

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 王晓军
责任编辑 胡思佳 柳卫清
封面设计 黄燕美

浙江省

单独考试招生文化考试复习用书

语文 · 数学

总复习

立足考纲，详解考点

同步强化检测

习题测试，巩固知识

考前冲刺卷

模拟考试，提前练兵



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-30156-7



9 787313 301567 >

定价: 39.80元



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

主编 王燕洁

浙江省单独考试招生文化考试

数学考前冲刺卷

华腾新思

浙江省单独考试招生文化考试

数学

考前冲刺卷

主编 王燕洁

赠册 参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

浙江省单独考试招生文化考试

数学考前冲刺卷

赠册 参考答案及解析

主编 王燕洁



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书依据浙江省单独考试招生文化考试的基本要求和考试大纲,并参照浙江省单独考试招生文化考试数学考试真题编写而成。试题题型、难度、分值设置均与浙江省单独考试招生文化考试数学试卷高度一致,可以很好地帮助考生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,提高应试能力。

本书既可以作为参加浙江省单独考试招生文化考试考生的复习用书,也可以作为广大中等职业学校学生的学习资料。

图书在版编目(CIP)数据

浙江省单独考试招生文化考试数学考前冲刺卷 / 王燕洁主编. — 上海:上海交通大学出版社,2024. 2
ISBN 978-7-313-30156-7

I. ①浙… II. ①王… III. ①数学课—中等专业学校—升学参考资料 IV. ①G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2024)第 038621 号

浙江省单独考试招生文化考试数学考前冲刺卷

ZHEJIANG SHENG DANDU KAOSHI ZHAOSHENG WENHUA KAOSHI SHUXUE KAOQIAN CHONGCIJUAN

主 编:王燕洁

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

印 制:三河市骏杰印刷有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/8

字 数:191 千字

版 次:2024 年 2 月第 1 版

书 号:ISBN 978-7-313-30156-7

定 价:39.80 元

地 址:上海市番禺路 951 号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:9.25

印 次:2024 年 2 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0316-3662258

前 言

通过多年的摸索与实践,浙江省单独考试招生文化考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式来看,参加考试的考生将面临更大的挑战,多数考生都在为如何能在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所中等职业学校一线任课教师,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年浙江省单独考试招生文化考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套浙江省单独考试招生文化考试复习用书,供广大考生在复习时使用。

本书是该套复习用书之《浙江省单独考试招生文化考试数学考前冲刺卷》。数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

本书具有以下鲜明特色:

1. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加浙江省单独考试招生文化考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、题型、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

2. 编排合理,设计科学

本套试卷的试题难度、对知识点的考查都与考试真题一致,可以很好地帮助考生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力。

衷心希望本套考试复习用书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正。

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

编 者

目 录

数学考前冲刺卷(一)	共 8 页
数学考前冲刺卷(二)	共 8 页
数学考前冲刺卷(三)	共 8 页
数学考前冲刺卷(四)	共 8 页
数学考前冲刺卷(五)	共 8 页
数学考前冲刺卷(六)	共 8 页
数学考前冲刺卷(七)	共 8 页
数学考前冲刺卷(八)	共 8 页
数学考前冲刺卷(九)	共 8 页
数学考前冲刺卷(十)	共 8 页
数学考前冲刺卷(十一)	共 8 页
数学考前冲刺卷(十二)	共 8 页
数学考前冲刺卷(十三)	共 8 页
2019 年浙江省单独考试招生文化考试数学试题卷	共 8 页
2020 年浙江省单独考试招生文化考试数学试题卷	共 8 页
2021 年浙江省单独考试招生文化考试数学试题卷	共 8 页
2022 年浙江省单独考试招生文化考试数学试题卷	共 8 页
2023 年浙江省单独考试招生文化考试数学试题卷	共 8 页

数学考前冲刺卷(一)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

一、单项选择题(本大题共 20 小题,1—10 小题每小题 2 分,11—20 小题每小题 3 分,共 50 分)

