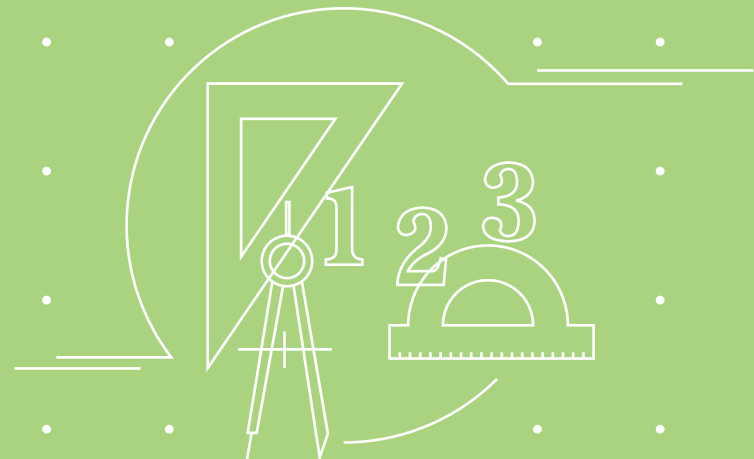


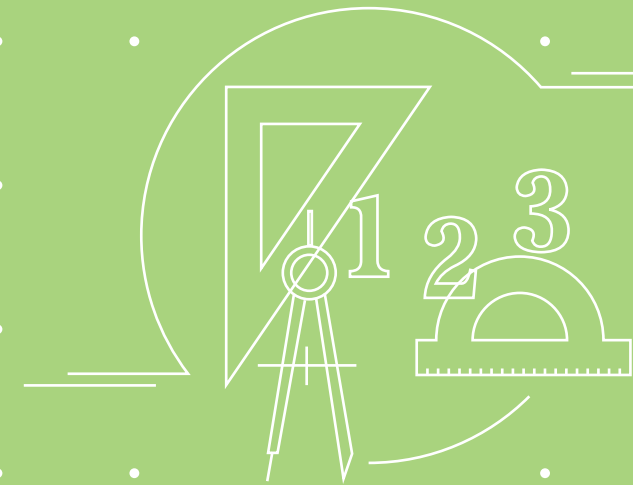
中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学 同步提升与练习 (拓展模块一·上)



数学 同步提升与练习 (拓展模块一·上)

主编 蓝振恒 张 玥



中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学同步提升与练习(拓展模块一·上)

主编 蓝振恒 张玥

开明出版社

定价: 25.00元

开明出版社

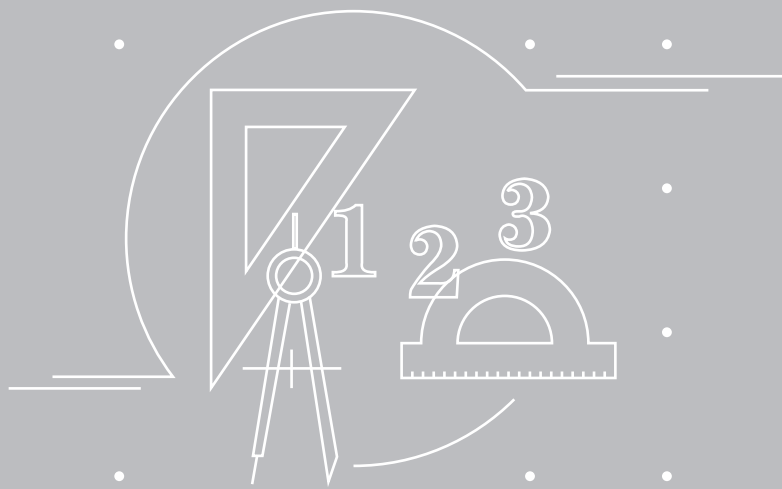
中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习

(拓展模块一·上)

主 编 蓝振恒 张 玥
副主编 周军连 黄鸿宇 邓斌



开明出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

责任编辑:

