

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数 学

同步提升与练习 (拓展模块一·上)

主编 刘 敏

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学同步提升与练习(拓展模块一·上) 主编 刘敏

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

数 学

同步提升与练习 (拓展模块一·上)



定价: 35.00元

选题策划: 苏 莉 刘桂君
责任编辑: 张佳凯
封面设计: 刘文东

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数 学

同步提升与练习 (拓展模块一·上)

主 编 刘 敏

副主编 李艳伟



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

内 容 简 介

本书按照教材《数学(拓展模块一)上册》的编排顺序进行编写。“知识脉络”模块对本单元知识点进行了总结。“学习目标”模块参照考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。“知识梳理”模块通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。“典型例题”模块对经典例题进行详细讲解,使学生更好地掌握课本知识。“巩固练习”模块分为基础巩固和能力提升两部分,使学生通过自我检测,做到及时查漏补缺,确保当堂内容当堂清。每个单元后的“单元测试题”既能强化学生对相应单元知识点之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,还能培养学生的数学思维。

本书既可作为广大中等职业学校学生的学习用书,也可作为教师教学的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步提升与练习(拓展模块一·上)

SHUXUE TONGBU TISHENG YU LIANXI (TUOZHAN MOKUAI YI · SHANG)

选题策划 苏 莉 刘桂君

责任编辑 张佳凯

封面设计 刘文东

出版发行 哈尔滨工程大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号

邮政编码 150001

发行电话 0451-82519328

传 真 0451-82519699

经 销 新华书店

印 刷 三河市骏杰印刷有限公司

开 本 880 mm×1 230 mm 1/16

印 张 12

字 数 222 千字

版 次 2024 年 11 月第 1 版

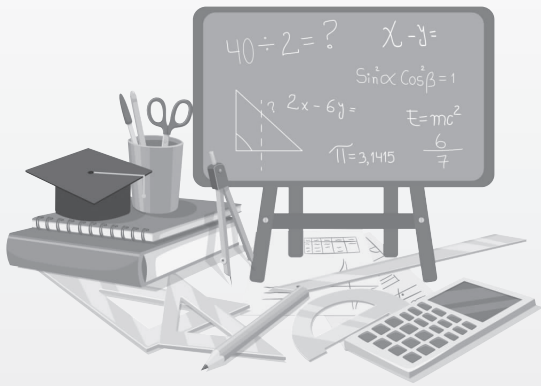
印 次 2024 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5661 - 4651 - 9

定 价 35.00 元

<http://www.hrbeupress.com>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展和社会稳定的需要,这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为基础,全面落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程国家改革规划新教材《数学(拓展模块一)上册》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本单元知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

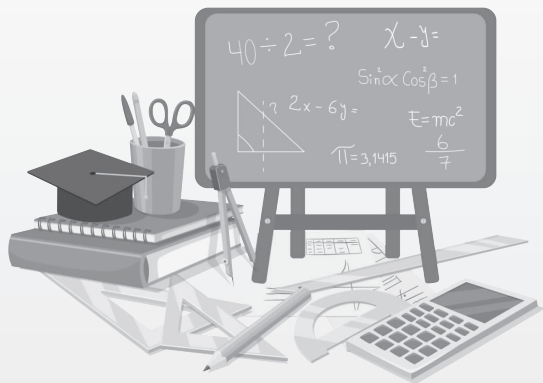
典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生更好地掌握课本知识。

巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分,使学生通过自我检测,做到及时查缺补漏,确保当堂内容当堂清。

单元测试题——通过开展单元测试,既能强化学生对相应知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力及数学思想和解题技巧。

由于编者学术水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第一单元 充要条件(简易逻辑) 1

1.1 命题及简单的逻辑联结词	2
1.2 四种命题	5
1.3 充分条件与必要条件	9
第一单元测试题	12

第二单元 三角计算 15

2.1 和角公式	16
2.2 倍角公式	20
2.3 正弦型函数	24
2.4 解三角形	29
2.5 三角计算应用举例	38
第二单元测试题	43

第三单元 数列 46

3.1 数列的概念	47
3.2 等差数列	50
3.3 等比数列	55
3.4 数列的实际应用举例	61
第三单元测试题	65

第四单元 平面向量 68

4.1 平面向量的概念	69
4.2 平面向量的线性运算	72
4.3 平面向量的直角坐标系	81



4.4 平面向量的内积	85
第四单元测试题	91

第五单元 圆锥曲线 93

5.1 椭圆	94
5.2 双曲线	101
5.3 抛物线	107
第五单元测试题	114

第六单元 立体几何 117

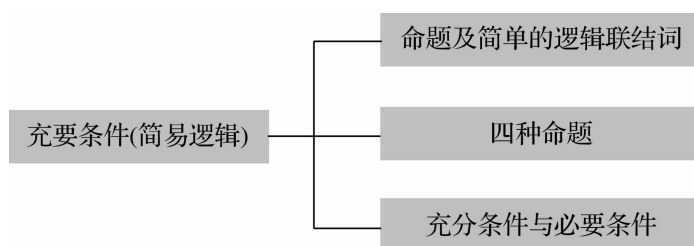
6.1 平面的基本性质	118
6.2 直线与直线的位置关系	125
6.3 直线与平面的位置关系	129
6.4 平面与平面的位置关系	138
第六单元测试题	148
期末测试题	152

