

中等职业学校公共基础课程辅导用书

# 数学 同步提升与练习

拓展模块1·上



中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学 同步提升与练习 拓展模块1·上

主编 李莉



定价: 29.90元

选题策划: 胡志平  
责任编辑: 张昕  
封面设计: 刘文东

哈尔滨工程大学出版社  
Harbin Engineering University Press

# 数学 同步提升与练习

拓展模块1·上

主编 李莉



哈尔滨工程大学出版社  
Harbin Engineering University Press

中等职业学校公共基础课程辅导用书

# 数 学

## 同步提升与练习

拓展模块1 · 上

主 编 李 莉



哈爾濱工程大學出版社  
Harbin Engineering University Press

## 内 容 简 介

本书按照教材《数学 拓展模块一(上册)》的章节顺序进行编写。“知识脉络”模块对本章知识点进行了总结。“学习目标”模块参照考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。“知识梳理”模块通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。“典型例题”模块对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。“巩固练习”模块分为基础巩固和能力提升两部分,通过自我检测,使学生做到及时查缺补漏,确保当堂内容当堂清。每章后配有章节测试题,既能强化学生对相应章节知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,培养学生的数学思想及解题技巧。

本书可作为广大中等职业学校学生的学习用书,也可作为教师教学的参考资料。

## 图书在版编目(CIP)数据

数学同步提升与练习 : 拓展模块 1. 上 / 李莉主编  
. — 哈尔滨 : 哈尔滨工程大学出版社, 2022. 8(2023. 10 重印)  
ISBN 978-7-5661-3669-5

I. ①数… II. ①李… III. ①数学课 - 中等专业学校  
- 教学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 148739 号

## 数学同步提升与练习(拓展模块 1 · 上)

SHUXUE TONGBU TISHENG YU LIANXI (TUOZHAN MOKUAI 1 · SHANG)

选题策划 胡志平

责任编辑 张 昕

封面设计 刘文东

---

出版发行 哈尔滨工程大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号  
邮政编码 150001  
发 行 电 话 0451-82519328  
传 真 0451-82519699  
经 销 新华书店  
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司  
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16  
印 张 9.5  
字 数 180 千字  
版 次 2022 年 8 月第 1 版  
印 次 2023 年 10 月第 3 次印刷  
定 价 29.90 元  
<http://www.hrbeupress.com>  
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

---



# 前言

## PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是国家脱贫攻坚的需要,是国家社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程改革规划新教材《数学 拓展模块一(上册)》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本章知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。

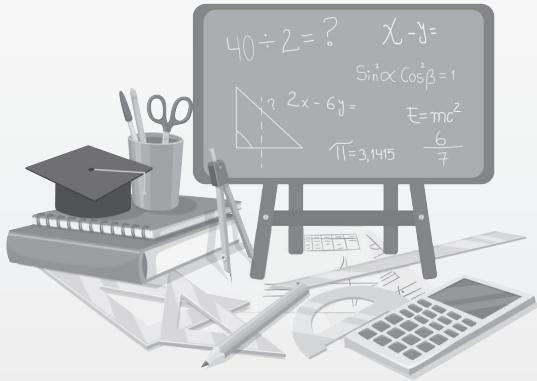
巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分,通过自我检测,使学生做到及时查缺补漏,确保当堂内容当堂清。

章节测试题——通过章节测试,既能强化学生对相应章节知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,培养学生的数学思想和解题技巧。

由于编者学术水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编 者





# 目录

## CONTENTS

### 第1章 充要条件

1

1.1 充分条件和必要条件 .....	1
1.2 充要条件 .....	4
第1章测试题 .....	6

### 第2章 平面向量

9

2.1 向量的概念 .....	9
2.2 向量的线性运算 .....	13
2.2.1 向量的加法运算 .....	13
2.2.2 向量的减法运算 .....	16
2.2.3 向量的数乘运算 .....	18
2.3 向量的内积 .....	21
2.4 向量的坐标表示 .....	24
2.4.1 向量的坐标表示 .....	24
2.4.2 向量线性运算的坐标表示 .....	26
2.4.3 向量内积的坐标表示 .....	28
第2章测试题 .....	31

