专题一

集　合

专题概览

考纲揭秘	1. 理解集合的概念，理解集合元素的确定性、互异性和无序性，掌握集合的表示法，掌握集合之间的关系(子集、真子集、相等)，掌握集合的交、并、补运算. 2. 理解符号$\in$，$\notin$，$=$，$\subseteq$，$\supseteq$，$\nsubseteq$，$\cap$，$\cup$，$\complement_U A$，$\Rightarrow$，$\Leftrightarrow$的含义，并能用这些符号表示元素与集合、集合与集合、命题与命题之间的关系. 3. 了解命题的有关概念，能准确判断一个命题的真假. 4. 理解全称量词和存在量词，理解全称命题和特称命题. 5. 理解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义，掌握复合命题的真值表. 6. 理解符号$\forall$，$\exists$，$\wedge$，$\vee$，$\neg$的含义. 7. 能正确地区分充分、必要、充要条件.
命题趋势	本专题内容在历年真题中多以选择题的形式出现，要求不高，难度不大. 主要从四个方面考查： 1. 考查集合的概念、集合的基本关系及常用数集的符号表示. 2. 考查集合的基本运算. 命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主，多与绝对值、不等式等相结合. 3. 考查充分条件、必要条件和充要条件的判定，多与函数等相结合. 4. 考查命题与逻辑联结词的应用. 本专题是考试的必考内容，也是比较容易拿分的知识，其中，集合的运算、充要条件是每年常考的内容.

考点一　集合的概念与集合之间的关系

练基础

题型一　了解集合的概念

1. 下列叙述能够组成集合的是　(　　)

A. 我校所有体质好的同学　　B. 我校所有 800 米达标的女生

C. 全国所有优秀的运动员　　D. 全国所有环境优美的城市

2. 下列元素的全体不能组成集合的是　(　　)

A. 中国古代四大发明　　B. 地球上的小河流

C. 方程 $x^2-1=0$ 的实数解　　D. 周长为 10 的三角形

知识归纳

1. 集合：具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体，便形成了一个集合，常用大写英文字母 A，B，C 等表示.

2. 元素：集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素，常用小写英文字母 a，b，c 等表示.

解题心得

知识归纳

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

知识拓展

集合中的元素满足确定性、互异性和无序性. 其中确定性指对任意一个元素 a 和集合 A，a 要么属于集合 A，记作 $a\in A$；要么不属于集合 A，记作 $a\notin A$. 互异性指集合中的元素互不相同. 无序性是指集合中的各元素没有先后顺序，即如集合 $\{1,2\}$ 和集合 $\{2,1\}$ 是同一个集合.

易错汇总

用列举法表示集合时，要注意以下几点：

(1)元素之间用“,”隔开.

(2)元素不能重复(满足集合中元素的互异性).

(3)元素不能遗漏.

(4)当集合中的元素较少时用列举法比较简单；若集合中的元素较多或无限，但存在一定的规律，在不发生误解的情况下，也可以用列举法表示.

解题心得

题型二 理解元素与集合的关系及性质

1. 集合 $A=\{a,b,c\}$ 中的三个元素分别表示某一个三角形的三边长度，那么这个三角形一定不是 (　　)

A. 等腰三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 钝角三角形

2. 下列说法正确的是 (　　)

A. $\{0\}$ 是空集

B. $\{x\in \mathbf{R}\mid x^2+x+1=0\}$ 不是空集

C. 集合 $A=\{y\mid y=x^2, x\in \mathbf{R}\}$ 与 $B=\{s\mid s=(t+1)^2, t\in \mathbf{R}\}$ 是同一个集合

D. 集合 $\left\{x\in \mathbf{Q}\left|\frac{6}{x}\in \mathbf{N}\right.\right\}$ 中元素的个数是有限的

3. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2<0\}$，且 $a\in A$，则 a 可以为 (　　)

A. -2　　B. -1

C. $\frac{3}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

4. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：0 ________ $\mathbf{N}$；$\sqrt{5}$ ________ $\mathbf{N}$，$\sqrt{16}$ ________ $\mathbf{N}$.