第一单元

充要条件（简易逻辑）



知识脉络





1.1 命题及简单的逻辑联结词



学习目标

1. 了解命题的概念,并能够判断命题的真假.
2. 了解逻辑联结词.
3. 了解简单命题与复合命题.



知识梳理

1. 命题的概念

一般地,我们把语言、符号或式子表达的,_____的陈述句叫作命题. 数学中定义、公理、定理都是命题. 其中判断为真的语句叫作_____,判断为假的语句叫作_____.

2. 逻辑联结词与复合命题

用小写字母 $p, q, r, s, \dots$ 来表示命题,则命题构成形式: p 或 q , p 且 q , 非 p , 称为_____命题,此时 $p, q, r, s, \dots$ 称为_____命题,“_____”“_____”“_____”称为逻辑联结词.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 判断下列语句是不是命题,并说明理由.

- (1) $\frac{\pi}{2}$ 是有理数;
- (2) 2022 年冬季奥运会的举办城市是中国的北京;
- (3) $3x \leq 5$;
- (4) 梯形是不是平面图形呢?
- (5) $x^2 - 2x + 7 > 0, x \in \mathbf{R}$.

解 (1)“ $\frac{\pi}{2}$ 是有理数”是陈述句,并且能判断它是假的,所以它是命题;

(2)“2022 年冬季奥运会的举办城市是中国的北京”是陈述句,并且能判断它是真的,所以它是命题;

(3)因为无法判断“ $3x \leq 5$ ”的真假,所以它不是命题;



(4)“梯形是不是平面图形呢?”是疑问句,所以它不是命题;

(5)因为“ $x^2 - 2x + 7 > 0, x \in \mathbf{R}$ ”中 $\Delta = 4 - 28 < 0$,所以“ $x^2 - 2x + 7 > 0$ ”是真的,所以它是命题.

例 2 写出由下列各组命题构成的“ p 或 q ”形式的复合命题,并判断真假.

(1) p :1 是质数; q :1 是方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根;

(2) p :平行四边形的对角线相等; q :平行四边形的对角线互相垂直;

(3) p : $5 \leq 5$; q :27 不是质数.

解 (1) p 为假命题, q 为真命题.

p 或 q :1 是质数或是方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根,是真命题.

(2) p 为假命题, q 为假命题.

p 或 q :平行四边形的对角线相等或互相垂直,是假命题.

(3) p 为真命题, q 为真命题.

p 或 q : $5 \leq 5$ 或 27 不是质数,是真命题.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 在下列语句中,命题的个数是 ()

①空集是任何集合的子集;②若 $x \in \mathbf{R}$,则 $x^2 - x + 1 = 0$;③若 $a > b$,则 $ac^2 > bc^2$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

2. 以下语句:① $\{0\} \in \mathbf{N}$;② $x^2 + y^2 = 0$;③ $x^2 > x$;④ $\{x | x^2 + 1 = 0\}$,其中命题的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 命题“平行四边形的对角线相等且互相平分”是 ()

A. 简单命题 B. “ p 或 q ”形式的复合命题

C. “ p 且 q ”形式的复合命题 D. “非 p ”形式的复合命题

4. 下列命题中,是真命题的是 ()

A. $\{\emptyset\}$ 是空集 B. $\{x \in \mathbf{N} | |x - 1| < 3\}$ 是无限集

C. π 是有理数 D. 方程 $x^2 - 5x = 0$ 的根是自然数

二、填空题

5. 由命题 p :“矩形有外接圆”, q :“矩形有内切圆”组成的复合命题“ p 或 q ”“ p 且 q ”“非 p ”形式的命题中,真命题是_____.



6. 有下列四个命题:

- ①对任意实数 x 均有 $x+1 > x$; ②不存在实数 x 使 $x^2+x+1 < 0$;
③方程 $x^2-2x+3=0$ 至少有一个实数根; ④存在 $x \in \mathbf{R}$ 使 $|x| \leq x$.

其中假命题是_____ (填写所有假命题的序号).

三、解答题

7. 判断下列语句是否为命题. 若是,是真命题还是假命题?