### 第3章 圆锥曲线

33

3.1 椭圆 .....	33
3.1.1 椭圆的标准方程 .....	33
3.1.2 椭圆的几何性质 .....	37
3.2 双曲线 .....	41
3.2.1 双曲线的标准方程 .....	41
3.2.2 双曲线的几何性质 .....	44



<b>3.3 抛物线</b>	47
3.3.1 抛物线的标准方程	47
3.3.2 抛物线的几何性质	50
<b>第3章测试题</b>	53

<b>第4章 立体几何</b>	<b>57</b>
-----------------	-----------

<b>4.1 平面</b>	58
4.1.1 平面的特征和表示	58
4.1.2 平面的基本性质	62
<b>4.2 直线与直线的位置关系</b>	66
<b>4.3 直线与平面的位置关系</b>	70
4.3.1 直线与平面平行	70
4.3.2 直线与平面垂直	74
4.3.3 直线与平面所成的角	77
<b>4.4 平面与平面的位置关系</b>	80
4.4.1 两平面平行	80
4.4.2 二面角	84
4.4.3 两平面垂直	87
<b>第4章测试题</b>	90

<b>第5章 复数</b>	<b>93</b>
---------------	-----------

<b>5.1 复数的概念和意义</b>	93
5.1.1 复数的概念	93
5.1.2 复数的几何意义	97
<b>5.2 复数的运算</b>	101
5.2.1 复数的加法与减法	101
5.2.2 复数的乘法	104
<b>5.3 实系数一元二次方程的解法</b>	107
<b>第5章测试题</b>	109

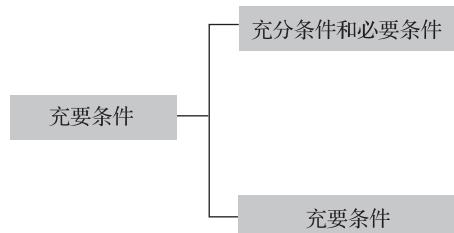
<b>期末测试题</b>	<b>112</b>
--------------	------------

# 第1章

## 充要条件



### 知识脉络



## 1.1 充分条件和必要条件



### 学习目标

1. 了解充分条件、必要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.



### 知识梳理

#### 1. 命题

(1) 定义：能够判断真假的陈述句叫作命题，经常用小写的英文字母  $p, q, r, s$  来表示命题。

(2) 按命题的正确与否，可分为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

#### 2. 充分条件与必要条件

(1) 如果能由  $p$  成立推出  $q$  成立，则说条件  $p$  是结论  $q$  的充分条件，记作\_\_\_\_\_。



(2) 如果能由  $q$  成立推出  $p$  成立, 则说条件  $p$  是结论  $q$  的必要条件, 记作\_\_\_\_\_.

(答案在本节末尾)



## 典型例题

例 分别判断下列各组中,  $p$  是否为  $q$  的充分条件或必要条件, 并说明理由.

(1)  $p: x^2 = 2x, q: x = 0;$

(2)  $p: \theta = \pi, q: \tan \theta = 0;$

(3)  $p: a$  是整数,  $q: a$  是自然数.

解 (1) 由于  $q: x = 0 \Rightarrow p: x^2 = 2x, p: x^2 = 2x \not\Rightarrow q: x = 0,$

所以  $p$  是  $q$  的必要条件.

(2) 由于  $p: \theta = \pi \Rightarrow q: \tan \theta = 0, q: \tan \theta = 0 \not\Rightarrow p: \theta = \pi,$

所以  $p$  是  $q$  的充分条件.

(3) 由于  $p: a$  是整数  $\not\Rightarrow q: a$  是自然数,

$q: a$  是自然数  $\Rightarrow p: a$  是整数,

所以  $p$  是  $q$  的必要条件.

点拨 根据充分条件和必要条件的定义判断即可.



