

陕西省

普通高等学校职业教育单独招生考试

数学 复习一本通

《数学复习一本通》编写组 编



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书共十一章,内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、直线与圆的方程、简单几何体、立体几何、概率与统计初步.每章根据考纲的要求详述相关知识点.“复习指南”总结了本章的考试内容与要求.“命题探究”对命题趋势进行了解读与预测.“知识结构”对本章重要知识点进行了归纳.“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.“典例精析”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路,可帮助考生找到解题方法,规避解题误区.“巩固训练”针对书中考点设置了练习题,以帮助考生巩固所学知识,提高答题能力.“真题链接”从命题的角度设置真题练习环节,可使考生准确把握考点,快速找到解题思路.

本书既可以作为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生复习指导用书,也可以作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学复习
一本通 / 《数学复习一本通》编写组编. — 上海: 上海
交通大学出版社, 2022. 8(2025. 2 重印)
ISBN 978-7-313-27237-9

I. ①陕… II. ①数… III. ①数学课—高等职业教育
—入学考试—自学参考资料 IV. ①G718.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 147529 号

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学复习一本通

SHAANXI SHENG PUTONG GAODENG XUOXIAO ZHIYE JIAOYU DANDU ZHAOSHENG KAOSHI SHUXUE FUXI YIBENTONG

《数学复习一本通》编写组 编

出版发行: 上海交通大学出版社

邮政编码: 200030

印制: 三河市骏杰印刷有限公司

开本: 880 mm×1 230 mm 1/16

字数: 288 千字

版次: 2022 年 8 月第 1 版

书号: ISBN 978-7-313-27237-9

定价: 65.00 元

地址: 上海市番禺路 951 号

电话: 021-64071208

经销: 全国新华书店

印张: 12

印次: 2025 年 2 月第 4 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者: 如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 0316-3662258

Preface

前言

经过多年的摸索与实践,陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试越来越规范有序.从考试内容和考试形式上来看,参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而苦恼,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生系统、全面、准确、高效地复习备考,我们特组织省内具有丰富教研经验的骨干教师及教研员,以课程标准、教学大纲及最新考试说明为依据,深入研究近几年陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的命题情况,紧密结合考生的学习特点,精心编写了本书.

数学是考试的必考科目之一,知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在.本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合考试真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书具有以下鲜明特色.

1. 编者阵容强大,熟知考情学情

本书编写人员均系陕西省的骨干教师和教研员.他们始终工作在教学第一线,对陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的命题趋势有深入的研究,熟知考生的复习状况,因此本书具有极强的针对性.

2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生量身定做的复习用书.知识点的选取、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到了既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势.

3. 编排合理,设计科学

本书共十一章,内容包括集合和简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、直线与圆的方程、简单几何体、立体几何、概率与统计初步.每章根据考试大纲的要求详述相关知识点.

“复习指南”总结了本章的考试内容与要求.

“命题探究”对命题趋势进行了解读与预测.

“知识结构”对本章重要知识点进行了归纳.

“知识清单”对每一个知识点进行了细致的讲解.



“典例精析”对典型例题进行讲解,给出详细的解题思路,可帮助考生找到解题方法,规避解题误区.

“巩固训练”针对书中考点设置了练习题,以帮助考生巩固所学知识,提高答题能力.

“真题链接”从命题的角度设置真题练习环节,可使考生准确把握考点,快速找到解题思路.

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正.

在编写本书过程中,我们广泛征求陕西省内中职学校及其他高校一线教师的意见,秉承高效、实用的理念打造精品.我们相信,凝聚着众多名师智慧的本书,定能成为通向成功彼岸的金桥,帮助考生到达理想的殿堂!

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学复习一本通》编写组



Contents

目录

第一章	集合和简易逻辑	1
	第一节 集合的概念与集合之间的关系	2
	第二节 集合的运算	7
	第三节 充要条件	12
第二章	不等式	16
	第一节 不等式的基本性质与区间	17
	第二节 一元一次不等式(组)	22
	第三节 一元二次不等式	25
	第四节 含绝对值的不等式	29
第三章	函数	33
	第一节 函数的概念及其表示方法	34
	第二节 函数的性质	40
	第三节 常用初等函数	46
	第四节 函数的实际应用	51
第四章	指数函数与对数函数	57
	第一节 实数指数幂	58
	第二节 指数函数	62
	第三节 对数	66
	第四节 对数函数	69
第五章	三角函数	74
	第一节 角的概念推广	75
	第二节 弧度制与任意角的三角函数	78
	第三节 同角三角函数的基本关系式	82
	第四节 诱导公式	85
	第五节 三角函数的图像和性质	87
	第六节 已知三角函数值求角	92



第六章	数列	96
	第一节 数列的概念	97
	第二节 等差数列	101
	第三节 等比数列	105
第七章	平面向量	110
	第一节 平面向量的概念及线性运算	111
	第二节 平面向量的坐标表示	115
	第三节 平面向量的内积	118
第八章	直线与圆的方程	123
	第一节 两点间的距离公式及线段中点的坐标公式	124
	第二节 直线的方程	126
	第三节 两条直线的位置关系	130
	第四节 圆	135
第九章	简单几何体	140
	第一节 多面体	141
	第二节 旋转体	145
第十章	立体几何	150
	第一节 平面的基本性质	151
	第二节 空间中的平行关系	153
	第三节 空间中的垂直关系和角	157
第十一章	概率与统计初步	163
	第一节 排列与组合	164
	第二节 概率	169
	第三节 统计	178





第一章

集合和简易逻辑



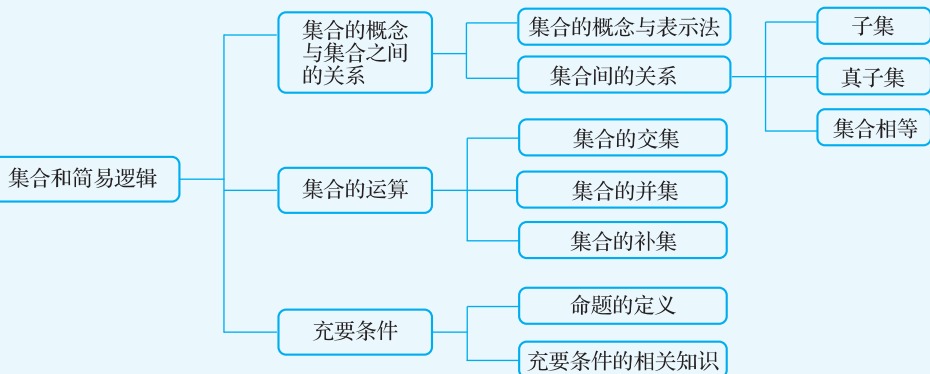
复习指南

- (1) 理解集合的概念、元素与集合的关系、空集, 能够熟练地应用“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”, 熟练区分“ $\emptyset$ ”和“ $\{0\}$ ”的不同.
- (2) 掌握集合的表示法(列举法和描述法)、常用数集的概念及其相对应的符号, 能够灵活地用列举法或描述法表示具体集合; 能够准确地区分“五个数集”(自然数集、正整数集、整数集、有理数集、实数集)及其符号.
- (3) 掌握集合间的关系(子集、真子集、相等), 能够分清子集与真子集的联系与区别, 分清集合间的三种关系和对应的符号, 能准确地用符号表示元素与集合、集合与集合之间的关系.
- (4) 理解集合的运算(交集、并集、补集), 能够很熟练地进行集合的交、并、补运算, 对用不等式形式表示的集合运算, 会用数轴帮助解决.
- (5) 了解充要条件, 能够正确区分一些简单的充分不必要条件、必要不充分条件和充要条件实例.

命题探究

本章是每年考试的必考内容, 也是比较容易得分的知识点. 集合和简易逻辑在近几年考试中主要从三个方面考查: 一是考查集合的概念、集合的基本关系及常用数集的符号表示; 二是考查集合的基本运算, 命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主, 多与绝对值、不等式等相结合; 三是考查充分条件、必要条件和充要条件的判定, 多与绝对值、不等式、函数等相结合.