- (1) 0 是自然数吗? (2) 10^{100} 可真大! (3) $x > 2$;
(4) $5 > 2$; (5) 若 $a=0$, 则 $ab=0$; (6) 如果 $x^2=1$, 那么 $x=1$.

8. 判断下列命题是简单命题还是复合命题. 若是复合命题, 则指出复合命题的形式以及构成它的简单命题.

- (1) 菱形的对角线互相垂直平分;
(2) 能被 5 整除的整数的个位数字为 5 或能被 5 整除的整数的个位数字为 0;
(3) $\sqrt{2}$ 不是无理数.



能力 提升

判断下列命题的真假,并说明理由.

- (1) $x, y \in \mathbf{R}$, 如果 $x > y$, 那么 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$;
- (2) 如果四边形是矩形, 那么对角线相等且互相平分;
- (3) A, B 是两个集合, 如果 $B \subseteq A$, 那么 $B \subsetneq A$ 或 $B = A$.

知识梳理答案

1. 可以判断真假 真命题 假命题
2. 复合 简单 或 且 非

1.2 四种命题



学习目标

1. 掌握四种命题的概念.
2. 了解四种命题的真假之间的关系.



知识梳理

1. 命题中含有“如果……, 那么……”或“若……, 则……”的表达, 我们称其为数学命题的一般形式, 即“若 p , 则 q ”. 这里, p 称为命题的_____, q 称为命题的_____. 有时, 我们也说“如果 p , 那么 q ”.

2. 一般地, 在两个命题中, 如果一个命题的条件是第二个命题的结论, 且第一个命题的结论是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫作_____. 如果把其中一个命题叫作原命题, 那么另一个叫作原命题的_____.

一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的_____和结论的_____, 这样的两个命题叫作_____, 把其中一个叫作原命题, 另一个叫作原命



题的_____.

一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定,这样的两个命题互为_____,把其中一个叫作原命题,另一个叫作原命题的_____.

3. 一般地,两种命题的真假性之间有如下关系:

(1)两个命题互为逆否命题,它们有_____的真假性;

(2)两个命题为_____命题或_____命题,它们的真假性没有关系.

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 命题“若 $x = 1$, 则 $x^2 < 2$ ”的否命题是()

A. “若 $x^2 < 2$, 则 $x = 1$ ”

B. “若 $x^2 \geq 2$, 则 $x \neq 1$ ”

C. “若 $x = 1$, 则 $x^2 > 2$ ”

D. “若 $x \neq 1$, 则 $x^2 \geq 2$ ”

解析 根据题意,结合四种命题的定义,可得:命题“若 $x = 1$, 则 $x^2 < 2$ ”的否命题是“若 $x \neq 1$, 则 $x^2 \geq 2$ ”. 故选 D.

例2 已知命题 p : 若 $x \leq y$, 则 $x^2 \leq y^2$, 在命题 p 与其逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中,真命题的个数是 ()

A. 0

B. 2

C. 3

D. 4

解析 当 $x = -2, y = -1$ 时,满足 $x \leq y$, 但 $x^2 \leq y^2$ 不成立,所以命题 p 是假命题,则命题 p 的逆否命题也是假命题;

命题 p 的否命题是:若 $x > y$, 则 $x^2 > y^2$, 当 $x = 1, y = -2$ 时,满足 $x > y$, 但 $x^2 > y^2$ 不成立,所以命题 p 的否命题是假命题;

命题 p 的逆命题是:若 $x^2 \leq y^2$, 则 $x \leq y$, 当 $x = -1, y = -2$ 时,满足 $x^2 \leq y^2$, 但 $x \leq y$ 不成立,所以命题 p 的逆命题是假命题.

综上,在命题 p 与其逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中,真命题的个数是 0.

故选 A.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 命题“若 $a + b = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$ ”的否命题是 ()

A. 若 $a + b \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$

B. 若 $a + b \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$

C. 若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 则 $a + b \neq 0$

D. 若 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$, 则 $a + b \neq 0$



2. 下列说法正确的是

()

- A. 一个命题的逆命题为真,则它的否命题为假
- B. 一个命题的逆命题为真,则它的逆否命题为真
- C. 一个命题的逆否命题为真,则它的否命题为真
- D. 一个命题的否命题为真,则它的逆命题为真

3. 有下列四个命题:

- ①“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题;
- ②“面积相等的三角形全等”的否命题;
- ③“若 $m \leq 1$, 则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数解”的逆否命题;
- ④“若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题.

其中真命题为

()

- A. ①②
- B. ②③
- C. ①②③
- D. ①②③④

二、填空题

4. 命题“若 $a + b = 1$, 则 $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ”的逆否命题为_____.

