华腾新思®

四川省

中等职业学校**对口升学**考试系列用书

数学总复习

《数学总复习》编写组 编

编者阵容强大： 编者均系**资深教研员和重点中等职业学校**骨干教师

编写内容全面： 严格依据四川省中等职业学校对口升学**考试大纲**编写

配套数字化资源： 同步**数字化教材**，支持线上教学，配套**教学资料包**

智慧学习平台

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

四川省

中等职业学校对口升学考试系列用书

数学总复习

《数学总复习》编写组　编

本册主编　王　正　贾智俊

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

前言 PREFACE

通过多年的摸索与实践，普通高等学校对口招生考试越来越规范有序. 从考试内容和考试形式上来看，参加招生考试的考生将面临更大的挑战，多数考生为如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”备受困扰，亟须通过高效的学习来快速提升应试能力，在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络，我们特组织多所一线院校的任课教师，根据考试科目的大纲要求，深入研究了近几年四川省对口招生考试的命题情况，针对命题中出现的最新变化，精心编写了这套“四川省中等职业学校对口升学考试系列用书”，供广大考生在复习时使用.

本书是该系列丛书之《数学总复习》. 数学是对口招生考试的必考科目之一，其内容知识点较多、难度较大，也是考生备考的重点和难点所在. 本书在编写时紧扣《四川省普通高校职教师资和高职班对口招生统一考试数学考试大纲》，紧密结合真题，内容充实，结构严谨，要点突出，指导性强，是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书有以下鲜明特色：

1. 编写阵容强大，专为四川定制

编写组成员均系四川省中等职业学校的骨干教师，具体来自成都市工程职业技术学校、四川省广元市职业高级中学、成都汽车职业技术学校、德阳市罗江区职业高级中学、宜宾职业技术学校、四川省泸县建筑职业中专学校、德阳通用电子科技学校、天府新区航空旅游职业学院、四川省南充师范学校、四川省简阳市高级职业中学、四川省江安职业技术学校、德阳安装技师学院等重点学校. 编写组成员始终在教学第一线，常年从事中职对口升学考试的命题研究工作，对考试规律和命题形式有深入的研究，能够精准把握考试的命题趋势，在知识点的讲解和试题的选择上，符合四川省的要求.

2. 立足考试大纲，全面服务考生

本书是为参加四川省对口升学考试的考生量身定做的复习用书. 知识点的选取、题型、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲，体现出考试特色，做到既能把握考试的命题特点，又体现其发展趋势.

3. 合理编排，设计科学

本书对考点只进行归纳和整理，使之前复习过的零散知识形成有机整体，从而使考生掌握知识规律和技能，形成解题方法. 每章按照“考纲要求”—“命题趋势”—“知识结

构”—“真题在线”—“知识清单”—“典例解析”—“巩固练习”的框架编写.

“考纲要求”详细分析了考试大纲对每一知识点的要求.

“命题趋势”统计了近五年各考点的命题情况及分值,并对命题趋势进行了分析.

“知识结构”对本章知识点进行了总结.

“真题在线”从命题的角度对真题进行剖析,使考生准确把握考点,快速找到解题思路.

“知识清单”对每一个知识点、考点进行了细致的讲解.

“典例解析”对题目进行讲解,给出详细的解题思路.

“巩固练习”针对书中考点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

4. 配套齐全,全方位助力备考

本书配套《数学同步强化检测卷》和《数学考前冲刺模拟卷》.《数学同步强化检测卷》与本书的章节同步,是课堂练习和课后巩固的配套习题集.《数学考前冲刺模拟卷》立足真题,题型、题量和难度均符合四川省的实际情况,是考生考前模拟冲刺的重要复习资料.

衷心希望本套对口升学考试用书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位专家、同仁及读者不吝指正.

