们校正解题思路、总结解题方法. 本书既可以作为参加广西职教高考数学考试的考生的复习用书, 也可以作为参加其他相关考试的考生的复习用书.

在编写本书的过程中, 我们广泛征求一线教师的意见, 秉承高效、实用的理念打造精品. 我们衷心地希望本书能成为考生学习之路上的一盏明灯, 引领考生在知识的海洋中扬帆远航!

编者

第一章	集合和简易逻辑	1
	第一节 集合的概念与集合之间的关系	2
	第二节 集合的运算	9
	第三节 充要条件	16
第二章	不等式	21
	第一节 不等式的基本性质与区间	22
	第二节 一元一次不等式(组)	28
	第三节 一元二次不等式及其应用	32
	第四节 含绝对值的不等式	39
第三章	函数	44
	第一节 函数的概念及其表示方法	45
	第二节 函数的性质	53
	第三节 常用初等函数	61
	第四节 函数的实际应用	68
第四章	指数函数与对数函数	74
	第一节 实数指数幂	75
	第二节 指数函数	79
	第三节 对数	83
	第四节 对数函数	87
第五章	三角函数	93
	第一节 角的概念推广	95
	第二节 弧度制与任意角的三角函数	98

第三节	同角三角函数的基本关系式	104
第四节	诱导公式	108
第五节	三角函数的图像和性质	112
第六节	已知三角函数值求角	119
第六章	数列	124
第一节	数列的概念	125
第二节	等差数列	131
第三节	等比数列	137
第七章	平面向量	143
第一节	平面向量的概念及线性运算	144
第二节	平面向量的坐标表示	150
第三节	平面向量的内积	155
第八章	直线与圆的方程	160
第一节	两点间的距离公式及线段中点的坐标公式	161
第二节	直线的方程	164
第三节	两条直线的位置关系	170
第四节	圆	176
第九章	立体几何	184
第一节	平面的基本性质	186
第二节	空间中的平行关系	190
第三节	空间中的垂直关系和角	196
第四节	旋转体	203
第五节	多面体	208
第十章	概率与统计初步	214
第一节	计数原理	215
第二节	概率	219
第三节	统计	227

集合和简易逻辑



复习指南

(1)理解集合的概念、元素与集合的关系、空集.能够熟练地应用“ \in ”和“ \notin ”,熟练区分“ \emptyset ”和“ $\{0\}$ ”的不同.

(2)掌握集合的表示法(列举法和描述法)、常用数集的概念及其相对应的符号.能够灵活地用列举法或描述法表示具体集合;能够准确地区分“五个数集”(自然数集、正整数集、整数集、有理数集、实数集)及其符号.

(3)理解集合间的关系(子集、真子集、相等).能够分清子集与真子集的联系与区别,分清集合间的三种关系和对应的符号,能准确地用符号表示元素与集合、集合与集合之间的关系.

(4)掌握集合的运算(交集、并集、补集).能够熟练地进行集合的交、并、补运算,对用不等式形式表示的集合运算,会用数轴帮助解决.

(5)了解充要条件.能够正确区分一些简单的充分不必要条件、必要不充分条件和充要条件实例.

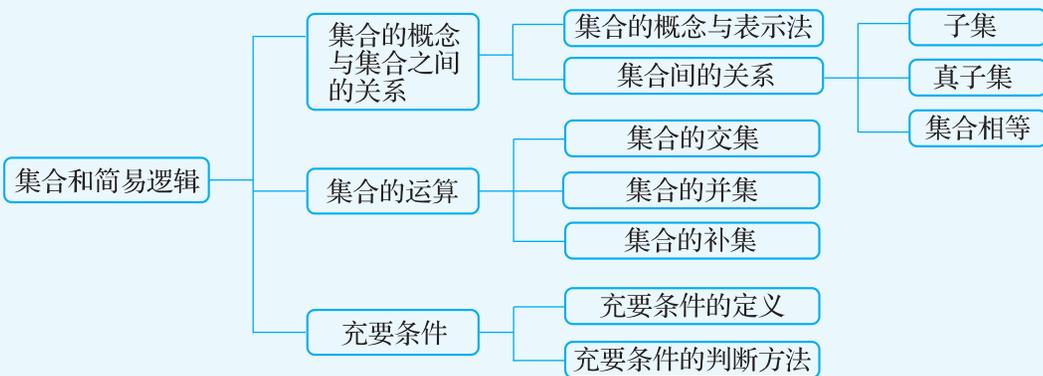


命题探究

本章是广西职教高考数学考试比较容易得分的知识点.集合在近几年考试中主要从两个方面考查:一是考查集合的概念、集合的基本关系及常用数集的符号表示;二是考查集合的基本运算,命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主,多与绝对值、不等式等相结合.简易逻辑可能会考查充分条件、必要条件和充要条件的判定,多与绝对值、不等式、函数等相结合.



知识结构



第一节 集合的概念与集合之间的关系



知识清单

知识点一 集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成了一个集合,常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a, b, c 等表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

- (1)空集. 不含任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .
- (2)正整数集. 所有正数组成的集合叫作正整数集,记作 \mathbf{N}_+ 或 \mathbf{N}^* .
- (3)自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 \mathbf{N} .
- (4)整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集,记作 \mathbf{Z} .
- (5)有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 \mathbf{Q} .

(6)实数集. 所有实数组成的集合叫作实数集, 记作 \mathbf{R} .

5. 集合的两种表示法

(1)列举法. 把集合的元素一一列举出来, 写在大括号内, 这种表示集合的方法叫作列举法.

注意

用列举法表示集合时, 要注意以下几点:

- ①元素之间用“,”隔开.
- ②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).
- ③元素不能遗漏.
- ④当集合中的元素较少时, 用列举法比较简单; 若集合中的元素较多或无限, 但存在一定的规律, 在不发生误解的情况下, 也可以用列举法表示.