5. 给出以下命题:①“若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 x, y 不全为零”的否命题;②“正多边形都相似”的逆命题;③“若 $m > 0$, 则 $x^2 + x - m = 0$ 有实根”的逆否命题;其中真命题的序号是_____.

三、解答题

6. 已知命题 p : “若 $ac \geq 0$, 则二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 无解”.

(1) 写出命题 p 的否命题;

(2) 判断命题 p 的否命题的真假.



7. 当 $c < 0$ 时, 若 $ac > bc$, 则 $a < b$. 请写出该命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并分别判断真假.

能力 提升

把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断命题的真假.

- (1) 等腰三角形底边上的中线垂直于底边并且平分顶角;
- (2) 当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, $x = 3$ 或 $x = -1$;
- (3) 已知 $x, y \in \mathbf{N}_+$, 当 $y = x + 1$ 时, $y = 3, x = 2$.

知识梳理答案

1. 条件 结论

2. 互逆命题 逆命题 否定 否定 互否命题 否命题 逆否命题
逆否命题

3. (1) 相同 (2) 互逆 互否





1.3 充分条件与必要条件



学习目标

1. 了解充分条件、必要条件、充要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.



知识梳理

1. 充分条件和必要条件

一般地,如果已知 $p \Rightarrow q$, 我们称 p 是 q 的 _____ 条件, q 是 p 的 _____ 条件.

2. 充要条件

如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 此时 p 既是 q 的充分条件, 也是 q 的必要条件, 我们说 p 是 q 的 _____ 条件, 简称 _____ 条件, 记作 _____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 分别判断下列各组中, p 是否为 q 的充分条件或必要条件, 并说明理由.

(1) $p: x^2 = 2x, q: x = 0$;

(2) $p: \theta = \pi, q: \tan \theta = 0$;

(3) $p: a$ 是整数, $q: a$ 是自然数.

解 (1) 由于 $q: x = 0 \Rightarrow p: x^2 = 2x$, $p: x^2 = 2x \not\Rightarrow q: x = 0$,
所以 p 是 q 的必要条件.

(2) 由于 $p: \theta = \pi \Rightarrow q: \tan \theta = 0$, $q: \tan \theta = 0 \not\Rightarrow p: \theta = \pi$,
所以 p 是 q 的充分条件.

(3) 由于 $p: a$ 是整数 $\not\Rightarrow q: a$ 是自然数,
 $q: a$ 是自然数 $\Rightarrow p: a$ 是整数,
所以 p 是 q 的必要条件.

点拨 根据充分条件和必要条件的定义判断即可.

例 2 指出下列各组中的条件 p 是结论 q 的什么条件:

(1) $p: x = 3, q: (x-1)(x-3) = 0$;

(2) $p: x > 1, q: x > 3$;



$$(3) p: x=y, q: (x-y)^2=0.$$

解 (1)由条件 $x=3$ 成立能够推出结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立,因此 p 是 q 的充分条件;而由结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立不能够推出条件 $x=3$ 一定成立,因为当 $x=1$ 时, $(x-1)(x-3)=0$ 也成立,所以 p 不是 q 的必要条件,故 p 是 q 的充分不必要条件.

(2)由条件 $x>1$ 成立不能推出结论 $x>3$ 成立,如当 $x=2$ 时, $2>1$ 但 $2<3$,因此 p 不是 q 的充分条件;而由结论 $x>3$ 成立能够推出条件 $x>1$ 成立,所以 p 是 q 的必要条件,故 p 是 q 的必要不充分条件.

(3)由条件 $x=y$ 成立能够推出结论 $(x-y)^2=0$ 成立,而由结论 $(x-y)^2=0$ 成立也能够推出条件 $x=y$ 成立,因此 p 是 q 的充要条件.

点拨 在判断条件时,结合子集与推出关系来判断,可以少出错或不出错,尤其对于方程或不等式方面的题目.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 已知 $p: a \neq 0, q: ab \neq 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 充要条件

2. “ $a>0$ ”是“ $a>1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 充要条件

3. “ $x=y$ ”是“ $x^2=y^2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 充要条件

4. “ $a>b>0$ ”是“ $|a|>|b|$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 下列命题中是“ $x^2=4$ ”的充要条件的是 ()

- A. $x=2$
B. $x=-2$
C. $x=2$ 或 $x=-2$
D. $x=2$ 且 $x=-2$

二、填空题

6. 用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”填空.

(1) $x \in A$ _____ $x \in A \cup B$;

(2) 两个三角形全等 _____ 两个三角形相似;





(3) $ab=0$ _____ $a=0$.

7. 用“充分”“必要”填空.

(1) “ $x \in \mathbf{Z}$ ”是“ $x \in \mathbf{N}$ ”的 _____ 条件;

(2) “ x 是 4 的倍数”是“ x 是 2 的倍数”的 _____ 条件.