## 巩固练习

### 基础巩固

#### 一、选择题

1. 已知  $p: a \neq 0, q: ab \neq 0$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
A. 充分条件  
C. 既不是充分条件也不是必要条件
2. 若  $p$  是  $q$  的充分条件, 则  $q$  是  $p$  的 ( )  
A. 充分条件  
C. 既不是充分条件也不是必要条件
3. “ $a > 0$ ”是“ $a > 1$ ”的 ( )  
A. 充分条件  
C. 既不是充分条件也不是必要条件
4. “ $x = y$ ”是“ $x^2 = y^2$ ”的 ( )  
A. 充分条件  
C. 既不是充分条件也不是必要条件

B. 必要条件  
D. 既是充分条件又是必要条件





## 二、填空题

5. 用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”填空.

(1)  $x \in A$  \_\_\_\_\_  $x \in A \cup B$ ;

(2) 两个三角形全等 \_\_\_\_\_ 两个三角形相似;

(3)  $ab=0$  \_\_\_\_\_  $a=0$ .

6. 用“充分”“必要”填空.

(1) “ $x \in \mathbf{Z}$ ”是“ $x \in \mathbf{N}$ ”的 \_\_\_\_\_ 条件;

(2) “ $x$  是 4 的倍数”是“ $x$  是 2 的倍数”的 \_\_\_\_\_ 条件.

## 三、解答题

7. 判断下列语句是否为命题. 若是, 是真命题还是假命题?

(1) 0 是自然数吗? (2)  $10^{100}$  可真大! (3)  $x > 2$ ;

(4)  $5 > 2$ ; (5) 若  $a=0$ , 则  $ab=0$ ; (6) 如果  $x^2=1$ , 那么  $x=1$ .

8. 已知命题  $p: \alpha=\beta$ ; 命题  $q: \tan \alpha=\tan \beta$ , 问  $p$  是  $q$  的什么条件?

## 能力提升

1. 已知  $p: x^2-x<0$ , 那么命题  $p$  的一个充分条件是 ( )

A.  $0 < x < 2$  B.  $-1 < x < 1$

C.  $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$  D.  $\frac{1}{2} < x < 2$

2. “ $\lg x > \lg y$ ”是“ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ”的 \_\_\_\_\_ 条件. (填“充分”或“必要”)

## 知识梳理答案

1. (2) 真命题 假命题 2. (1)  $p \Rightarrow q$  (2)  $p \Leftarrow q$



## 1.2 充要条件



### 学习目标

- 了解充要条件的概念.
- 了解命题中条件与结论的关系.



### 知识梳理

1. 充要条件:如果  $p \iff q$  并且  $p \implies q$ ,那么  $p$  是  $q$  的充分且必要条件,简称充要条件,记作\_\_\_\_\_.

2. 若  $p \Rightarrow q$  但  $q \not\Rightarrow p$ ,则  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.

若  $p \not\Rightarrow q$  但  $q \Rightarrow p$ ,则  $p$  是  $q$  的必要不充分条件.

(答案在本节末尾)



### 典型例题

例 指出下列各组中的条件  $p$  是结论  $q$  的什么条件:

(1)  $p: x=3, q: (x-1)(x-3)=0;$

(2)  $p: x>1, q: x>3;$

(3)  $p: x=y, q: (x-y)^2=0.$

解 (1)由条件  $x=3$  成立能够推出结论  $(x-1)(x-3)=0$  成立,因此  $p$  是  $q$  的充分条件;而由结论  $(x-1)(x-3)=0$  成立不能够推出条件  $x=3$  一定成立,因为当  $x=1$  时, $(x-1)(x-3)=0$  也成立,所以  $p$  不是  $q$  的必要条件,故  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.

(2)由条件  $x>1$  成立不能推出结论  $x>3$  成立,如  $x=2$  时, $2>1$  但  $2<3$ ,因此  $p$  不是  $q$  的充分条件;而由结论  $x>3$  成立能够推出条件  $x>1$  成立,所以  $p$  是  $q$  的必要条件,故  $p$  是  $q$  的必要不充分条件.

