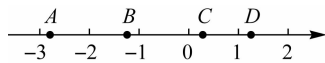


# 第一章 基础知识

## 1.1 实数及其运算

### 一、选择题

- 16 的算术平方根是( ).  
A. 4                      B.  $\pm 4$                       C.  $-4$                       D. 196
- 在下列四个实数中,最小的数是( ).  
A.  $-5$                       B. 0                      C. 1                      D. 2
- $-\sqrt{3}$ 的相反数是( ).  
A.  $-\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D. 3
- 估算  $2\sqrt{7}+3$  的值在( ).  
A. 8 和 9 之间                      B. 7 和 8 之间                      C. 6 和 7 之间                      D. 5 和 6 之间
- 化简  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  的结果是( ).  
A.  $\sqrt{2}+\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$                       C.  $1-\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{2}+1$
- $\sqrt{81}$ 的平方根为( ).  
A.  $\pm 3$                       B.  $\pm 9$                       C. 3                      D.  $-3$
- 若  $|x-3y|+\sqrt{y+2}=0$ ,则  $xy$  的值为( ).  
A. 8                      B. 12                      C. 5                      D.  $-8$
- $-3$  的倒数是( ).  
A. 3                      B.  $-3$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$
- 如图,在数轴上,表示数  $\sqrt{5}-2$  对应的点可能是( ).



- A. 点 A                      B. 点 B                      C. 点 C                      D. 点 D

### 二、填空题

10. 计算:  $(-1)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^0 =$  \_\_\_\_\_.
11. 若  $|a+2|+(b-3)^2=0$ ,则  $a^b =$  \_\_\_\_\_.
12. 若  $a, b$  互为倒数,  $m, n$  互为相反数,则  $(m+n)^2+2ab =$  \_\_\_\_\_.
13. 当  $x > 2$  时,  $|x-2| =$  \_\_\_\_\_.
14. 已知  $|x|=3, |y|=5$ ,且  $|y-x|=x-y$ ,则  $2x+y =$  \_\_\_\_\_.
15. 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时,式子  $3-2x$  与  $2+x$  互为相反数.

## 三、解答题

16. 计算： $| -2 | + \pi^0 - \sqrt{16} + 27 + 3$ .

17. 计算：

(1)  $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{24}}{\sqrt{2}} + |1 - \sqrt{3}|$ ;

(2)  $(\pi - 3.14)^0 + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-27}$ .

18. 已知  $3a+1$  的算术平方根是 2,  $2a-b+3$  的立方根是 -3.(1) 求  $a, b$  的值;(2) 求  $b-8a$  的平方根.

## 1.2 代数式及其运算

## 一、选择题

1. 已知  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ , 则下列结论一定正确的是( ).

A.  $x=2, y=3$

B.  $2x=3y$

C.  $\frac{x}{x+y} = \frac{3}{5}$

D.  $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{3}$

2. 计算  $(-xy^2)^3$  的结果是( ).

A.  $-x^3y^6$

B.  $x^3y^6$

C.  $x^4y^5$

D.  $-x^4y^5$

3. 下列运算正确的是( ).

A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B.  $a^3 \div a^2 = 1$

C.  $a^3 - a^2 = a$

D.  $(a^3)^2 = a^6$

4. 下列运算正确的是( ).

A.  $6a - 5a = 1$

B.  $(a^2)^3 = a^5$

C.  $3a^2 + 2a^3 = 5a^5$

D.  $2a \cdot 3a^2 = 6a^3$

5. 下列运算结果, 错误的是( ).

A.  $-\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

B.  $(-1)^0 = 1$

C.  $(-1) + (-3) = 4$

D.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

6. 下列计算结果正确的是( ).

A.  $3x^3 - 2x^3 = 1$

B.  $2x^2 + 4x^2 = 6x^4$

C.  $3x^2y - 3yx^2 = 0$

D.  $3x + y = 3xy$

7. 计算  $2\ 023^2 - 2\ 024 \times 2\ 022$  的结果为( ).