5. 已知集合 $A=\{m-2, 2m, m^2-4\}$，若 $0\in A$，求实数 m 的值.

6. 已知方程 $x^2+ax+b=0$.

(1)若方程的解集为 $\varnothing$，求实数 a,b 满足的关系式；

(2)若方程的解集有两个元素分别为 1,3，求实数 a,b 的值.

题型三 掌握集合的两种表示法

1. 下列命题中正确的是 (　　)

①$\varnothing$ 与 $\{0\}$ 表示同一个集合；②方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有解的集合可表示为 $\{1,1,2\}$；③由 1,2,3 组成的集合可表示为 $\{1,2,3\}$ 或 $\{3,2,1\}$；④集合 $\{x\mid 4<x<5\}$ 可以用列举法表示.

A. 只有①和④　　B. 只有②和③

C. 只有②　　D. 只有③

2. 用描述法表示下列集合：

(1)所有被 3 整除的整数组成的集合；

(2)不等式 $2x-3>5$ 的解集；

(3)方程 $x^2+x+1=0$ 的所有实数解组成的集合；

(4)抛物线 $y=-x^2+3x-6$ 上所有点组成的集合；

(5)集合$\{1,3,5,7,9\}$.

题型四 掌握集合与集合之间的关系

1. 下列各式中关系符号运用正确的是 ( )

A. $0=\varnothing$　B. $\varnothing\in\{0,1,2\}$

C. $1\in\{0,1,2\}$　D. $\{1\}\in\{0,1,2\}$

2. 已知集合$A=\{x|x^2-1=0\}$,则下列结论错误的是 ( )

A. $1\in A$　B. $\{-1\}\in A$　C. $\varnothing\supseteq A$　D. $\{-1,1\}=A$

3. 已知集合$A=\{1,2,3\}$,则下列集合中是集合A的真子集的是 ( )

A. $\{1,2,3\}$　B. $\{2,3\}$　C. $\{-1,2,3\}$　D. $\{1,2,3,4\}$

4. 已知集合$A=\{x|x^2+ax+3=0\}$,且满足$1\in A$,则集合A的子集个数是 ( )

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

5. 集合$A=\{x|x-7<0,x\in\mathbf{N}^*\}$,则$B=\left\{y\,\middle|\,\frac{6}{y}\in\mathbf{N}^*,y\in A\right\}$的子集的个数为 ( )

A. 4　B. 8　C. 15　D. 16

6. 已知集合$M=\{2,m\}$,$N=\{2m-1,2\}$.若$M=N$,则实数$m=$________.

7. 集合$\{0,1,2\}$共有________个子集.

8. 满足$\{a\}\subseteq M\subsetneqq\{a,b,c,d\}$的集合$M$共有________个.

9. 已知$A=\{x|x^2-4x+3=0\}$.

(1)用列举法表示集合A;

(2)写出集合A的所有子集.

练能力

题型五 由集合之间的关系求未知数的值或范围

1. 已知集合$A=\{x|ax^2+2x+1=0\}$,若集合A为单元素集,则a的取值为( )

A. 1　B. -1

C. 0或1　D. -1或0或1

2. 已知集合$A=\{2,2a-1\}$,且$1\in A$,则实数a的值为________.

3. 设$a,b\in\mathbf{R}$,$P=\{1,a\}$,$Q=\{-1,b\}$,若$P=Q$,则$a-b=$________.

4. 已知集合$A=\{x|x^2-3x+a=0\}$,$B=\{x|x-4=0\}$,且$B\subseteq A$,则$a=$________.

知识拓展

不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合A的子集包括它本身,而这个子集由集合A的全体元素组成;空集也是集合A的子集,但这个子集中不包括集合A中的任何元素.

方法技巧

1. 若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.

2. 要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从"互为子集"入手进行判断.即若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$,则$A=B$.

知识拓展

子集个数:集合A中有n个元素,则它有2^n个子集,有2^n-1个真子集,有2^n-2个非空真子集.