8. “ $x^2 - 2x > 0$ ”的充要条件是_____.

三、解答题

9. 命题 $p: x > 0, y < 0$, 命题 $q: x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$, 则 p 是 q 的什么条件?

10. p 是 q 的充分不必要条件, p 是 s 的充要条件, 那么 s 是 q 的什么条件?

能力提升

1. 已知 $p: x^2 - x < 0$, 那么命题 p 的一个充分条件是 ()

A. $0 < x < 2$ B. $-1 < x < 1$ C. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2} < x < 2$

2. “ $\lg x > \lg y$ ”是“ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ”的 _____ 条件. (填“充分”或“必要”)

3. 已知命题 $p: \frac{2x}{x-1} < 1$; 命题 $q: (x+a)(x-1) < 0$, 若 p 是 q 的充要条件, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. 充分 必要

2. 充分必要 充要 $p \Leftrightarrow q$



第一单元测试题

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

- 下列语句是命题的是 ()
 A. 3 是偶数吗? B. 三角形的内角和等于 180°
 C. 这里的景色真美啊! D. $x > 2$
- “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: |3x-5| < 4, q: (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列命题为真命题的是 ()
 A. 每一个二次函数的图像都开口向上 B. 存在一条直线与两条相交直线都平行
 C. 梯形的对角线相等 D. 有些菱形是正方形
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a < b$ ”是“ $ac^2 < bc^2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- “若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$ 或 $x = -1$ ”的否命题是 ()
 A. 若 $x^2 \neq 1$, 则 $x \neq 1$ 且 $x \neq -1$ B. 若 $x^2 = 1$, 则 $x \neq 1$ 且 $x \neq -1$
 C. 若 $x^2 \neq 1$, 则 $x \neq 1$ 或 $x \neq -1$ D. 若 $x^2 \neq 1$, 则 $x = 1$ 或 $x = -1$
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 在命题“若 $x+y$ 是奇数, 则 x, y 都是奇数”的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数为 ()
 A. 3 B. 2
 C. 1 D. 0
- 两条直线 $mx+y-n=0$ 与 $x+my+1=0$ 平行的充要条件是 ()
 A. $m=1$ 且 $n \neq 1$ B. $m=-1$ 且 $n \neq 1$
 C. $m = \pm 1$ D. $\begin{cases} m=1, \\ n \neq -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-1, \\ n \neq 1 \end{cases}$

10. 已知 p, q, r 是三个命题, 若 p 是 r 的充要条件且 q 是 r 的必要不充分条件, 那么 q 是 p 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

11. “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的 _____ 条件.

12. 设命题 $p: 3 \geq 2, q: 3\sqrt{2} \notin [2\sqrt{3}, +\infty)$, 则复合命题“ p 或 q ”“ p 且 q ”中为真命题的是

13. 已知命题 p : 对任意一个 $x \in \mathbf{R}$, $ax^2 + 2x + 3 > 0$, 如果命题 p 是真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 满足 $\tan \alpha = 1$ 的一个充分不必要条件是 $\alpha =$ (填一个角即可).

15. 若“ $x > 1$ ”是“ $x > a$ ”的充分条件, 则 a 的取值范围是_____.

16. 若命题甲“ $x \in [2, 5]$ ”和命题乙“ $x \in \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ ”中有且仅有一个是真命题, 则实数 x 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

17. 判断下列命题中, p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: x^2 \geq y^2, q: x \geq y$;
- (2) $p: x \in A \cup B, q: x \in A \cap B$;
- (3) $p: x > 3, q: x > 2$;
- (4) $p: a$ 是有理数, $q: a + 2$ 是有理数.



18. 写出由下列各组命题构成的“ p 且 q ”形式的复合命题,并判断真假.

(1) p : 1 是偶数; q : 1 是方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 的根;

(2) p : 长方形的对角线相等; q : 长方形的对角线互相垂直;

(3) p : $a + 1 > a$; q : π 不是有理数.

19. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

20. 已知 $p: -2 \leq x \leq 10$, $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.



(BSD)

数学同步提升与练习 (拓展模块一·上)

参考答案及解析

目 录

第一单元 充要条件(简易逻辑)	1
1.1 命题及简单的逻辑联结词	1
1.2 四种命题	1
1.3 充分条件与必要条件	2
第一单元测试题	2
第二单元 三角计算	3
2.1 和角公式	3
2.2 倍角公式	4
2.3 正弦型函数	5
2.4 解三角形	6
2.5 三角计算应用举例	8
第二单元测试题	10
第三单元 数列	11
3.1 数列的概念	11
3.2 等差数列	12
3.3 等比数列	12
3.4 数列的实际应用举例	13
第三单元测试题	14
第四单元 平面向量	15
4.1 平面向量的概念	15
4.2 平面向量的线性运算	16
4.3 平面向量的直角坐标系	17
4.4 平面向量的内积	17
第四单元测试题	18
第五单元 圆锥曲线	19
5.1 椭圆	19
5.2 双曲线	20
5.3 抛物线	21
第五单元测试题	22
第六单元 立体几何	23
6.1 平面的基本性质	23
6.2 直线与直线的位置关系	24
6.3 直线与平面的位置关系	24
6.4 平面与平面的位置关系	25
第六单元测试题	27
期末测试题	29

