

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 王晓军
责任编辑 胡思佳 柳卫清
封面设计 蒋碧君

辽宁省普通高校专升本考试

| | |
|-----------------|---------|
| 专用教材 | 高等数学 |
| | 思想道德与法治 |
| | 英语 |
| | 计算机应用基础 |
| 考前冲刺试卷 及历年真题 | 高等数学 |
| | 思想道德与法治 |
| | 英语 |
| | 计算机应用基础 |



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-30157-4



9 787313 301574 >

定价: 39.80元

辽宁省普通高校专升本考试考前冲刺试卷及历年真题·高等数学

华腾新思专升本考试研究中心 编



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

华腾新思

依据辽宁省普通高校专升本考试大纲编写

辽宁省

华腾新思专升本考试研究中心 编

普通高校专升本考试 考前冲刺试卷及历年真题

高等数学

赠册 参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

辽宁省普通高校专升本考试 考前冲刺试卷及历年真题·高等数学

华腾新思专升本考试研究中心 编

内容提要

本书是辽宁省普通高校专升本考试的教学辅导用书《辽宁省普通高校专升本考试考前冲刺试卷及历年真题·高等数学》。本书以《辽宁省普通高校专升本考试专用教材·高等数学考试要求》为依据,并参照最近几年辽宁省普通高校专升本考试高等数学真题的题型编写而成。全书共包含 20 套考前冲刺试卷和 5 套最近 5 年的真题试卷,试题题型、难度、分值设置均与辽宁省普通高校专升本考试高等数学真题试卷高度一致,能够很好地帮助考生把握重点、找准方向、高效学习、科学备考。考生可以利用本书模拟考试情境,掌握答题速度,巩固所学知识,学习必备的应试技巧,切实提高应试能力。

本书适合作为辽宁省普通高校专升本考试的备考资料,也可作为广大高等职业教育学校学生的学习资料。

图书在版编目(CIP)数据

辽宁省普通高校专升本考试考前冲刺试卷及历年真题·高等数学

LIAONING SHENG PUTONG GAOXIAO ZHUANSHENGBEN KAOSHI KAOQIAN CHONGCI SHIJUAN JI LINIAN ZHENTI · GAODENG SHUXUE

主 编:华腾新思专升本考试研究中心

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

印 制:大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

字 数:134 千字

版 次:2023 年 月第 1 版

书 号:ISBN 978-7-313-

定 价:39.80 元

地 址:上海市番禺路 951 号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:6.5

印 次:2023 年 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0316-8836866



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

前 言

为适应辽宁省普通高等教育考试招生制度改革不断深化的新要求,充分发挥考试招生制度的导向作用,进一步畅顺选拔优秀专科毕业生升入本科的渠道,辽宁省组织实施了辽宁省普通高等学校专升本考试(以下简称辽宁省专升本考试)。

经过多年的组织和实施,辽宁省专升本考试的形式和内容日趋稳定。从最近几年的报考趋势来看,参加辽宁省专升本考试的考生人数越来越多,试题的难度越来越大,考生要想从考试中脱颖而出,面临着更大的挑战。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,了解考试内容,掌握考试重点和难点,我们特组织相关专家学者根据辽宁省专升本考试的大纲要求,精心编写了这套辽宁省普通高校专升本考试复习用书,供广大考生参考使用。

本书是该套用书之《辽宁省普通高校专升本考试考前冲刺试卷及历年真题·高等数学》。全书具有如下鲜明特色:

1. 紧扣考纲,服务考生

本书严格依据辽宁省专升本考试大纲的要求和历年真题,采用“考前冲刺试卷+历年真题”的形式,为考生提供难度适中的训练,帮助考生把握考试的命题特点,提高应试能力。

2. 方向准确,高效备考

本书凝聚了编者多年的教学经验和智慧,他们对考试的命题趋势把握准确,使得本书深度契合考试大纲要求,以帮助考生有效掌握知识,缩短备考时间,提高备考效率。

3. 编排合理,设计科学

本书在设计上力求做到科学优化,在编排上则采用了试卷和参考答案及解析分开的方式,方便考生使用。在内容方面,设置了考前冲刺试卷和历年真题两种试卷。考前冲刺试卷涵盖知识点全面,重点突出,在对历年考情进行分析的基础上进行编写;历年真题则可以帮助考生回顾往年考试情况,深刻理解考试特点。