解题心得

考点二 集合的运算

练基础

题型一 理解集合的交集

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{2,3\}$ B. $\{0,1,2,3\}$ C. $\{1,2\}$ D. $\{1,2,3\}$

2. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 $B=\{x|-1<x\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=$ ( )

A. $[1,2]$ B. $\{1,2\}$ C. $(-1,4)$ D. $\{1,2,3\}$

3. 若集合 $A=\{x|y=\sqrt{1-x}\}$，$B=\{x|x^2-2x\geqslant 0\}$，则 $A\cap B=$ ( )

A. $(-\infty,0]$ B. $(0,1]$ C. $(-\infty,0)$ D. $[0,1]$

4. 已知 $M=\{(x,y)|x+y=2\}$，$N=\{(x,y)|x-y=6\}$，则 $M\cap N=$________.

5. 已知方程 $x^2+px+3=0$ 的所有解组成的集合 A，方程 $x^2+x+q=0$ 的所有解组成的集合为 B，且 $A\cap B=\{1\}$.

(1)求实数 p,q 的值；

(2)求集合 $A\cup B$.

知识归纳

交集的性质：

(1)$A\cap B=B\cap A$.

(2)$A\cap A=A$.

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing$.

(4)$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

题型二 理解集合的并集

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{1,2,4,6,8\}$，则 $A\cup B=$ ( )

A. $\{1,2,3,4\}$ B. $\{1,2,4,6,8\}$ C. $\{1,2,3,4,6,8\}$ D. $\{1,2,6,8\}$

2. 已知集合 $M=\{x|x^2-4x-5\leqslant 0\}$，$N=\{x|-3<x<1\}$，则 $M\cup N=$ ( )

A. $(-3,5]$ B. $[-1,1)$ C. $(-3,-1]$ D. $(1,5]$

3. 已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，若 $A\cup B=\{-1,0,1,2,3\}$，则集合 B 可以是 ( )

A. $\varnothing$ B. $\{-1,0,1\}$ C. $\{2,3,4\}$ D. $\{1,2,3\}$

知识归纳

并集的性质：

(1)$A\cup B=B\cup A$.

(2)$A\cup A=A$.

(3)$A\cup\varnothing=A$.

(4)$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

易错汇总

全集是一个相对的概念，在不同的情况下全集的概念不同.

题型三 理解集合的全集、补集

1. 设全集 $U=\{1,2,3\}$，已知集合 $A=\{|a-1|,2\}$，$\complement_U A=\{1\}$，则 a 的值为 ( )

A. -4 或 4 B. 4 C. 4 或 -2 D. -2

2. 已知全集 $U=\{1,2,m^2\}$，集合 $A=\{2,m+1\}$，$\complement_U A=\{m\}$，则实数 m 的值为________.

题型四 掌握集合的交、并、补集的混合运算

1. 集合 $A=\{3,2^a\}$，$B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$ ( )

A. $\{1,2,3\}$ B. $\{0,1,3\}$ C. $\{0,1,2,3\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

解题心得

2. 已知集合$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-1,0,1\}$，$B=\{1,2\}$，则$A\cap(\complement_U B)=$ （ ）

A. $\{-2,-1,0\}$ B. $\{-1,0,1\}$ C. $\{0,1\}$ D. $\{-1,0\}$

3. 已知全集$U=\{0,1,2,3,4\}$，集合$A=\{0,1,2\}$，$B=\{2,3,4\}$，则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ （ ）

A. $\{2\}$ B. $\{0,2,3\}$ C. $\{1,3,4\}$ D. $\{0,1,3,4\}$

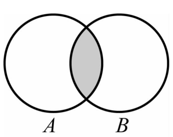
4. 设集合$M=\{1,2,3,4,5\}$，集合$N=\{2,4,6\}$，集合$T=\{4,5,6\}$，则$(M\cap T)\cup N=$________.

5. 若$A=\{x|x>12\}$，$B=\{x|x<6\}$，全集$I=\mathbf{R}$，则$\complement_I(A\cup B)=$________.

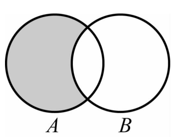
6. 已知全集$U=\{x|x\leqslant 4\}$，集合$A=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|-3<x<3\}$，求$A\cap B$，$\complement_U(A\cup B)$，$(\complement_U A)\cap B$.