第一单元 充要条件 (简易逻辑)

1.1 命题及简单的逻辑联结词

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. C
2. B
3. C
4. D

二、填空题

5. p 或 q 解析:命题 p :“矩形有外接圆”为真命题,命题 q :“矩形有内切圆”为假命题,所以 p 或 q 为真命题; p 且 q 为假命题;非 p 为假命题.
6. ③ 解析:对于①:因为 $1 > 0$,所以对任意实数 x 均有 $x+1 > x$,故①为真命题;对于②:因为 $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$,所以不存在实数 x 使 $x^2 + x + 1 < 0$,故②为真命题;对于③:对于方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$, $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$,故方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 无实数根,所以③为假命题;对于④:当 $x=0$ 时, $|x|=x=0$,故存在 $x \in \mathbf{R}$ 使 $|x| \leq x$,即④为真命题.故答案为③.

三、解答题

7. 解:(1)不是.

(2)不是.

(3)不是.

(4)是,真命题.

(5)是,真命题.

(6)是,假命题.

8. 解:(1)是“ p 且 q ”形式的复合命题,其中 p :菱形的对角线互相垂直; q :菱形的对角线互相平分.

(2)是“ p 或 q ”形式的复合命题,其中 p :能被 5 整除的整数的个位数字为 5; q :能被 5 整除的整数的个位数字为 0.

(3)是“非 p ”形式的复合命题,其中 p : $\sqrt{2}$ 是无理数.

【能力提升】

解:(1)由 $x, y \in \mathbf{R}, x > y$,举例 $x = -1, y = -2$,则 $\sqrt{x}$ 和 $\sqrt{y}$ 无意义,故命题为假命题.

(2)由矩形的性质可知命题为真命题.

(3)由 $B \subseteq A$ 可知 B 是 A 的子集,所以 $B \subsetneq A$ 或 $B = A$,所以命题为真命题.

1.2 四种命题

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. B 解析:命题“若 $a+b=0$,则 $a=0$ 或 $b=0$ ”的否命题是“若 $a+b \neq 0$,则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ”.故选 B.
2. D 解析:对 A,D:逆命题与否命题均互为逆否命题,故逆命题与否命题的真假性一致,A 错误,D 正确;
对 B:逆命题与逆否命题互与否命题,但互与否命题的真假性无法判断,B 错误;
对 C:逆否命题与否命题互为逆命题,但互为逆命题的真假性无法判断,C 错误.
故选 D.

3. C 解析:①“若 $xy=1$,则 x, y 互为倒数”的逆命题“若 x, y 互为倒数,则 $xy=1$ ”是真命题,故①正确;
②“面积相等的三角形全等”的否命题“面积不相等的三角形不全等”是真命题,故②正确;
③ $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数解,则 $\Delta = 4 - 4m \geq 0$,解得 $m \leq 1$,所以“若 $m \leq 1$,则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数解”的逆否命题“若 $x^2 - 2x + m = 0$ 没有实数解,则 $m > 1$ ”是真命题,故③正确;
④若 $A \cap B = B$,则 $B \subseteq A$,故原命题为假命题,所以“若 $A \cap B = B$,则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题为假命题,故④错误.故选 C.

二、填空题

4. 若 $a^2 + b^2 < \frac{1}{2}$,则 $a+b \neq 1$ 解析:因为命题为“若 $a+b=1$,则 $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ”,所以其逆否命题为“若 $a^2 + b^2 < \frac{1}{2}$,则 $a+b \neq 1$ ”.

5. ①③ 解析:对于①,其否命题为“若 $x^2 + y^2 = 0$,则 x, y 都为零”,它是真命题,故①是真命题;
对于②,“正多边形都相似”的逆命题是“相似的多边形都是正多边形”,所以②是假命题;
对于③,因为当 $m > 0$ 时, $\Delta = 1 + 4m > 0$,所以“若 $m > 0$,则 $x^2 + x - m = 0$ 有实根”是真命题,所以它的逆否命题是真命题,即③是真命题.
故答案为①③.

三、解答题

6. 解: (1) 命题 p 的否命题为“若 $ac < 0$, 则二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 有解”.

(2) 命题 p 的否命题是真命题.