(2)描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x|p(x)\}$, 其中“ x ”是集合中元素的代表形式, “ $p(x)$ ”是集合中元素的共同特征, 二者之间的竖线不可省略.

注意

用描述法表示集合时, 要注意以下几点:

- ①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).
- ②写明集合中元素的特征或性质.
- ③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确, 不产生歧义; 多层描述时, 应当准确使用“且”“或”等关联词.
- ④所有描述的内容都要写在大括号内.
- ⑤在不造成混淆的情况下, 用描述法表示集合时, 有时也可以省去竖线和竖线左边的部分. 例如, 正整数的集合可简记为{正整数}, 但是, 集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 x .

6. 常见的集合表示

(1)方程的解集: $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 或 $\{1, 2\}$, 一般用列举法表示.

(2)方程组的解集: $\{(3, 1)\}$ 或 $\left\{(x, y) \begin{cases} x-2y=1, \\ x+3y=6 \end{cases}\right\} = \left\{(x, y) \begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}\right\}$, 一般用后者表示.

(3)点集: $\{(x, y)|y=2x+1\}$.

(4)具有某种性质的点集: $\{M| |PM|=a\}$ (P 为定点).

知识点二 集合间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$;对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

注意

不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合 A 的子集包括它本身,而这个子集由集合 A 的全体元素组成;空集也是集合 A 的子集,但这个子集中不包括集合 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,则集合 A 是集合 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A, B, C ,若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,那么 $A \subsetneq C$.

注意

元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素也都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素也都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$ (A, B 的所有元素均相等).

注意

- (1)若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.
- (2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从“互为子集”入手进行判断.若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A=B$.



典例精析

例 1 下列各组对象中,能构成集合的是 ()

- (1)我国著名的数学家;
 (2)超过 20 的所有自然数;
 (3)某校 2024 年招收的矮个子学生;
 (4)方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数解;
 (5)在直角坐标平面内,第三象限的所有点.

- A. (1)(2)(3) B. (2)(3)(4)
 C. (2)(4)(5) D. (3)(4)(5)

【解析】 (1)中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;
 (3)中的“矮个子学生”这一标准不确定,无法判定某人是高还是矮,不能构成集合;
 (4)中的对象是确定的;(2)(5)中的对象虽然有无限个,但也是确定的. 故选 C.

【技巧点拨】 判断某组对象能否构成集合,关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.

例 2 下列选项中正确的是 ()

- A. $0 \in \emptyset$ B. $1 \in \{-1, 0, 2\}$ C. $0 \notin \mathbf{N}$ D. $1 \in \mathbf{Z}$

【解析】 选项 A 错误,因为空集是不含任何元素的集合,所以 $0 \notin \emptyset$. 选项 B 错误,因为集合 $\{-1, 0, 2\}$ 中不含元素 1,所以 $1 \notin \{-1, 0, 2\}$. 选项 C 错误,因为 0 是自然数,所以 $0 \in \mathbf{N}$. 故选 D.

【技巧点拨】 本题主要考查元素与集合的关系,以及用符号“ \in ”和“ \notin ”表示元素与集合之间的关系.

例 3 用列举法表示下列集合.

- (1) $A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;
 (2) $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

【解析】 (1) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. (2) $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$.

【技巧点拨】 掌握集合的两种表示方法:列举法、描述法.

例 4 设集合 $A = \{0\}$, 下列结论正确的是 ()

- A. $A = 0$ B. $A = \emptyset$ C. $0 \in A$ D. $\emptyset \in A$

【解析】 本题考查元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

【技巧点拨】 正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \subsetneq$ 的意义是正确处理此类问题的关键.

例 5 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集和真子集.

【解析】 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$; 集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$.

【技巧点拨】 本题主要考查子集和真子集的定义, 注意不要遗忘空集. 一般地, 如果集合 A 中有 n 个元素, 那么它共有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集.

例 6 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

【解析】 由题意得 $A = \{-1, 2\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $B = \emptyset$ 或 $B = \{-1\}$ 或 $B = \{2\}$ 或 $B = \{-1, 2\}$.

又因为 $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 所以 $B = \{-1, 2\}$ 不成立.

当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$, 解得 $p > 4$;

当 $B = \{-1\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ (-1)^2 - 4 \times (-1) + p = 0, \end{cases}$ 无解;

当 $B = \{2\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ 2^2 - 4 \times 2 + p = 0, \end{cases}$ 解得 $p = 4$.

综上所述, 实数 p 的取值范围是 $\{p | p \geq 4\}$.

【技巧点拨】 本题考查了两个集合包含或相等关系的问题.



巩固训练



基础实战

一、选择题

1. 下列关系不正确的是 ()

- A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $-4 \in \mathbf{R}$ C. $2.1 \in \mathbf{Q}$ D. $1.5 \in \mathbf{Z}$

2. 下列关系正确的是 ()
 A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\{0\} \in \emptyset$ D. $1 \in \emptyset$
3. 下列对象构成的集合为无限集的是 ()
 A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生 B. 方程 $x^2=1$ 的解
 C. 所有大于 0 小于 5 的偶数 D. 所有大于 3 的实数
4. 若集合 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 若集合 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 下列集合中用列举法表示的是 ()
 A. $\{\text{绝对值小于 } 2 \text{ 的实数}\}$ B. $\{a, b\}$
 C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x < 1\}$
7. 下列对象中能组成集合的是 ()
 A. 好人 B. 非常小的数 C. 有趣的书 D. 小于 5 的数
8. 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$, 其中正确的个数为 ()
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
9. 下列选项中, 表述正确的是 ()
 A. 由 1, 3, 5, 7, 5, 3 组成的集合中有 6 个元素
 B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合
 C. 集合 $\{0\}$ 是空集
 D. 阳光小学一(3)班的所有同学可以组成集合
10. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是 ()
 A. \emptyset B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
11. 用列举法表示集合 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 的结果是 ()
 A. $(1, 2)$ B. 1, 2 C. $\{1, 2\}$ D. 以上都不是
12. 集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 所有子集的个数是 ()
 A. 8 B. 14 C. 15 D. 16
13. 若集合 $M = \{m, 2-m\}$, 则实数 m 需满足 ()
 A. $m \neq 2$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq -1$ D. $m \neq -2$
14. 已知集合 $M = \{-1, 0, m^2\}$, $N = \{-1, 0, 2m-1\}$, 若 $M=N$, 则实数 $m =$ ()
 A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1
15. 设集合 $M = \{x | x \leq \sqrt{5}\}$, $a = 2$, 则下列关系正确的是 ()
 A. $a \subseteq M$ B. $a \not\subseteq M$ C. $a \in M$ D. $a \notin M$