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学总复习》编写组

目录 CONTNETS

第一章
集合与条件

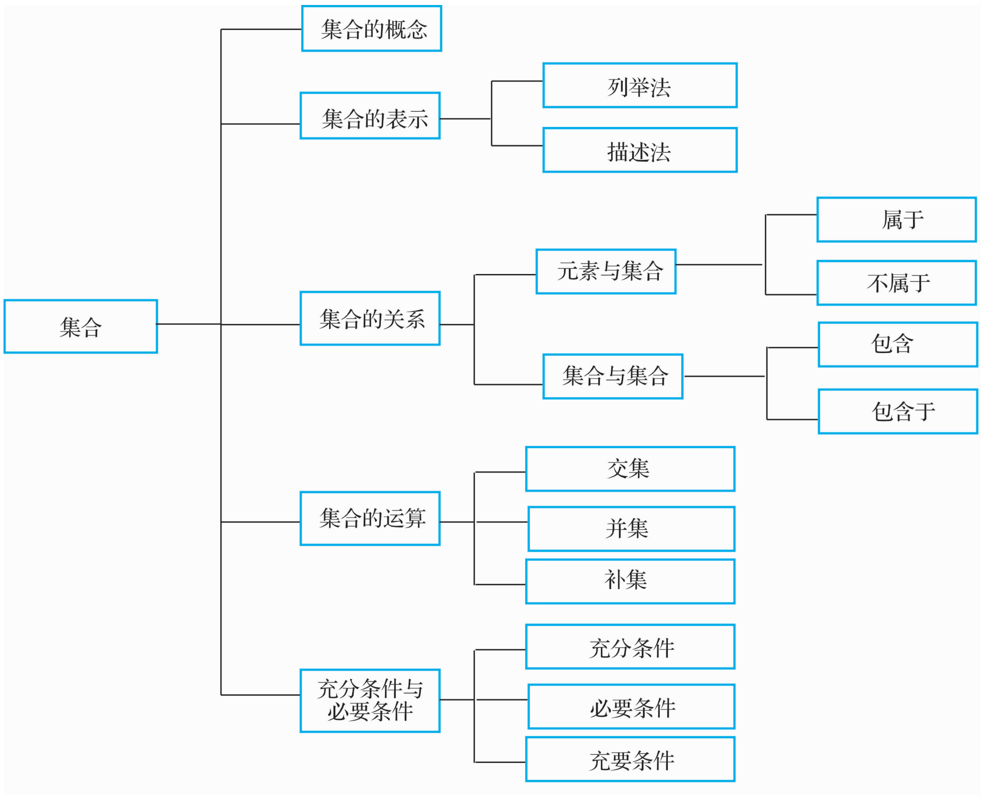
考纲要求

知识内容	考试层次要求		
	了　解	理　解	掌　握
集合的概念	√		
集合的表示法			√
集合之间的关系(子集、真子集、相等)			√
集合的运算(交、并、补)		√	
充要条件	√		

命题趋势

命题规律	考点	近几年常考题型及分值				
		2019	2020	2021	2022	2023
	集合的概念与运算	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分
	充要条件	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分	选择题,4 分
命题趋势	本章内容在历年真题中多以选择题形式出现(题目基本保持在两道),其分值比例约占 5%,要求不高,难度不大. 涉及的知识点有:集合间的关系;集合的运算;充分条件、必要条件与充要条件的判定定理. 常与不等式、函数、数列等内容相交汇					

知识结构



第一节 集 合

真题在线

1. (2019 年 · 四川对口升学)设集合 $A=\{-2,2\}$,$B=\{-1,2\}$,则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{2\}$　　B. $\{-2,-1\}$

C. $\{-2,2\}$　　D. $\{-2,-1,2\}$

2. (2020 年 · 四川对口升学)设集合 $M=\{-1,0,1,2\}$, $N=\{-2,0,1\}$, 则 $M\cap N=$(　　).

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

3. (2021 年 · 四川对口升学)设集合 $P=\{-1,0\}$,$Q=\{0,1,2\}$,则 $P\cup Q=$(　　).

A. $\{0\}$　　B. $\{-1,0\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

4. (2022 年 · 四川对口升学)设集合 $X=\{-1,0,1\}$,$Y=\{1,2\}$,则 $X\cap Y=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{1\}$

C. $\{-1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

5. (2023 年·四川对口升学)设集合 $M=\{1,2\}$，$N=\{0,1,2,3\}$，则 $M\cup N=$(　　).

A. $\{0,1\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

知识清单

知识点一　集合的概念与表示法

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体，便形成一个集合，常用大写的拉丁字母 A，B，C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素，常用小写字母 a，b，c 等来表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的一个元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 常用的集合

空集($\varnothing$)、正整数集($\mathbf{Z}^+$ 或 $\mathbf{N}^*$)、自然数集($\mathbf{N}$)、整数集($\mathbf{Z}$)、有理数集($\mathbf{Q}$)、实数集($\mathbf{R}$).

5. 集合的两种表示法

(1)列举法. 把集合的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫作列举法.

注意：用列举法表示集合时，要注意以下几点：

①元素之间用逗号“，”隔开.

②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).

③元素不能遗漏.

④当集合中的元素较少时用列举法比较简单；若集合中的元素较多或无限，但存在一定的规律性，在不发生误解的情况下，也可以用列举法表示.

(2)描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法称为描述法.

描述法表示的一般形式是 $\{x\mid p(x)\}$，其中“x”是集合中元素的代表形式，“$p(x)$”是集合中元素的共同特征，两者之间的竖线不可省略.

注意：用描述法表示集合时，要注意以下几点：

①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).

②写明集合中元素的特征或性质.

③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确，不产生歧义；多层描述时，应当准确使用“且”“或”等关联词.

④所有描述的内容都要写在大括号内.

⑤在不引起混淆的情况下，用描述法表示集合时也可以省去竖线和竖线左边的部分. 例如，正整数的集合可简记为{正整数}，但是，集合 $\{x\mid x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 x.

知识点二　集合间的关系

1. 子集

一般地，对于两个集合 A，B，如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素，就称集合 A 就叫作

集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$ 或者 $B\supseteq A$，读作"A 包含于 B"，或"B 包含 A".

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$.

性质：任何一个集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$；空集是任何集合的子集，即 $\varnothing\subseteq A$；对集合 A,B,C，若 $A\subseteq B,B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

注意：不能把子集说成由原来集合中的部分元素组成的集合，因为 A 的子集包括它本身，而这个子集由 A 的全体集合组成；空集也是 A 的子集，但这个子集中不包括 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，就称 A 是 B 的真子集（A 包含于 B 但不等于 B），记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

性质：空集是任何非空集合的真子集；对于集合 A,B,C，若 $A\subsetneqq B,B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

注意：元素与集合之间是属于关系，集合与集合之间是包含关系.

3. 集合相等

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$（A,B 的所有元素均相等）.

注意：(1)若两个集合相等，则两个集合所含元素完全相同，反之亦然.

(2)要判断两个集合是否相等，对于元素较少的有限集，主要看它们的元素是否完全相同；若是无限集，则从"互为子集"入手进行判断.

知识点三 集合的运算

1. 交集

一般地，由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x\mid x\in A 且 x\in B\}$.