- 集合 $M=\{a,c,d\}$, $N=\{b,e,f\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{a\}$ B. $\{a,b\}$
C. $\{b,c,e\}$ D. \emptyset
- 函数 $f(x)=\log_2(3^x-1)$ 的定义域是 ()
A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$
C. $[0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$
- 不等式 $2x^2-x-1 \leq 0$ 的解集为 ()
A. $(-\frac{1}{2}, 1]$ B. $[-\frac{1}{2}, 1]$
C. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup [1, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$
- 下列函数中为非奇非偶函数且在区间 $(0, +\infty)$ 上为减函数的是 ()
A. $f(x)=0.2^{-x}$ B. $f(x)=x^3$
C. $f(x)=-\sin x$ D. $f(x)=\log_{0.4} x$
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $S_2=7, S_6=91$, 则 $S_4=$ ()
A. 28 B. 32
C. 35 D. 49
- 设 $\lg 2=a, \lg 3=b$, 则用 a, b 表示 $\log_5 12$ 的结果是 ()
A. $\frac{2a+b}{1+a}$ B. $\frac{a+2b}{1+a}$
C. $\frac{2a+b}{1-a}$ D. $\frac{a+2b}{1-a}$
- 某五所大学进行自主招生,同时向一所重点中学的五位学习成绩优秀,并在某些方面有特长的学生发出提前录取通知单.若这五名学生都乐意进这五所大学中的任意一所就读,则仅有两名

学生被录取到同一所大学(其余三人从其他学校中各选一所不同的大学)的就读方式有 ()

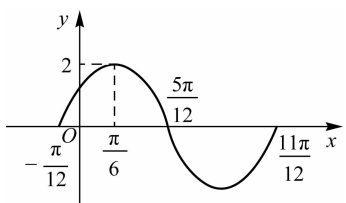
- A. 120 种 B. 3 125 种
C. 240 种 D. 1 200 种
- 已知 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则角 α 所在的象限是 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知平面向量 $a=(2, -3), b=(-3, 1)$, 则 $2a+b=$ ()
A. $(2, 3)$ B. $(1, -5)$
C. $(3, -1)$ D. $(2, -2)$
- 函数 $f(x)=\sin^2 x$ 的最小正周期为 ()
A. π B. 2π
C. 3π D. 4π
- 若 $\cos(\pi-\alpha)=\frac{1}{5}$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则 $\sin \alpha=$ ()
A. $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
- 设 a, b 是平面 α 内两条不同的直线, l 是平面 α 外的一条直线, 则“ $l \parallel a, l \parallel b$ ”是“ $l \parallel \alpha$ ”的 ()
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, A_1D 与 BD_1 所成的角为 ()
A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°
- $|x-1| < 5$ 的解集是 ()
A. $(-6, 4)$ B. $(-4, 6)$
C. $(-\infty, -6) \cup (4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4) \cup (6, +\infty)$
- 若方程 $x^2+ky^2=2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则 k 的取值范围是 ()
A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2)$
C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

16. 若连续两次抛掷骰子得到的点数分别为 m, n , 则 $m+n=6$ 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{5}{36}$
C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{7}{36}$

17. 下图为函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$ ($|\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 图像上的一段, 则 ()

- A. $\omega=\frac{10}{11}, \varphi=\frac{\pi}{6}$ B. $\omega=\frac{10}{11}, \varphi=-\frac{\pi}{6}$
C. $\omega=2, \varphi=\frac{\pi}{6}$ D. $\omega=2, \varphi=-\frac{\pi}{6}$



18. 圆 $x^2+y^2-10y=0$ 的圆心到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离等于 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. 3
C. $\frac{5}{7}$ D. 15

19. 已知 $y=f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(1)=3, f(-2)=-1$, 则 $f(-1)+f(2)=$ ()

- A. -2 B. -1
C. 1 D. 2

20. 抛物线的顶点在坐标原点, 焦点与双曲线 $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$ 的一个焦点重合, 则该抛物线的标准方程

可能是 ()

- A. $x^2=4y$ B. $x^2=-4y$
C. $y^2=-12x$ D. $x^2=\pm 12y$

二、填空题(本大题共 7 小题, 每小题 4 分, 共 28 分)

21. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=50, a_5=30$, 则 $a_7=$ _____.

22. $(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$ 的二项展开式中的常数项是 _____.

23. 已知球的半径是 $\frac{3}{4}$ m, 则该球的表面积为 _____ m^2 , 体积为 _____ m^3 .

24. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率为 _____.

25. 正六棱柱的底面边长是 1, 侧棱长也是 1, 则它的体积是 _____.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=3, b=\sqrt{3}, \angle A=\frac{\pi}{3}$, 则 $\angle C$ 的大小为 _____.

27. 已知 $x>2$, 函数 $y=\frac{4}{x-2}+x$ 的最小值是 _____.

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 72 分)

28. (本题 7 分) 计算: $125^{\frac{2}{3}}+(\frac{1}{2})^{-8}+\log_7 343-(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}+e^{\ln 2}$.