衷心希望本套复习用书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正。

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

华腾新思专升本考试研究中心

目 录

| | |
|-----------------------------|-------|
| 考前冲刺试卷(一) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(二) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(三) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(四) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(五) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(六) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(七) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(八) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(九) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十一) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十二) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十三) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十四) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十五) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十六) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十七) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十八) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(十九) | 共 4 页 |
| 考前冲刺试卷(二十) | 共 4 页 |
| 2019 年辽宁省专升本考试试题·高等数学 | 共 4 页 |
| 2020 年辽宁省专升本考试试题·高等数学 | 共 4 页 |
| 2021 年辽宁省专升本考试试题·高等数学 | 共 4 页 |
| 2022 年辽宁省专升本考试试题·高等数学 | 共 4 页 |
| 2023 年辽宁省专升本考试试题·高等数学 | 共 4 页 |

考前冲刺试卷(一)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

1. 函数 $f(x) = \sqrt{2^x - 1} + \frac{1}{x-1}$ 的定义域是().
A. $[0, 1)$
B. $(1, +\infty)$
C. $[0, 1) \cup (1, +\infty)$
D. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sec x - 1$ 与 x^2 比较是().
A. 高阶无穷小
B. 低阶无穷小
C. 同阶无穷小
D. 等价无穷小
3. 函数 $f(x) = \int_2^x e^{-t} dt$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内().
A. 单调减少且函数图像是凹的
B. 单调减少且函数图像是凸的
C. 单调增加且函数图像是凹的
D. 单调增加且函数图像是凸的
4. 过 y 轴与点 $(1, -2, 3)$ 的平面方程是().
A. $x - y - z = 0$
B. $3y + 2z = 0$
C. $2x + y = 0$
D. $3x - z = 0$
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ b - \cos x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,则 a 和 b 的值为().
A. $a = 1, b = 2$
B. $a = 1, b = -2$
C. $a = -1, b = 2$
D. $a = -1, b = -2$
6. 下列向量中,与 $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$ 垂直的是().
A. $(-2, 3, -1)$
B. $(3, 0, 1)$
C. $(-3, 2, 1)$
D. $(3, 2, 0)$

7. 已知 $f(x) = e^x$, 则 $\int \left[\frac{f(\ln x)}{x^2} + 1 \right] dx = ()$.

- A. $\ln|x| + x + C$
B. $-\ln|x| + x + C$
C. $\frac{1}{x} + x + C$
D. $-\frac{1}{x} + x + C$

8. 函数 $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ 的极小值点是().

- A. $x = -1$
B. $x = 0$
C. $x = 1$
D. $x = 2$

9. 已知函数 $z = \ln(x + y)$, 则与其他三项不相等的选项是().

- A. $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}$
B. $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
C. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$
D. $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

10. 下列定积分中,计算结果最小的是().

- A. $\int_0^1 \sin x^2 dx$
B. $\int_0^1 \tan x dx$
C. $\int_0^1 x dx$
D. $\int_0^1 x^2 dx$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

11. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x \geq 1, \\ x + 1, & x < 1 \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 处连续,则常数 $a =$ _____.

12. 设 $y = x^n + e^{2x-1}$, 则 $y^{(n)} =$ _____.

13. 点 $(-3, \sqrt{5}, 2)$ 到平面 $4x + \sqrt{5}y - 2z - 4 = 0$ 的距离是 _____.

14. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{kx} = e^2$, 则 $k =$ _____.

15. 设点 $(1, a)$ 是曲线 $y = ax^3 - x^2 - 2x + 3$ 的拐点,则 $a =$ _____.

16. 已知两点 $A(-2, 1, -1), B(2, 5, 1)$, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ _____.

17. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上连续,且 $\int_1^{1-2x} f(t) dt = x^2$, 则 $f(x) =$ _____.

18. 已知 $y = e^{2x} + \cos(x+1)$, 则微分 $dy =$ _____.