知识结构





第一节 集合的概念与集合之间的关系



知识清单

知识点一 集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成了一个集合,常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a, b, c 等表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

- (1)空集. 不含任何元素的集合叫作空集,记作 $\emptyset$.
- (2)正整数集. 所有正整数组成的集合叫作正整数集,记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$.
- (3)自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 $\mathbf{N}$.
- (4)整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集,记作 $\mathbf{Z}$.
- (5)有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 $\mathbf{Q}$.
- (6)实数集. 所有实数组成的集合叫作实数集,记作 $\mathbf{R}$.

5. 集合的两种表示法

- (1)列举法. 把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫作列举法.

注意

用列举法表示集合时,要注意以下几点:

- ①元素之间用“,”隔开.
- ②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).
- ③元素不能遗漏.
- ④当集合中的元素较少时,用列举法比较简单;若集合中的元素较多或无限,但存在一定的规律,在不发生误解的情况下,也可以用列举法表示.

- (2)描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x | p(x)\}$, 其中“ x ”是集合中元素的代表形式,“ $p(x)$ ”是集合中元素的共同特征,二者之间的竖线不可省略.

注意

用描述法表示集合时,要注意以下几点:

- ①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).





②写明集合中元素的特征或性质.

③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确,不产生歧义;多层描述时,应当准确使用“且”“或”等关联词.

④所有描述的内容都要写在大括号内.

⑤在不造成混淆的情况下,用描述法表示集合时,有时也可以省去竖线和竖线左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 x .

6. 常见的集合表示

(1)方程的解集: $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 或 $\{1,2\}$,一般用列举法表示.

(2)方程组的解集: $\{(3,1)\}$ 或 $\left\{(x,y) \left| \begin{cases} x-2y=1, \\ x+3y=6 \end{cases} \right. \right\} = \left\{(x,y) \left| \begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases} \right. \right\}$,一般用后者表示.

(3)点集: $\{(x,y)|y=2x+1\}$.

(4)具有某种性质的点集: $\{M| |PM|=a\}$ (P 为定点).

知识点二 集合间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$;对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

注意

不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合 A 的子集包括它本身,而这个子集由集合 A 的全体元素组成;空集也是集合 A 的子集,但这个子集中不包括集合 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,则集合 A 是集合 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A, B, C ,若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

注意

元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素也都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素也都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$ (A, B 的所有元素均相等).

注意

(1)若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.

(2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从“互为子集”入手进行判断.若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A=B$.



典例精析

例 1 下列各组对象中,能构成集合的是 ()

- (1)我国著名的数学家;
 (2)超过 20 的所有自然数;
 (3)某校 2024 年招收的高个子学生;
 (4)方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数解;
 (5)在直角坐标平面内,第三象限的所有点.

A. (1)(2)(3) B. (2)(3)(4) C. (2)(4)(5) D. (3)(4)(5)

【解析】 (1)中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;(3)中的“高个子学生”这一标准不确定,无法判定某人是高还是矮,不能构成集合;(4)中的对象是确定的;(2)(5)中的对象虽然有无限个,但也是确定的. 故选 C.

【技巧点拨】 判断某组对象能否构成集合,关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.

例 2 下列选项中正确的是 ()

A. $0 \in \emptyset$ B. $1 \in \{-1, 0, 2\}$ C. $0 \notin \mathbf{N}$ D. $1 \in \mathbf{Z}$

【解析】 选项 A 错误,因为空集是不含任何元素的集合,所以 $0 \notin \emptyset$. 选项 B 错误,因为集合 $\{-1, 0, 2\}$ 中不含元素 1,所以 $1 \notin \{-1, 0, 2\}$. 选项 C 错误,因为 0 是自然数,所以 $0 \in \mathbf{N}$. 故选 D.

【技巧点拨】 本题主要考查元素与集合的关系,以及用符号“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”表示元素与集合之间的关系.

例 3 用列举法表示下列集合.

- (1) $A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;
 (2) $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

【解析】 (1) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$; (2) $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$.

【技巧点拨】 掌握集合的两种表示方法:列举法、描述法.



视频
例 3

例 4 设集合 $A = \{0\}$, 下列结论正确的是 ()

A. $A = 0$ B. $A = \emptyset$ C. $0 \in A$ D. $\emptyset \in A$

【解析】 本题考查元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

【技巧点拨】 正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义是正确处理此类问题的关键.

例 5 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集和真子集.

【解析】 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$; 集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$.

【技巧点拨】 本题主要考查子集和真子集的定义, 注意不要遗忘空集. 一般地, 如果集合 A 中有 n 个元素, 那么它共有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集.





例 6 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

【解析】 由题意得 $A = \{-1, 2\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $B = \emptyset$ 或 $B = \{-1\}$ 或 $B = \{2\}$ 或 $B = \{-1, 2\}$.

又因为 $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$, 所以 $B = \{-1, 2\}$ 不成立.

当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$, 解得 $p > 4$;

当 $B = \{-1\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ (-1)^2 - 4 \times (-1) + p = 0, \end{cases}$ 无解;

当 $B = \{2\}$ 时, $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ 2^2 - 4 \times 2 + p = 0, \end{cases}$ 解得 $p = 4$.

综上所述, 实数 p 的取值范围是 $\{p | p \geq 4\}$.

【技巧点拨】 本题考查了两个集合包含或相等关系的问题.



视频
例 6

巩固训练

基础实战

一、选择题

- 下列对象中能组成集合的是 ()
A. 好人 B. 非常小的数 C. 有趣的书 D. 小于 5 的数
- 下列关系不正确的是 ()
A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $-4 \in \mathbf{R}$ C. $2.1 \in \mathbf{Q}$ D. $1.5 \in \mathbf{Z}$
- 下列关系正确的是 ()
A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\{0\} \in \emptyset$ D. $1 \in \emptyset$
- 下列对象构成的集合为无限集的是 ()
A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生 B. 方程 $x^2 = 1$ 的解
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数 D. 所有大于 3 的实数
- 若集合 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若集合 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列集合中用列举法表示的是 ()
A. $\{\text{绝对值小于 2 的实数}\}$ B. $\{a, b\}$
C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x < 1\}$
- 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$, 其中正确的个数为 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 下列说法正确的是 ().
A. $\emptyset = \{0\}$ B. $\pi \in \mathbf{Q}$
C. $\{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 3\} \supsetneq \{0, 1\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 7\}$ 是有限集
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是 ()
A. $\emptyset$ B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 用列举法表示集合 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 的结果是 ()
A. $\{1, 2\}$ B. 1, 2 C. $\{1, 2\}$ D. 以上都不是
- 集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 所有真子集的个数是 ()
A. 8 B. 14 C. 15 D. 16



13. 若集合 $M = \{m, 2-m\}$, 则实数 m 需满足 ()

- A. $m \neq 2$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq -1$ D. $m \neq -2$

14. 已知集合 $M = \{-1, 0, m^2\}$, $N = \{-1, 0, 2m-1\}$, 若 $M=N$, 则实数 $m =$ ()

- A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1

15. 设集合 $M = \{x | x \leq \sqrt{5}\}$, $a = 2$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $a \subseteq M$ B. $a \not\subseteq M$ C. $a \in M$ D. $a \notin M$

16. 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是 ()

- A. $M = \{(2, 3)\}$, $N = \{2, 3\}$ B. $M = \{3.14\}$, $N = \{\pi\}$
C. $M = \{0\}$, $N = \emptyset$ D. $M = \{0, 1, 2, 3\}$, $N = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 3\}$

17. 方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $\{-1, 2\}$ B. $(-2, 2)$
C. $\{(-1, 2)\}$ D. $\{(x, y) | x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$

二、填空题

1. 用适当的符号($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$)填空.

(1) 3 _____ $\{2, 3\}$; (2) π _____ $\mathbf{Q}$; (3) $\{1, 2, 3\}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(4) $\mathbf{N}^*$ _____ $\mathbf{Z}$; (5) $\{-3, 3\}$ _____ $\{x | x^2 = 9\}$.

2. 已知集合 $P = \{x | 2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$, 且集合 P 中恰有 3 个元素, 则整数 $a =$ _____.