SHUXUE TONGBU TISHENG YU LIANXI (TUOZHAN MOKUAI YI · SHANG)

数学同步提升与练习 (拓展模块一·上)

主 编:

出 版: 开明出版社

(北京市海淀区西三环北路 25 号 邮编 100089)

印 刷: 三河市骏杰印刷有限公司

开 本: 880 mm×1230 mm 1/16

印 张:

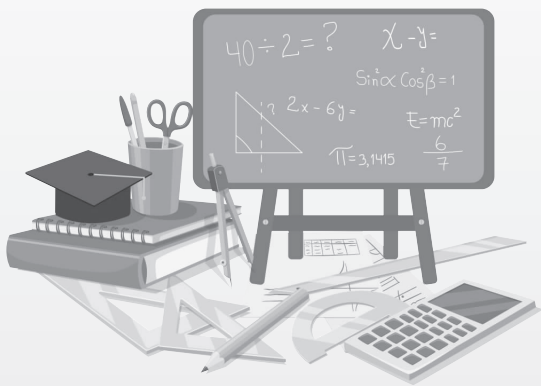
字 数: 千字

版 次: 2023 年 月第 1 版

印 次: 2023 年 月第 1 次印刷

定 价: 25.00 元

印刷、装订质量问题, 出版社负责调换。联系电话: (010)88817647



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是国家脱贫攻坚的需要,是国家社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为基础,全面落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程改革规划新教材《数学 拓展模块一》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本单元知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

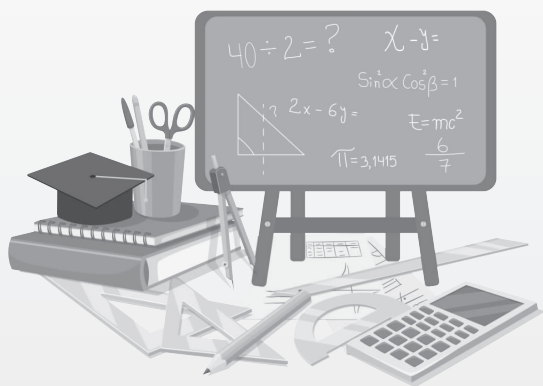
典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。

巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分,通过自我检测,使学生做到及时查缺补漏,确保当堂内容当堂清。

本书由广西河池市都安瑶族自治县职业教育中心的蓝振恒老师、广西纺织工业学校的张玥老师担任主编,由广西科技商贸高级技工学校的周军连老师、广西河池市卫生学校的黄鸿宇老师、广西工贸高级技工学校的邓斌老师担任副主编。

由于编者学术水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第一单元 命题与充要条件 1

- 1.1 命题 2
- 1.2 充要条件 5

第二单元 三角计算 8

- 2.1 和角公式 9
- 2.2 二倍角公式 15
- 2.3 正弦定理、余弦定理 19
- 2.4 正弦型函数 29
- 2.5 生产、生活中的三角计算及应用 35

第三单元 数列 40

- 3.1 数列的概念 41
- 3.2 等差数列 44
- 3.3 等比数列 49
- 3.4 数列的应用 54

第四单元 平面向量 59

- 4.1 平面向量的概念 60
- 4.2 平面向量的运算 63
- 4.3 平面向量的坐标表示 72
- 4.4 平面向量的内积 75



第五单元 椭圆、双曲线、抛物线 **80**

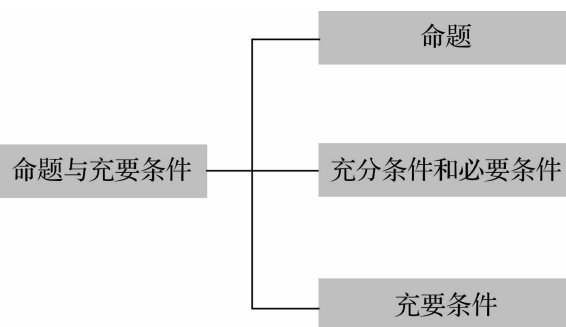
5.1 椭圆的标准方程和性质	81
5.2 双曲线的标准方程和性质	88
5.3 抛物线的标准方程和性质	95



第一单元

命题与充要条件

知识脉络





1.1 命题



学习目标

1. 了解命题的概念.
2. 能够判断命题的真假.