19. 直线 $x = 4, y = 0$ 与曲线 $y = \sqrt{x}$ 所围成的平面图形的面积 $S =$ _____.

20. 函数 $f(x, y)$ 在 \mathbf{R}^2 上连续, 设 $I = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{(x-2)^2} f(x, y) dy$, 则交换积分次序后 $I =$ _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)

21. (本题 8 分)求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \cdot \ln x$.

22. (本题 8 分)计算 $\int \left(\frac{x^3}{1+x^2} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$.

23. (本题 10 分)设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ 1 + \sin x, & x \geq 0, \end{cases}$ 计算定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(1-x) dx$.

24. (本题 10 分)求二重积分 $\iint_D \left(\frac{x^3}{y^2} + 2x \right) dx dy$, 其中 D 是由 $x = \sqrt{2y}, x=0, y=2$ 围成的区域.

25. (本题 12 分)求曲线 $y = \sqrt{x}$ 与直线 $x=1, x=4, y=0$ 所围成的图形的面积和该图形绕 y 轴旋转一周产生的旋转体的体积.

26. (本题 12 分)若 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x - 1, & x < 1, \\ b, & x = 1, \\ \frac{x^2 - 1}{\sin(\sqrt{x} - 1)}, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续,求 a, b 的值.

考前冲刺试卷(二)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

- 函数 $f(x) = \sqrt{x-3} + \arctan \frac{1}{x}$ 的定义域是().
A. $(-\infty, +\infty)$ B. $[0, 3]$
C. $(-\infty, 0) \cup (0, 3)$ D. $[3, +\infty)$
- 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+a)x^4 + bx^3 + 2}{x^3 + x^2 - 1} = -2$, 则 a, b 的值分别为().
A. $a = -3, b = 0$ B. $a = -1, b = -2$
C. $a = 0, b = -2$ D. $a = -1, b = 0$
- 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的导数存在, 且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$, 则 $f'(2) =$ ().
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
- 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下函数不是 x 的等价无穷小的是().
A. $\ln(1+x)$ B. $\cos x$ C. $\tan x$ D. $\arctan x$
- 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x} =$ ().
A. $-\frac{1}{3}$ B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. ∞
- 设 $\mathbf{a} = (2, x, 3), \mathbf{b} = (4, -2, y)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 x, y 可能的值为().
A. 2, 7 B. 7, 2 C. -1, 2 D. -2, 1
- 已知 $f'(x) = (x-1)(e^x - 1)$, 则().
A. $x=0$ 是极小值点, $x=1$ 是极大值点
B. $x=0$ 是极大值点, $x=1$ 是极小值点
C. $x=0$ 是极值点, $x=1$ 不是极值点
D. $x=0$ 不是极值点, $x=1$ 是极值点
- 已知 e^{-2x} 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f'(x) =$ ().
A. $4e^{-2x}$ B. $-2e^{-2x}$ C. e^{-2x} D. $\frac{1}{2}e^{-2x}$
- 下列定积分中结果大于 1 的是().
A. $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ B. $\int_1^2 x dx$
C. $\int_1^2 \sin^2 x dx$ D. $\int_1^2 \cos^2 x dx$

10. 已知函数 $\int f(x) dx = e^x \sin x + C$, 则 $\int \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx =$ ().

- A. $e^x \sin x + C$ B. $2e^x \sin x + C$
C. $e^{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} + C$ D. $2e^{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} + C$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

- 已知 $f(x) = \begin{cases} |x-2|, & x \leq 2, \\ 0, & x > 2, \end{cases}$ 则 $f(f(3)) =$ _____.
 - 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____.
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_x^1 e^t dt}{x-1} =$ _____.
 - 不定积分 $\int \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1-x} \right) dx =$ _____.
 - 设函数 $z = f(x+y, y^2)$, f 具有连续偏导数, 则全微分 $dz =$ _____.
 - 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x)g(x)] =$ _____.
 - 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln x}{2x + 1} =$ _____.
 - 已知 $y = \cos 3x$, 则 $dy =$ _____.
 - 已知 $\int_0^1 f(x) dx + 4 \int_1^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + 1$, 则 $\int_1^2 f(x) dx =$ _____.
 - 已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且 $\int_0^1 f(x) dx = 1$, 则 $\int_{-1}^1 f(|x|) dx =$ _____.
- 三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)
- (本题 8 分)求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^x$.