(3)由条件  $x=y$  成立能够推出结论  $(x-y)^2=0$  成立,而由结论  $(x-y)^2=0$  成立也能够推出条件  $x=y$  成立,因此  $p$  是  $q$  的充要条件.





**点拨** 在判断条件时,结合子集与推出关系来判断,可以少出错或不出错,尤其对于方程或不等式方面的题目.

## 巩固练习

### 基础巩固

#### 一、选择题

1. “ $x=0$ ”是“ $x^2=0$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
2. “ $x \in \mathbf{R}$ ”是“ $x \in \mathbf{Q}$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
3. “ $a > b > 0$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
4. 下列命题中是“ $x^2=4$ ”的充要条件的是 ( )  
A.  $x=2$       B.  $x=-2$   
C.  $x=2$  或  $x=-2$       D.  $x=2$  且  $x=-2$

#### 二、填空题

5. 用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”或“ $\Leftrightarrow$ ”填空,并判断下列各组命题中条件  $p$  是结论  $q$  的什么条件.  
(1)  $p: x=y, q: |x|=|y|$ ;  $p \quad q, p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件;  
(2)  $p: x < 2, q: x < 0$ ;  $p \quad q, p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件;  
(3)  $p: x > 3, q: x > 5$ ;  $p \quad q, p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件;  
(4)  $p: 3x > 6, q: x > 2$ ;  $p \quad q, p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件;  
(5)  $p: x-2=0, q: (x-2)(x+5)=0$ ;  $p \quad q, p$  是  $q$  的\_\_\_\_\_条件.
6. “ $x^2-2x>0$ ”的充要条件是\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

7. 命题  $p: x > 0, y < 0$ , 命题  $q: x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ , 则  $p$  是  $q$  的什么条件?



8.  $p$  是  $q$  的充分不必要条件,  $p$  是  $s$  的充要条件, 那么  $s$  是  $q$  的什么条件?

### 能 力 提 升

1. 用适当的命题填空.

(1)  $ab=0 \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_;

(2)  $a^2=b^2 \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_;

(3)  $(x-2)(x+3)=0 \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_.

2. 已知命题  $p: \frac{2x}{x-1} < 1$ ; 命题  $q: (x+a)(x-1) < 0$ , 若  $p$  是  $q$  的充要条件, 求  $a$  的值.

#### 知识梳理答案

$$\Rightarrow \Leftarrow p \Leftrightarrow q$$

### 第 1 章测试题

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. “ $x < -1$  或  $x > 2$ ”是“( $x-2)(x+1) > 0$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知  $p: |3x-5| < 4$ ,  $q: (x-1)(x-2) < 0$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件





4. 若  $a$  与  $b$  均为实数, 则 “ $|a|=|b|$ ” 是 “ $a=b$ ” 的 ( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
5. 设  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a < b$ ” 是 “ $ac^2 < bc^2$ ” 的 ( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
6. “ $x > 2$ ” 是 “ $x > 1$ ” 的 ( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
7. 在  $\triangle ABC$  中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $A = 30^\circ$ ” 的 ( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
8. 使  $x > 1$  成立的一个必要不充分条件是 ( )
- A.  $x > 0$       B.  $x > 3$   
C.  $x > 2$       D.  $x < 2$
9. 两条直线  $mx + y - n = 0$  与  $x + my + 1 = 0$  平行的充要条件是 ( )
- A.  $m=1$  且  $n \neq 1$       B.  $m=-1$  且  $n \neq 1$   
C.  $m=\pm 1$       D.  $\begin{cases} m=1, \\ n \neq -1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} m=-1, \\ n \neq 1 \end{cases}$
10. 已知  $p, q, r$  是三个命题, 若  $p$  是  $r$  的充要条件且  $q$  是  $r$  的必要不充分条件, 那么  $q$  是  $p$  的 ( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