知识梳理

1. 命题:一般地,在数学中,我们把用语言、符号或式子表达的,_____的陈述句叫作命题.
2. 真命题、假命题:判断为真的语句叫作_____命题,判断为假的语句叫作_____命题.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 判断下列语句是不是命题,并说明理由.

- (1) $\frac{\pi}{2}$ 是有理数;
- (2) 2020 年夏季奥运会的举办城市是日本的东京;
- (3) $3x \leq 5$;
- (4) 梯形是不是平面图形呢?
- (5) $x^2 - 2x + 7 > 0, x \in \mathbf{R}$.

解 (1)“ $\frac{\pi}{2}$ 是有理数”是陈述句,并且能判断它是假的,所以它是命题;

(2)“2020 年夏季奥运会的举办城市是日本的东京”是陈述句,并且能判断它是真的,所以它是命题;

(3)因为无法判断“ $3x \leq 5$ ”的真假,所以它不是命题;

(4)“梯形是不是平面图形呢?”是疑问句,所以它不是命题;

(5)因为“ $x^2 - 2x + 7 > 0, x \in \mathbf{R}$ ”中 $\Delta = 4 - 28 < 0$,所以“ $x^2 - 2x + 7 > 0$ ”是真的,所以它是命题.

例 2 判断下列语句哪些是命题,是真命题还是假命题.

- (1) $x > 0$;





(2)等腰三角形两底角相等;

(3)若 a, b 是任意实数且 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$.

解 (1)因为 $x > 0$ 不能判断真假, 所以不是命题;

(2)因为等腰三角形两底角相等, 所以本语句是命题, 而且是真命题;

(3)当 $a = -2, b = 0$ 时, 显然 $a^2 > b^2$ 成立, 但是 $a > b$ 不成立. 因为本语句能判断真假, 所以本语句是命题, 而且是假命题.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 在下列语句中, 命题的个数是 ()

①空集是任何集合的子集; ②若 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 - x + 1 = 0$; ③若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

2. 以下语句: ① $\{0\} \in \mathbf{N}$; ② $x^2 + y^2 = 0$; ③ $x^2 > x$; ④ $\{x | x^2 + 1 = 0\}$ 是空集吗? 其中命题的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 若两个三角形的面积相等, 则这两个三角形全等
 B. 若平行四边形的对角线相等, 则这个四边形是矩形
 C. 存在一个实数 x , 使得 $|x| < 0$
 D. 所有可以被 5 整除的整数, 末尾数字都是 0

4. 下列命题中, 是真命题的是 ()

- A. $\{\emptyset\}$ 是空集 B. $\{x \in \mathbf{N} | |x-1| < 3\}$ 是无限集
 C. π 是有理数 D. 方程 $x^2 - 5x = 0$ 的根是自然数

二、填空题

5. 下列命题中真命题有 _____.

- ① $mx^2 + 2x - 1 = 0$ 是一元二次方程;
 ② 函数 $y = 2x - 1$ 的图像与 x 轴有一个交点;
 ③ 互相包含的两个集合相等;
 ④ 空集是任何集合的真子集.

6. 有下列四个命题:

- ① 对任意实数 x 均有 $x + 1 > x$; ② 不存在实数 x 使 $x^2 + x + 1 < 0$;
 ③ 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 至少有一个实数根; ④ $\exists x \in \mathbf{R}$ 使 $|x| \leq x$.

其中假命题是 _____ (填写所有假命题的序号).