22. (本题 8 分) 计算定积分 $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$.

23. (本题 10 分) 计算函数 $z=e^{xy}$ 在点 $(2,1)$ 处的全微分.

24. (本题 10 分) 计算 $\iint_D \frac{3x}{y^2} dx dy$, 其中 D 是由 $xy=1, y=x$ 及 $x=2$ 围成的闭区域.

25. (本题 12 分) 求过点 $P(1,2,3)$ 且与平面 $3x-2y+z=0$ 平行的平面方程.

26. (本题 12 分) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的单调减少的可导函数, 且 $f(1)=2$, 函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt - x^2 - 1$.

- (1) 判别曲线 $y=F(x)$ 在 \mathbf{R} 上的凹凸性, 并说明理由;
- (2) 证明: 方程 $F(x)=0$ 在区间 $(0,1)$ 内有且仅有一个实根.

考前冲刺试卷(三)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

1. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos\sqrt{x}}{ax}, & x > 0, \\ b, & x \leq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续,则().
 A. $ab = \frac{1}{2}$ B. $ab = -\frac{1}{2}$ C. $ab = 0$ D. $ab = 2$
2. 以下函数中是偶函数的是().
 A. $\frac{1}{x}$ B. $-|x|$ C. $\ln x$ D. $\tan x$
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时,以下函数哪个不是无穷小量().
 A. $x - \sin x$ B. $x - \tan x$
 C. $x - \cos x$ D. $1 - \cos x$
4. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$,则 $x=3$ 是函数 $f(x)$ 的().
 A. 可去间断点 B. 跳跃间断点
 C. 无穷间断点 D. 连续点
5. 下列函数在 $(0,1)$ 上单调减少的是().
 A. $y = \ln x$ B. $y = e^x$
 C. $y = x - \ln x$ D. $y = e^x - x$
6. 若函数 $y = f(u)$ 可导, $u = x^3$,则 $\frac{dy}{dx} =$ ().
 A. $f'(3x^2)$ B. $f'(x^3)$ C. $3x^2 f'(3x^2)$ D. $3x^2 f'(x^3)$
7. 函数 $f(x) = \sqrt{1 - \log_3 x}$ 的定义域是().
 A. $(0,3)$ B. $(0,3]$
 C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
8. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2x} =$ ().
 A. e^4 B. e^{-2} C. 1 D. e^2
9. 已知 $\int f(x) dx = F(x) + C$,则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ ().
 A. $F(x) + C$ B. $-F(x) + C$
 C. $F(e^{-x}) + C$ D. $-F(e^{-x}) + C$

10. 设 $f(x) = e^{-x}$,则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$ ().

- A. $-\frac{1}{x} + C$ B. $\frac{1}{x}$ C. $\frac{1}{x} + C$ D. $\ln x + C$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

11. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & |x| > 1, \\ 0, & |x| \leq 1, \end{cases}$ 则 $f(f(2021)) =$ _____.
12. 点 $(1,2,3)$ 到平面 $2x + y - 2z + 4 = 0$ 的距离为 _____.
13. 若 $f(x) = \sqrt{1-2x}$,则 $f'(-4) =$ _____.
14. 已知 $\mathbf{a} = (1,2,3)$, $\mathbf{b} = (0,1,1)$,则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.
15. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \sin 2x + x \sin \frac{1}{x}\right) =$ _____.
16. 设曲线 $y = x^2 + x - 2$ 在点 M 处的切线斜率为 3,则点 M 的坐标是 _____.
17. $u = f\left(xy, \frac{xz}{y}\right)$,其中 f 具有一阶连续偏导数,则 $\frac{\partial u}{\partial y} =$ _____.
18. 曲线 $xy + \ln y - 1 = 0$ 在点 $(1,1)$ 处的法线方程为 _____.
19. 已知某产品的成本函数为 $C(x) = 5 + 8\sqrt{x}$,则产量 $x=4$ 时的边际成本为 _____.
20. 设函数 $f(x,y)$ 在 \mathbf{R}^2 上连续, $I = \int_0^1 dx \int_0^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y) dy$,则交换积分次序后 $I =$ _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)

21. (本题 8 分)求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \tan t dt}{\ln(1+x^3)}$.