3. 绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是 _____.

4. 下列六个关系式: ① $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; ② $\{a, b\} = \{b, a\}$; ③ $0 = \emptyset$; ④ $0 \in \{0\}$; ⑤ $\emptyset \in \{0\}$; ⑥ $\emptyset \subseteq \{0\}$. 其中正确的个数为 _____.

三、解答题

1. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

2. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 和集合 A 的关系.

3. 已知集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合, 求实数 a, b 的值.





提升进阶

1. 满足 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数是 ()
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
2. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
(1) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;
(2) 若 A 中恰有两个元素, 求 a 的取值范围;
(3) 若 A 中最多只有一个元素, 求 a 的取值范围.

第二节 集合的运算



知识清单

知识点一 集合的交集

1. 交集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

2. 交集的性质

- (1) $A \cap B = B \cap A$.
- (2) $A \cap A = A$.
- (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$.
- (4) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.

知识点二 集合的并集

1. 并集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

2. 并集的性质

- (1) $A \cup B = B \cup A$.
- (2) $A \cup A = A$.
- (3) $A \cup \emptyset = A$.
- (4) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

- (1) 用 Venn 图表示两个集合的交集、并集, 如图 1-1 所示.



(2)借助数轴表示数集的交集、并集,如图 1-2 所示.

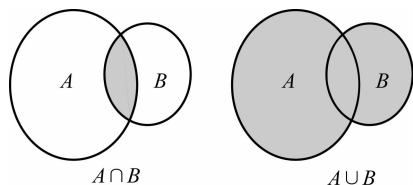


图 1-1

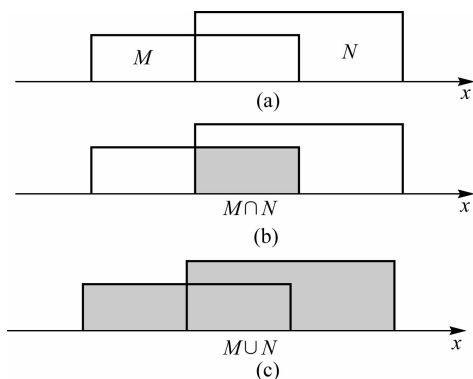


图 1-2

知识点三 集合的补集

1. 全集的定义

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用 U 表示.

注意

全集是一个相对的概念,在不同的情况下全集的概念不同.

2. 补集的定义

对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,读作“ A 在 U 中的补集”,即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

3. 补集的性质

- (1) $\complement_U(\complement_U A) = A$.
- (2) $\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset$.
- (3) $A \cup (\complement_U A) = U$.
- (4) $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$.



典例精析

例 1 已知集合 $A = \{2, 3, 4, 7\}, B = \{2, 5, 6, 7, 8, 10\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ B. $\{2, 7\}$
C. $\{2\}$ D. $\emptyset$

【解析】 因为 $2, 7 \in A, 2, 7 \in B$, 所以 $A \cap B = \{2, 7\}$. 故选 B.

【技巧点拨】 本题考查的是正确理解交集的定义.

例 2 如图 1-3 所示, 则 $A \cup B =$

- A. $\{0, 1, 3, 5, 6\}$ B. $\{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$
C. $\{0, 1, 3, 4, 5, 6\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



视频
例 1

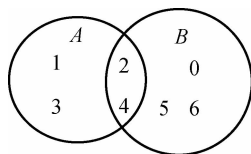


图 1-3

【解析】通过集合的图形语言与符号语言的转化,如图可知, $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{0,2,4,5,6\}$,则 $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. 故选 D.

【技巧点拨】本题考查的是正确理解并集的定义.

例 3 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|0\leq x<2\}$, 集合 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$, 求 $A\cap B$, $A\cup B$, $(\complement_U A)\cap B$.

【解析】 $B=\{x|(x+1)(x-3)<0\}=\{x|-1<x<3\}$, $\complement_U A=\{x|x<0 \text{ 或 } x\geq 2\}$, 所以 $A\cap B=\{x|0\leq x<2\}$, $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$, $(\complement_U A)\cap B=\{x|-1<x<0 \text{ 或 } 2\leq x<3\}$.

【技巧点拨】本题考查对集合运算的理解及性质的运用,并且要注意端点的取值.



视频
例 3

例 4 已知集合 $M=\{x|a\leq x\leq a+3\}$, $N=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>5\}$, 若 $M\cap N=\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

【解析】如图 1-4 所示,要使 $M\cap N=\emptyset$, 必须满足 $\begin{cases} a+3\leq 5, \\ a\geq -1, \end{cases}$

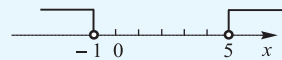


图 1-4

解得 $-1\leq a\leq 2$, 所以实数 a 的取值范围为 $\{a|-1\leq a\leq 2\}$.

【技巧点拨】解题时利用数轴表示集合,便于寻求满足条件的实数 a . 特别需要注意的是“端点值”的问题,要明确是能取“=”还是不能取“=”.



视频
例 4

例 5 已知 U 为全集, 集合 $M\subsetneq U$, $N\subsetneq U$, 且 $N\subseteq M$, 则

()

A. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U N)$

B. $(\complement_U M)\supseteq N$

C. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U N)$

D. $M\supseteq(\complement_U N)$

【解析】根据各集合之间的关系作图(见图 1-5),这样就很容易做出判断. 故选 C.

【技巧点拨】(1)考虑集合之间的关系,用图形解答比较方便.

(2)在数学中利用“数形结合”的思想,往往能使问题简单化.

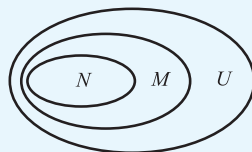


图 1-5



巩固训练



基础实战

一、选择题

1. 若集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{0,1,2\}$, 则 $A\cap B=$

()

A. $0,2$

B. $0,1,2$

C. $\{0,2\}$

D. $\{1,2\}$





2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
 C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\mathbf{N}$
3. 若集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -2 < x < 4\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 3\}$
 C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
4. 若集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{1, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1, 3\}$
5. 若集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 3\}$
 C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 5\}$
6. 设集合 $A = \{x | |x| \leq 4\}$, $B = \{x | x^2 - 10x + 16 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -4 \leq x \leq 8\}$ B. $\{x | 2 < x \leq 4\}$ C. $\{x | -4 < x < 8\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 4\}$
7. 已知全集 $U = \{x | x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | x > 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
8. 已知集合 $\{1, 2\} \cup A = \{1, 2, 3\}$, 则符合条件的集合 A 的个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
9. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x < 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | x > 2\}$ B. $\{x | x < 5\}$
 C. $\{x | 2 < x < 5\}$ D. $\mathbf{R}$
10. 如图 1-6 所示, 阴影部分所表示的集合是 ()
 A. $(\complement_S A) \cap B$ B. $(\complement_S A) \cup B$
 C. $(A \cup B) \cap \complement_S (A \cap B)$ D. $(A \cup B) \cup (\complement_S A) \cap B$
11. 设全集 $U = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{2, 3, 6, 8, 9\}$, 集合 $B = \{x | x > 3, x \in \mathbf{N}^*\}$, 则图 1-7 中阴影部分所表示的集合是 ()
 A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{6, 8, 9\}$

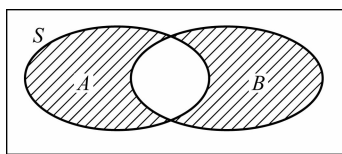


图 1-6

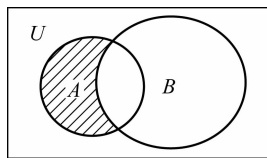


图 1-7

12. 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{1, 2\}$, $P = \{0, 2, 3\}$, 则 $M \cap N \cap P =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, 2, 3\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
13. 已知集合 $A = \{1, 3, t\}$, $B = \{t^2 - t + 1\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 t 的取值是 ()
 A. $t = 1$ B. $t = 2, t = -1, t = 0$
 C. $t = 2, t = \pm 1$ D. 不存在

二、填空题

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{x | x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.
4. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
5. 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.