29. (本题 8 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\cos \frac{A}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}, \overrightarrow{AB} \cdot$

$$\overrightarrow{AC}=3.$$

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 若 $c=1$, 求 a 的值.

30. (本题 9 分) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{5}$, 求下列各式的值.

(1) $2\sin \alpha \cos \alpha$;

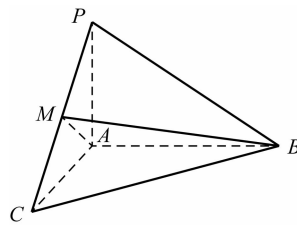
(2) $\sin \alpha - \cos \alpha$.

31. (本题 9 分) 如图所示, $AP \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, $AP = AC = 2\sqrt{2}$, $AB = 4$.

(1) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积;

(2) 设点 M 为 PC 的中点, 求 BM 的长;

(3) 求二面角 $A-PC-B$ 的正切值.



32. (本题 9 分) 已知圆 C 经过坐标原点 O 和点 $(4, 0)$, 且圆心在 x 轴上.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 设直线 l 经过点 $(1, 2)$, 且 l 与圆 C 相交所得弦长为 $2\sqrt{3}$, 求直线 l 的方程.

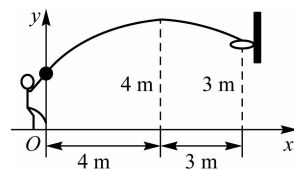
33. (本题 10 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 且焦距为 2, P 是椭圆 E 上一点.

(1) 当 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ 时, 求椭圆 E 的离心率 e ;

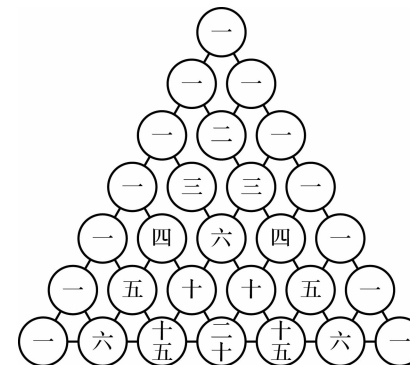
(2) 当 $\triangle PF_1F_2$ 是等腰直角三角形, 且椭圆 E 的离心率 $e < \frac{1}{2}$ 时, 求椭圆 E 的标准方程.

34. (本题 10 分)在一次篮球比赛中,队员甲正在投篮.已知球出手时离地面 $\frac{20}{9}$ m,与篮圈中心的水平距离为 7 m,球出手后水平距离为 4 m 时达到最大高度 4 m,设篮球运行轨迹为抛物线,篮圈距地面 3 m.

- (1)建立如图所示的平面直角坐标系,能否准确投中此球?
 (2)此时,对方队员乙在甲面前 1 m 处跳起盖帽拦截,已知乙的最大摸高为 3.1 m,那么他能否获得成功?



35. (本题 10 分)我国南宋时期的数学家杨辉在 1261 年所著的《详解九章算法》一书中用如图的三角形解释二项和的乘方规律.此图称为“杨辉三角”,也称为“贾宪三角”.在此图中,从第三行开始,首尾两数为 1,其他各数均为它肩上两数之和.



- (1)把“杨辉三角”中第三斜列各数取出按原来的顺序排列得一数列为 1, 3, 6, 10, 15, ..., 写出 a_n 与 a_{n-1} ($n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2$) 的递推关系,并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

- (2)设 $b_n = \frac{a_n}{(n+1) \cdot 2^{n-1}}, n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n < 2$.

数学考前冲刺卷(二)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

一、单项选择题(本大题共 20 小题,1—10 小题每小题 2 分,11—20 小题每小题 3 分,共 50 分)

1. 集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. \emptyset B. $\{b\}$
C. $\{a, c\}$ D. $\{a, b, c\}$
2. 设向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$ 与 $\mathbf{b} = (x, 3)$ 平行, 则 $x =$ ()
A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$
C. -6 D. 6
3. 设 $p: x^2 - x - 20 \leq 0$, $q: |x| - 4 < 0$, 则 p 是 q 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列函数中, 既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()
A. $y = 2x - 1$ B. $y = \cos x$
C. $y = x^2 + 3$ D. $y = -x^2$
5. $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 圆 $(x-4)^2 + y^2 = 4y$ 与直线 $4y = 3x + 1$ 的位置关系是 ()
A. 相交 B. 相切
C. 相离 D. 不能判断
7. 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 前三项的和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ()
A. 33 B. 72 C. 84 D. 189

8. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx - 2$, $f(2022) = 3$, 则 $f(-2022) =$ ()
A. -7 B. -5
C. -3 D. -1
9. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1
10. 若圆柱的轴截面是面积为 4 的正方形, 则该圆柱的表面积为 ()
A. 2π B. 4π
C. 6π D. 8π
11. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$ 的定义域是 ()
A. $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x \neq -\frac{1}{3}\right\}$ B. $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x < -\frac{1}{3}\right\}$
C. $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq -\frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x > -\frac{1}{3}\right\}$
12. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点作直线 l 并交抛物线于 A, B 两点. 若线段 AB 中点的横坐标为 3, 则 $|AB| =$ ()
A. 4 B. 6
C. 8 D. 10
13. 某市 2022 年国内生产总值为 80 亿元, 计划未来 10 年内平均每年按 5% 的增长率增长, 那么可预测该市 2032 年的国内生产总值为 ()
A. $80 \times 0.05 \times 10$ 亿元 B. $80 \times 1.05 \times 10$ 亿元
C. 80×0.05^{10} 亿元 D. 80×1.05^{10} 亿元
14. 从一个不透明的口袋中摸出红球的概率为 $\frac{1}{5}$, 已知袋中红球有 3 个, 则袋中共有球 ()
A. 5 个 B. 8 个
C. 10 个 D. 15 个
15. 设 $a < b$, 则下列各不等式恒成立的是 ()
A. $a^2 < b^2$ B. $ac < bc$
C. $\log_2(b-a) > 0$ D. $2^a < 2^b$

30. (本题 9 分) 已知函数 $f(x) = 6 \sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期 T ;
- (2) 求 $f(x)$ 的最大值, 并求出自变量 x 相应的取值集合.

31. (本题 9 分) 北京天坛的圜丘坛为古代祭天的场所, 分上、中、下三层. 上层中心有一块圆形石板 (称为天心石), 环绕天心石砌 9 块扇面形石板构成第一环, 向外每环依次增加 9 块, 下一层的第一环比上一层的最后一环多 9 块, 向外每环依次也增加 9 块. 已知每层环数相同, 且下层比中层多 729 块, 问: 三层共有多少块扇面形石板 (不含天心石)?

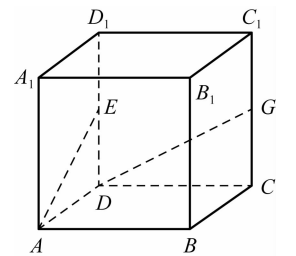


32. (本题 9 分) 已知圆 C 的圆心为 $(0, 1)$, 在圆 C 上有一点 $(2, 2)$, 直线 $l: 3x + y - 6 = 0$.

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 判断直线 l 与圆 C 的位置关系; 若相交, 求直线 l 被圆 C 截得的弦长.

33. (本题 10 分) 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, G 分别为棱 DD_1 和 CC_1 的中点.

- (1) 求异面直线 AE 与 DG 所成的余弦值;
- (2) 求三棱锥 $B - CC_1E$ 的体积.



34. (本题 10 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

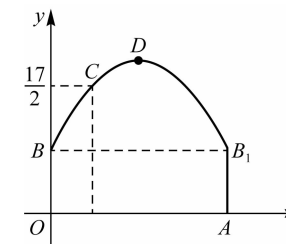
(2) 设过原点 O 的直线与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 若 $\triangle PQF$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求 $\triangle PQF$ 的周长.

35. (本题 10 分) 如图, 隧道的截面由抛物线和长方形构成, 长方形的长是 12 m, 宽是 4 m. 按照图中所示的直角坐标系, 抛物线可以用 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 表示, 且抛物线的点 C 到墙面 OB 的水平距离为 3 m 时, 到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m.

(1) 求该抛物线的函数关系式, 并计算出拱顶 D 到地面 OA 的距离;

(2) 一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为 6 m, 宽为 4 m. 如果隧道内设双向行车道, 那么这辆货车能否安全通过?

(3) 在抛物线型拱壁上需要安装两排灯, 使它们离地面的高度相等. 如果灯离地面的高度不超过 8 m, 那么两排灯的水平距离最小是多少米?