16. 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是 ()

A. $M = \{(2, 3)\}, N = \{2, 3\}$

B. $M = \{3, 14\}, N = \{\pi\}$

C. $M = \{0\}, N = \emptyset$

D. $M = \{0, 1, 2, 3\}, N = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 3\}$

17. 方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集为 ()

A. $\{-1, 2\}$

B. $(-2, 2)$

C. $\{(-1, 2)\}$

D. $\{(x, y) \mid x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$

二、填空题

1. 用适当的符号 ($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$) 填空.

(1) 3 _____ $\{2, 3\}$; (2) π _____ \mathbf{Q} ; (3) $\{1, 2, 3\}$ _____ \mathbf{Z} ;

(4) \mathbf{N}^* _____ \mathbf{Z} ; (5) $\{-3, 3\}$ _____ $\{x \mid x^2 = 9\}$.

2. 已知集合 $P = \{x \mid 2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$, 且集合 P 中恰有 3 个元素, 则整数 $a =$ _____.

3. 绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是 _____.

4. 下列六个关系式: ① $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; ② $\{a, b\} = \{b, a\}$; ③ $0 = \emptyset$; ④ $0 \in \{0\}$; ⑤ $\emptyset \in \{0\}$; ⑥ $\emptyset \subseteq \{0\}$. 其中正确的个数为 _____.

三、解答题

1. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

2. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 和集合 A 的关系.

3. 已知集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合, 求实数 a, b 的值.

提升进阶

1. 满足 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数是 ()

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

2. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.

- (1) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;
- (2) 若 A 中恰有两个元素, 求 a 的取值范围;
- (3) 若 A 中最多只有一个元素, 求 a 的取值范围.

第二节 集合的运算

知识清单

知识点一 集合的交集

1. 交集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

2. 交集的性质

- (1) $A \cap B = B \cap A$.
- (2) $A \cap A = A$.
- (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$.
- (4) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.

知识点二 集合的并集

1. 并集的定义

一般地,对于两个给定的集合 A, B ,由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,称为集合 A 与集合 B 的并集,记作 $A \cup B$,即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

2. 并集的性质

- (1) $A \cup B = B \cup A$.
- (2) $A \cup A = A$.
- (3) $A \cup \emptyset = A$.
- (4) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

- (1) 用 Venn 图表示两个集合的交集、并集,如图 1-1 所示.
- (2) 借助数轴表示数集的交集、并集,如图 1-2 所示.

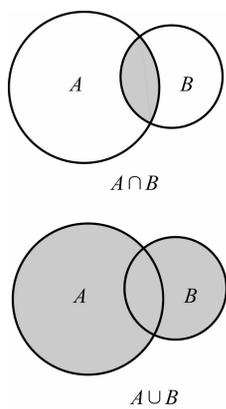


图 1-1

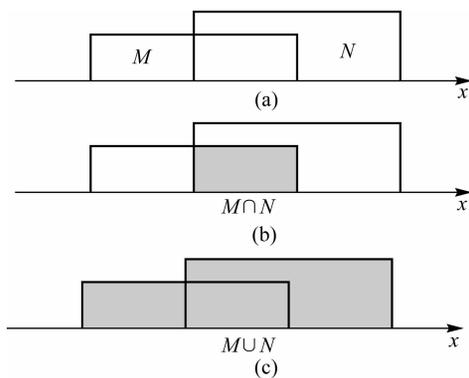


图 1-2

知识点三 集合的补集

1. 全集的定义

若一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用 U 表示.

注意

全集是一个相对的概念,在不同的情况下全集的概念不同.

2. 补集的定义

对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,读作“ A 在 U 中的补集”,即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

3. 补集的性质

- (1) $\complement_U(\complement_U A) = A$.
- (2) $\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset$.
- (3) $A \cup (\complement_U A) = U$.
- (4) $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$.



典例精析

例 1 已知集合 $A = \{2, 3, 4, 7\}, B = \{2, 5, 6, 7, 8, 10\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ B. $\{2, 7\}$
C. $\{2\}$ D. \emptyset

【解析】 因为 $2, 7 \in A, 2, 7 \in B$, 所以 $A \cap B = \{2, 7\}$. 故选 B.

【技巧点拨】 本题考查的是正确理解交集的定义.

例 2 如图 1-3 所示, $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 1, 3, 5, 6\}$ B. $\{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$
C. $\{0, 1, 3, 4, 5, 6\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

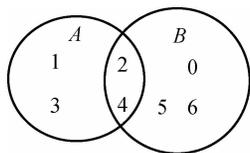


图 1-3

【解析】 通过集合的图形语言与符号语言的转化,如图可知, $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{0,2,4,5,6\}$,则 $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. 故选 D.

【技巧点拨】 本题考查的是正确理解并集的定义.

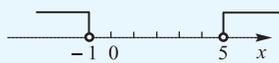
例 3 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|0\leq x<2\}$, 集合 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, (\complement_U A)\cap B$.

【解析】 $B=\{x|(x+1)(x-3)<0\}=\{x|-1<x<3\}$, $\complement_U A=\{x|x<0$ 或 $x\geq 2\}$, 所以 $A\cap B=\{x|0\leq x<2\}$, $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$, $(\complement_U A)\cap B=\{x|-1<x<0$ 或 $2\leq x<3\}$.