三、解答题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, 集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$, 集合 $C = \{3, 5, 6, 7\}$, 求 $A \cup B, B \cap C, \complement_U A$.

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x \mid x > 3\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \complement_U A, \complement_U B$.

提升进阶

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x \mid |x| = y + 1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

2. 设集合 $A = \{x \mid a \leq x \leq a + 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 6\}$.

(1) $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.



第三节 充要条件



知识清单

知识点一 命题的定义

在数学中,我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫作命题.正确的命题叫作真命题,记作 T;错误的命题叫作假命题,记作 F. T 和 F 称为命题的真值(有的书上用 0 和 1 作为命题的真值). p 与 q 为等值的命题记作 $p=q$.

知识点二 充要条件的相关知识

1. 充要条件的定义

(1)对于两个命题 p, q ,如果有 $p \Rightarrow q$,则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

注意

p 是 q 的充分条件,是指只要具备了条件 p ,那么 q 就一定成立,即命题中的条件是充分的; q 是 p 的必要条件,是指如果不具备条件 q ,则 p 就不能成立,即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

(2)如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$,即 $p \Leftrightarrow q$,则 p 是 q 的充分且必要条件,简称充要条件.

注意

- ①当 $p \Leftrightarrow q$ 时,也称 p 与 q 是等价的.
- ②与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等.

2. 充要条件的判断方法

(1)从逻辑推理关系上判断(定义法).

- ①若 $p \Rightarrow q$ 但 $q \nRightarrow p$,则 p 是 q 的充分不必要条件.
- ②若 $p \nRightarrow q$ 但 $q \Rightarrow p$,则 p 是 q 的必要不充分条件.
- ③若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$,则 p 是 q 的充要条件.
- ④若 $p \nRightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$,则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2)从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法).

设命题 p 对应的集合为 A ,命题 q 对应的集合为 B .

- ①若 $A \subseteq B$,则 p 是 q 的充分条件.
- ②若 $A \supseteq B$,则 p 是 q 的必要条件.
- ③若 $A \subseteq B$ 且 $A \supseteq B$,即 $A=B$,则 p 是 q 的充要条件.
- ④若 $A \not\subseteq B$ 且 $A \not\supseteq B$,则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.





- C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. “ $x < -2$ ”是“不等式 $x^2 - 4 > 0$ 成立”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. “ $x \geq 1$ ”是“ $|x| \geq 1$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
4. “ $x > 0$ ”是“ $x > 1$ ”的 ()
A. 充分不必要
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 已知 $p: \alpha$ 是第二象限角, $q: \alpha$ 是钝角. 那么 p 是 q 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
6. 设甲是乙的充分不必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要不充分条件, 则甲是丁的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

1. “ $x = y$ ”是“ $x^2 = y^2$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”或“充要”)
2. “ $b^2 - 4ac \geq 0$ ”是“关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbf{R} \text{ 且 } a \neq 0)$ 有实数根”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”或“充要”)
3. “ $a \in \mathbf{Z}$ ”是“ $a \in \mathbf{Q}$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”或“充要”)

三、解答题

1. 判断下列问题中, p 是 q 的什么条件.

- (1) $p: x^2 \geq y^2, q: x \geq y$;
(2) $p: x \in A \cup B, q: x \in A \cap B$;
(3) $p: x > 3, q: x > 2$;
(4) $p: a$ 是有理数, $q: a + 2$ 是有理数.

2. 求一个“对于一切实数 x 都有 $ax^2 - ax + 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$ 成立”的充要条件.





提升进阶

已知 $p: -2 \leq x \leq 10, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.



真题链接

1. (2023 · 陕西) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$, 则集合 $A \cup B =$ ()
 A. $\{2, 3\}$ B. $\{2, 3, 4\}$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. (2023 · 陕西) “ $x^2 = 1$ ”是“ $x = 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. (2022 · 陕西) 已知集合 $A = \{x | x \geq 1\}, B = \{x | -5 \leq x < 2\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -5 \leq x < 1\}$ B. $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$
 C. $\{x | 1 < x < 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$
4. (2022 · 陕西) 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $x < 1$ ”是“ $|x| < 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. (2021 · 陕西) 已知集合 $A = \{x | -4 < x \leq 1\}, B = \{x | -3 \leq x < 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | -4 < x < 3\}$ B. $\{x | -4 < x \leq -3\}$
 C. $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 3\}$
6. (2021 · 陕西) 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $x > \sqrt{3}$ ”是“ $x > \sqrt{5}$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

(赠册)

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试
数学复习一本通

同步跟踪训练

目 录

第一章 集合和简易逻辑..... 1	第五节 三角函数的图像和性质 ... 39
第一节 集合的概念与集合之间的 关系..... 1	第六节 已知三角函数值求角 41
第二节 集合的运算..... 3	第六章 数列 43
第三节 充要条件..... 5	第一节 数列的概念 43
第二章 不等式..... 7	第二节 等差数列 45
第一节 不等式的基本性质与 区间..... 7	第三节 等比数列 47
第二节 一元一次不等式(组)..... 9	第七章 平面向量 49
第三节 一元二次不等式 11	第一节 平面向量的概念及线性 运算 49
第四节 含绝对值的不等式 13	第二节 平面向量的坐标表示 51
第三章 函数 15	第三节 平面向量的内积 53
第一节 函数的概念及其表示 方法 15	第八章 直线与圆的方程 55
第二节 函数的性质 17	第一节 两点间的距离公式及线段 中点的坐标公式 55
第三节 常用初等函数 19	第二节 直线的方程 57
第四节 函数的实际应用 21	第三节 两条直线的位置关系 59
第四章 指数函数与对数函数 23	第四节 圆 61
第一节 实数指数幂 23	第九章 简单几何体 63
第二节 指数函数 25	第一节 多面体 63
第三节 对数 27	第二节 旋转体 65
第四节 对数函数 29	第十章 立体几何 67
第五章 三角函数 31	第一节 平面的基本性质 67
第一节 角的概念推广 31	第二节 空间中的平行关系 69
第二节 弧度制与任意角的三角 函数 33	第三节 空间中的垂直关系和角 ... 71
第三节 同角三角函数的基本 关系式 35	第十一章 概率与统计初步 73
第四节 诱导公式 37	第一节 排列与组合 73
	第二节 概率 75
	第三节 统计 77

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

- 下列条件中能构成集合的是 ()
A. 世界著名的数学家 B. 在数轴上离原点非常近的点
C. 所有的等腰三角形 D. 全年级成绩优异的同学
- 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 用列举法表示“大于 3 且小于 10 的全体偶数”构成的集合是 ()
A. $\emptyset$ B. $\{4, 6, 8\}$
C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 若集合 $M = \{3, 1, a-1\}$, $N = \{-2, a^2\}$, N 为 M 的子集, 则 $a =$ ()
A. -1 B. 1 C. 0 D. 3
- 下列关系正确的是 ().
A. $-2 \in \mathbf{N}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$
C. $5 \notin \mathbf{Q}$ D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$
- 已知集合 $A = \{x | x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, 则集合 A 中的元素有 ().
A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 无数个
- 下列集合不是空集的是 ().
A. 绝对值小于 0 的实数 B. $2x+1=0$ 的解集
C. $x^2 < 0$ 的解集 D. 小于 0 的自然数
- 满足条件 $\{a, b, c\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, d, e\}$, 则集合 A 的个数是 ().
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则集合 M 与集合 N 的关系是 ()
A. $M = N$ B. $M \subsetneq N$
C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

10. 下列命题中正确的是

()

A. $\{x|x^2+1=0\}$ 在实数范围内无意义

B. $\{(1,2)\}$ 与 $\{(2,1)\}$ 表示同一个集合

C. $\{3,5\}$ 与 $\{5,3\}$ 表示相同的集合

D. $\{3,5\}$ 与 $\{5,3\}$ 表示不同的集合

二、填空题

11. 方程 $x^2+x-6=0$ 的根的集合, 用描述法可表示为_____.

12. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) 1 _____ $\mathbf{N}^*$; (2) -2 _____ $\mathbf{N}^*$; (3) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}^*$;

(4) 5 _____ $\mathbf{Z}$; (5) -6 _____ $\mathbf{Z}$; (6) $\frac{5}{6}$ _____ $\mathbf{Z}$.

13. 用列举法表示集合 $\{x|(x+7)(2-x)=0\}$, 结果是_____.

14. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.

15. 已知集合 $A=\{x|-1<x\leq 2\}$, 集合 $B=\{x|-3\leq x<4\}$, 则集合 A 和集合 B 的关系是_____.

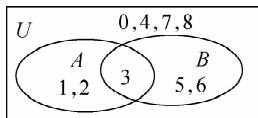
三、解答题

16. 已知集合 $A=\{1, a-3, 4\}$, $B=\{1, -a, b\}$, $A=B$, 求 a 和 b .

第二节 集合的运算

一、选择题

1. 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{2,4,5\}$, 则以下各项正确的是 ().
- A. $A \cap B = \{1,4\}$ B. $A \cup B = \{2,5,4\}$
C. $\{1\} \in A$ D. $1 \in A$
2. 集合 $M=\{2,3,4\}$, 集合 $N=\{2,4,5\}$, 则 $M \cup N = ()$.
- A. $\{2,3,4,5\}$ B. $\{2,4\}$
C. $\{3\}$ D. $\{5\}$
3. 已知集合 $M=\{1,4\}$, $N=\{1,3,5\}$, 则 $M \cup N = ()$.
- A. $\{1\}$ B. $\{4,5\}$
C. $\{1,4,5\}$ D. $\{1,3,4,5\}$
4. 设集合 $A=\{x|x+2=0\}$, 集合 $B=\{x|x^2-4=0\}$, 则 $A \cap B = ()$.
- A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-2,2\}$ D. $\emptyset$
5. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $A=\{1,2\}$, $B=\{5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B = ()$
- A. $\{5\}$ B. $\{3,4,5\}$ C. $\{3,4\}$ D. $\{1,2,5\}$
6. 设集合 $A=\{x|-1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B=\{x|x \leq a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{a|a < 2\}$ B. $\{a|a \geq -1\}$
C. $\{a|a < -1\}$ D. $\{a|-1 \leq a \leq 2\}$
7. 若集合 $A=\{-1,1\}$, $B=\{x|mx=1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 $m = ()$
- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 1, -1 或 0
8. 已知三个集合 U, A, B 之间的关系如图所示, 则 $(\complement_U B) \cap A = ()$



- A. $\{3\}$ B. $\{0,1,2,4,7,8\}$
C. $\{1,2\}$ D. $\{1,2,3\}$
9. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A=\{3,5,7\}$, $B=\{1,3,6,8\}$, 那么集合 $\{2,4,9\}$ 是 ()
- A. $A \cup B$ B. $A \cap B$ C. $\complement_U (A \cap B)$ D. $\complement_U (A \cup B)$
10. 已知集合 $A=\{a,b,2\}$, $B=\{2,b^2,2a\}$, 且 $A \cap B = A \cup B$, 则 $a = ()$
- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 0 或 $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

11. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{8 - x^2}, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ = _____.

12. 已知集合 $M = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

13. $A = \{-2, 0, 1, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

14. 设集合 $A = \{x \mid x > -1\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

15. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 \geq 1\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

三、解答题

16. 设 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 若 $A \cap B = A \cup B$, 求 a 的值.

第三节 充要条件

一、选择题

1. “ $x^2=9$ ”是“ $x=3$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

2. “ $b^2-4ac>0$ ”是“ $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有实数解”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

3. $x\in\mathbf{R}$, “ $x<3$ ”是“ $|x|<3$ ”的().

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 必要不充分条件

4. “ $x=7$ ”是“ $x\leq 7$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. “ $x^2=1$ ”是“ $|x|=1$ ”的().

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 必要不充分条件

6. “ $0<a<1$ ”是“ $\log_a 2>\log_a 3$ ”的().

- A. 必要不充分条件
B. 充分不必要条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. 设 $a, b\in\mathbf{R}$, 则“ $a>b>0$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 设 $a, b, c\in\mathbf{R}$, 则“ $a>b$ ”是“ $ac^2>bc^2$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

9. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A=\frac{1}{2}$ ”是“ $A=30^\circ$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $a, b, c\in\mathbf{R}$, 则“ $ac=b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

11. “ $x > 0$ ”是“ $(x+1)^2 > 0$ ”的_____条件.
12. “ $a^2 - a < 0$ ”是“指数函数 $y = a^x$ 为减函数”的_____条件.
13. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
14. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.
15. “ $\triangle ABC$ 的每个内角都是 60° ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的_____条件.

三、解答题

16. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求“方程有两个大于 1 的不等实根”的充要条件.

(赠册)

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试
数学复习一本通
(含同步跟踪训练)

参考答案及解析

目 录

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学复习一本通

第一章 集合和简易逻辑	1	第六章 数列	26
第一节 集合的概念与集合之间的关系	1	第一节 数列的概念	26
第二节 集合的运算	2	第二节 等差数列	27
第三节 充要条件	3	第三节 等比数列	29
第二章 不等式	5	第七章 平面向量	32
第一节 不等式的基本性质与区间	5	第一节 平面向量的概念及线性运算	32
第二节 一元一次不等式(组)	6	第二节 平面向量的坐标表示	33
第三节 一元二次不等式	7	第三节 平面向量的内积	34
第四节 含绝对值的不等式	8	第八章 直线与圆的方程	36
第三章 函数	9	第一节 两点间的距离公式及线段中点的 坐标公式	36
第一节 函数的概念及其表示方法	9	第二节 直线的方程	37
第二节 函数的性质	10	第三节 两条直线的位置关系	39
第三节 常用初等函数	12	第四节 圆	41
第四节 函数的实际应用	13	第九章 简单几何体	43
第四章 指数函数与对数函数	16	第一节 多面体	43
第一节 实数指数幂	16	第二节 旋转体	44
第二节 指数函数	16	第十章 立体几何	46
第三节 对数	17	第一节 平面的基本性质	46
第四节 对数函数	18	第二节 空间中的平行关系	46
第五章 三角函数	20	第三节 空间中的垂直关系和角	47
第一节 角的概念推广	20	第十一章 概率与统计初步	49
第二节 弧度制与任意角的三角函数	20	第一节 排列与组合	49
第三节 同角三角函数的基本关系式	21	第二节 概率	51
第四节 诱导公式	22	第三节 统计	53
第五节 三角函数的图像和性质	24		
第六节 已知三角函数值求角	24		

同步跟踪训练

第一章 集合和简易逻辑	56	第六章 数列	73
第一节 集合的概念与集合之间的关系	56	第一节 数列的概念	73
第二节 集合的运算	56	第二节 等差数列	74
第三节 充要条件	57	第三节 等比数列	75
第二章 不等式	58	第七章 平面向量	76
第一节 不等式的基本性质与区间	58	第一节 平面向量的概念及线性运算	76
第二节 一元一次不等式(组)	59	第二节 平面向量的坐标表示	77
第三节 一元二次不等式	60	第三节 平面向量的内积	78
第四节 含绝对值的不等式	61	第八章 直线与圆的方程	79
第三章 函数	62	第一节 两点间的距离公式及线段中点的 坐标公式	79
第一节 函数的概念及其表示方法	62	第二节 直线的方程	80
第二节 函数的性质	63	第三节 两条直线的位置关系	81
第三节 常用初等函数	63	第四节 圆	82
第四节 函数的实际应用	65	第九章 简单几何体	83
第四章 指数函数与对数函数	65	第一节 多面体	83
第一节 实数指数幂	65	第二节 旋转体	84
第二节 指数函数	66	第十章 立体几何	86
第三节 对数	67	第一节 平面的基本性质	86
第四节 对数函数	68	第二节 空间中的平行关系	86
第五章 三角函数	69	第三节 空间中的垂直关系和角	88
第一节 角的概念推广	69	第十一章 概率与统计初步	89
第二节 弧度制与任意角的三角函数	70	第一节 排列与组合	89
第三节 同角三角函数的基本关系式	70	第二节 概率	90
第四节 诱导公式	71	第三节 统计	92
第五节 三角函数的图像和性质	72		
第六节 已知三角函数值求角	72		