22. (本题 8 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\cos x}, & -\pi < x < 0, \\ xe^{-x^2}, & x \geq 0, \end{cases}$ 计算定积分 $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

23. (本题 10 分) 已知 $f(x-1) = af(x)$, $f'(0) = b$, 求 $f'(1)$.

24. (本题 10 分) 计算 $\iint_D y d\sigma$, 其中 D 是由直线 $y=x$, $y=x-2$ 与 $y=0$, $y=2$ 围成的有界闭区域.

25. (本题 12 分) 求曲线 $y=2-x^2$ 和直线 $y=2x+2$ 所围成的图形面积.

26. (本题 12 分) 求 $f(x, y) = 3y^2 + 6xy - x^3 + 5$ 的极值.

考前冲刺试卷(四)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

- $y = \cos\sqrt{4-x^2}$ 的定义域为().
A. $(-\infty, -2]$ B. $[2, +\infty)$
C. $(-2, 2)$ D. $[-2, 2]$
- 函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ xe^x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处().
A. 不可导 B. 不可微 C. 不连续 D. 连续
- 已知 $f(x)$ 可导且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(5x) - f(0)}{2x} = 1$, 则 $f'(0) = ()$.
A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{5}$
C. 1 D. 5
- 已知 $\mathbf{a} = (1, x, 3)$, $\mathbf{b} = (4, 5, y)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 x, y 可能的值为().
A. 1, -1 B. -1, 1 C. -2, 2 D. 2, -2
- 设 $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, 则 $x=2$ 是 $f(x)$ 的().
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点
C. 无穷间断点 D. 连续点
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x > 0, \\ \frac{1}{2}x^2, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的().
A. 左、右导数都存在且相等 B. 左导数存在, 右导数不存在
C. 左导数不存在, 右导数存在 D. 左、右导数都存在但不相等
- 二次积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{y^2} dy = ()$.
A. $\frac{1}{2}(1 - e^4)$ B. $2(e^2 - 1)$
C. $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$ D. $4(1 - e^2)$
- 曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 3$ 的拐点是().
A. $(-1, -1)$ B. $(0, 3)$ C. $(1, 1)$ D. $(2, -1)$
- 已知函数 $z = \frac{\sin(xy)}{y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = ()$.
A. $-x \sin(xy)$ B. $x \sin(xy)$ C. $-x \cos(xy)$ D. $x \cos(xy)$

10. 已知函数 $f(x)$ 是区间 $[1, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $F(x) = \int_1^{x^2} \frac{f(t)}{t} dt, x \in [1, +\infty)$, 则 $F'(x) = ()$.

- A. $2f(x)$ B. $2xf(x^2)$ C. $\frac{f(x^2)}{x^2}$ D. $\frac{2f(x^2)}{x}$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

- 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2b_n) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-a}{x}\right)^x = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 向量 $\alpha = (1, 0, 1)$ 与 $\beta = (1, \sqrt{2}, 1)$ 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 过点 $(1, 0, -2)$ 且与平面 $x - 4z = 3$ 及平面 $3x - y - 5z = 1$ 的交线平行的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $f(x) = 2 + xe^{-x}$ 的单调减少区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 设函数 $z = \cos(x^2 - y^2)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $f(x) = \frac{x}{1+x}, g(x) = e^x$, 则 $f(g(0)) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知函数 $f(x) = 2^x + x + 3$, 则 $f''(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $\int_0^2 f(x) dx = 2, \int_0^4 f(x) dx = 5$, 则 $\int_4^2 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\frac{d}{dx} \int_0^x f(x-t) dt = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)

21. (本题 8 分) 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} - x)$.

22. (本题 8 分) 计算定积分 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

23. (本题 10 分) 已知二元函数 $z = \frac{xy}{1+y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

24. (本题 10 分) 计算二重积分 $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中 D 是由 $xy=1$, $x=2$, $y=x$ 所围成的封闭区域.