题型五 理解 Venn 图在集合中的应用

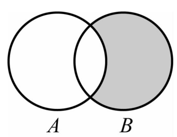
1. 集合$A=\{0,1,2,4,8\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，将集合A，B分别用如下图中的两个圆表示，则图中阴影部分表示的集合中元素个数恰好为 2 的是 （ ）



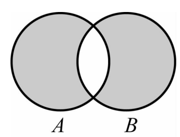
A



B



C



D

2. 如图 1-1，已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}^*|1<2^x\leqslant 8\}$，则图中的阴影部分表示的集合为________.

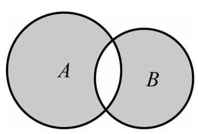


图 1-1

3. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x|x^2-2x-3<0\}$.

(1)求$A\cup B$；

(2)求如 1-2 所示阴影部分表示的集合.

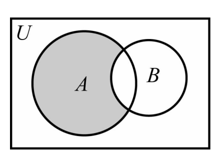


图 1-2

知识归纳

1. 全集的定义

若一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，则称这个集合为全集，通常用U表示.

全集是一个相对的概念，在不同的情况下全集的概念不同.

2. 补集的定义

对于一个集合A，由全集U中不属于集合A的所有元素组成的集合称为集合A相对于全集U的补集，简称为集合A的补集，记作$\complement_U A$，读作“A在U中的补集”，即$\complement_U A=\{x|x\in U$且$x\notin A\}$.

3. 补集的性质

(1)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

(2)$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U U=\varnothing$.

(3)$A\cup(\complement_U A)=U$.

(4)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

解题心得

练能力

题型六 由交、并、补确定未知数的取值范围

1. 已知集合 $A=\{x\mid x<a\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 1\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是________________.

2. 设集合 $A=\{x\mid 2a-1<x<a+5\}$，$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>3\}$.
   (1)若 $a=1$，求 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$；
   (2)若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A=\{x\mid 2\leqslant x<7\}$，$B=\{x\mid 3<x<10\}$，$C=\{x\mid x<a\}$.
   (1)求 $A\cup B$；
   (2)若 $A\cap C\neq\varnothing$，求 a 的取值范围.

知识拓展

1. 解题时利用数轴表示集合，便于寻求满足条件的实数. 特别需要注意的是“端点值”的问题，要明确是否能取到.

2. 考虑集合之间的关系，用图形解答比较方便. 在数学中利用“数形结合”的思想，往往能使问题简单化.

解题心得

考点三 简易逻辑

练基础

题型一 了解命题的概念及四种命题之间的关系

1. 下列语句是命题的个数为 ( )

①空集是任何集合的真子集;② $x^2-3x-4=0$;③ $3x-2>0$;④把门关上;⑤垂直于同一条直线的两直线必平行吗?

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列命题中,是真命题的是 ( )

A. 对角线互相垂直的四边形是菱形

B. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

C. 对角线相等的四边形是矩形

D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

3. 命题“若 $a>2$,则 $a^2>2a$”的逆否命题是 ( )

A. 若 $a^2>2a$,则 $a>2$ B. 若 $a^2>2a$,则 $a\leqslant 2$

C. 若 $a^2\leqslant 2a$,则 $a>2$ D. 若 $a^2\leqslant 2a$,则 $a\leqslant 2$

4. 下列说法正确的是 ( )

A. 一个命题的逆命题为真,则它的否命题为假

B. 一个命题的逆命题为真,则它的逆否命题为真

C. 一个命题的逆否命题为真,则它的否命题为真

D. 一个命题的否命题为真,则它的逆命题为真

5. 已知原命题:“若 $x<-2$,则 $x^2>4$”,则逆命题,否命题,逆否命题中,真命题的个数是 ( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 命题 p:若 $a<1$,则 $a^2<1$,则其否命题是________.

7. 写出下列命题的否定,并判断真假.

(1)正方形都是菱形;

(2) $\exists x\in \mathbf{R}$,使 $4x-3>x$;

(3) $\forall x\in \mathbf{R}$,有 $x+1=2x$.