性质：

(1)$A\cap B=B\cap A$.

(2)$A\cap A=A$.

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing$.

(4)$A\cap B\subseteq A,A\cap B\subseteq B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

2. 并集

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x\mid x\in A 或 x\in B\}$.

性质：

(1)$A\cup B=B\cup A$.

(2)$A\cup A=A$.

(3)$A\cup\varnothing=A$.

(4)$A\subseteq A\cup B,B\subseteq A\cup B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

(1)用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(见图 1-1)：

(2)借助数轴表示数集的交集、并集(见图 1-2)：

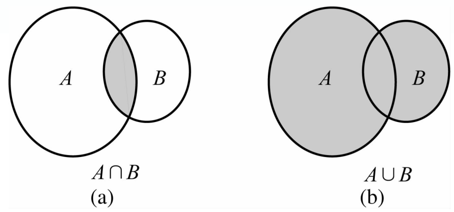


图 1-1

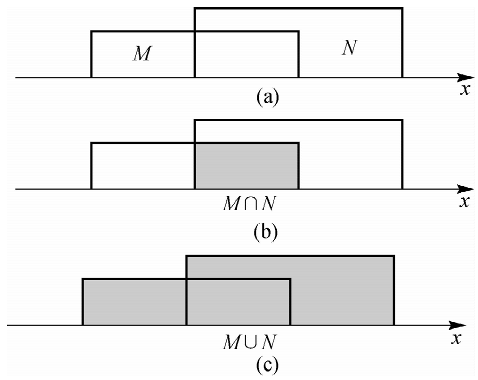


图 1-2

4. 全集

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，那么就称这个集合为全集，通常用 U 表示.

注意： 全集是一个相对的概念，在不同的情况下全集的概念也不同.

5. 补集

对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

性质：

(1) $\complement_U(\complement_U A)=A$.

(2) $\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U U=\varnothing$.

(3) $A\cup(\complement_U A)=U$.

(4) $A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

6. 常见的集合表示

(1)方程的解集：$\{x\mid x^2-3x+2=0\}$ 或 $\{1,2\}$，一般用列举法表示.

(2)方程组的解集：$\{(3,1)\}$ 或 $\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x-2y=1,\\x+3y=6\end{cases}\right.\right\}=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}\right.\right\}$，一般用后者表示.

(3)不等式的解集：$\{x\mid 3\leqslant x<5\}$ 或 $[3,5)$，一般用区间表示.

(4)点集：$\{(x,y)\mid y=2x+1\}$.

(5)具有某种性质的点集：$\{M\mid |PM|=a\}$（P 为定点）.

(6)三角函数中角的集合表示：$M=\{\alpha\mid 2k\pi<\alpha<2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.

典例解析

例 1 下列每组对象：

(1)我国著名的数学家；

(2)超过 10 的所有自然数；
(3)某校 2015 年招收的高个子学生；
(4)方程 $x^2-9=0$ 的实数解；
(5)在直角坐标平面内，第二象限的所有点.
其中能构成集合的是(　　).

A. (1)(2)(3)　　B. (2)(3)(4)
C. (2)(4)(5)　　D. (3)(4)(5)

【解析】 (1)“我国著名的数学家”不是一个明确的标准，不能构成一个集合；(3)“高个子学生”这一标准也不确定，无法判定某人是高还是矮，也不能构成集合. (2)(4)的对象是确定的；(5)的对象虽然有无限个，但它是确定的. 因此选 C.

【技巧点拨】 判断某组对象能否构成集合，关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的，不能模糊，否则无法判断.

变式训练 1

下列语句能构成集合的是(　　).

A. 我班个子高的男生　　B. 与 0 接近的全体实数
C. 大于 π 的自然数　　D. 优秀的中等职业学校

例 2 用列举法表示下列集合：
(1)$A=\{x|-2<x<5,x\in\mathbf{Z}\}$；
(2)$B=\{(x,y)|2x+y=5,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

【解析】 (1)$A=\{-1,0,1,2,3,4\}$；(2)$B=\{(0,5),(1,3),(2,1)\}$.

【技巧点拨】 掌握集合的两种表示方法.

变式训练 2

用合适的方法表示下列集合：
(1)$\{11,12,13,14,15,\cdots\}$；
(2)$\{1,4,9,16,25,36\}$.

例 3 设集合 $A=\{0\}$，下列结论正确的是(　　).

A. $A=0$　　B. $A=\varnothing$
C. $0\in A$　　D. $\varnothing\in A$

【解析】 本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

【技巧点拨】 正确理解符号 $\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\subsetneqq$ 的意义，是正确处理此类问题的关键.

变式训练 3

下列说法正确的有(　　)个.

①空集没有子集;②任何集合至少有两个子集;③空集是任何集合的真子集;④若$\varnothing \subsetneqq A$,则$A\neq\varnothing$.

A. 1　　　　B. 2

C. 3　　　　D. 4

例 4　已知集合$A=\{x|x^2-x-2=0\}$,$B=\{x|x^2-4x+p=0\}$,若$B\subseteq A$,求实数p的取值范围.

【解析】　由题意得$A=\{-1,2\}$,因为$B\subseteq A$,所以$B=\varnothing$或$B=\{-1\}$或$B=\{2\}$或$B=\{-1,2\}$.

又因为$B=\{x|x^2-4x+p=0\}$,所以$B=\{-1,2\}$不成立.