## 二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. “ $x \in A \cap B$ ” 是 “ $x \in A \cup B$ ” 的 \_\_\_\_\_ 条件.
12. “ $x < 2$ ” 是 “ $x^2 - x - 2 < 0$ ” 的 \_\_\_\_\_ 条件.
13. 已知  $m, n \in \mathbf{R}$ , 则 “ $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ ” 是 “ $mn \neq 0$ ” 的 \_\_\_\_\_ 条件.
14. “ $x > y$ ” 是 “ $\lg x > \lg y$ ” 的 \_\_\_\_\_ 条件.
15. 满足  $\tan \alpha = 1$  的一个充分不必要条件是  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ (填一个角即可).
16. 若 “ $x > 1$ ” 是 “ $x > a$ ” 的充分条件, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题(本大题共 4 小题, 每小题 9 分, 共 36 分)

17. 判断下列问题中,  $p$  是  $q$  的什么条件?

(1)  $p: x^2 \geq y^2$ ,  $q: x \geq y$ ;



- (2)  $p: x \in A \cup B, q: x \in A \cap B$ ;  
(3)  $p: x > 3, q: x > 2$ ;  
(4)  $p: a$ 是有理数,  $q: a+2$ 是有理数.

18. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x^3 \geqslant 8$ ”是“ $x^2 \geqslant 4$ ”的什么条件?

19. 求  $x^2 - 5x - 6 \leqslant 0$  的充要条件.

20. 已知  $p: -2 \leqslant x \leqslant 10, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leqslant 0 (m > 0)$ , 若  $p$  是  $q$  的充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.



# **数学同步提升与练习**

## **(拓展模块 1 · 上)**

**参考答案及解析**

# 目 录

<b>第1章 充要条件</b> .....	1
1.1 充分条件和必要条件.....	1
1.2 充要条件.....	1
<b>第1章测试题</b> .....	2
<b>第2章 平面向量</b> .....	3
2.1 向量的概念.....	3
2.2 向量的线性运算.....	4
2.3 向量的内积 .....	5
2.4 向量的坐标表示 .....	6
<b>第2章测试题</b> .....	7
<b>第3章 圆锥曲线</b> .....	8
3.1 椭圆.....	8
3.2 双曲线 .....	10
3.3 抛物线 .....	12
<b>第3章测试题</b> .....	14
<b>第4章 立体几何</b> .....	15
4.1 平面 .....	15
4.2 直线与直线的位置关系 .....	16
4.3 直线与平面的位置关系 .....	17
4.4 平面与平面的位置关系 .....	18
<b>第4章测试题</b> .....	21
<b>第5章 复数</b> .....	23
5.1 复数的概念和意义 .....	23
5.2 复数的运算 .....	24
5.3 实系数一元二次方程的解法 .....	26
<b>第5章测试题</b> .....	26
<b>期末测试题</b> .....	28

综上,  $p$  既不是  $q$  的充分条件, 也不是必要条件.

# 第1章 充要条件

## 1.1 充分条件和必要条件

### 巩固练习

#### 基础巩固

##### 一、选择题

1. B

2. B

3. B

4. A

##### 二、填空题

5.  $(1) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3) \Leftarrow$

6. (1) 必要 (2) 充分

##### 三、解答题

7. 解: (1) 不是.

(2) 不是.

(3) 不是.

(4) 是, 真命题.

(5) 是, 真命题.

(6) 是, 假命题.

8. 解: 当  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$  时, 显然  $\tan \alpha$  与  $\tan \beta$  无意义, 即

$p \not\Rightarrow q$ , 故  $p$  不是  $q$  的充分条件; 又当  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{5\pi}{4}$

时,  $\tan \alpha = \tan \beta$ ,

所以  $q \not\Rightarrow p$ , 所以  $p$  不是  $q$  的必要条件,

### 能力提升

1. C 解析:  $x^2 - x < 0$ , 得  $0 < x < 1$ , 运用集合的知识易

知, 只有 C 中由  $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$  可以推出  $0 < x < 1$ , 其余

均不可, 故选 C.