数学考前冲刺卷(三)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

一、单项选择题(本大题共 20 小题,1—10 小题每小题 2 分,11—20 小题每小题 3 分,共 50 分)

1. 集合 $A = \{x | x \geq 0\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 ()
 - A. $A \subseteq B$
 - B. $B \subseteq A$
 - C. $A \cup B = B$
 - D. $A \cap B = \emptyset$
2. 设 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, $\vec{BC} + 2\vec{BA} = 3\vec{BP}$, 则 ()
 - A. $2\vec{PA} + \vec{PC} = \mathbf{0}$
 - B. $\vec{PA} + 2\vec{PC} = \mathbf{0}$
 - C. $2\vec{PA} - \vec{PC} = \mathbf{0}$
 - D. $\vec{PA} - 2\vec{PC} = \mathbf{0}$
3. 不等式 $(x^2 - 4x - 5)(x^2 + 8) < 0$ 的解集是 ()
 - A. $\{x | -1 < x < 5\}$
 - B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$
 - C. $\{x | 0 < x < 5\}$
 - D. $\{x | -1 < x < 0\}$
4. “ $(1-x)(3+x) < 0$ ”是“ $x < -4$ ”的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件
5. 将 4 个苹果分给 3 名学生, 则不同的分法有 ()
 - A. 12 种
 - B. 81 种
 - C. 24 种
 - D. 3 种
6. 函数 $f(x) = \lg|x|$ ()
 - A. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增
 - B. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
 - C. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增
 - D. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减
7. 给出下列四个命题: ① $-\frac{\pi}{3}$ 是第四象限角; ② $\frac{5\pi}{4}$ 是第三象限角; ③ $-\frac{13\pi}{6}$ 是第二象限角; ④ $\frac{7\pi}{2}$ 是第一象限角. 其中正确命题的个数有 ()
 - A. 1 个
 - B. 2 个
 - C. 3 个
 - D. 4 个

8. 函数 $f(x) = \sqrt{2x-1}$ 的定义域为 ()
 - A. $(1, +\infty)$
 - B. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
 - C. $[1, +\infty)$
 - D. $[\frac{1}{2}, +\infty)$
9. 已知 $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2a - 3$, 则 a 的取值范围是 ()
 - A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$
 - B. $[\frac{5}{2}, +\infty)$
 - C. $[\frac{1}{2}, +\infty)$
 - D. $[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$
10. 函数 $y = 3\cos x - 8$ 的最小值为 ()
 - A. 3
 - B. -5
 - C. -11
 - D. -3
11. 在空间中, 下列命题正确的是 ()
 - A. 垂直于同一直线的两条直线平行
 - B. 平行于同一直线的两个平面平行
 - C. 垂直于同一平面的两个平面平行
 - D. 垂直于同一平面的两条直线平行
12. 已知一个圆的半径是 2, 圆心是 $A(1, 0)$, 则该圆的方程是 ()
 - A. $(x-1)^2 + y^2 = 4$
 - B. $(x+1)^2 + y^2 = 4$
 - C. $(x-10)^2 + y^2 = 2$
 - D. $(x+1)^2 + y^2 = 2$
13. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到准线的距离是 ()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 4
 - D. 8
14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 4, a_{n+1} - a_n = 2 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_6 =$ ()
 - A. 12
 - B. 14
 - C. 16
 - D. 18
15. 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品. 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有 1 件次品的概率为 ()
 - A. 0.4
 - B. 0.6
 - C. 0.8
 - D. 1

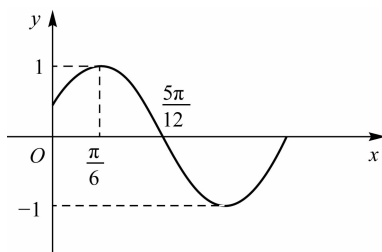
16. 已知 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图像如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式为 ()

A. $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

B. $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

C. $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

D. $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$



17. 一根长 3 米的圆柱锯成两段后表面积增加 4 平方米, 则原来圆柱的体积为 ()

A. 4 立方米

B. 12 立方米

C. 6 立方米

D. 48 立方米

18. 双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$ 的渐近线方程是 ()

A. $y = \pm 3x$

B. $y = \pm \frac{1}{3}x$

C. $y = \pm \sqrt{3}x$

D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

19. 过点 $P(-1, 3)$ 且与直线 $2x - 3y + 1 = 0$ 垂直的直线方程是 ()

A. $2x - 3y + 11 = 0$

B. $2x + 3y + 11 = 0$

C. $3x - 2y + 9 = 0$

D. $3x + 2y - 3 = 0$

20. 某停车场只有并排的 8 个停车位, 恰好全部空闲, 现有 3 辆汽车依次驶入, 并且随机停放在不同车位, 则至少有 2 辆汽车停放在相邻车位的概率是 ()

A. $\frac{5}{14}$

B. $\frac{15}{28}$

C. $\frac{9}{14}$

D. $\frac{6}{7}$

二、填空题(本大题共 7 小题, 每小题 4 分, 共 28 分)

21. 如果在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 + a_5 = 6$, 那么 $a_1 + a_7 =$ _____.