25. (本题 12 分) 设图形 D 由曲线 $y=x^2+1$ 与其在点 $(1,2)$ 处的切线及 y 轴所围成.

(1) 求该图形的面积;

(2) 求该图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体的体积.

26. (本题 12 分) 求函数 $f(x,y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$ 的极值点和极值.

考前冲刺试卷(五)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

1. 函数 $f(x) = \frac{\arccos(x-1)}{\sqrt[3]{x-1}}$ 的定义域是().
 A. $[1, 2]$ B. $[0, 2]$ C. $(0, 2)$ D. $[0, 1) \cup (1, 2]$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2\sin x)^{\frac{2}{\sin x}} = ()$.
 A. e B. e^2 C. e^4 D. 1
3. 已知 $|\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{b}| = 1, \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 则 $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| \cdot |\mathbf{b} - \mathbf{a}| = ()$.
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 直线 $l: \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{5}$ 与平面 $\pi: 6x - 4y + 10z - 1 = 0$ 的位置关系是().
 A. l 在 π 上 B. l 与 π 平行但无公共点
 C. l 与 π 相交但不垂直 D. l 与 π 垂直
5. 曲线 $y = \frac{1}{x}, x = 2$ 与 $y = 3$ 所围图形的面积是().
 A. $5 - \ln 6$ B. 0 C. 1 D. $\ln 6$
6. 函数 $f(x) = e^x - 5x$ 的单调增加区间是().
 A. $(-\infty, \ln 5]$ B. $(-\infty, -\ln 5]$
 C. $[\ln 5, +\infty)$ D. $[-\ln 5, +\infty)$
7. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{e^x} = ()$.
 A. 0 B. 1 C. 2 D. $+\infty$
8. 已知 $\int f(x) dx = F(x) + C$, 则 $\int f(3x+2) dx = ()$.
 A. $F(3x+2) + C$ B. $3F(3x+2) + C$
 C. $\frac{1}{2}F(3x+2) + C$ D. $\frac{1}{3}F(3x+2) + C$
9. 已知函数 $f(x), g(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, $g(x) > f(x) > 0$, 下列选项中, 不成立的是().
 A. $\int_0^1 g^2(x) dx > \int_0^1 f^2(x) dx$ B. $\int_0^1 f(x) dx < \int_0^1 g(x) dx$
 C. $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx < \int_0^1 \frac{1}{g(x)} dx$ D. $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx > \int_0^1 \frac{1}{g(x)} dx$

10. 已知 $y = (2+x^2)^x$, 则 $y' = ()$.
 A. $(2+x^2)^x \left[\ln(2+x^2) + \frac{2x^2}{2+x^2} \right]$ B. $2x^2(2+x^2)^{x-1}$
 C. $\ln(2+x^2) + \frac{2x^2}{2+x^2}$ D. $(2+x^2)^x \left[\ln(2+x^2) + \frac{x}{2+x^2} \right]$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

11. 函数 $f(x) = x \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ 的图像关于_____对称.
12. 曲线 $y = \frac{1}{x} + 2\ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为_____.
13. 若 $\int_a^b f(x) dx = 1, \int_a^b [2f(x) + 3g(x)] dx = 8$, 则 $\int_a^b g(x) dx =$ _____.
14. 已知两点 $A(-1, 2, 0)$ 和 $B(2, -3, \sqrt{2})$, 则与向量 \overrightarrow{AB} 同方向的单位向量为_____.
15. 已知函数 $f(x, y)$ 在 \mathbf{R}^2 上连续, 设 $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$, 则交换积分顺序后 $I =$ _____.
16. $\int_{-1}^1 (2\sin x^5 + 3) dx =$ _____.
17. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x > 0, \\ 2a, & x \leq 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则常数 $a =$ _____.
18. 已知 $f'(x_0) = -1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2x) - f(x_0 - x)}{x} =$ _____.
19. 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(1, 2)$, 且在任一点 $M(x, y)$ 处的切线的斜率为 $2x$, 则该曲线的方程是_____.
20. 已知函数 $z = x^2 \arctan 2y$, 则全微分 $dz =$ _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)

21. (本题 8 分) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x}$.