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

8. 若  $x^2 + 2(a+4)x + 25$  是完全平方式, 则  $a$  的值为( ).

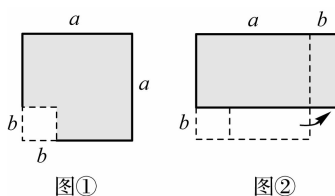
A. 1

B. -9

C. 1 或 -9

D. 1 或 -1

9. 在边长为  $a$  的正方形中挖去一个边长为  $b$  的小正方形 ( $a > b$ ) (如图①), 把余下的部分拼成一个长方形 (如图②), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证( ).



图①

图②

A.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C.  $(a+2b)(a-b) = a^2 + ab - 2b^2$

D.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

## 二、填空题

10. 分解因式:  $4(a+b)^2 - (a-b)^2 =$  \_\_\_\_\_.

11. 若  $(x-2)^2 + \left|y + \frac{1}{3}\right| = 0$ , 则  $y^x =$  \_\_\_\_\_.

12. 计算:  $a^2 \cdot a^4 + (-3a^3)^2 - 10a^6 =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $x^2 + y^2 = 169$ ,  $x - y = 7$ , 那么  $xy$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. 若  $\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3}$ , 则  $\frac{x}{y} =$  \_\_\_\_\_.

15. 计算:  $\frac{3a+2b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2-b^2} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. 先化简,再求值: $(a-\frac{4}{a})\div\frac{a-2}{a^2}$ ,其中 $a=\frac{1}{3}$ .

17. 化简: $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ .

18. 因式分解:

(1) $x^2+6x+5$ ;

(2) $x^2-4x-21$ ;

(3) $2x^2-5x-7$ .

19. 已知 $x=2-\sqrt{3}$ , $y=2+\sqrt{3}$ ,求下列式子的值:

(1) $\frac{x}{y}$ ;

(2) $x^2+xy+y^2$ .

## 1.3 方程与方程组

## 一、选择题

- 若  $x_1, x_2$  是方程  $2x^2 - 6x + 3 = 0$  的两个根, 则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值是( ).  
A. 2  
B. -1  
C. -2  
D. 1
- 方程  $x^2 - 2x = 0$  的解是( ).  
A.  $x = 2$   
B.  $x = 0$   
C.  $x_1 = 0, x_2 = -2$   
D.  $x_1 = 0, x_2 = 2$
- 把方程  $x^2 + 2x = 3(x - 2)$  化成  $ax^2 + bx + c = 0$  的形式, 则  $a, b, c$  的值分别为( ).  
A. 1, -1, -6  
B. 1, 5, 6  
C. 1, -1, 6  
D. 1, 5, -6
- 若一个三角形的两边长分别是 2 和 6, 第三边的边长是方程  $x^2 - 10x + 21 = 0$  的一个根, 则这个三角形的周长为( ).  
A. 7  
B. 3 或 7  
C. 15  
D. 11 或 15
- 下列方程中, 是一元一次方程的是( ).  
A.  $x^2 - 4x - 3 = 3$   
B.  $x - 2 = 0$   
C.  $x + 2y = 1$   
D.  $2x - 1 = \frac{1}{3x}$
- 下列关于  $x$  的方程有实数根的是( ).  
A.  $x^2 - x + 1 = 0$   
B.  $x^2 + x + 1 = 0$   
C.  $(x - 1)^2 + 1 = 0$   
D.  $x^2 - 4x + 4 = 0$
- 方程  $-5x + 3 = 2$  的解是( ).  
A.  $x = -1$   
B.  $x = 1$   
C.  $x = -\frac{1}{5}$   
D.  $x = \frac{1}{5}$
- 若分式  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$  的值为 0, 则  $x$  的取值为( ).  
A.  $x \neq 1$   
B.  $x \neq -1$   
C.  $x = 1$   
D.  $x = -1$