【技巧点拨】 本题考查对集合运算的理解及性质的运用,并且要注意端点的取值.

例 4 已知集合 $M=\{x|a\leq x\leq a+3\}$, $N=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$, 若 $M\cap N=\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

【解析】 如图 1-4 所示,要使 $M\cap N=\emptyset$, 必须满足 $\begin{cases} a+3\leq 5, \\ a\geq -1, \end{cases}$



解得 $-1\leq a\leq 2$, 所以实数 a 的取值范围为 $\{a|-1\leq a\leq 2\}$.

图 1-4

【技巧点拨】 解题时利用数轴表示集合,便于寻求满足条件的

实数 a . 特别需要注意的是“端点值”的问题,要明确是能取“=”还是不能取“=”.

例 5 已知 U 为全集,集合 $M\subseteq U, N\subseteq U$, 且 $N\subseteq M$, 则 ()

A. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U N)$ B. $(\complement_U M)\supseteq N$ C. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U N)$ D. $M\supseteq(\complement_U N)$

【解析】 根据各集合之间的关系作图(见图 1-5),这样就很容易做出判断. 故选 C.

【技巧点拨】 (1) 考虑集合之间的关系,用图形解答比较方便.

(2) 在数学中利用“数形结合”的思想,往往能使问题简单化.

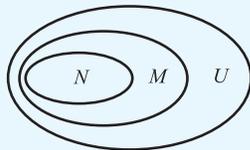


图 1-5

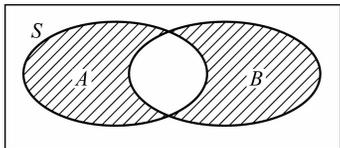


图 1-6

11. 设全集 $U = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{2, 3, 6, 8, 9\}$, 集合 $B = \{x | x > 3, x \in \mathbf{N}^*\}$, 则图 1-7 中阴影部分所表示的集合是 ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{6, 8, 9\}$

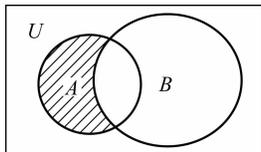


图 1-7

12. 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{1, 2\}$, $P = \{0, 2, 3\}$, 则 $M \cap N \cap P =$ ()

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, 2, 3\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

13. 已知集合 $A = \{1, 3, t\}$, $B = \{t^2 - t + 1\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 t 的取值是 ()

- A. $t = 1$ B. $t = 2, t = -1, t = 0$
 C. $t = 2, t = \pm 1$ D. 不存在

二、填空题

- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 若集合 $A = \{x | x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
- 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

三、解答题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, 集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$, 集合 $C = \{3, 5, 6, 7\}$, 求 $A \cup B, B \cap C, \complement_U A$.

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A, \complement_U B$.

提升进阶

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | |x| = y + 1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

2. 设集合 $A = \{x | a \leq x \leq a + 2\}$, 集合 $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 6\}$.

(1) $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

(赠册)

广西职教高考数学复习指导
同步跟踪训练



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目 录

第一章 集合和简易逻辑	1	第六节 已知三角函数值求角	41
第一节 集合的概念与集合之间的关系	1	第六章 数列	43
第二节 集合的运算	3	第一节 数列的概念	43
第三节 充要条件	5	第二节 等差数列	45
第二章 不等式	7	第三节 等比数列	47
第一节 不等式的基本性质与区间	7	第七章 平面向量	49
第二节 一元一次不等式(组)	9	第一节 平面向量的概念及线性运算	49
第三节 一元二次不等式及其应用	11	第二节 平面向量的坐标表示	51
第四节 含绝对值的不等式	13	第三节 平面向量的内积	53
第三章 函数	15	第八章 直线与圆的方程	55
第一节 函数的概念及其表示方法	15	第一节 两点间的距离公式及线段中点的 坐标公式	55
第二节 函数的性质	17	第二节 直线的方程	57
第三节 常用初等函数	19	第三节 两条直线的位置关系	59
第四节 函数的实际应用	21	第四节 圆	61
第四章 指数函数与对数函数	23	第九章 立体几何	63
第一节 实数指数幂	23	第一节 平面的基本性质	63
第二节 指数函数	25	第二节 空间中的平行关系	65
第三节 对数	27	第三节 空间中的垂直关系和角	67
第四节 对数函数	29	第四节 旋转体	69
第五章 三角函数	31	第五节 多面体	71
第一节 角的概念推广	31	第十章 概率与统计初步	73
第二节 弧度制与任意角的三角函数	33	第一节 计数原理	73
第三节 同角三角函数的基本关系式	35	第二节 概率	75
第四节 诱导公式	37	第三节 统计	77
第五节 三角函数的图像和性质	39		

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. 下列条件中能构成集合的是 ()
- A. 世界著名的数学家 B. 在数轴上离原点非常近的点
C. 所有的等腰三角形 D. 全年级成绩优异的同学
2. 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
3. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的全体奇数”构成的集合是 ()
- A. \emptyset B. $\{4, 6, 8\}$
C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
4. 若集合 $M = \{3, 1, a-1\}$, $N = \{-2, a^2\}$, N 为 M 的子集, 则 $a =$ ()
- A. -1 B. 1 C. 0 D. 3
5. 给出下面四个关系, 其中正确的个数为 ()
- ① $-1 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$;
③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$.
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
6. 集合 $\{a, b, c, d\}$ 所有子集的个数是 ()
- A. 8 B. 14 C. 15 D. 16
7. 下列说法正确的有 ()
- ① 空集没有子集; ② 任何集合至少有两个子集;
③ 空集是任何集合的真子集; ④ 若 $\emptyset \subseteq A$, 则 $A \neq \emptyset$.
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个
8. 满足条件 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是 ()
- A. 3 B. 6
C. 7 D. 9

9. 已知集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则集合 M 与集合 N 的关系是 ()

- A. $M=N$ B. $M \subsetneq N$ C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

10. 下列命题中正确的是 ()

- A. $\{x \mid x^2 + 2 = 0\}$ 在实数范围内无意义
B. $\{(1, 2)\}$ 与 $\{(2, 1)\}$ 表示同一个集合
C. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示相同的集合
D. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示不同的集合

二、填空题

11. 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的根的集合用描述法可表示为_____.

12. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

(1) 1 _____ \mathbf{N}^* ; (2) -2 _____ \mathbf{N}^* ; (3) $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{N}^* ;

(4) 5 _____ \mathbf{Z} ; (5) -6 _____ \mathbf{Z} ; (6) $\frac{5}{6}$ _____ \mathbf{Z} .

13. 用列举法表示集合 $\{x \mid (x+7)(2-x)=0\}$, 结果是_____.

14. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.

15. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x \mid 0 \leq x < 2\}$, 则集合 A 和集合 B 的关系是_____.

三、解答题

16. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid ax + 2 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

10. 已知集合 $A = \{a, b, 2\}$, $B = \{2, b^2, 2a\}$, 且 $A \cap B = A \cup B$, 则 $a =$ ()
- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 0 或 $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, a\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $a =$ _____.
12. 已知集合 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $A \cap B =$ _____.
13. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C =$ _____.
14. 设集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
15. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 \geq 1\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

三、解答题

16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 2 < x < 10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U (A \cup B)$ 及 $(\complement_U A) \cap B$.

17. 已知 $A = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

(赠册)

广西职教高考数学复习指导
(含同步跟踪训练)

参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目 录

广西职教高考数学复习指导

第一章 集合和简易逻辑	1	第六节 已知三角函数值求角	20
第一节 集合的概念与集合之间的关系	1	第六章 数列	20
第二节 集合的运算	2	第一节 数列的概念	20
第三节 充要条件	3	第二节 等差数列	21
第二章 不等式	4	第三节 等比数列	23
第一节 不等式的基本性质与区间	4	第七章 平面向量	24
第二节 一元一次不等式(组)	5	第一节 平面向量的概念及线性运算	24
第三节 一元二次不等式及其应用	5	第二节 平面向量的坐标表示	25
第四节 含绝对值的不等式	7	第三节 平面向量的内积	26
第三章 函数	8	第八章 直线与圆的方程	27
第一节 函数的概念及其表示方法	8	第一节 两点间的距离公式及线段中点的 坐标公式	27
第二节 函数的性质	9	第二节 直线的方程	28
第三节 常用初等函数	10	第三节 两条直线的位置关系	29
第四节 函数的实际应用	12	第四节 圆	31
第四章 指数函数与对数函数	13	第九章 立体几何	33
第一节 实数指数幂	13	第一节 平面的基本性质	33
第二节 指数函数	13	第二节 空间中的平行关系	33
第三节 对数	14	第三节 空间中的垂直关系和角	34
第四节 对数函数	15	第四节 旋转体	35
第五章 三角函数	16	第五节 多面体	35
第一节 角的概念推广	16	第十章 概率与统计初步	36
第二节 弧度制与任意角的三角函数	17	第一节 计数原理	36
第三节 同角三角函数的基本关系式	17	第二节 概率	38
第四节 诱导公式	18	第三节 统计	39
第五节 三角函数的图像和性质	19		

同步跟踪训练

第一章 集合和简易逻辑	41	第六节 已知三角函数值求角	56
第一节 集合的概念与集合之间的关系	41	第六章 数列	56
第二节 集合的运算	41	第一节 数列的概念	56
第三节 充要条件	42	第二节 等差数列	57
第二章 不等式	43	第三节 等比数列	58
第一节 不等式的基本性质与区间	43	第七章 平面向量	59
第二节 一元一次不等式(组)	44	第一节 平面向量的概念及线性运算	59
第三节 一元二次不等式及其应用	44	第二节 平面向量的坐标表示	60
第四节 含绝对值的不等式	45	第三节 平面向量的内积	61
第三章 函数	46	第八章 直线与圆的方程	62
第一节 函数的概念及其表示方法	46	第一节 两点间的距离公式及线段中点的	
第二节 函数的性质	47	坐标公式	62
第三节 常用初等函数	48	第二节 直线的方程	63
第四节 函数的实际应用	49	第三节 两条直线的位置关系	64
第四章 指数函数与对数函数	49	第四节 圆	66
第一节 实数指数幂	49	第九章 立体几何	67
第二节 指数函数	50	第一节 平面的基本性质	67
第三节 对数	51	第二节 空间中的平行关系	67
第四节 对数函数	52	第三节 空间中的垂直关系和角	68
第五章 三角函数	53	第四节 旋转体	70
第一节 角的概念推广	53	第五节 多面体	71
第二节 弧度制与任意角的三角函数	53	第十章 概率与统计初步	72
第三节 同角三角函数的基本关系式	54	第一节 计数原理	72
第四节 诱导公式	55	第二节 概率	73
第五节 三角函数的图像和性质	55	第三节 统计	74

广西职教高考数学复习指导

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. D 解析:根据各数集的定义判断.熟记各数集的符号:实数集 \mathbf{R} ,有理数集 \mathbf{Q} ,整数集 \mathbf{Z} ,正整数集 \mathbf{N}^* ,自然数集 \mathbf{N} . 故选 D.

2. A 解析:空集不含任何元素. 故选 A.

3. D 解析:无限集的定义是含有无限个元素的集合,选项 A 中高一年级学生是有限的,所以身高超过 175 cm 的学生也是有限的. 选项 B 中方程的解为 $x = \pm 1$,有限. 选项 C 中的元素为 2, 4, 有限. 故选 D.