2. 充分 解析: 由  $\lg x > \lg y \Rightarrow x > y > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > \sqrt{y}$ , 而

$\sqrt{x} > \sqrt{y}$  有可能出现  $x > 0, y = 0$  的情况, 故  $\sqrt{x} > \sqrt{y} \not\Rightarrow \lg x > \lg y$ .

# 1.2 充要条件

### 巩固练习

#### 基础巩固

##### 一、选择题

1. C

2. B

3. A 解析: “ $a > b > 0$ ” 能推出 “ $|a| > |b|$ ”, 但是 “ $|a| > |b|$ ” 不一定推出 “ $a > b > 0$ ”, 还可能推出 “ $a < b < 0$ ”, 故 “ $a > b > 0$ ” 是 “ $|a| > |b|$ ” 的充分不必要条件.

4. C

##### 二、填空题

5.  $(1) \Rightarrow$ ; 充分不必要

$(2) \Leftarrow$ ; 必要不充分

$(3) \Leftarrow$ ; 必要不充分

$(4) \Leftrightarrow$ ; 充要

$(5) \Rightarrow$ ; 充分不必要

6.  $x > 2$  或  $x < 0$  解析:  $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x - 2) > 0 \Leftrightarrow$

$x > 2$  或  $x < 0$ .

### 三、解答题

7. 解: 若  $p: x > 0, y < 0$ , 则  $q: x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$  成立.

反之, 由  $x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$  得  $\frac{y-x}{xy} > 0$ .

由  $y-x < 0$ , 得  $xy < 0$ , 即  $x, y$  异号.

又  $x > y$ , 得  $x > 0, y < 0$ .

所以 " $x > 0, y < 0$ " 是 " $x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ " 的充要条件.

8. 解: 由  $p \Leftrightarrow s, p \Rightarrow q$ , 知  $s \Rightarrow q$ , 即  $s$  是  $q$  的充分不必要条件.

### 能力提升

1. (1)  $a=0$  或  $b=0$

(2)  $|a|=|b|$  ( $a=b$  或  $a=-b$ )

(3)  $x=2$  或  $x=-3$

2. 解: 因为  $\frac{2x}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-x+1}{x-1} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$ ,

又因为  $p \Leftrightarrow q$ , 所以  $(x+a)(x-1) < 0$  的解集是  $-1 < x < 1$ , 故  $a=1$ .

## 第1章测试题

### 一、选择题

1. A 解析: 方程  $x^2=4$  的解为  $x=-2$  或  $x=2$ , 所以 " $x=2$ " 是 " $x^2=4$ " 的充分不必要条件. 故选 A.

2. C 解析:  $(x-2)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$  或  $x > 2$ , 所以 " $x < -1$  或  $x > 2$ " 是 " $(x-2)(x+1) > 0$ " 的充要条件. 故选 C.

3. B 解析: 因为  $p: |3x-5| < 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3, q: (x-$

1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2, 所以  $p$  是  $q$  的必要不充分

条件. 故选 B.

4. B 解析: 因为由 " $|a|=|b|$ " 得  $a=b$  或  $a=-b$ , 则

" $|a|=|b|$ " 是 " $a=b$ " 的必要不充分条件.

5. B 解析: 由  $ac^2 < bc^2$  得  $a < b$ . 当  $c=0$  时,  $a < b$  不能推出  $ac^2 < bc^2$ , 所以 " $a < b$ " 是 " $ac^2 < bc^2$ " 的必要不充分条件. 故选 B.

6. A 解析: 由 " $x > 2$ " 能推出 " $x > 1$ ", 反之不一定成立, 故是充分不必要条件.

7. B 解析:  $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$  或  $150^\circ$ , 所以 " $\sin A = \frac{1}{2}$ " 是 " $A = 30^\circ$ " 的必要不充分条件. 故选 B.