证明如下: 因为 $ac < 0$, 所以 $-ac > 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0$.

所以一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有实根, 则二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 有解.

所以命题 p 的否命题是真命题.

7. 解: 逆命题: 当 $c < 0$ 时, 若 $a < b$, 则 $ac > bc$, 真命题;

否命题: 当 $c < 0$ 时, 若 $ac \leq bc$, 则 $a \geq b$, 真命题;

逆否命题: 当 $c < 0$ 时, 若 $a \geq b$, 则 $ac \leq bc$, 真命题.

【能力提升】

解: (1) 若一个三角形是等腰三角形, 则其底边上的中线垂直于底边并且平分顶角. 该命题是真命题.

(2) 若 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 则 $x = 3$ 或 $x = -1$. 该命题是真命题.

(3) 已知 $x, y \in \mathbb{N}_+$, 若 $y = x + 1$, 则 $y = 3, x = 2$. 该命题是假命题.

1.3 充分条件与必要条件

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. B

2. B

3. A

4. A 解析: “ $a > b > 0$ ”能推出“ $|a| > |b|$ ”, 但是“ $|a| > |b|$ ”不一定推出“ $a > b > 0$ ”, 还可能推出“ $a < b < 0$ ”, 故“ $a > b > 0$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的充分不必要条件.

5. C

二、填空题

6. (1) $\Rightarrow$ (2) $\Rightarrow$ (3) $\Leftarrow$

7. (1) 必要 (2) 充分

8. $x > 2$ 或 $x < 0$ 解析: $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x - 2) > 0 \Leftrightarrow x > 2$ 或 $x < 0$.

三、解答题

9. 解: 若 $p: x > 0, y < 0$, 则 $q: x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 成立.

反之, 由 $x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 得 $\frac{y-x}{xy} > 0$.

由 $y - x < 0$, 得 $xy < 0$, 即 x, y 异号.

又 $x > y$, 得 $x > 0, y < 0$.

所以 p 是 q 的充要条件.

10. 解: 由 $p \Leftrightarrow s, p \Rightarrow q$, 知 $s \Rightarrow q$, 即 s 是 q 的充分不必要条件.

【能力提升】

1. C 解析: 由 $x^2 - x < 0$, 得 $0 < x < 1$, 运用集合的知识易知, 只有 C 中由 $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ 可以推出 $0 < x < 1$, 其余均不可, 故选 C.

2. 充分 解析: 由 $\lg x > \lg y \Rightarrow x > y > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > \sqrt{y}$. 而 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ 有可能出现 $x > 0, y = 0$ 的情况, 故 $\sqrt{x} > \sqrt{y} \Rightarrow \lg x > \lg y$. 故“ $\lg x > \lg y$ ”是“ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ”的充分条件.

3. 解: 因为 $\frac{2x}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-x+1}{x-1} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1, p \Leftrightarrow q$, 所以 $(x+a)(x-1) < 0$ 的解集是 $-1 < x < 1$, 故 $a = 1$.

第一单元测试题

一、选择题

1. B 解析: 对于 A: 命题是陈述句不是疑问句, A 错误;

对于 B: 这是陈述句, 同时对事件作出判断, 是命题, B 正确;

对于 C: 这是感叹句, 不是命题, C 错误;

对于 D: 这是一个数学不等式, 没有作出判断, 所以 D 错误. 故选 B.

2. A 解析: 方程 $x^2 = 4$ 的解为 $x = -2$ 或 $x = 2$, 所以“ $x = 2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

3. B 解析: 因为 $p: |3x - 5| < 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3, q: (x - 1)(x - 2) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

4. D 解析: 对于选项 A: 例如 $y = -x^2$, 其图像是开口向下的, 故 A 错误;

对于选项 B: 根据平行线的传递性可知: 一条直线与两条直线都平行, 则这两条直线也平行, 故 B 错误;

对于选项 C: 例如直角梯形的对角线不相等, 故 C 错误;

对于选项 D: 正方形也是菱形, 即有些菱形是正方形, 故 D 正确. 故选 D.

5. B 解析: 由 $ac^2 < bc^2$ 得 $a < b$. 当 $c = 0$ 时, $a < b$ 不能推出 $ac^2 < bc^2$, 所以“ $a < b$ ”是“ $ac^2 < bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

6. A 解析: 条件、结论都加以否定得否命题, “若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$ 或 $x = -1$ ”的否命题是“若 $x^2 \neq 1$, 则

$x \neq 1$ 且 $x \neq -1$ ”, 故选 A.

7. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$ 或 150° , 所以 “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $A = 30^\circ$ ” 的必要不充分条件. 故选 B.