4. D 解析:集合 A 中有 4 个元素,分别是 -1, -2, 1 和 2. 故选 D.

5. B 解析:集合 A 中有 2 个元素,分别是 (-1, -2) 和 (1, 2). 故选 B.

6. B 解析:选项 A, C 和 D 用的是描述法. 故选 B.

7. D 解析:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的. 故选 D.

8. A 解析:正确理解符号 \in, \notin, \subseteq 的意义.

9. D 解析:掌握集合的概念及其特征.

10. B 解析:“大于 2 且小于 9 的偶数”有 4, 6, 8, 所以“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合用列举法可表示为 {4, 6, 8}. 故选 B.

11. C 解析:掌握集合的两种表示方法.

12. D 解析:由 n 个元素组成的集合的子集的个数是 2^n .

13. B 解析:根据集合中元素的互异性可得 $m \neq 2 - m$, 解得 $m \neq 1$. 故选 B.

14. B 解析:根据集合相等的概念可得 $m^2 = 2m - 1$, 解得 $m = 1$. 故选 B.

15. C 解析:因为 $2 < \sqrt{5}$, 所以 2 是集合 M 中的一个元素. 故选 C.

16. D 解析:因为 $\{0, 1, 2, 3\} = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 3\}$, 所以 $M = N$. 故选 D.

17. C 解析:根据题意解方程组, 可得
$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 2, \end{cases}$$
 所以该方程组的解集是 $\{(-1, 2)\}$. 故选 C.

二、填空题

1. (1) \in ; (2) \notin ; (3) \subseteq ; (4) \subseteq ; (5) = 解析:本题考查的是元素与集合间的关系, 还有集合与集合之间的关系. 圆周率 π 是无理数, \mathbf{Q} 是有理数集, \mathbf{Z} 是整数集, \mathbf{N}^* 是正整数集.

2. 6 解析:根据集合元素的特征可知集合 $P = \{3, 4, 5\}$, 所以 $a = 6$.

3. $\{-1, 1\}$ 解析:绝对值等于 1 的数有 -1 和 1, 所以绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是 $\{-1, 1\}$.

4. 4 解析:①②④⑥正确.

三、解答题

1. 解:子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}, \{-3, -1, 1, 3\}$;

真子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}$.

2. 解: (1) $B = \{0, 1, 2, 4\}$.

(2) 因为集合 A 中的元素都属于集合 B , 且 $A \neq B$, 所以 $A \subsetneq B$.

3. 解: 因为集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合,

所以有 $\begin{cases} a = -1, \\ b = -b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -b, \\ b = -1. \end{cases}$

若 $a = -1, b = -b = 0$, 符合题意.

若 $a = -b, b = -1$, 则 $a = 1$, 不符合题意, 舍去.

综上所述, $a = -1, b = 0$.

提升进阶

1. C 解析: 确定集合 A 中元素的组成情况即可. 由已知得集合 A 必含 a, b , 且至少有一个不同于 a, b 的元素, 符合条件的集合共有 7 个.

2. 解: (1) 若集合 A 中只有一个元素, 分两种情况进行讨论:

当 $a = 0$ 时, 集合 $A = \{x | 2x + 1 = 0\} = \{-\frac{1}{2}\}$.

当 $a \neq 0$ 时, 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个相等的根, 即 $\Delta = 4 - 4a = 0$, 解得 $a = 1$.

所以当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

(2) 若集合 A 中恰有两个元素, 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的根, 即 $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a > 0, \end{cases}$ 解得 $a < 1$ 且 $a \neq 0$.

所以当 $a < 1$ 且 $a \neq 0$ 时, 集合 A 中恰有两个元素.

(3) “若集合 A 中最多只有一个元素”包含两种情况: 集合 A 中只有一个元素或集合 A 为 \emptyset .

由(1)可知当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

若集合 A 为 \emptyset , 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 无解, 即 $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a < 0, \end{cases}$ 解得 $a > 1$.

所以当 $a \geq 1$ 或 $a = 0$ 时, 集合 A 中最多只有一个元素.

第二节 集合的运算

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. C

2. B 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\} = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 0\}$, 所以 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$. 故选 B.

3. C 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 取集合 A 和集合 B 的公共部分, 所以 $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 3\}$. 故选 C.

4. D 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{0, 3\}$, 集合 $B = \{0, 1, 3\}$, 取集合 A 和集合 B 的所有元素, 所以 $A \cup B = \{0, 1, 3\}$. 故选 D.

5. A 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 取集合 A 和集合 B 的所有元素, 所以 $A \cup B = \{x | -1 < x \leq 5\}$. 故选 A.

6. B 解析: 由题意可知, 集合 $A = \{x | -4 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2 < x < 8\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 2 < x \leq 4\}$. 故选 B.

7. D 解析: 由题意可知, 全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{x | x > 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A = \{0, 1, 2\}$. 故选 D.

8. D 解析: 集合 A 中一定含有元素 3, 其他 2 个元素自由组合, 所以符合条件的集合 A 的个数是 4. 故选 D.

9. D 解析: 集合 A 和集合 B 的并集是全集 \mathbf{R} .
10. C

11. B 解析: 因为集合 B 表示的是大于 3 的正整数集, 所以 $A \cap B = \{6, 8, 9\}$, 所以阴影部分所表示的集合为 $A \cap \complement_U (A \cap B) = \{2, 3\}$. 故选 B.

12. C 解析: 求 3 个集合的交集就是选择 3 个集合共有的元素. 故选 C.

13. B 解析: 根据题意, 分为三种情况. 第一种情况: $t^2 - t + 1 = 1$, 解得 $t = 0$ 或 $t = 1$ (舍去); 第二种情

况: $t^2-t+1=3$,解得 $t=2$ 或 $t=-1$;第三种情况: $t^2-t+1=t$,解得 $t=1$ (舍去),综上所述, t 的值是 $-1, 0, 2$.

二、填空题

1. $\{4, 5\}$ 解析:由题意可知,集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$,所以 $A \cap B = \{4, 5\}$.