8. A 解析: 只有  $x > 1 \Rightarrow x > 0$ , 其他选项均不可由  $x > 1$  推出, 故选 A.

9. D 解析: 因为两直线平行, 故  $\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-n}{1}$ , 解得  $\begin{cases} m=1, \\ n \neq -1, \end{cases}$  或  $\begin{cases} m=-1, \\ n \neq 1. \end{cases}$

10. B 解析:  $p$  是  $r$  的充要条件且  $q$  是  $r$  的必要不充分条件, 故有  $p \Leftrightarrow r \Rightarrow q$ , 即  $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ , 所以  $q$  是  $p$  的必要不充分条件.

### 二、填空题

11. 充分不必要 解析: 可通过画集合的 Venn 图得到 " $x \in A \cap B$ " 是 " $x \in A \cup B$ " 的充分不必要条件.

12. 必要不充分 解析: 由  $x^2 - x - 2 < 0$  解得  $-1 < x < 2$ . 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以 " $x < 2$ " 是 " $x^2 - x - 2 < 0$ " 的必要不充分条件.

13. 充要 解析: 因为  $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$  且  $n \neq 0$ , 所以 " $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ " 是 " $mn \neq 0$ " 的充要条件.

14. 必要不充分 解析: 因为  $x > y \not\Rightarrow \lg x > \lg y$ , 比如

$y < x < 0$ ,  $\lg x$  与  $\lg y$  无意义, 而  $\lg x > \lg y \Rightarrow x > y$ , 故 “ $x > y$ ” 是 “ $\lg x > \lg y$ ” 的必要不充分条件.

15.  $\frac{\pi}{4}$  解析: 由于  $\tan \alpha = 1$ , 故  $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ), 取

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ , 显然,  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  是  $\tan \alpha = 1$  的一个充分不必要条件.

16.  $a \leq 1$  解析: 因为  $x > 1 \Rightarrow x > a$ , 所以  $a \leq 1$ .

### 三、解答题

17. 解: (1) 既不充分也不必要条件;

(2) 必要不充分条件;

(3) 充分不必要条件;

(4) 充要条件.

18. 解: 解不等式  $x^3 \geq 8$  可得  $x \geq 2$ ; 解不等式  $x^2 \geq 4$  可得  $x \geq 2$  或  $x \leq -2$ .

因此, “ $x^3 \geq 8$ ” 是 “ $x^2 \geq 4$ ” 的充分不必要条件.

19. 解:  $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$ .

故 “ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ” 的充要条件为 “ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

20. 解:  $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$  ( $m > 0$ )  $\Leftrightarrow [x - (1-m)][x - (1+m)] \leq 0$ .

因为  $m > 0$ ,

所以不等式  $[x - (1-m)][x - (1+m)] \leq 0$  的

解集为  $1-m \leq x \leq 1+m$ .

因为  $p$  是  $q$  的充分条件, 所以不等式  $-2 \leq x \leq 10$

的解集是  $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$  ( $m > 0$ ) 解集的子集.

$$\text{所以 } \begin{cases} 1-m \leq -2, \\ 1+m \geq 10, \end{cases} \text{解得 } m \geq 9.$$

所以实数  $m$  的取值范围为  $[9, +\infty)$ .

## 第2章 平面向量

### 2.1 向量的概念

#### 巩固练习

##### 基础巩固

##### 一、选择题

1. C

2. D

3. A 解析: 向量  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  都是单位向量, 则它们的模都为 1, 但它们的方向可能不同.

4. D

##### 二、填空题

5. 平行四边形

6. 4 解析: 平行四边形  $ABCD$  中,  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ .

#### 三、解答题

7. 解: (1)  $\overrightarrow{DC}$ . (2)  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ . (3)  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ .

8. 解: (1)  $\overrightarrow{OD}$ ,  $\overrightarrow{FE}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ .

(2)  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{DO}$ ,  $\overrightarrow{EF}$ ,  $\overrightarrow{CB}$ .

(3)  $\overrightarrow{OD}$ ,  $\overrightarrow{FE}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{DO}$ ,  $\overrightarrow{EF}$ ,  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{DA}$ .

#### 能力提升

1. B 解析: 向量相等的充要条件为模相等且方向相同, 故选 B.

2. A