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试 数学复习一本通

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. D 解析:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的. 故选 D.
2. D 解析:根据各数集的定义判断. 熟记各数集的符号:实数集 $\mathbf{R}$, 有理数集 $\mathbf{Q}$, 整数集 $\mathbf{Z}$, 正整数集 $\mathbf{N}^*$, 自然数集 $\mathbf{N}$. 故选 D.
3. A 解析:空集不含任何元素. 故选 A.
4. D 解析:无限集的定义是含有无限个元素的集合, 选项 A 中高一学生是有限的, 所以身高超过 175 cm 的学生也是有限的. 选项 B 中方程的解为 $x = \pm 1$, 有限. 选项 C 中的元素为 2, 4, 有限. 故选 D.
5. D 解析:集合 A 中有 4 个元素, 分别是 -1, -2, 1 和 2. 故选 D.
6. B 解析:集合 A 中有 2 个元素, 分别是 (-1, -2) 和 (1, 2). 故选 B.
7. B 解析:选项 A, C 和 D 用的是描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法. 故选 B.
8. A 解析:正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义.
9. C 解析:因为空集中没有元素, 集合 $\{0\}$ 中含有一个元素 0, 故 $\emptyset \neq \{0\}$, 故选项 A 错误; 因为 π 是无限不循环小数, 是无理数, 所以 $\pi \notin \mathbf{Q}$, 故选项 B 错误; 因为 $\{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 3\} = \{-1, 0, 1, 2\}$, 所以 $\{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 3\} \supseteq \{0, 1\}$, 故选项 C 正确; 因为集合 $\{x | 0 \leq x \leq 7\}$ 中有无限多个元素, 是无限集, 不是有限集, 故选项 D 错误. 故选 C.
10. B 解析:“大于 2 且小于 9 的偶数”有 4, 6, 8, 所以“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合用列举法可表示为 $\{4, 6, 8\}$. 故选 B.
11. C 解析:掌握集合的两种表示方法.
12. C 解析:由 n 个元素组成的集合的真子集的个数是 $2^n - 1$.
13. B 解析:根据集合中元素的互异性可得 $m \neq 2 - m$, 解得 $m \neq 1$. 故选 B.
14. B 解析:根据集合的概念可得 $m^2 = 2m - 1$, 解得 $m = 1$. 故选 B.
15. C 解析:因为 $2 < \sqrt{5}$, 所以 2 是集合 M 中的一个元素. 故选 C.
16. D 解析:因为 $\{0, 1, 2, 3\} = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 3\}$, 所以 $M = N$. 故选 D.
17. C 解析:根据题意, 解方程组得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2, \end{cases}$ 所以此方程组的解集是 $\{(-1, 2)\}$. 故选 C.

二、填空题

1. (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\subseteq$; (4) $\subseteq$; (5) = 解析:本题考查的是元素与集合间的关系, 还有集合与集合之间的关系. 圆周率 π 是无理数, $\mathbf{Q}$ 是有理数集, $\mathbf{Z}$ 是整数集, $\mathbf{N}^*$ 是正整数集.
2. 6 解析:根据集合元素的特征可知集合 $P = \{3, 4, 5\}$, 所以 $a = 6$.
3. $\{-1, 1\}$ 解析:绝对值等于 1 的数有 -1 和 1, 所以绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是 $\{-1, 1\}$.
4. 4 解析:①②④⑥正确.

三、解答题

1. 解:子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}, \{-3, -1, 1, 3\};$

真子集: $\emptyset, \{-3\}, \{-1\}, \{1\}, \{3\}, \{-3, -1\}, \{-3, 1\}, \{-3, 3\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{1, 3\}, \{-3, -1, 1\}, \{-3, -1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-3, 1, 3\}.$

2. 解:(1) $B = \{0, 1, 2, 4\}.$

(2)因为集合 A 中的元素都属于集合 B , 且 $A \neq B$, 所以 $A \subsetneq B$.

3. 解:因为集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{-1, -b, 1\}$ 是同一个集合,

所以有 $\begin{cases} a = -1, \\ b = -b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -b, \\ b = -1. \end{cases}$

若 $a = -1, b = -b = 0$, 符合题意.

若 $a = -b, b = -1$, 则 $a = 1$, 不符合题意, 舍去.

综上所述, $a = -1, b = 0$.

提升进阶

1. C 解析:确定集合 A 中元素的组成情况即可. 由已知得集合 A 必含 a, b , 且至少有一个不同于 a, b 的元素, 符合条件的集合共有 7 个.

2. 解:(1)若集合 A 中只有一个元素, 分两种情况讨论:

当 $a = 0$ 时, 集合 $A = \{x \mid 2x + 1 = 0\} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}.$

当 $a \neq 0$ 时, 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个相等的根, 即 $\Delta = 4 - 4a = 0$, 解得 $a = 1$.

所以当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

(2)若集合 A 中恰有两个元素, 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的根, 即 $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a > 0, \end{cases}$ 解得 $a < 1$ 且 $a \neq 0$.

所以当 $a < 1$ 且 $a \neq 0$ 时, 集合 A 中恰有两个元素.

(3)“若集合 A 中最多只有一个元素”包含两种情况: 集合 A 中只有一个元素或集合 A 为 $\emptyset$.

由(1)可知当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时, 集合 A 中只有一个元素.

若集合 A 为 $\emptyset$, 则 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 无解, 即 $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a < 0, \end{cases}$ 解得 $a > 1$.

所以当 $a \geq 1$ 或 $a = 0$ 时, 集合 A 中最多只有一个元素.

第二节 集合的运算

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. D 解析:由题意可知, 集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{0, 1, 2\}$, 所以 $A \cap B = \{1, 2\}$. 故选 D.

2. B 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 3\} = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \geq 0\}$, 所以 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$. 故选 B.

3. C 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x \mid -2 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, 取集合 A 和集合 B 的公共部分, 所以 $A \cap B = \{x \mid 0 \leq x < 3\}$. 故选 C.

4. B 解析:由题意可知, 集合 $A = \{2, 3\}$, 集合 $B = \{0, 1, 3\}$, 取集合 A 和集合 B 的所有元素, 所以 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$. 故选 B.

5. A 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 取集合 A 和集合 B 的所

有元素,所以 $A \cup B = \{x | -1 < x \leq 5\}$. 故选 A.

6. B 解析:由题意可知,集合 $A = \{x | -4 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2 < x < 8\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 2 < x \leq 4\}$. 故选 B.

7. D 解析:由题意可知,全集 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{x | x > 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A = \{0, 1, 2\}$. 故选 D.

8. D 解析:集合 A 中一定含有元素 3, 其他 2 个元素自由组合, 所以符合条件的集合 A 的个数是 4. 故选 D.

9. D 解析:集合 A 和集合 B 的并集是全集 R.

10. C

11. B 解析:因为集合 B 表示的是大于 3 的正整数集, 所以 $A \cap B = \{6, 8, 9\}$, 所以阴影部分所表示的集合为 $A \cap \complement_U (A \cap B) = \{2, 3\}$. 故选 B.

12. C 解析:求 3 个集合的交集就是选择 3 个集合共有的元素. 故选 C.

13. B 解析:根据题意, 分为三种情况. 第一种情况: $t^2 - t + 1 = 1$, 解得 $t = 0$ 或 $t = 1$ (舍去); 第二种情况: $t^2 - t + 1 = 3$, 解得 $t = 2$ 或 $t = -1$; 第三种情况: $t^2 - t + 1 = t$, 解得 $t = 1$ (舍去), 综上所述, t 的值是 $-1, 0, 2$.

二、填空题

1. $\{4, 5\}$ 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 所以 $A \cap B = \{4, 5\}$.

2. $\{x | 4 \leq x < 6\}$ 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x | x < 6\}$, 集合 $B = \{x | x \geq 4\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 4 \leq x < 6\}$.