知识归纳

1. 四种命题的结构:

原命题:如果 p,那么 q.

逆命题:如果 q,那么 p.

否命题:如果非 p,那么非 q.

逆否命题:如果非 q,那么非 p.

2. 四种命题的关系:

(1)原命题为真,它的逆命题不一定为真;

(2)原命题为真,它的否命题不一定为真;

(3)原命题为真,它的逆否命题一定为真.

结论:原命题与逆否命题真值相同;逆命题与否命题真值相同.

易错汇总

命题是能判断真假的语句,疑问句、祈使句等不是命题.

解题心得

题型二 掌握量词的应用

1. 已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$；命题 q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^3+x-2=0$，则下列命题为真命题的是 ( )

A. $p\wedge q$　　B. $p\wedge(\neg q)$　　C. $(\neg p)\wedge q$　　D. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

2. "关于 x 的不等式 $ax+b>0$ 有解"等价于 ( )

A. $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $ax+b>0$ 成立　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $ax+b\leqslant 0$ 成立

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$ax+b>0$ 成立　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$ax+b\leqslant 0$ 成立

3. 命题"$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x<x$"的否定是 ( )

A. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant x$　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant x$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x<x$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant x$

4. 下列命题中的真命题是________.

①$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+3\geqslant 3$；

②$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+3\leqslant 3$；

③所有的量词都是全称量词.

5. 已知命题 p：$\forall x>1$，都有 $x^2>1$，则$\neg p$：________.

6. 将下列命题用"$\forall$"或"$\exists$"表示.

(1)任意实数的平方不小于 0；

(2)存在一个无理数，它的平方是有理数.

知识归纳

量词：常用的量词有全称量词和存在量词，用符号表示分别为$\forall$和$\exists$.

含有全称量词的命题称为全称命题；含有存在量词的命题称为存在性命题.

知识归纳

常用的逻辑联结词有"且""或""非"，符号分别为"$\wedge$""$\vee$""$\neg$". $p\wedge(\neg q)$

方法技巧

1. $p\wedge q$：一假即假，都真才真；

2. $p\vee q$：一真即真，都假才假；

3. p 与$\neg p$：真假相反.

知识拓展

1. p 是 q 的充分条件，是指只要具备了条件 p，那么 q 就一定成立，即命题中的条件是充分的；

2. q 是 p 的必要条件，是指若不具备条件 q，则 p 就不能成立，即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

题型三 了解简单的逻辑联结词

"$2\leqslant 3$"中使用逻辑联结词的情况是 ( )

A. 使用了逻辑联结词"且"　　B. 使用了逻辑联结词"或"

C. 使用了逻辑联结词"非"　　D. 没有使用逻辑联结词

题型四 理解充要条件

1. 设 $x\in\mathbf{R}$，则"$x>\dfrac{1}{2}$"是"$(1-2x)(x+1)<0$"的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 设 $a\in\mathbf{R}$，则"$a(a-3)>0$"是"$a>3$"的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 下列条件中，使 $a>b$ 成立的充要条件是 ( )

A. $|a|>|b|$　　B. $a^2>b^2$　　C. $2^a>2^b$　　D. $\sqrt{a}>\sqrt{b}$

4. "$x=2$"是"$x^2-4=0$"的________条件(填"充分不必要""必要不充分"或"充要").

解题心得

5. 以下三个命题：①“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的充分条件；②“$|a|>|b|$”是“$a^2>b^2$”的充要条件；③“$a>b$”是“$a+c>b+c$”的充要条件. 其中，真命题的序号是________.（写出所有满足要求的命题序号）

6. 已知 $A=\{x|x<a\}$，$B=\{x|x\leqslant b\}$，条件 p：$x\in A$，条件 q：$x\in B$.

(1)若 $A\subseteq B$，且 $a=2$，求 b 的范围，并判断 p 是 q 的什么条件；

(2)若 $B\subseteq A$，且 $b=2$，求 a 的范围，并判断 p 是 q 的什么条件.

练能力

题型五 利用充要条件求未知数的取值范围

1. 已知命题 p：$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2-\lambda x+2\geqslant 0$ 为假命题，则实数 λ 的取值范围是________.