8. D 解析: “若 $x+y$ 是奇数, 则 x, y 都是奇数” 是假命题, 可举出反例, 比如 $3+4=7$ 为奇数, 但 x, y 中一奇一偶, 故原命题为假命题, 则逆否命题也是假命题.

“若 $x+y$ 是奇数, 则 x, y 都是奇数” 的逆命题是 “若 x, y 都是奇数, 则 $x+y$ 是奇数”, 此为假命题, 因为若 x, y 都是奇数, 则 $x+y$ 为偶数, 故 “若 $x+y$ 是奇数, 则 x, y 都是奇数” 的否命题也是假命题.

综上, 真命题的个数为 0. 故选 D.

9. D 解析: 因为两直线平行, 故 $\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-n}{1}$, 解得

$$\begin{cases} m=1, \\ n \neq -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=-1, \\ n \neq 1. \end{cases}$$

10. B 解析: p 是 r 的充要条件且 q 是 r 的必要不充分条件, 故有 $p \Leftrightarrow r \Rightarrow q$, 即 $p \Rightarrow q, q \nRightarrow p$, 所以 q 是 p 的必要不充分条件.

二、填空题

11. 充分不必要 解析: 可通过画集合的 Venn 图得到 “ $x \in A \cap B$ ” 是 “ $x \in A \cup B$ ” 的充分不必要条件.

12. p 或 q 解析: 因为命题 $p: 3 \geq 2$ 为真命题, 命题 $q: 3\sqrt{2} \notin [2\sqrt{3}, +\infty)$ 为假命题, 所以 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 故答案为 p 或 q .

13. $(\frac{1}{3}, +\infty)$ 解析: 如果命题 p 是真命题, 则不等式 $ax^2 + 2x + 3 > 0$ 恒成立.

当 $a=0$ 时, $2x+3>0$, 解得 $x>-\frac{3}{2}$, 此时不等式

$ax^2 + 2x + 3 > 0$ 不恒成立;

当 $a \neq 0$ 时, 则 $\begin{cases} a > 0, \\ 2^2 - 12a < 0, \end{cases}$ 解得 $a > \frac{1}{3}$.

综上所述, a 的取值范围是 $(\frac{1}{3}, +\infty)$.

14. $\frac{\pi}{4}$ (答案不唯一) 解析: 由于 $\tan \alpha = 1$, 故 $\alpha = k\pi +$

$\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$, 取 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 显然, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ 是 $\tan \alpha = 1$ 的一个充分不必要条件.

15. $(-\infty, 1]$ 解析: 因为 $x > 1 \Rightarrow x > a$, 所以 $a \leq 1$.

16. $(-\infty, 1) \cup [2, 4] \cup (5, +\infty)$ 解析: 若甲命题为真, 乙命题为假, 则 $\begin{cases} 2 \leq x \leq 5, \\ 1 \leq x \leq 4, \end{cases}$ 可得 $2 \leq x \leq$

4, 即 $x \in [2, 4]$;

若甲命题为假, 乙命题为真, 则 $\begin{cases} x < 2 \text{ 或 } x > 5, \\ x < 1 \text{ 或 } x > 4, \end{cases}$

可得 $x < 1$ 或 $x > 5$, 即 $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$.

综上所述, 实数 x 的取值范围是 $(-\infty, 1) \cup [2, 4] \cup (5, +\infty)$.

三、解答题

17. 解: (1) 既不充分也不必要条件;

(2) 必要不充分条件;

(3) 充分不必要条件;

(4) 充要条件.

18. 解: (1) p 为假命题, q 为真命题.

p 且 q : 1 是偶数且是方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根, 是假命题.

(2) p 为真命题, q 为假命题.

p 且 q : 长方形的对角线相等或互相垂直, 是真命题.

(3) p 为真命题, q 为真命题.

p 且 q : $a+1 > a$ 且 π 不是有理数, 是真命题.

19. 解: $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$.

故 “ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ” 的充要条件为 “ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

20. 解: $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0) \Leftrightarrow [x - (1-m)][x - (1+m)] \leq 0$.

因为 $m > 0$, 所以不等式 $[x - (1-m)][x - (1+m)] \leq 0$ 的解集为 $1-m \leq x \leq 1+m$.

因为 p 是 q 的充分条件, 所以不等式 $-2 \leq x \leq 10$ 的解集是 $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ 解集的子集.

所以 $\begin{cases} 1-m \leq -2, \\ 1+m \geq 10, \end{cases}$ 解得 $m \geq 9$.

所以实数 m 的取值范围为 $[9, +\infty)$.

第二单元 三角计算

2.1 和角公式

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D

2. D 解析: 易得 $\sin A = \frac{4}{5}$, $\sin B = \frac{12}{13}$, 则 $\cos C =$

$$\cos[\pi - (A+B)] = -\cos(A+B) = \sin A \sin B -$$

$$\cos A \cos B = \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{33}{65}.$$