2. $\{x | 4 \leq x < 6\}$ 解析:由题意可知,集合 $A = \{x | x < 6\}$,集合 $B = \{x | x \geq 4\}$,所以 $A \cap B = \{x | 4 \leq x < 6\}$.

3. $\{0, 1, 3\}$ 解析:由题意可知, $A \cap B = \{3\}$,又 $C = \{0, 1, 3\}$,所以 $(A \cap B) \cup C = \{0, 1, 3\}$.

4. \mathbf{N} 解析:由题意可知,集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\} = \{\text{小于}7\text{的自然数}\}$,集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\} = \{\text{大于等于}5\text{的自然数}\}$,所以 $A \cup B = \mathbf{N}$.

5. $\{x | x > -4\}$ 解析:由题意可知,集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$,集合 $B = \{x | x \geq 3\}$,所以 $A \cup B = \{x | x > -4\}$.

三、解答题

1. 解:因为集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$,集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$,所以 $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

因为集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$,集合 $C = \{3, 5, 6, 7\}$,所以 $B \cap C = \{6, 7\}$.

因为全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$,所以 $\complement_U A = \{3, 6, 7, 8\}$.

2. 解:因为全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$,集合 $B = \{x | x > 3\}$,

所以 $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, $A \cup B = \{x | x \geq 2\}$,

$\complement_U A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$, $\complement_U B = \{x | x \leq 3\}$.

提升进阶

1. 解:因为集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\} = \{-1, 2\}$, $y \in A$,所以在集合 B 中,当 $y = -1$ 时, $x = 0$;当 $y = 2$ 时, $x = \pm 3$,所以集合 $B = \{-3, 0, 3\}$.

所以 $\complement_U B = \{x \in \mathbf{R} | x \neq -3 \text{ 且 } x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 3\}$.

2. 解:(1)因为 $A \cap B \neq \emptyset$,所以 $a < -2$ 或 $a +$

$2 > 6$,解得 $a < -2$ 或 $a > 4$,所以实数 a 的取值范围是 $\{a | a < -2 \text{ 或 } a > 4\}$.

(2)因为 $A \cap B = A$,所以 $A \subseteq B$,所以 $a > 6$ 或 $a + 2 < -2$,解得 $a > 6$ 或 $a < -4$,所以实数 a 的取值范围是 $\{a | a > 6 \text{ 或 } a < -4\}$.

第三节 充要条件

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. C 解析: $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$. 故选 C.

2. A 解析: $x < -2 \Rightarrow x^2 - 4 > 0$,而 $x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x < -2$. 故选 A.

3. B 解析: $x \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$,而 $|x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$. 故选 B.

4. A 解析: $x > 1$ 必然得出 $x > 0$, $x > 0$ 则不一定得出 $x > 1$. 故选 A.

5. B 解析:第二象限角的范围是 $90^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 180^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$;钝角的范围是 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.前者是大范围的,后者是小范围的,小范围能推出大范围,而大范围推不出小范围. 故选 B.

6. A 解析:根据题意,甲 \Rightarrow 乙,乙 \Leftrightarrow 丙,丙 \Rightarrow 丁,所以甲 \Rightarrow 丁. 故选 A.

二、填空题

1. 充分不必要 解析:若 $x = y$,则 $x^2 = y^2$;若 $x^2 = y^2$,则 $x = y$ 或 $x = -y$,所以“ $x = y$ ”是“ $x^2 = y^2$ ”的充分不必要条件.

2. 充要 解析: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0)$,这就是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbf{R} \text{ 且 } a \neq 0)$ 的求根公式.

3. 充分不必要 解析: \mathbf{Z} 表示的是整数集, \mathbf{Q} 表示的是有理数集.整数都是有理数,但有理数不一定是整数,所以“ $a \in \mathbf{Z}$ ”是“ $a \in \mathbf{Q}$ ”的充分不必要条件.

三、解答题

1. 解:(1)既不充分也不必要条件;

(2)必要不充分条件;

同步跟踪训练

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. C 解析:选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰,不能构成集合. 故选 C.

2. B 解析:把四个选项中的值代入,根据集合中元素的互异性可知选 B.

3. C 解析:本题考查集合的两种表示方法.

4. A 解析:根据题意可知 $a-1=-2$, 解得 $a=-1$, 然后得 $M=\{3, 1, -2\}$, $N=\{-2, 1\}$, 符合题意. 故选 A.

5. B 解析:②错误, 其余三个正确. 故选 B.

6. D 解析:元素个数为 n 的集合的子集的个数是 2^n .

7. A 解析:本题考查空集的性质.

8. C 解析:根据题意可知集合 M 为包含元素 1, 2 的 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的多于 2 个元素的子集, 故其个数为 $2^3-1=7$. 故选 C.

9. B 解析:赋予 k 具体的值判断.

10. C 解析:集合中的元素具有无序性.

二、填空题

11. $\{x|x^2+x-6=0\}$

12. (1) \in ; (2) \notin ; (3) \notin ; (4) \in ; (5) \in ; (6) \notin

13. $\{-7, 2\}$ 解析:方程 $(x+7)(2-x)=0$ 可化为 $(x+7)(x-2)=0$, 解得 $x=-7$ 或 $x=2$, 所以该集合的解集用列举法可写为 $\{-7, 2\}$.

14. 15 解析:元素个数为 n 的集合的非空子集个数为 2^n-1 , 代入计算得 15.

15. $B \subsetneq A$

三、解答题

16. 解: $A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1, 2\}$.

因为 $B \subsetneq A$,

所以 B 为 \emptyset 或 $\{1\}$ 或 $\{2\}$.

当 B 为 \emptyset 时, $a=0$;

当 B 为 $\{1\}$ 时, $-\frac{2}{a}=1, a=-2$;

当 B 为 $\{2\}$ 时, $-\frac{2}{a}=2, a=-1$.