当$B=\varnothing$时,$\Delta=(-4)^2-4p=16-4p<0$,解得$p>4$;

当$B=\{-1\}$时,$\begin{cases}\Delta=16-4p=0.\\(-1)^2-4\times(-1)+p=0,\end{cases}$无解;

当$B=\{2\}$时,$\begin{cases}\Delta=16-4p=0,\\2^2-4\times 2+p=0,\end{cases}$解得$p=4$.

综上,实数p的取值范围是$p\in[4,+\infty)$.

【技巧点拨】　两个集合包含或相等关系的问题,通过建立方程(组),然后解出未知数,最后利用集合元素的特征进行检验即可.

变式训练 4

已知集合$A=\{1,1+m,1+2m\}$,$B=\{1,n,n^2\}$,其中,$m,n\in\mathbf{R}$,若$A=B$,求m,n的值.

例 5　已知集合$A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$,则$A$中元素的个数为(　　).

A. 9　　　　B. 8　　　　C. 5　　　　D. 4

【解析】　由$x^2+y^2\leqslant 3$,知$-\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{3}$,$-\sqrt{3}\leqslant y\leqslant\sqrt{3}$. 又$x\in\mathbf{Z}$,$y\in\mathbf{Z}$,所以$x\in\{-1,0,1\}$,$y\in\{-1,0,1\}$. 所以$A$中元素的个数为9.

【技巧点拨】　对于求解集合中元素个数的题目,首先求出集合,然后根据集合中元素的互异性求出集合中元素的个数,或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.

变式训练 5

已知集合 $A=\{1,2,4\}$，集合 $B=\{x|x=a+b,a\in A,b\in A\}$，则集合 B 中元素的个数为______.

例 6 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|0\leqslant x<2\}$，集合 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$\complement_U A\cap B$.

【解析】 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$，$\complement_U A=\{x|x<0$ 或 $x\geqslant 2\}$，所以 $A\cap B=\{x|0\leqslant x<2\}$，$A\cup B=\{x|-1<x<3\}$，$\complement_U A\cap B=\{x|-1<x<0$ 或 $2\leqslant x<3\}$.

【技巧点拨】 考查对集合运算的理解及性质的运用.

变式训练 6

设全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$\complement_U A\cup\complement_U B$.

例 7 已知集合 $M=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$N=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

【解析】 如图 1-3 所示，要使 $M\cap N=\varnothing$，必须满足 $\begin{cases}a+3\leqslant 5,\\ a\geqslant -1,\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant a\leqslant 2$，所以实数 a 的取值范围为 $\{a|-1\leqslant a\leqslant 2\}$.

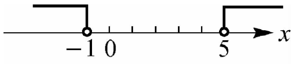


图 1-3

【技巧点拨】 解题时利用数轴表示集合，便于寻求满足条件的实数 a. 特别需要注意的是“端点值”的问题，是能取“=”还是不能取“=”.

变式训练 7

已知 $A=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x|x>1$ 或 $x<-6\}$.

(1)若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2)若 $A\cup B=B$，求 a 的取值范围.

例 8 已知 U 为全集,集合 $M\subsetneqq U$,$N\subsetneqq U$,且 $N\subseteq M$,则(　　).

A. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U N)$　　B. $(\complement_U M)\supseteq N$

C. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U N)$　　D. $M\supseteq(\complement_U N)$

【解析】 根据各集合之间的关系作图(如图 1-4),这样就很容易做出判断,故选 C.

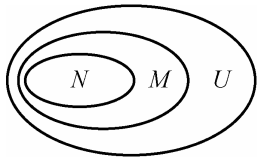


图 1-4

【技巧点拨】 (1)考虑集合之间的关系,用图形解答比较方便.

(2)在数学中利用"数形结合"的思想,往往能使问题简单化.

变式训练 8

已知 U 为全集,M,N 为两个非空集合,且满足 $M\cap N=M$,则下列正确的是(　　).

A. $M\subsetneqq N$　　B. $N\subsetneqq M$

C. $M=N$　　D. $M\cap(\complement_U N)=\varnothing$

巩固练习

基础训练

一、选择题

1. 下列命题所列对象中能组成集合的是(　　).

A. 好人　　B. 非常小的数

C. 有趣的书　　D. 小于 5 的数

2. 给出下面四个关系:①$0\in\mathbf{Q}$;②$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$;③$\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}$;④$\varnothing\subsetneqq\{0\}$,其中正确的个数为(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

3. 用列举法表示集合 $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 的结果是(　　).

A. $(1,2)$　　B. $1,2$

C. $\{1,2\}$　　D. 以上都不是

4. 集合 $\{1,2,3,4\}$ 所有子集的个数是(　　).

A. 8　　B. 14　　C. 15　　D. 16

5. 下列选项中表述正确的是(　　).

A. 由 1,3,5,7,5,3 组成的集合中有 6 个元素

B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合

C. 集合 $\{0\}$ 是空集

D. 一年级(3)班的所有同学可以组成集合

6. 用列举法表示"大于 2 且小于 9 的偶数的全体"构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$

C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

二、填空题

1. 用适当的符号($\in,\notin,\subseteq,\supseteq,=$)填空.

3 ________ $\{2,3\}$； π ________ $\mathbf{Q}$； $\{1,2,3\}$ ________ $\mathbf{Z}$；

$\mathbf{N}^*$ ________ $\mathbf{Z}$； $\{-3,3\}$ ________ $\{x|x^2=9\}$；

2. 绝对值等于1的所有整数组成的集合是________.