22. 若 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ 展开式的第四项为含 x^3 的项, 则 n 等于 _____.

23. 若正实数 x, y 满足 $2x + y + 8xy = 2$, 则 xy 的取值范围为 _____.

24. 若 $\tan(\pi - \alpha) = 2$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

25. 已知圆锥的侧面积为 20π , 底面半径为 4, 则它的体积为 _____.

26. 直线 $\frac{x}{a^2} - \frac{y}{b^2} = 1$ 在 y 轴上的截距为 _____.

27. 若椭圆的长轴长是短轴长的 2 倍, 则它的离心率为 _____.

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 72 分)

28. (本题 7 分) 计算: $256^{\frac{1}{4}} - \log_{27} \frac{1}{3} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + 2\cos 2019\pi$.

29. (本题 8 分) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 且满足 $4\cos^2 \frac{A}{2} - \cos[2(B+C)] = \frac{7}{2}$.

(1) 求 $\angle A$ 的大小;

(2) 若 $b+c=3, a=\frac{3}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

30. (本题 9 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin \frac{x}{3} - \cos \frac{x}{3}, x \in \mathbf{R}$.

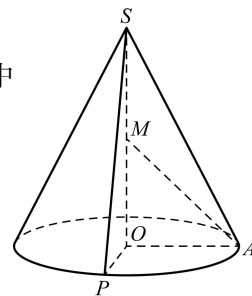
(1) 求 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 的值;

(2) 若 $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], f\left(3\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{10}{13}, f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

31. (本题 9 分) 如图所示, 圆锥 SO 的底面圆半径 $OA = 1$, 母线 $SA = 3$.

(1) 求此圆锥的体积和侧面展开图扇形的面积;

(2) 过点 O 在圆锥底面作 OA 的垂线交底面圆弧于点 P , 设线段 SO 的中点为 M , 求异面直线 AM 与 PS 所成角的余弦值.



32. (本题 9 分) 已知圆 C 的圆心坐标为 $(1, 1)$, 直线 $l: x + y = 1$ 被圆 C 截得的弦长为 $\sqrt{2}$.

(1) 求圆 C 的方程;

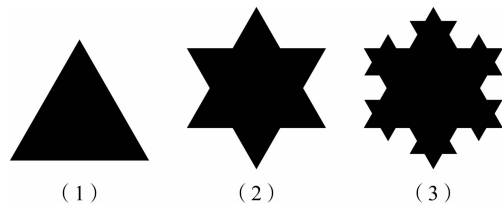
(2) 从圆 C 外一点 $P(2, 3)$ 向圆引切线, 求切线方程.

33. (本题 10 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 长轴长是 4.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设过点 $(0, -2)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 以线段 AB 为直径作圆. 试问: 该圆能否经过坐标原点? 若能, 请写出此时直线 l 的方程, 并证明你的结论; 若不能, 请说明理由.

34. (本题 10 分)图(1)是一个边长为 1 的正三角形,将每边三等分,以中间一段为边向外作正三角形,并擦去中间一段,得图(2),如此继续下去,得图(3)……试求第 n 个图形的周长和面积.



35. (本题 10 分)某厂生产某种零件,每个零件的成本为 40 元,出厂单价定为 60 元,该厂为鼓励销售商订购,决定当一次订购量超过 100 个时,每多订购 1 个,订购的全部零件的出厂单价就降低 0.02 元,但实际出厂单价不能低于 51 元.

- (1) 设一次订购量为 x 个,零件的实际出厂单价为 P 元,写出 $P=f(x)$ 的函数表达式;
- (2) 当销售商一次订购 500 个零件时,该厂获得的利润是多少元? 如果订购 1 000 个,利润又是多少? (工厂售出一个零件的利润=实际出厂单价-成本)

数学考前冲刺卷(四)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

一、单项选择题(本大题共 20 小题,1—10 小题每小题 2 分,11—20 小题每小题 3 分,共 50 分)