2. 设命题 p：实数 x 满足 $2<x\leqslant 3$，命题 q：实数 x 满足 $a<x<3a$，其中 $a>0$.

(1)若 $a=1$，且 $p\wedge q$ 为真，求实数 x 的取值范围；

(2)若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

知识拓展

与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等.

方法技巧

本考点主要考查充分条件、必要条件和充要条件的定义，能准确区分三个条件的不同. 判断不充分或不必要的条件时，常用举反例的方法.

解题心得

专题二

方程与不等式

专题概览

考纲揭秘	1. 掌握配方法，会用配方法解决有关问题. 2. 会解一元二次方程，会用根与系数的关系解决有关问题. 3. 理解不等式的性质，会用作差比较法证明简单不等式. 4. 会解一元一次不等式(组). 5. 会解一元二次不等式，会用区间表示不等式的解集. 6. 会解分式方程. 7. 会解形如 $\|ax+b\|\geqslant c$ 或 $\|ax+b\|<c$ 的含有绝对值的不等式. 8. 能利用不等式的知识解决有关的实际问题.
命题趋势	本专题内容在历年真题中多以选择题的形式出现，要求不高，难度不大. 不等式主要从两个方面进行考查. 1. 考查不等式的基本性质； 2. 考查一元一次不等式组、一元二次不等式、分式不等式、绝对值不等式的解法，会用集合、区间表示不等式的解集. 这方面单独命题比较少，一般是和其他知识点综合命题，复习这部分内容时要善于总结，将同类型题目进行归类.

考点一 方程及方程组

练基础

题型一 理解二元一次方程组的概念及计算

1. 已知 $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$ 是方程 $2x-5y=m$ 的解，则 m 的值为 ( )

A. 11　　B. -11　　C. 2　　D. -2

2. 下列各组数值中，是二元一次方程组 $\begin{cases}2x+y=10,\\y=3x\end{cases}$ 的解是 ( )

A. $\begin{cases}x=1,\\y=3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2,\\y=6\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3,\\y=4\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=4,\\y=2\end{cases}$

知识拓展

加减消元法.

(1)利用等式的性质，将原方程组中某个未知数的系数化成相等或相反的形式；

(2)将变形后的两个方程相加或相减消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

(3)解这个一元一次方程，求出未知数的值；

(4)将求得的未知数的值代入原方程组中的任何一个方程中，求出另一个未知数的值；

(5)用"{"联立两个未知数的值就是方程组的解 $x=\cdots$ $y=\cdots$.

解题心得

3. 若方程组$\begin{cases}ax+by=3,\\2ax+by=4\end{cases}$与方程组$\begin{cases}2x+y=3,\\x-y=0\end{cases}$有相同的解，则 a，b 的值分别为　（　　）

A. 1，2　　B. 1，0　　C. $\frac{1}{3}$，$-\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$

4. 已知二元一次方程组$\begin{cases}3a+2b=5,\\2a+3b=4,\end{cases}$则 $a-b=$________.

5. 解方程组：$\begin{cases}2x-y=1,\\7x-3y=4.\end{cases}$

题型二　理解一元二次方程的概念及计算

1. 已知一元二次方程 $x^2-6x+m=0$ 有实数根，则 m 的最大值是　（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 9　　D. -9

2. 关于 x 的一元二次方程 $2x^{a-2}+m=4$ 的一个解为 $x=1$，则 $a+m=$　（　　）

A. 9　　B. 8　　C. 6　　D. 4

3. 用配方法解方程 $x^2+8x-2=0$，配方后所得的方程是　（　　）

A. $(x+4)^2=18$　　B. $(x-4)^2=18$

C. $(x+4)^2=14$　　D. $(x-4)^2=1$

4. 一元二次方程 $x^2+x-6=0$ 的根是　（　　）

A. $x=-3$　　B. $x_1=2$，$x_2=-3$

C. $x=2$　　D. $x_1=-2$，$x_2=3$

5. 如果 4 是方程 $x^2-6x+k=0$ 的一个根，则方程的另一个根是　（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 若 m，n 是方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个实数根，则 $m+n-mn$ 的值是　（　　）

A. 5　　B. -5　　C. 1　　D. -1

7. 一元二次方程$\frac{1}{2}x^2-2x=0$ 的根是________.