综上所述, 实数 a 的值组成的集合为 $\{-2, -1, 0\}$.

第二节 集合的运算

一、选择题

1. D 解析: $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$, 排除选项 A、选项 B. 集合与集合之间的关系为包含与被包含, 所以选项 C 错误. 故选 D.

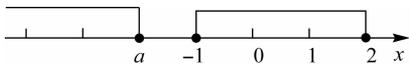
2. C 解析: $A = \{x \in \mathbf{Z} | |x| < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-2, 0, 1\} = \{-2, 0, 1\}$. 故选 C.

3. D 解析: 易得 $A \cap B = \{a, e\}$, 则 $(A \cap B) \cup C = \{a, e, f\}$. 故选 D.

4. D 解析: $M \cap N = \{(6, -1)\}$. 故选 D.

5. B 解析: 因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$. 故选 B.

6. C 解析: 如图所示, 要使 $A \cap B = \emptyset$, 应有 $a < -1$.



7. D 解析: 当 $m=0$ 时, $B=\emptyset$, 满足 $A \cup B=A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B = \left\{ \frac{1}{m} \right\}$, 而 $A \cup B = A$, 所以 $\frac{1}{m} = 1$ 或

$\frac{1}{m} = -1$, 解得 $m=1$ 或 $m=-1$. 故 $m=1, -1$ 或 0 .

故选 D.

8. C 解析:由 Venn 图可知 $U=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,5,6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap A=\{1,2\}$. 故选 C.

9. D 解析:因为 $A \cup B = \{1,3,5,6,7,8\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{2,4,9\}$. 故选 D.

10. C 解析:由 $A \cap B = A \cup B$ 知 $A = B$, 则 $\begin{cases} a=2a, & \text{或} & \begin{cases} a=b^2, \\ b=2a, \end{cases} \end{cases}$ 根据元素的互异性得 $\begin{cases} a=0, & \text{或} \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$ 故 $a=0$ 或 $a=\frac{1}{4}$. 故选 C.

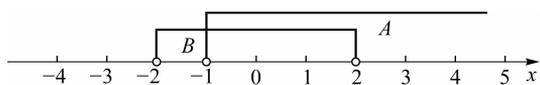
二、填空题

11. 4 解析:因为 $A \cup B = \{1,2,3,4\}$, $4 \notin A$, 所以 $4 \in B$, 所以 $a=4$.

12. $\{1,2,4,6,8\}; \{2,4,6\}$

13. $\{1\}$

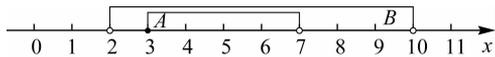
14. $\{x|x>-2\}$ 解析:根据题意,在数轴上表示 A, B. 由图可得 $A \cup B = \{x|x>-2\}$.



15. $\{x|-1<x<1\}$

三、解答题

16. 解:把集合 A, B 在数轴上表示如下:



由图可知 $\complement_U B = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$, $A \cup B = \{x|2 < x < 10\}$,

$\complement_U A = \{x|x < 2 \text{ 或 } x \geq 7\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$,

$(\complement_U A) \cap B = \{x|2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$.

17. 解:由题意可得,若 $A = \emptyset$, 则 $2a > a + 3$, 解得 $a > 3$; 若 $A \neq \emptyset$, 则 $\begin{cases} 2a \geq -2, \\ a + 3 \leq 4, \\ 2a \leq a + 3, \end{cases}$

$\therefore -1 \leq a \leq 1$,

$\therefore a$ 的取值范围是 $[-1, 1] \cup (3, +\infty)$.

第三节 充要条件

一、选择题

1. A 解析:条件 $x > 4$ 成立,不能推出结论 $x > 6$ 成立,如 $x=5$ 时, $5 > 4$, 但是 5 不大于 6, 因此 $x > 4$ 不是 $x > 6$ 的充分条件; 而由 $x > 6$ 成立,能够推出 $x > 4$ 成立,因此 $x > 4$ 是 $x > 6$ 的必要不充分条件. 故选 A.

2. B 解析:由条件“a 是有理数”,一定能够推出结论“a 是实数”成立,因此,“a 是有理数”是“a 是实数”的充分条件; 而结论“a 是实数”成立,不能推出条件“a 是有理数”成立,如 $a = \sqrt{3}$ 时, $\sqrt{3}$ 是实数,但是 $\sqrt{3}$ 不是有理数,因此,“a 是有理数”是“a 是实数”的充分不必要条件. 故选 B.

3. D 解析:解方程 $x^2 + x - 6 = 0$, 得 $x = -3$ 或 $x = 2$. 故选 D.

4. A 解析:方程 $x^2 = 4$ 的解为 $x = -2$ 和 $x = 2$, 所以“ $x = 2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

5. C 解析: $(x-2)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ 或 $x > 2$, 所以“ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的充要条件. 故选 C.

6. D 解析:因为 $p: |3x-5| < 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3$, $q: (x+4)(x-2) < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 2$, 所以 p 是 q 的既不充分也不必要条件. 故选 D.

7. B

8. B 解析:由 $ac^2 > bc^2$ 得 $a > b$. 当 $c=0$ 时, $a > b$ 不能推出 $ac^2 > bc^2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

9. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$ 或 150° , 所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

10. B 解析:如果 a, b, c 成等比数列, 则 $b^2 = ac$. 相反, 如果 $b = a = 0$, 则 $b^2 = ac$, 但 a, b, c 不成等比数列. 因此, “ $ac = b^2$ ”是“a, b, c 成等比数列”的必要



策划编辑 张霞丽
责任编辑 胡思佳
封面设计 黄燕美

广西职教高考

语文复习指导	语文考前冲刺卷
数学复习指导	数学考前冲刺卷
英语复习指导	英语考前冲刺卷

免费提供

精品教学资料包

服务热线: 400-615-1233
www.huatengzy.com



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-32477-1



9 787313 324771 >

定价: 78.00元