3. 已知集合 $P=\{x|2<x<a,x\in\mathbf{N}\}$，且集合 P 中恰有3个元素，则整数 $a=$________.

4. 下列六个关系式：①$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$；②$\{a,b\}=\{b,a\}$；③$0=\varnothing$；④$0\in\{0\}$；⑤$\varnothing\in\{0\}$；⑥$\varnothing\subseteq\{0\}$. 其中正确的个数为________.

三、解答题

1. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，集合 $B=\{x|x=ab,a\in A,b\in A\}$.

(1)用列举法写出集合 B；

(2)判断集合 B 的元素和集合 A 的关系.

2. 写出集合$\{-3,-1,1,3\}$的所有子集，并指出哪些是真子集.

3. 已知集合$\{1,a,b\}$与$\{-1,-b,1\}$是同一集合，求实数 a,b 的值.

4. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x \mid x^2-x-2=0\}$，$B=\{x \mid |x|=y+1, y\in A\}$，求 $\complement_U B$.

提升训练

1. 满足 $\{a,b\}\subsetneqq A\subseteq\{a,b,c,d,e\}$ 的集合 A 的个数是（　　）.

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

2. 已知集合 $A=\{x \mid ax^2+2x+1=0, x\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 A 中只有一个元素，求 a 的值；

(2)若 A 中恰有两个元素，求 a 的取值范围；

(3)若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x \mid ax+2=0\}$，且 $B\subseteq A$，求实数 a 的值组成的集合.

第二节　充要条件

真题在线

1. (2019 年・四川对口升学)“$x>0$”是“$x>1$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. (2020 年・四川对口升学)已知 $\alpha\in\mathbf{R}$，则“$\sin\alpha=\frac{1}{2}$”是“$\alpha=\frac{\pi}{6}$”的(　　).

A. 充要条件　　B. 既不充分也不必要条件
C. 必要不充分条件　　D. 充分不必要条件

3. (2021 年・四川对口升学)已知 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是 $|a|>|b|$ 的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. (2022 年・四川对口升学)设 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是“$a|a|+2a>b|b|+2b$”的(　　).

A. 充分且不必要条件　　B. 必要且不充分条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. (2023 年・四川对口升学)设 a,b,c,d 是实数，则“a,b,c,d 成等差数列”是“$a+d=b+c$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

知识清单

1. 命题的概念

在数学中，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句称为命题. 正确的命题称为真命题，记作 T；错误的命题称为假命题，记作 F. T 和 F 称为命题的真值(有的书上用 0 和 1 作为命题的真值). p 与 q 为等值的命题记作 $p=q$.

2. 必要条件的定义

(1)对于两个命题 p,q，如果有 $p\Rightarrow q$，则称 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

注意：p 是 q 的充分条件，是指只要具备了条件 p，那么 q 就一定成立，即命题中的条件是充分的；q 是 p 的必要条件，是指如果不具备条件 q，则 p 就不能成立，即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

(2)如果 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，即 $p=q$，则 p 是 q 的充分且必要条件，简称充要条件.

注意：(1)当 $p\Leftrightarrow q$ 时，也称 p 与 q 是等价的.

(2)与充要条件等价的词语有：“当且仅当”“等价于”“有且只有”“必需且只需”“……，反过来也成立”等.

3. 必要条件的判断方法

(1)从逻辑推理关系上判断(定义法).

①若 $p\Rightarrow q$ 但 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件.

②若 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要不充分条件.

③若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件.

④若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2)从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法).设命题 p 对应的集合为 A，命题 q 对应的集合为 B.

①若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的充分不必要条件.

②若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的必要条件；若 $A\supsetneqq B$，则 p 是 q 的必要不充分条件.

③若 $A\subseteq B$ 且 $A\supseteq B$，即 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件.

④若 $A\nsubseteq B$ 且 $A\nsupseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

典例解析

例 1 已知 p：$|3x-5|<4$，q：$(x-1)(x-2)<0$，则 p 是 q 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解析】 p：$|3x-5|<4\Rightarrow p$：$\frac{1}{3}<x<3$，q：$(x-1)(x-2)<0\Rightarrow q$：$1<x<2$. 所以 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$，所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

【技巧点拨】 判断充分必要条件时，先要分清条件和结论，进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系. 常用的判断法：定义法和集合法.

变式训练 1

设命题甲为 $0<x<5$，命题乙为 $|x-2|<3$，那么甲是乙的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

例 2 已知集合 $A=\left\{y\,\middle|\,y=x^2-\frac{3}{2}x+1,x\in\left[\frac{3}{4},2\right]\right\}$，$B=\{x\mid x+m^2\geqslant 1\}$，$p$：$x\in A$，$q$：$x\in B$，并且 p 是 q 的充分条件，求实数 m 的取值范围.

【解析】 由题意得 $A=\left[\frac{7}{16},2\right]$，$B=[1-m^2,+\infty)$，

由于 p 是 q 的充分条件，

所以 $A\subseteq B$，所以 $1-m^2\leqslant\frac{7}{16}$，

解得 $m\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $m\leqslant-\frac{3}{4}$，

即实数 m 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$.

【技巧点拨】 本题主要考查集合的运算，以及充要条件的判断，根据不等式之间的关系是解题的关键.

变式训练 2

已知 $p:x^2-2x-3<0$，$q:-a<x-1<a$. 若 q 是 p 的一个必要不充分条件，求实数 a 的取值范围.