## 二、填空题

- 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 2a = 0$  有两个相等的实数根, 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.
- 若分式  $\frac{x-2}{x+3}$  的值等于 0, 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.
- 一元二次方程  $x^2 - 81 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.
- 若关于  $x$  的方程  $x - a + 2 = 0$  的解是  $x = -1$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
- 以  $\begin{cases} y - x = 1, \\ y + x = 2 \end{cases}$  的解为坐标的点  $(x, y)$  在第\_\_\_\_\_象限.
- 设关于  $x$  的方程  $x^2 - 8x + m = 0$  的两根分别为  $p$  和  $q$ , 且  $3p + 2q = 18$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.
- 若  $a^2 + (k - 3)a + 9$  是一个完全平方式, 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. 解下列方程或方程组:

(1)  $2x-3=3x+5$ ;

(2)  $3x(x-2)=2(2-x)$ ;

(3) 
$$\begin{cases} x-y=-2, \\ x+2y=4; \end{cases}$$

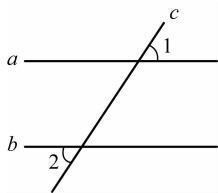
(4)  $\frac{3-2x}{x-1} = -\frac{1}{x-1}$ .

17. 我们定义一种新运算:  $m * n = m^2 - mn$ , 例如:  $3 * 1 = 3^2 - 3 \times 1 = 6$ .(1) 求  $4 * 2$  的值;(2) 若  $6 * x = 9$ , 求  $x$  的值.18. 已知  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的两个实数根.(1) 填空:  $x_1 + x_2 =$  \_\_\_\_\_;  $x_1 \cdot x_2 =$  \_\_\_\_\_.(2) 求代数式  $x_1^2 + x_2^2$  的值.

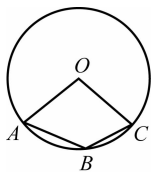
## 1.4 平面几何常见知识

## 一、选择题

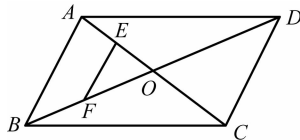
1. 如图, 直线  $a, b$  被直线  $c$  所截, 若  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 58^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为( ).



- A.  $32^\circ$                       B.  $42^\circ$                       C.  $58^\circ$                       D.  $122^\circ$
2. 若两个相似三角形的面积之比为  $2:3$ , 则它们的对应边之比为( ).
- A.  $2:3$                       B.  $3:2$                       C.  $\sqrt{6}:3$                       D.  $\sqrt{6}:2$
3. 用长度为 1 米的铁丝, 分别围成下列图形, 则面积最大的是( ).
- A. 正方形                      B. 正三角形                      C. 正六边形                      D. 圆
4. 正多边形的每个内角为  $108^\circ$ , 则它的边数是( ).
- A. 4                      B. 6                      C. 7                      D. 5
5. 如图,  $A, B, C$  是  $\odot O$  上的三个点, 若  $\angle AOC = 100^\circ$ , 则  $\angle ABC$  等于( ).



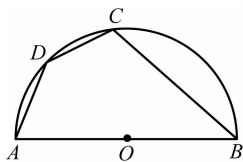
- A.  $50^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $130^\circ$
6. 如图,  $\square ABCD$  的对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $E, F$  分别是线段  $AO, BO$  的中点, 若  $EF = 3$ ,  $\triangle COD$  的周长是 18, 则  $\square ABCD$  的两条对角线的和是( ).