8. 若 m，n 为方程 $x^2-6x-3=0$ 的两个实数根，则$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$________.

9. 已知$(x+y)^2-2(x+y)-3=0$，则 $x+y=$________.

10. 解方程：$x^2+3x-18=0$.

知识拓展

代入消元法.

(1)选取一个系数较简单的二元一次方程变形，用含有一个未知数的代数式表示出另一个未知数；

(2)将变形后的方程代入另一个方程中，消去一个未知数，得到一个一元一次方程(达到消元的目的)；

(3)解这个一元一次方程，求出未知数的值；

(4)将求出的未知数的值代入任一式中(一般代入变形式)，求出另一个未知数的值；

(5)用“{”联立两个未知数的值就是方程组的解 $x=\cdots$ $y=\cdots$.

知识拓展

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$根与系数的关系(也称韦达定理)

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$

(x_1，x_2 为方程的两个根).

方法技巧

一元二次方程的根与判别式有关，当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根，此时可以用求根公式法、配方法、提公因式法、因式分解法等解决；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根，此时可以配方为完全平方式.

解题心得

方法技巧

去分母,将分式方程转化为整式方程进行求解.

注意:由于分式方程会产生增根,所以解分式方程要验根.

题型三 理解分式方程的概念及计算

1. 分式方程$\frac{1}{x-2}=\frac{3}{x}$的解为 ( )

A. $x=3$ B. $x=2$ C. $x=1$ D. 无解

2. 如果分式方程$\frac{2}{a(x-1)}=3$的解为$x=5$,那么a的值为 ( )

A. $-\frac{1}{6}$ B. 6 C. $\frac{1}{6}$ D. -6

3. 分式方程$\frac{2}{x+1}-\frac{4}{1-x^2}=1$的解为 ________.

4. 请写出一个未知数是x的分式方程,并且当$x=1$时没有意义________.

5. 解方程:$\frac{x}{x-1}-\frac{2x-2}{x}=-1$.

6. 请阅读下列材料回答问题:在解分式方程$\frac{2}{x+1}-1=\frac{-x}{x-1}$时,小明的解法如下:

解:方程两边同乘$(x+1)(x-1)$,得$2(x-1)-1=-x$,①

去括号,得$2x-2-1=-x$,②

解得$x=1$.

检验:当$x=1$时,$(x+1)(x-1)=0$. ③

所以原分式方程无解. ④

(1)你认为小明在第________步出现了错误;(只填序号)

(2)针对小明解分式方程出现的错误和解分式方程中的其他重要步骤,请你提出一条解分式方程时的注意事项;

(3)写出上述分式方程的正确解法.

解题心得

练能力

题型四 掌握方程的实际应用

1. 甲乙两地相距400千米,一辆汽车从甲地开往乙地,实际每小时比原计划多行驶12千米,结果提前1小时到达.设这辆汽车原计划的速度为x千米/时,根据题意可列方程为 ( )

A. $\frac{400}{x}=\frac{400}{x+12}+1$ B. $\frac{400}{x}=\frac{400}{x-12}+1$

C. $\frac{400}{x}+1=\frac{400}{x+12}$ D. $\frac{400}{x}+1=\frac{400}{x-12}$

2. 一件商品原价为100元，经连续两次降价，现价为81元，每次降价的百分率均相同，求此百分率.

3. 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 某超市节前购进了甲、乙两种畅销口味的粽子. 已知购进甲种粽子的金额是1 200元，购进乙种粽子的金额是800元，购进甲种粽子的数量比乙种粽子的数量少50个，甲种粽子的单价是乙种粽子单价的2倍. 求乙种粽子的单价是多少元.

4. 小王准备用60元钱采购某种商品，看到甲商店该商品的每件单价比乙商店便宜2元，因此这些钱在甲商店购买这种商品比乙商店多买5件，问：甲商店这种商品的单价是多少？可以买多少件？

解题心得