巩固练习

基础训练

一、选择题

1. "$x<-2$"是"不等式 $x^2-4>0$ 成立"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. "$A\cap B=A$"是"$A\subseteq B$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要不充分条件，则甲是乙的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. "$|x|\geqslant 1$"是"$x\geqslant 1$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. "$\alpha=\frac{\pi}{4}$"是"$\tan\alpha=1$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

二、解答题

1. 判断下列问题中，p 是 q 的什么条件.

(1) $p:x^2\geqslant y^2$，$q:x\geqslant y$.

(2) $p:x\in A\cup B$，$q:x\in A\cap B$；

(3) $p:x>3$，$q:x>2$；

(4) $p:a$ 是有理数，$q:a+2$ 是有理数.

2. 求一个对于一切实数 x 都有 $ax^2-ax+1>0$ 成立的充要条件.

提升训练

已知 p:$-2\leqslant x\leqslant 10$,$q$:$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$,若 p 是 q 的充分不必要条件,求实数 m 的取值范围.

四川省中等职业学校对口升学考试系列用书

数学总复习
参考答案及解析

《数学总复习》编写组

目　　录

第一章　集合与条件

第一节　集　　合

【真题在线】

1. D　**解**:$A\cup B=\{-2,-1,2\}$.
2. B　**解**:由交集的定义可得 $M\cap N=\{0,1\}$,故选 B.
3. D　**解**:由并集的定义可得 $P\cup Q=\{-1,0,1,2\}$,故选 D.
4. B　**解**:由交集的定义可得 $X\cap Y=\{1\}$,故选 B.
5. D　**解**:$M\cup N=\{1,2\}\cup\{0,1,2,3\}=\{0,1,2,3\}$. 故选 D.

【典例解析】

变式训练 1 C　**解**:由集合元素的确定性可知,“个子高”“与 0 接近”“优秀的”都是不确定的,故选 C.

变式训练 2

解:(1)$11,12,13,14,15,\cdots=\{x\mid x=n+10,n\in\mathbf{N}^*\}$.

(2)$\{1,4,9,16,25,36\}=\{x\mid x=n^2,1\leqslant n\leqslant 6$ 且 $n\in\mathbf{Z}\}$.

变式训练 3 A　**解**:由空集的性质可知,①、②、③是错误的,④是正确的,故选 A.

变式训练 4

解:因为 $A=B$,所以$\begin{cases}1+m=n,\\1+2m=n^2\end{cases}$ 或$\begin{cases}1+m=n^2,\\1+2m=n.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}m=0,\\n=1\end{cases}$ 或$\begin{cases}m=-\dfrac{3}{4}\\n=-\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

当 $m=0,n=1$ 时,集合元素不满足互异性,应舍去. 所以 $m=-\dfrac{3}{4},n=-\dfrac{1}{2}$.

变式训练 5 6　**解**:由题意可知 $B=\{2,3,4,5,6,8\}$,个数为 6.

变式训练 6

解:$A\cap B=\{2,3\}$,$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$,

$\complement_U A=\{4\}$,$\complement_U B=\{0,1\}$,所以$\complement_U A\cup\complement_U B=\{0,1,4\}$.

变式训练 7

解:(1)由题意得$\begin{cases}a+3\leqslant 1,\\a\geqslant -6,\end{cases}$解得$-6\leqslant a\leqslant -2$. 所以 a 的取值范围为$\{a\mid -6\leqslant a\leqslant -2\}$.

(2)由题意得 $a+3<-6$ 或 $a>-1$,解得 $a>-1$ 或 $a<-9$. 所以 a 的取值范围为$\{a\mid a>-1$ 或 $a<-9\}$.

变式训练 8 D　**解**:根据各集合之间的关系作图,即可做出判断.

【巩固练习】

基础训练

一、选择题

1. D　**解**:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的,故选 D.

2. A　**解**:正确理解符号$\in$,$\notin$,$\subseteq$,$\subsetneqq$的意义.

3. C　**解**:掌握集合的两种表达方法.

4. D　**解**:子集的个数是 2^n 个.

5. D　**解**:掌握集合的概念及其特征.

6. B

二、填空题

1. $\in$;$\notin$;$\subseteq$;$\subseteq$;$=$

2. $\{-1,1\}$

3. 6　**解**:根据集合元素的特征可知集合 $P=\{3,4,5\}$,故 $a=6$.

4. 4　**解**:①②④⑥正确.

三、解答题

1. **解**:(1)$B=\{0,1,2,4\}$,

(2)因为集合 A 中的元素都在集合 B 中,所以 $A\subseteq B$.

2. **解**:子集:$\varnothing$,$\{-3\}$,$\{-1\}$,$\{1\}$,$\{3\}$,$\{-3,-1\}$,$\{-3,1\}$,$\{-3,3\}$,$\{-1,1\}$,$\{-1,3\}$,$\{1,3\}$,$\{-3,-1,1\}$,$\{-3,-1,3\}$,$\{-3,1,3\}$,$\{-1,1,3\}$,$\{-3,-1,1,3\}$;

真子集:$\varnothing$,$\{-3\}$,$\{-1\}$,$\{1\}$,$\{3\}$,$\{-3,-1\}$,$\{-3,1\}$,$\{-3,3\}$,$\{-1,1\}$,$\{-1,3\}$,$\{1,3\}$,$\{-3,-1,1\}$,$\{-3,-1,3\}$,$\{-3,1,3\}$,$\{-1,1,3\}$.