三、解答题

7. 判断下列语句是否为命题. 若是, 是真命题还是假命题?

- (1) 0 是自然数吗? (2) 10^{100} 可真大! (3) $x > 2$;
(4) $5 > 2$; (5) 若 $a = 0$, 则 $ab = 0$; (6) 如果 $x^2 = 1$, 那么 $x = 1$.

8. 判断下列命题的真假:

- (1) 一个实数不是质数就是合数;
(2) 若 $x = 3$ 或 $x = 7$, 则 $(x - 3)(x - 7) = 0$;
(3) 正方形既是矩形又是菱形;
(4) 若 $A \cap B = B$, 则 $B \subseteq A$.

能力提升

判断下列命题的真假, 并说明理由.

- (1) $x, y \in \mathbf{R}$, 如果 $x > y$, 那么 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$;
(2) 如果四边形是矩形, 那么对角线相等且互相平分;
(3) A, B 是两个集合, 如果 $B \subseteq A$, 那么 $B \subsetneq A$ 或 $B = A$.

知识梳理答案

1. 可以判断真假
2. 真 假





1.2 充要条件



学习目标

1. 了解充分条件、必要条件、充要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.



知识梳理

1. 充分条件与必要条件:一般地,“如果 p ,那么 q ”为真命题,是指由 p 通过推理可以得出 q .这时,我们就说,由 p 可推出 q ,记作_____.并且说, p 是 q 的_____条件, q 是 p 的_____条件.
2. 充要条件:一般地,如果既有 $p \Rightarrow q$,又有 $q \Rightarrow p$,就记作_____.此时,我们说, p 是 q 的_____条件,简称_____条件.显然,如果 p 是 q 的充要条件,那么 q 也是 p 的充要条件.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 分别判断下列各组中, p 是否为 q 的充分条件或必要条件,并说明理由.

- (1) $p: x^2 = 2x, q: x = 0$;
- (2) $p: \theta = \pi, q: \tan \theta = 0$;
- (3) $p: a$ 是整数, $q: a$ 是自然数.

解 (1) 由于 $q: x = 0 \Rightarrow p: x^2 = 2x, p: x^2 = 2x \not\Rightarrow q: x = 0$,

所以 p 是 q 的必要条件.

(2) 由于 $p: \theta = \pi \Rightarrow q: \tan \theta = 0, q: \tan \theta = 0 \not\Rightarrow p: \theta = \pi$,

所以 p 是 q 的充分条件.

(3) 由于 $p: a$ 是整数 $\not\Rightarrow q: a$ 是自然数, $q: a$ 是自然数 $\Rightarrow p: a$ 是整数,

所以 p 是 q 的必要条件.

点拨 根据充分条件和必要条件的定义判断即可.

例 2 指出下列各组中的条件 p 是结论 q 的什么条件:

- (1) $p: x = 3, q: (x-1)(x-3) = 0$;
- (2) $p: x > 1, q: x > 3$;
- (3) $p: x = y, q: (x-y)^2 = 0$.



解 (1)由条件 $x=3$ 成立能够推出结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立,因此 p 是 q 的充分条件;而由结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立不能够推出条件 $x=3$ 一定成立,因为当 $x=1$ 时, $(x-1)(x-3)=0$ 也成立,所以 p 不是 q 的必要条件,故 p 是 q 的充分不必要条件.

(2)由条件 $x>1$ 成立不能推出结论 $x>3$ 成立,如当 $x=2$ 时, $2>1$ 但 $2<3$,因此 p 不是 q 的充分条件;而由结论 $x>3$ 成立能够推出条件 $x>1$ 成立,所以 p 是 q 的必要条件,故 p 是 q 的必要不充分条件.

(3)由条件 $x=y$ 成立能够推出结论 $(x-y)^2=0$ 成立,而由结论 $(x-y)^2=0$ 成立也能够推出条件 $x=y$ 成立,因此 p 是 q 的充要条件.