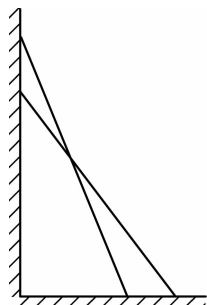
- A. 18                      B. 24                      C. 30                      D. 36
7. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  为三角形的三条边, 且方程  $x^2 - 2cx + a^2 + b^2 = 0$  有两个相等的实数根, 则该三角形一定是( ).
- A. 直角三角形                      B. 锐角三角形  
C. 钝角三角形                      D. 等腰三角形
8. 等腰三角形的一条边长为 6, 另一边长为 13, 则它的周长为( ).
- A. 25                      B. 25 或 32                      C. 19                      D. 32

二、填空题

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $BD$ 是 $AC$ 上的高,且 $\angle CBD=35^\circ$ ,则 $\angle A=$ \_\_\_\_\_.
10. 若 $n$ 边形的每一个外角都是 $40^\circ$ ,则 $n$ 的值为\_\_\_\_\_.
11. 如图, $AB$ 是半圆的直径, $D$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点, $\angle ABC=40^\circ$ ,则 $\angle DAB=$ \_\_\_\_\_.

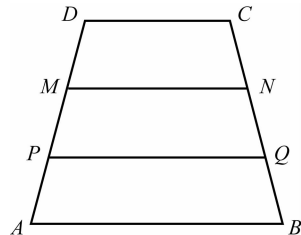


12. 如图,一架云梯长10米,斜靠在一面墙上,梯子顶端离地面6米,要使梯子顶端离地面8米,则梯子的底部在水平面方向要向左滑动\_\_\_\_\_米.



三、解答题

13. 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $DM=MP=PA$ , $MN \parallel PQ \parallel AB$ , $DC=2$  cm, $AB=3.5$  cm,求 $MN$ 和 $PQ$ 的长.

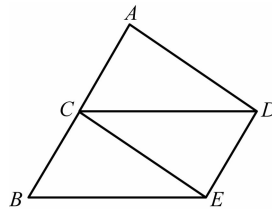




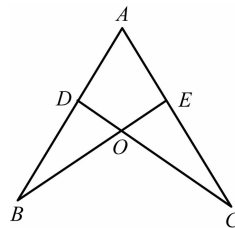
14. 如图,点  $C$  是  $AB$  的中点, $AD=CE$ , $CD=BE$ .

(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ;

(2) 连接  $DE$ , 求证: 四边形  $CBED$  是平行四边形.



15. 如图, $D, E$  分别是  $AB, AC$  上的点, $BE, CD$  相交于点  $O$ , $\angle B = \angle C$ , $CD = BE$ . 求证: $BD = CE$ .



## 第二章 集合与逻辑用语

### 2.1 集合的概念与表示方法

#### 一、选择题

- 下列关系正确的是( ).  
A.  $-2 \in \mathbf{N}$                       B.  $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$                       C.  $5 \notin \mathbf{Q}$                       D.  $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$
- 下列集合不是空集的是( ).  
A. 绝对值小于 0 的实数                      B.  $2x+1=0$  的解集  
C.  $x^2 < 0$  的解集                      D. 小于 0 的自然数
- 下列条件中能构成集合的是( ).  
A. 世界著名的数学家                      B. 在数轴上与原点非常近的点  
C. 所有的等腰三角形                      D. 全年级成绩优异的同学
- 下列选项中不能作为集合  $\{x-1, x^2-1, 2\}$  中的  $x$  的值的是( ).  
A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是( ).  
A.  $\emptyset$                       B.  $\{4, 6, 8\}$   
C.  $\{3, 5, 7\}$                       D.  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 下列命题中正确的是( ).  
A.  $\{x|x^2+2=0\}$  在实数范围内无意义                      B.  $\{(1, 2)\}$  与  $\{(2, 1)\}$  表示同一个集合  
C.  $\{4, 5\}$  与  $\{5, 4\}$  表示相同的集合                      D.  $\{4, 5\}$  与  $\{5, 4\}$  表示不同的集合
- 已知集合  $A = \{x|x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$ , 则集合  $A$  中的元素有( ).  
A. 4 个                      B. 5 个                      C. 6 个                      D. 无数个