3. **解**:因为集合$\{1,a,b\}$与$\{-1,-b,1\}$是同一集合,

所以$\begin{cases}a=-1,\\b=-b\end{cases}$或$\begin{cases}a=-b,\\b=-1.\end{cases}$

若 $a=-1$,$b=-b=0$,符合题意;

若 $a=-b$,$b=-1$,则 $a=1$,不合题意,舍去.

综上,$a=-1$,$b=0$.

4. **解**:因为 $A=\{x\mid x^2-x-2=0\}=\{-1,2\}$,$y\in A$,所以当 $y=-1$ 时,$x=0$;当 $y=2$ 时,$x=\pm3$,所以 $B=\{-3,0,3\}$.

所以$\complement_U B=\{x\mid x\neq-3$ 且 $x\neq0$ 且 $x\neq3\}$.

提升训练

1. C　**解**:确定集合 A 中元素的组成情况即可.由已知得集合必含 a,b,且至少有一个不同于 a,b 的元素,符合条件的集合共 7 个.

2. **解**:(1)若 A 中只有一个元素,分两种情况讨论:

当 $a=0$ 时,$A=\{x\mid 2x+1=0\}=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

当 $a\neq0$ 时,则 $ax^2+2x+1=0$ 有两个相等的根,即 $\Delta=4-4a=0$,解得 $a=1$.所以 $a=0$

或 $a=1$,A 中只有一个元素.

(2)若 A 中恰有两个元素,则 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的根,即 $\begin{cases}a\neq 0,\\ \Delta=4-4a>0,\end{cases}$ 解得 $a<1$.所以 $a<1$,且 $a\neq 0$ 时,A 中恰有两个元素.

(3)若 A 中至多只有一个元素包含两种情况:A 中只有一个元素或 A 为 $\varnothing$.

由(1)可知 $a=0$ 或 $a=1$,A 中只有一个元素.

若 A 为 $\varnothing$,则 $ax^2+2x+1=0$ 无解,即 $\begin{cases}a\neq 0,\\ \Delta=4-4a<0,\end{cases}$ 解得 $a>1$.所以当 $a\geqslant 1$ 或 $a=0$ 时,A 中至多只有一个元素.

3.**解**:$A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$.

因为 $B\subseteq A$,所以 B 为 $\varnothing$、$\{1\}$ 或 $\{2\}$.当 B 为 $\varnothing$ 时,$a=0$;当 B 为 $\{1\}$ 时,$a=-2$;当 B 为 $\{2\}$ 时,$a=-1$.所以实数 a 的值组成的集合为 $\{-2,-1,0\}$.

第二节　充要条件

【真题在线】

1.B　**解**:举特殊值 $x=0.5$,所以"$x>0$"是"$x>1$"的必要不充分条件.

2.C　**解**:由 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ 无法推出 $\alpha=\frac{\pi}{6}$,但是由 $\alpha=\frac{\pi}{6}$ 能推出 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$,所以"$\sin\alpha=\frac{1}{2}$"是"$\alpha=\frac{\pi}{6}$"的必要不充分条件.

3.D　**解**:"$a>b$"推不出"$|a|>|b|$",例如 $a=1,b=-3$,满足"$a>b$",但是 $|1|<|-3|$;"$|a|>|b|$"推不出"$a>b$",例如 $a=-3,b=1$,满足"$|a|>|b|$",但是 $-3<1$,所以"$a>b$"是"$|a|>|b|$"的既不充分也不必要条件.

4.C　**解**:当 $a>b$ 时,

①若 $a>b>0$,则 $(a|a|+2a)-(b|b|+2b)=(a^2+2a)-(b^2+2b)=(a+b+2)(a-b)>0$;

②若 $a>0,b<0$,则 $(a|a|+2a)-(b|b|+2b)=(a^2+2a)-(-b^2+2b)=a^2+b^2+2(a-b)>0$;

③若 $0>a>b$,则 $(a|a|+2a)-(b|b|+2b)=(-a^2+2a)-(-b^2+2b)=[2-(a+b)]\cdot(a-b)>0$.

综上可得"$a>b$"能推出"$a|a|+2a>b|b|+2b$".

当 $a|a|+2a>b|b|+2b$ 时,

①若 $a>0,b>0$,则 $a|a|+2a>b|b|+2b$ 等价于 $a^2+2a>b^2+2b$,即 $(a+b)(a-b)+2(a-b)>0$,化为 $(a+b+2)(a-b)>0$,因为 $a+b+2>0$,所以 $a-b>0$,即 $a>b$;

②若 $a<0,b<0$,则 $a|a|+2a>b|b|+2b$ 等价于 $-a^2+2a>-b^2+2b$,即 $-(a+b)(a-b)+2(a-b)>0$,化为 $[2-(a+b)](a-b)>0$,因为 $2-(a+b)>0$,所以 $a-b>0$,即 $a>b$;

③若 $a>0,b<0$,则 $a|a|+2a>b|b|+2b$ 等价于 $a^2+2a>-b^2+2b$,即 $a^2+b^2+2(a-b)>0$,符合要求,且显然 $a>b$;

④若 $a<0,b>0$,则 $a|a|+2a>b|b|+2b$ 等价于 $-a^2+2a>b^2+2b$,即 $a^2+b^2+2(b-a)<$

0,不成立.

综上可得“$a|a|+2a>b|b|+2b$”能推出“$a>b$”.

所以“$a>b$”是“$a|a|+2a>b|b|+2b$”的充要条件.

5. A **解**:根据等差数列的性质,由“a,b,c,d 成等差数列”可以推出“$a+d=b+c$”;若 $a+d=b+c$,如 0,-1,2,1 满足 $a+d=b+c$,但 a,b,c,d 不成等差数列. 所以“a,b,c,d 成等差数列”是“$a+d=b+c$”的充分不必要条件. 故选 A.