点拨 在判断条件时,结合子集与推出关系来判断,可以少出错或不出错,尤其对于方程或不等式方面的题目.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 已知 $p:a \neq 0, q:ab \neq 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 既不是充分条件也不是必要条件
D. 充要条件

2. “ $a>0$ ”是“ $a>1$ ”的 ()

- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 既不是充分条件也不是必要条件
D. 充要条件

3. “ $x=y$ ”是“ $x^2=y^2$ ”的 ()

- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 既不是充分条件也不是必要条件
D. 充要条件

4. “ $a>b>0$ ”是“ $|a|>|b|$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 下列命题中是“ $x^2=4$ ”的充要条件的是 ()

- A. $x=2$
B. $x=-2$
C. $x=2$ 或 $x=-2$
D. $x=2$ 且 $x=-2$

二、填空题

6. 用“ \Rightarrow ”“ \Leftarrow ”填空.

- (1) $x \in A$ _____ $x \in A \cup B$;
(2) 两个三角形全等 _____ 两个三角形相似;
(3) $ab=0$ _____ $a=0$.





7. 用“充分”“必要”填空.

(1) “ $x \in \mathbf{Z}$ ”是“ $x \in \mathbf{N}$ ”的 _____ 条件;

(2) “ x 是 4 的倍数”是“ x 是 2 的倍数”的 _____ 条件.

8. “ $x^2 - 2x > 0$ ”的充要条件是_____.

三、解答题

9. 命题 $p: x > 0, y < 0$, 命题 $q: x > y, \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$, 则 p 是 q 的什么条件?

10. p 是 q 的充分不必要条件, p 是 s 的充要条件, 那么 s 是 q 的什么条件?

能力提升

1. 已知 $p: x^2 - x < 0$, 那么命题 p 的一个充分条件是 ()

A. $0 < x < 2$

B. $-1 < x < 1$

C. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{2} < x < 2$

2. “ $\lg x > \lg y$ ”是“ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ”的 _____ 条件. (填“充分”或“必要”)

3. 已知命题 $p: \frac{2x}{x-1} < 1$; 命题 $q: (x+a)(x-1) < 0$. 若 p 是 q 的充要条件, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. $p \Rightarrow q$ 充分 必要

2. $p \Leftrightarrow q$ 充分必要 充要

数学同步提升与练习 (拓展模块一·上)

参考答案及解析

目 录

第一单元 命题与充要条件	1
1.1 命题	1
1.2 充要条件	1
第二单元 三角计算	2
2.1 和角公式	2
2.2 二倍角公式	3
2.3 正弦定理、余弦定理	4
2.4 正弦型函数	6
2.5 生产、生活中的三角计算及应用	7
第三单元 数列	9
3.1 数列的概念	9
3.2 等差数列	9
3.3 等比数列	10
3.4 数列的应用	11
第四单元 平面向量	12
4.1 平面向量的概念	12
4.2 平面向量的运算	12
4.3 平面向量的坐标表示	14
4.4 平面向量的内积	14
第五单元 椭圆、双曲线、抛物线	15
5.1 椭圆的标准方程和性质	15
5.2 双曲线的标准方程和性质	16
5.3 抛物线的标准方程和性质	18

第一单元 命题与充要条件

1.1 命题

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. C
2. B
3. B
4. D

二、填空题

5. ②③ 解析:①中,当 $m=0$ 时, $mx^2+2x-1=0$ 是一元一次方程,①错误;②中,令 $y=0$,则 $2x-1=0$, $x=\frac{1}{2}$,所以函数 $y=2x-1$ 的图像与 x 轴有一个交点,②正确;③中,互相包含的两个集合相等,③正确;④中,空集不是本身的真子集,④错误.
6. ③ 解析:对于①:因为 $1>0$,所以对任意实数 x 均有 $x+1>x$,故①为真命题;对于②:因为 $x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$,所以不存在实数 x 使 $x^2+x+1<0$,故②为真命题;对于③:对于方程 $x^2-2x+3=0$, $\Delta=(-2)^2-4\times 3=-8<0$,故方程 $x^2-2x+3=0$ 无实数根,所以③为假命题;对于④:当 $x=0$ 时, $|x|=x=0$,故 $\exists x\in\mathbf{R}$ 使 $|x|\leq x$,即④为真命题.故假命题为③.