#### 二、填空题

- 用集合元素的确定性可判定下列各组对象中能构成集合的是\_\_\_\_\_.  
①所有大于 4 的有理数;  
②比较大的自然数;  
③同学们喜欢的体育项目;  
④方程  $3x+2=0$  的解;  
⑤比较接近 0 的实数.
- 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.  
(1)  $1$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}^*$ ;                      (2)  $-2$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}^*$ ;  
(3)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}^*$ ;                      (4)  $5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;  
(5)  $-6$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;                      (6)  $\frac{5}{6}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ .

10. 已知 1 是由  $|a+1|, a+2$  组成的集合中的元素, 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

11. 用描述法写出偶数全体组成的集合:\_\_\_\_\_.

12. 集合  $\{x|x^2-3x-18=0\}$  用列举法可表示为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

13. 已知集合  $\{x|x^2+ax+4=0\}$ , 若集合  $A$  的元素只有一个, 求  $a$  的值.

14. 已知集合  $A=\{(x,y)|x+y-5=0, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}\}$ , 写出所有符合条件的集合.

15. 已知集合  $M=\{x|(x^2-1)(x^2-4x+3)=0\}$ , 用列举法写出集合  $M$ .



## 三、解答题

16. 已知集合  $A = \{a, b, c\}$ , 写出集合  $A$  的真子集.

17. 已知集合  $A = \{x | (a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0\}$ , 且集合  $A$  有且只有一个非空子集, 求实数  $a$  的值.

18. 已知集合  $A = \{1, a - 3, 4\}$ ,  $B = \{1, -a, b\}$ ,  $A = B$ , 求  $a$  和  $b$ .



## 三、解答题

16. 已知  $A = \{x | 2a \leq x \leq a+3\}$ ,  $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

17. 设集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | mx - 2 = 0\}$ , 若  $A \cap B = B$ , 求实数  $m$  的值组成的集合.

18. 设  $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ , 若  $A \cap B = A \cup B$ , 求  $a$  的值.

## 2.4 充要条件

## 一、选择题

- “ $x^2=9$ ”是“ $x=3$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $b^2-4ac>0$ ”是“ $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有实数解”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- $x\in\mathbf{R}$ , “ $x<3$ ”是“ $|x|<3$ ”的( ).  
A. 充要条件  
B. 充分不必要条件  
C. 既不充分也不必要条件  
D. 必要不充分条件
- “ $x=7$ ”是“ $x\leq 7$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x^2=1$ ”是“ $|x|=1$ ”的( ).  
A. 充要条件  
B. 充分不必要条件  
C. 既不充分也不必要条件  
D. 必要不充分条件
- “ $0<a<1$ ”是“ $\log_a 2>\log_a 3$ ”的( ).  
A. 必要不充分条件  
B. 充分不必要条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- 设  $a, b\in\mathbf{R}$ , 则“ $a>b>0$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x>2$ ”是“ $x>4$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x=y$ ”是“ $\frac{x}{y}=1$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x>y$ ”是“ $\sqrt{x}>\sqrt{y}$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

## 二、填空题

- “ $x>0$ ”是“ $(x+1)^2>0$ ”的\_\_\_\_\_条件.
- “ $a^2-a<0$ ”是“指数函数  $y=a^x$  为减函数”的\_\_\_\_\_条件.
- “ $a<1$ ”是“ $\log_2 a<0$ ”的\_\_\_\_\_条件.
- “ $a>1$ ”是“ $a>\sqrt{2}$ ”的\_\_\_\_\_条件.
- “ $a>0$ ”是“ $a-1>0$ ”的\_\_\_\_\_条件.



## 三、解答题

16. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

17. 求  $x^2 - 5x - 6 \leq 0$  的充要条件.

18. 已知方程  $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$ , 求方程有两个大于 1 的实根的充要条件.