【典例解析】

变式训练 1 A **解**:解不等式 $|x-2|<3$ 得 $-1<x<5$. 因为 $0<x<5\Rightarrow -1<x<5$,但 $-1<x<5 \nRightarrow 0<x<5$,所以甲是乙的充分不必要条件,故选 A.

变式训练 2

解:因为 p:$x^2-2x-3<0\Leftrightarrow -1<x<3$,

q:$-a<x-1<a$,$1-a<x<1+a$,且 $a>0$.

由于 q 是 p 的一个必要不充分条件,则 $\{x\mid -1<x<3\}\subsetneqq\{x\mid 1-a<x<1+a\}(a>0)$,

所以 $\begin{cases}1-a\leqslant -1,\\1+a\geqslant 3,\end{cases}$ 解得 $a\geqslant 2$,即实数 a 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

【巩固练习】

基 础 训 练

一、选择题

1. A **解**:$x<-2\Rightarrow x^2-4>0$,而 $x^2-4>0 \nRightarrow x<-2$,所以答案选 A.

2. C **解**:$A\cap B=A\Rightarrow A\subseteq B$,而 $A\subseteq B\Rightarrow A\cap B=A$. 所以答案选 C.

3. A **解**:根据题意,甲$\Rightarrow$乙,乙$\Leftrightarrow$丙,丙$\Rightarrow$丁,所以甲$\Rightarrow$丁. 答案选 A.

4. B **解**: $x\geqslant 1\Rightarrow |x|\geqslant 1$,而 $|x|\geqslant 1 \nRightarrow x\geqslant 1$,所以答案选 B.

5. A **解**: $\alpha=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow \tan\alpha=1$,而 $\tan\alpha=1 \nRightarrow \alpha=\dfrac{\pi}{4}$,所以答案选 A.

二、解答题

1. **解**:(1)既不充分也不必要条件;

(2)必要不充分条件;

(3)充分不必要条件;

(4)充要条件.

2. **解**:分两种情况进行讨论:

当 $a=0$ 时,不等式 $1>0$ 恒成立;

当 $a\neq 0$ 时,对于一切实数 x 都有 $ax^2-ax+1>0$ 成立,则 $a^2-4a<0$,解得 $0<a<4$.

综上所述,a 的取值范围为 $0\leqslant a<4$.

提 升 训 练

解:q:$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)\Leftrightarrow[x-(1-m)][x-(1+m)]\leqslant 0$.

因为 $m>0$,所以不等式 $[x-(1-m)][x-(1+m)]\leqslant 0$ 的解集为 $1-m\leqslant x\leqslant 1+m$.

因为 p 是 q 的充分不必要条件，所以不等式 $-2\leqslant x\leqslant 10$ 的解集是 $x^2-2x+1-m^2\leqslant 0$ $(m>0)$ 解集的子集.

所以 $\begin{cases}1-m\leqslant -2,\\ 1+m\geqslant 10\end{cases}\Rightarrow m\geqslant 9$.

所以实数 m 的取值范围为 $[9,+\infty)$.

第二章　不　等　式

第一节　不等式的基本性质及区间

【典例解析】

变式训练 1

解:(1)因为 $(a+1)(a+3)-(a-1)(a+5)=a^2+4a+3-(a^2+4a-5)=8>0$,

所以 $(a+1)(a+3)>(a-1)(a+5)$.

(2)因为 $a^2+10-6a=(a-3)^2+1>0$，所以 $a^2+10>6a$.

变式训练 2 D　**解**：取特殊值代入验证，令 $a=10,b=5,c=2$，可知选项 A、选项 B、选项 C 正确，选项 D 错误，所以答案选 D.

变式训练 3

解:设 $z=2x-3y=a(x+y)+b(x-y)$.

因为 $\begin{cases}a+b=2,\\ a-b=-3,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2},\\ b=\dfrac{5}{2}.\end{cases}$

又因为 $-2<-\frac{1}{2}(x+y)<\frac{1}{2}$，$5<\frac{5}{2}(x-y)<\frac{15}{2}$，所以 $3<-\frac{1}{2}(x+y)+\frac{5}{2}(x-y)<8$，即 $3<2x-3y<8$.

【巩固练习】

基 础 训 练

一、选择题

1. A　**解**:作差法，$(x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)=x^2>0$，所以选 A.
2. D　**解**:取特殊值法.
3. C
4. A
5. D
6. C

二、填空题

1. $<$，$<$

巍巍交大　百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn

丛书策划　李　松
责任编辑　李　松　胡思佳
封面设计　黄燕美

四川省

中等职业学校对口升学考试系列用书

语　文

书　名	出版社	定　价
语文总复习	上海交通大学出版社	68.00
语文同步强化检测卷	上海交通大学出版社	42.00
语文考前冲刺模拟卷	上海交通大学出版社	38.00

数　学

书　名	出版社	定　价
数学总复习	上海交通大学出版社	58.00
数学同步强化检测卷	上海交通大学出版社	48.00
数学考前冲刺模拟卷	上海交通大学出版社	39.00

英　语

书　名	出版社	定　价
英语总复习	上海交通大学出版社	58.00
英语同步强化检测卷	上海交通大学出版社	39.00
英语考前冲刺模拟卷	上海交通大学出版社	48.00

ISBN 978-7-313-22718-8
9 787313 227188 >
定价：58.00元