22. (本题 8 分) 求定积分 $\int_1^{\sqrt{2}} x\sqrt{x^2-1}dx$.

23. (本题 10 分) 已知 $y=\arctan \sqrt{x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$.

24. (本题 10 分) 求 $\iint_D x^2 e^{-y^2} dx dy$, D 由直线 $y=x, y=1$ 及 $x=0$ 所围成.

25. (本题 12 分) 求 $y=\sqrt{x}$ 与 $x=4$ 及 x 轴所围成图形的面积, 并求该图形绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

26. (本题 12 分) 若当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x) = \int_0^x 2^{t^3-3t+a} dt$ 与 x 是等价无穷小量.

(1) 求常数 a 的值;

(2) 证明: $\frac{1}{2} \leq f(2) \leq 8$.

考前冲刺试卷(六)

第一部分 选择题(共 30 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.每小题只有一个选项符合题目要求)

- 函数 $f(x)=\ln(2-x)$ 的定义域为().
A. $[2, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(-\infty, 2]$ D. $(-\infty, 2)$
- 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{2x} = 1$, 则 $a =$ ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下函数为无穷小量的是().
A. $1 - \sqrt[3]{x}$ B. $1 - e^x$ C. $1 - \sin x$ D. $1 - \tan x$
- 已知函数 $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x}$, 则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的().
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点
C. 无穷间断点 D. 连续点
- 已知 $y = \tan 3x$, 则 $dy =$ ().
A. $3\sec^2 3x dx$ B. $3\tan 3x \sec 3x dx$
C. $\sec^3 3x dx$ D. $\tan 3x \sec 3x dx$
- $y = |\tan x|$ 在 $x=0$ 处().
A. 可导但不连续 B. 可导且连续
C. 不可导但连续 D. 不可导也不连续
- 下列各式中正确的是().
A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = e^2$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\frac{2}{x}} = e^2$
C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = e^2$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x = e$
- $\int_0^\pi \sqrt{1+\cos 2x} dx =$ ().
A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 0 D. 2
- 已知直线 l 的方程 $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 π 的方程 $4x-2y-2z=3$, 其位置关系为().
A. l 在 π 内 B. l 垂直于 π
C. l 平行于 π D. 不能确定

- 曲线 $y=2x^3+3x^2-1$ 的拐点是().
A. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
C. $(-1, 0)$ D. $(0, -1)$

第二部分 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

- 写出 $y = \frac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数_____.
- 已知函数 $f(x) = x^3 + 3x - 2$, $g(x) = \tan x$, 则 $f\left(g\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) =$ _____.
- 曲线 $y = 2x + \ln x$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线的斜率 $k =$ _____.
- 函数 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $x = 1, x = 3$ 及 x 轴所围成的图形的面积 $S =$ _____.
- 已知 $f(0) = 0, f'(0) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} =$ _____.
- $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt (x > 0) =$ _____.
- $y = 4e^x + e^{-x}$ 的极值点为_____.
- 向量 $(2, 1, 3k)$ 垂直于向量 $(k, 1, -1)$, 则常数 $k =$ _____.
- 设函数 $f(x, y, z) = e^x y z^2$, 其中 $z = z(x, y)$ 是由三元方程 $x + y + z + x y z = 0$ 确定的函数, 则 $f_x(0, 1, -1) =$ _____.
- $y = \frac{2x^2-1}{x-1}$ 的垂直渐近线是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分,写出必要的文字说明,演算步骤)

- (本题 8 分)计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.

22. (本题 8 分) 求不定积分 $\int \frac{1}{x\sqrt{2+\ln x}} dx$.

23. (本题 10 分) 设 $z = \arctan(uv)$, 而 $u = 2x + 3y, v = x - y$, 求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

24. (本题 10 分) 计算二重积分 $\iint_D (x+2y) dx dy$, 其中 D 是由两坐标轴和直线 $x+y=1$ 围成的闭区域.

25. (本题 12 分) 求由曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=2x$ 所围成的图形面积及其绕 y 轴旋转一周得到的旋转体的体积.

26. (本题 12 分) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+3}{x-1} - ax + b \right) = 0$, 求 a, b 的值.