3. $\{0, 1, 3\}$ 解析:由题意可知, $A \cap B = \{3\}$, 又 $C = \{0, 1, 3\}$, 所以 $(A \cap B) \cup C = \{0, 1, 3\}$.

4. N 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\} = \{\text{小于 7 的自然数}\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\} = \{\text{大于等于 5 的自然数}\}$, 所以 $A \cup B = \mathbf{N}$.

5. $\{x | x > -4\}$ 解析:由题意可知, 集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, 集合 $B = \{x | x \geq 3\}$, 所以 $A \cup B = \{x | x > -4\}$.

三、解答题

1. 解:因为集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, 集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

因为集合 $B = \{4, 6, 7, 8\}$, 集合 $C = \{3, 5, 6, 7\}$, 所以 $B \cap C = \{6, 7\}$.

因为全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, 所以 $\complement_U A = \{3, 6, 7, 8\}$.

2. 解:因为全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x > 3\}$,

所以 $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, $A \cup B = \{x | x \geq 2\}$,

$\complement_U A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$, $\complement_U B = \{x | x \leq 3\}$.

提升进阶

1. 解:因为集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\} = \{-1, 2\}$, $y \in A$, 所以在集合 B 中, 当 $y = -1$ 时, $x = 0$; 当 $y = 2$ 时, $x = \pm 3$, 所以集合 $B = \{-3, 0, 3\}$.

所以 $\complement_U B = \{x \in \mathbf{R} | x \neq -3 \text{ 且 } x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 3\}$.

2. 解:(1)因为 $A \cap B \neq \emptyset$, 所以 $a < -2$ 或 $a + 2 > 6$, 解得 $a < -2$ 或 $a > 4$, 所以实数 a 的取值范围是 $\{a | a < -2 \text{ 或 } a > 4\}$.

(2)因为 $A \cap B = A$, 所以 $A \subseteq B$, 所以 $a > 6$ 或 $a + 2 < -2$, 解得 $a > 6$ 或 $a < -4$, 所以实数 a 的取值范围是 $\{a | a > 6 \text{ 或 } a < -4\}$.

第三节 充要条件

巩固训练

基础实战

一、选择题

1. C 解析: $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$. 故选 C.

2. A 解析: $x < -2 \Rightarrow x^2 - 4 > 0$, 而 $x^2 - 4 > 0 \nRightarrow x < -2$. 故选 A.
3. A 解析: $x \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$, 而 $|x| \geq 1 \nRightarrow x \geq 1$. 故选 A.
4. B 解析: $x > 1$ 必然得出 $x > 0$, $x > 0$ 则不一定得出 $x > 1$. 故选 B.
5. B 解析: 第二象限角的范围是 $90^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 180^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$; 钝角的范围是 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. 前者是大范围的, 后者是小范围的, 小范围能推出大范围, 而大范围推不出小范围. 故选 B.
6. A 解析: 根据题意, 甲 $\Rightarrow$ 乙, 乙 $\Leftrightarrow$ 丙, 丙 $\Rightarrow$ 丁, 所以甲 $\Rightarrow$ 丁. 故选 A.

二、填空题

1. 充分不必要 解析: 若 $x = y$, 则 $x^2 = y^2$; 若 $x^2 = y^2$, 则 $x = y$ 或 $x = -y$, 所以“ $x = y$ ”是“ $x^2 = y^2$ ”的充分不必要条件.
2. 充要 解析: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0)$, 这就是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbf{R} \text{ 且 } a \neq 0)$ 的求根公式.

3. 充分不必要 解析: $\mathbf{Z}$ 表示的是整数集, $\mathbf{Q}$ 表示的是有理数集. 整数都是有理数, 但有理数不一定是整数, 所以“ $a \in \mathbf{Z}$ ”是“ $a \in \mathbf{Q}$ ”的充分不必要条件.

三、解答题

1. 解: (1) 既不充分也不必要条件;
(2) 必要不充分条件;
(3) 充分不必要条件;
(4) 充要条件.

2. 解: 分两种情况进行讨论.

当 $a = 0$ 时, 不等式 $1 > 0$ 恒成立.

当 $a \neq 0$ 时, 对于一切实数 x 都有 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 成立, 则 $a > 0$ 且 $\Delta = a^2 - 4a < 0$, 解得 $0 < a < 4$.

综上所述, a 的取值范围为 $\{a | 0 \leq a < 4\}$, 即充要条件是 $0 \leq a < 4$.

提升进阶

解: $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0) \Leftrightarrow [x - (1 - m)][x - (1 + m)] \leq 0$.

因为 $m > 0$, 所以不等式 $[x - (1 - m)][x - (1 + m)] \leq 0$ 的解集为 $1 - m \leq x \leq 1 + m$.

因为 p 是 q 的充分不必要条件, 所以不等式 $-2 \leq x \leq 10$ 的解集是 $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ 解集的真子集.

所以 $\begin{cases} 1 - m \leq -2, \\ 1 + m \geq 10 \end{cases}$ 且两个等号不同时取到, 可解得 $m \geq 9$.

所以实数 m 的取值范围为 $[9, +\infty)$.

真题链接

1. D 解析: 由并集的定义可得 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$. 故选 D.
2. B 解析: 由 $x^2 = 1$ 得 $x = 1$ 或 $x = -1$, 则由“ $x^2 = 1$ ”不能推出“ $x = 1$ ”, 而由“ $x = 1$ ”可以推出“ $x^2 = 1$ ”, 所以“ $x^2 = 1$ ”是“ $x = 1$ ”的必要不充分条件. 故选 B.
3. D 解析: 因为集合 $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{x | -5 \leq x < 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 1 \leq x < 2\}$.
4. B 解析: 充分性: “ $x < 1$ ”推不出“ $|x| < 1$ ”, 如 $-2 < 1$, 但 $|-2| = 2 > 1$, 所以充分性不成立, 必要性: 由“ $|x| < 1$ ”解得 $-1 < x < 1$, 由此可推出“ $x < 1$ ”, 所以必要性成立. 所以设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x < 1$ ”是“ $|x| < 1$ ”的必要不充分条件.
5. A 解析: 由已知可得, $A \cup B = \{x | -4 < x \leq 1\} \cup \{x | -3 \leq x < 3\} = \{x | -4 < x < 3\}$.
6. B 解析: 因为 $x > \sqrt{3}$ 不能推出 $x > \sqrt{5}$, 如 $x = 2$, 故充分性不成立, $x > \sqrt{5}$ 能推出 $x > \sqrt{3}$, 故必要性成立, 所以“ $x > \sqrt{3}$ ”是“ $x > \sqrt{5}$ ”的必要不充分条件.

同步跟踪训练

第一章 集合和简易逻辑

第一节 集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. C 解析:选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰,不能构成集合. 故选 C.
2. B 解析:把四个选项中的值代入,根据集合中元素的互异性可知选 B.
3. B 解析:本题考查集合的两种表示方法.
4. A 解析:根据题意可知 $a-1=-2$,解得 $a=-1$,然后代入 a^2 得 $N=\{-2,1\}$. 故选 A.
5. D 解析:根据各数集的定义判断. 熟记各数集的符号:实数集 $\mathbf{R}$;有理数集 $\mathbf{Q}$;整数集 $\mathbf{Z}$;正整数集 $\mathbf{N}^*$;自然数集 $\mathbf{N}$.
6. A 解析:集合 $A=\{x|x<5 \text{ 且 } x\in\mathbf{N}^*\}$,则 $A=\{1,2,3,4\}$.
7. B
8. A 解析: $\because \{a,b,c\}\subseteq A\subsetneq\{a,b,c,d,e\}$,则根据集合的子集的定义可知,符合条件的集合 A 的个数为 $2^2-1=3$.
9. B 解析:赋予 k 具体的值判断.
10. C 解析:集合中的元素具有无序性.