三、解答题

7. 解: (1)不是.
(2)不是.
(3)不是.
(4)是,真命题.
(5)是,真命题.
(6)是,假命题.
8. 解: (1)1既不是质数也不是合数,故该命题为假命题.
(2)当 $x=3$ 或 $x=7$ 时,代入 $(x-3)(x-7)$ 中结果为0,故该命题为真命题.
(3)正方形具有矩形和菱形的所有性质,故它既是矩形又是菱形,故该命题为真命题.
(4)若 $A\cap B=B$,则集合 B 为集合 A 的子集,即 $B\subseteq A$,故该命题为真命题.

【能力提升】

解: (1)由 $x, y\in\mathbf{R}$, $x>y$, 举例 $x=-1, y=-2$, 则 \sqrt{x}

和 \sqrt{y} 无意义,故命题为假命题.

(2)由矩形的性质可知命题为真命题.

(3)由 $B\subseteq A$ 可知 B 是 A 的子集,所以 $B\subseteq A$ 或 $B=A$,所以命题为真命题.

1.2 充要条件

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. B
2. B
3. A
4. A 解析:“ $a>b>0$ ”能推出“ $|a|>|b|$ ”,但是“ $|a|>|b|$ ”不能推出“ $a>b>0$ ”,因为 $a<b<0$ 时 $|a|>|b|$ 也成立,故“ $a>b>0$ ”是“ $|a|>|b|$ ”的充分不必要条件.
5. C

二、填空题

6. (1) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3) \Leftarrow
7. (1)必要 (2)充分
8. $x>2$ 或 $x<0$ 解析: $x^2-2x>0\Leftrightarrow x(x-2)>0\Leftrightarrow x>2$ 或 $x<0$.

三、解答题

9. 解: 若 $p:x>0, y<0$, 则 $q:x>y, \frac{1}{x}>\frac{1}{y}$ 成立.

反之, 由 $x>y, \frac{1}{x}>\frac{1}{y}$ 得 $\frac{y-x}{xy}>0$.

由 $y-x<0$, 得 $xy<0$, 即 x, y 异号.

又 $x>y$, 得 $x>0, y<0$.

所以“ $x>0, y<0$ ”是“ $x>y, \frac{1}{x}>\frac{1}{y}$ ”的充要条件.

10. 解: 由 $p\Rightarrow q, p\Leftarrow s, \text{知 } s\Rightarrow q$, 即 s 是 q 的充分不必要条件.

【能力提升】

1. C 解析: 由 $x^2-x<0$, 得 $0<x<1$, 运用集合的知识易知, 只有 C 中由 $\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$ 可以推出 $0<x<1$, 其余均不可, 故选 C.

2. 充分 解析: 由 $\lg x>\lg y\Rightarrow x>y>0\Rightarrow\sqrt{x}>\sqrt{y}$. 而 $\sqrt{x}>\sqrt{y}$ 有可能出现 $x>0, y=0$ 的情况, 故 $\sqrt{x}>\sqrt{y}\Rightarrow\lg x>\lg y$. 故“ $\lg x>\lg y$ ”是“ $\sqrt{x}>\sqrt{y}$ ”的充分条件.

3. 解: 因为 $\frac{2x}{x-1}<1\Leftrightarrow\frac{2x-x+1}{x-1}<0\Leftrightarrow-1<x<1$,

$p\Leftarrow q$, 所以 $(x+a)(x-1)<0$ 的解集是 $-1<x<1$, 故 $a=1$.