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 3, 6\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{2, 3\}$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 3, 6\}$
2. “ $x > 0$ ”是“ $x \neq 0$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()
 A. $\frac{1}{7}$ B. 7 C. $-\frac{1}{7}$ D. -7
4. 向量 $\overrightarrow{BA} = (-1, 2)$, $\overrightarrow{BC} = (3, 4)$, 则 $\overrightarrow{AC} =$ ()
 A. $(4, 2)$ B. $(-4, -2)$
 C. $(2, 6)$ D. $(-4, 2)$
5. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{|x|-5}$ 的定义域是 ()
 A. $(4, +\infty)$ B. $(4, 5) \cup (5, +\infty)$
 C. $[4, +\infty)$ D. $[4, 5) \cup (5, +\infty)$
6. 过点 $P(1, 3)$ 且与直线 $2x - 3y + 1 = 0$ 平行的直线方程是 ()
 A. $2x - 3y + 7 = 0$ B. $2x + 3y + 7 = 0$
 C. $3x - 2y + 9 = 0$ D. $3x + 2y - 3 = 0$
7. 下列说法正确的有 ()
 A. $-\frac{\pi}{9}$ 与 $\frac{17\pi}{9}$ 的终边相同
 B. 小于 90° 的角是锐角

- C. 若 θ 为第二象限角, 则 $\frac{\theta}{2}$ 为第一象限角
- D. 钝角的终边在第一象限
8. 已知角 α 的终边上有一点 $(-1, 2)$, 则 $\cos \alpha =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2
9. 下列说法正确的是 ()
 A. 锐角是第一象限角 B. 第一象限的角是锐角
 C. 小于 90° 的角是锐角 D. 终边相同的角一定相等
10. 双曲线 $9y^2 - 16x^2 = 144$ 的渐近线方程为 ()
 A. $y = \pm \frac{9}{16}x$ B. $y = \pm \frac{16}{9}x$
 C. $y = \pm \frac{4}{3}x$ D. $y = \pm \frac{3}{4}x$
11. 函数 $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ 的最小正周期为 ()
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. π
 C. 2π D. 4π
12. 若圆锥的轴截面是面积为 1 的等腰直角三角形, 则该圆锥的体积为 ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$
 C. π D. $\frac{4\pi}{3}$
13. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 a_2, a_4 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 S_5 的值是 ()
 A. $\frac{5}{2}$ B. 5 C. $-\frac{5}{2}$ D. -5
14. 不等式 $|3x - 2| > 1$ 的解集为 ()
 A. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ B. $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$
 C. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ D. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

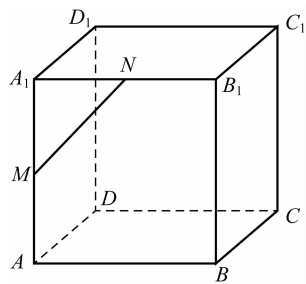
15. 向量 $a=(4,-2), b=(m,8)$, 若 $a \perp b$, 则 $m=$ ()

- A. 4
B. -4
C. -16
D. 16

16. 已知 $y=f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(3)=4, f(-4)=-2$, 则 $f(-3)+f(4)=$ ()

- A. -2
B. -1
C. 6
D. 2

17. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M, N 分别为 AA_1, A_1B_1 的中点, 则直线 MN 与直线 CC_1 所成的角等于 ()



- A. 30°
B. 45°
C. 60°
D. 90°

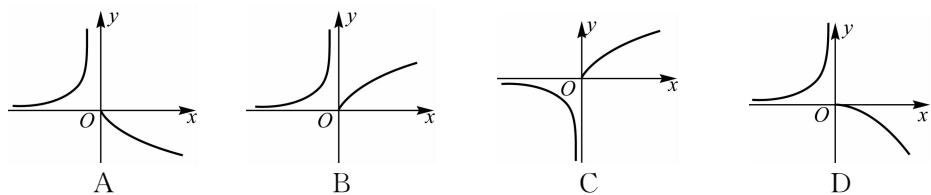
18. 点 $P(2,5)$ 与圆 $x^2+y^2=24$ 的位置关系是 ()

- A. 点 P 在圆外
B. 点 P 在圆内
C. 点 P 在圆上
D. 不确定

19. $(x-\frac{2}{x})^7$ 展开式中各项系数之和为 ()

- A. 1
B. 2^7
C. -1
D. -2^7

20. 函数 $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0, \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ 的图像大致是 ()



二、填空题(本大题共7小题,每小题4分,共28分)

21. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_5=10, a_4=7$, 则数列的公差为_____.

22. 正数 a, b 满足 $a+2b=1$, 则 $\frac{2-a}{ab}$ 的最小值为_____.

23. 设函数 $f(x)=x^3 \cos x+1$, 若 $f(a)=11$, 则 $f(-a)=$ _____.