二、填空题

11. $\{x|x^2+2x-3=0\}$
12. $(1)\in;(2)\notin;(3)\notin;(4)\in;(5)\in;(6)\notin$
13. $\{-7,2\}$ 解析:由 $(x+3)(x-4)=0$ 解得 $x=-3$ 或 $x=4$,所以该集合的解集用列举法可写为 $\{-7,2\}$.
14. 15 解析:元素个数为 n 的集合的非空子集个数为 2^n-1 ,代入计算得 15.
15. $A\subsetneq B$

三、解答题

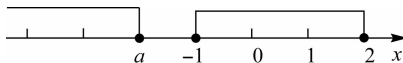
16. 解:由题意可得 $\begin{cases} a-3=-a, \\ 4=b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a-3=b, \\ 4=-a, \end{cases}$
- $\therefore \begin{cases} a=\frac{3}{2}, \\ b=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-4 \\ b=-7. \end{cases}$

第二节 集合的运算

一、选择题

1. D 解析: $A\cap B=\{2\}$, $A\cup B=\{1,2,4,5\}$,排除选项 A、选项 B. 集合与集合之间的关系为包含与被包含,所以选项 C 错误. 故选 D.
2. A 解析: $\because M=\{2,3,4\}$, $N=\{2,4,5\}$, $\therefore M\cup N=\{2,3,4,5\}$.
3. D 解析: $M=\{1,4\}$, $N=\{1,3,5\}$, $\therefore M\cup N=\{1,3,4,5\}$.
4. A 解析: $A=\{x|x+2=0\}=\{-2\}$, $B=\{x|x^2-4=0\}=\{-2,2\}$, $\therefore A\cap B=\{-2\}$.
5. B 解析:因为 $\complement_U A=\{3,4,5\}$,所以 $(\complement_U A)\cup B=\{3,4,5\}$. 故选 B.

6. C 解析:如图,要使 $A \cap B = \emptyset$,应有 $a < -1$.



7. D 解析:当 $m=0$ 时, $B=\emptyset$, 满足 $A \cup B=A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B=\left\{\frac{1}{m}\right\}$, 而 $A \cup B=A$, 所以 $\frac{1}{m}=1$ 或 $\frac{1}{m}=-1$, 解得 $m=1$ 或 $m=-1$. 故 $m=1, -1$ 或 0 . 故选 D.

8. C 解析:由 Venn 图可知 $U=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{3, 5, 6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2\}$. 故选 C.

9. D 解析:因为 $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{2, 4, 9\}$. 故选 D.

10. C 解析:由 $A \cap B = A \cup B$ 知 $A=B$, 则 $\begin{cases} a=2a, \\ b=b^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=b^2, \\ b=2a, \end{cases}$ 根据元素的互异性得 $\begin{cases} a=0, \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$, 故 $a=0$ 或 $a=\frac{1}{4}$. 故选 C.

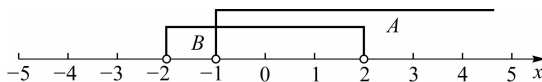
二、填空题

11. $\{(2, 2)\}$ 解析: $\because A = \{(x, y) | y = \sqrt{8-x^2}, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = x, x \in \mathbf{R}\}$, $\therefore A \cap B = \{(2, 2)\}$.

12. $\{1, 2\}$ 解析: $M = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, $\therefore M \cap N = \{1, 2\}$.

13. $\{-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 解析: $\because A = \{-2, 0, 1, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $\therefore A \cup B = \{-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

14. $\{x | x > -2\}$ 解析:根据题意,在数轴上表示 A, B . 由图可得 $A \cup B = \{x | x > -2\}$.



15. $\{x | -1 < x < 1\}$

三、解答题

16. 解: $\because A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$,

又 $\because A \cap B = A \cup B$,

$\therefore A = B$.

$\therefore B = \{2, 3\}$,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $a_1 = -3, a_2 = 5$;

当 $x=3$ 时, $a_3 = -2, a_4 = 5$,

$\therefore a$ 的值为 5.

第三节 充要条件

一、选择题

1. B 解析: $x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$, 不能得到 $x=3, x=3 \Rightarrow x^2=9$.

2. A 解析: $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有实数解, $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有实数解 $\Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$.

3. D 解析: $x \in \mathbf{R}$, 由 $x < 3$ 不能得到 $|x| < 3$, 由 $|x| < 3$ 能得到 $x < 3$.

4. A 解析: 由 $x=7$ 能得到 $x \leq 7$, 由 $x \leq 7$ 不能得到 $x=7$.

5. A 解析: $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1, |x|=1 \Leftrightarrow x=\pm 1, \therefore x^2=1 \Leftrightarrow |x|=1$.

6. C 解析: $\because 0 < a < 1$, 则函数 $y = \log_a x$ 为减函数, 则 $\log_a 2 > \log_a 3$, 反之也成立.

7. A 解析: 若 $a > b > 0$, 则 $a^2 > b^2$; 若 $a^2 > b^2$, 则不能推出 $a > b > 0$.

8. B 解析:由 $ac^2 > bc^2$ 得 $a > b$. 当 $c=0$ 时, $a > b$ 不能推出 $ac^2 > bc^2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

9. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$ 或 150° , 所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

10. B 解析:如果 a, b, c 成等比数列, 则 $b^2 = ac$. 相反, 如果 $b = a = 0$, 则 $b^2 = ac$, 但 a, b, c 不成等比数列. 因此, “ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的必要不充分条件. 故选 B.

二、填空题

11. 充分不必要 解析:由 $x > 0$ 可以得到 $(x+1)^2 > 0$, $(x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, 所以不能得到 $x > 0$.

12. 充要 解析: $\because a^2 - a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$, 则指数函数 $y = a^x$ 为减函数, 反之也成立.

13. 必要不充分 解析:由 $x^2 - x - 2 < 0$ 解得 $-1 < x < 2$. 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以“ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的必要不充分条件.

14. 充要 解析:因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ 且 $n \neq 0$, 所以“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

15. 充要 解析:因为等边三角形的三个内角都是 60° , 又因为三个内角都是 60° 的三角形是等边三角形, 所以“ $\triangle ABC$ 的每个内角都是 60° ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的充要条件.

三、解答题

16. 解:令 $f(x) = x^2 + (2k-1)x + k^2$, 若方程 $f(x) = 0$ 有两个大于 1 的不等实根, 则 $f(x)$ 的图像与 x 轴的两个交点横坐标都位于 $(1, +\infty)$ 之内, 可列方程组
$$\begin{cases} \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 > 0, \\ -\frac{2k-1}{2} > 1, \\ f(1) = 1^2 + 2k - 1 + k^2 > 0, \end{cases}$$
 解得 $k < -2$. 故“方程有两个大于 1 的不等实根”的充要条件为 $k < -2$.

第二章 不 等 式

第一节 不等式的基本性质与区间

一、选择题

1. D 解析: $3a - 1 \geq 4a - 6$, 解得 $a \leq 5$. 故选 D.

2. C 解析:取两个区间的并集, 可以用数轴帮助我们更快地解题.

3. A 解析:取两个区间的交集, 就是求两个区间中的公共部分.

4. D 解析:因为 $a+b > 0, b < 0$, 所以 $a > 0, -a < 0, -b > 0$, 且 $a > -b, b > -a$, 于是 $a > -b > b > -a$. 故选 D.

5. A 解析:若 $a > b+1$, 则 $a > b+1 > b$. 故选 A.

6. B 解析:若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \frac{a}{d} > \frac{b}{d}, \frac{a}{c} < \frac{a}{d}, \frac{b}{c} < \frac{b}{d}$, 所以 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$. 故选 B.

7. C 解析:虽然 $a > b$, 但是正负不确定, 所以①②错误. 故选 C.

8. C 解析:因为 $a > b, c^2 + 1 \geq 1$, 所以 $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$. 故选 C.

9. C 解析: a, b 可能为正数、零、负数, 因此选项 A, B, D 无法确定, 而 a 一定小于 $a+1$. 故选 C.

10. D

二、填空题

11. $[1, +\infty)$

12. $>$ 解析:因为 $a > b > 0$, 所以 $a(a+b) - a^2 = a^2 + ab - a^2 = ab > 0$, 即得 $a(a+b) > a^2$.

13. $(-\infty, 5]$ 解析:根据题意解得集合 $A = \{x | x > 5\}$, 集合 $B = \{x | x < 7\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x | x \leq 5\}$, 所以 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = (-\infty, 5]$.