24. 5人排成一行照相, 甲、乙两人不相邻的排法有_____种.

25. 某商品的销售价格 y (单位:万元/件)与销售量 x (单位:件)的函数关系为 $y=60-2x$, 则该商品销售额的最大值是_____万元.

26. 已知点 $A(-2,2), B(0,4)$, 则以线段 AB 为直径的圆的标准方程是_____.

27. 已知点 $A(1, \sqrt{2})$ 在抛物线 $C: y^2=2px$ 上, F 为 C 的焦点, 则 $|AF|=$ _____.

三、解答题(本大题共8小题,共72分)

28. (本题7分) 计算: $(1.5)^{-2} \cdot (3\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}} + [(-\frac{1}{2})^{-2}]^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{2}{3}} \cdot (3-\pi)^0$.

29. (本题8分) 已知 $\angle A, \angle B, \angle C$ 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 向量 $m=(-1, \sqrt{3}), n=(\cos A, \sin A)$, 且

$$m \cdot n = 1.$$

(1) 求 $\angle A$;

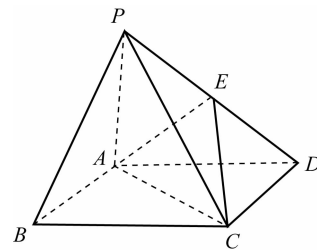
(2) 若 $\frac{1+\sin 2B}{\cos^2 B - \sin^2 B} = -3$, 求 $\tan B$.

30. (本题 9 分) 已知 $\mathbf{a} = (\sqrt{3}\cos x, \sin x)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \cos x)$, 函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

31. (本题 9 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PD 的中点.

- (1) 证明: $PB \parallel$ 平面 ACE ;
- (2) 设 $PA=1$, $AD=\sqrt{3}$, 直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° , 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



32. (本题 9 分) 2019 年 11 月 5 日至 10 日, 第二届中国国际进口博览会在上海国家会展中心举行, 本届进博会延续“新时代, 共享未来”的主题. 某公司带来了汽车积碳清理机参展, 已知汽车积碳清理机每台 12 800 元. 某企业购买了一台该设备, 投入运营后, 该清理机每年可给企业带来收益 6 400 元, 其维修保养费用第一年为 1 000 元, 以后每年增加 400 元.

- (1) 积碳清理机投入运营后, 该企业第几年开始盈利? (结果保留整数, 参考数据: $\sqrt{33} \approx 5.7$)
- (2) 积碳清理机投入运营一段时间后, 何时淘汰该设备, 企业设计了两种淘汰方案.

方案一: 累计总利润最大时淘汰.

方案二: 年平均利润最大时淘汰. 请计算两种方案下积碳清理机各使用多少年后被淘汰. 你认为哪种方案更合理? 试说明理由.

33. (本题 10 分) 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过点 F 且与 x 轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

- (1) 求椭圆的方程;
- (2) 设 A, B 分别为椭圆的左、右顶点, 过点 F 且斜率为 k 的直线与椭圆交于 C, D 两点. 若 $\vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{CB} = 8$, 求 k 的值.

34. (本题 10 分) 已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 25$.

(1) 设点 $M(-1, \frac{3}{2})$, 过点 M 作直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 若 $|AB|=8$, 求直线 l 的方程;

(2) 设 P 是直线 $x-y+8=0$ 上一点, 过 P 作圆 C 的切线 PE, PF , 切点分别为 E, F , 求 $|PC| \cdot |EF|$ 的最小值.

35. (本题 10 分) 近来, 国内多个城市纷纷加码布局“夜经济”, 以满足不同层次的多元消费, 并拉动就业, 带动创业, 进而提升区域经济发展活力. 我市“运河五号”的一位工艺品售卖者, 通过对每天销售情况的调查发现: 该工艺品在过去的一个月(以 30 天计), 每件的销售价格 $P(x)$ (单位: 元) 与时间 x (单位: 天) 的函数关系近似满足 $P(x) = 10 + \frac{1}{x}$, 日销售量 $Q(x)$ (单位: 件) 与时间 x (单位: 天) 的部分数据如下表所示:

x	10	15	20	25	30
$Q(x)$	50	55	60	55	50

(1) 根据上表中的数据研究发现, 函数模型 $Q(x) = a|x-m| + b (a \neq 0)$ 适合描述日销售量 $Q(x)$ 与时间 x 的变化关系, 求出该函数的解析式;

(2) 设该工艺品的日销售收入为 $f(x)$ (单位: 元), 求 $f(x)$ 的最小值.