数学

（基础模块）

（全2册）（下册）

策划编辑：金颖杰
责任编辑：刘佳庆
装帧设计：华腾视觉 · 刘文东

ISBN 978-7-5504-4944-2

定价：48.00元（全2册）

数学（基础模块）（全2册）（下册）

主编 杨 敏 杨明才 吴德刚

西南财经大学出版社

K02

中等职业学校公共基础课系列教材

数学

（基础模块）

（全2册）（下册）

主编 杨 敏 杨明才 吴德刚

西南财经大学出版社
Southwestern University of Finance & Economics Press

中国 · 成都

图书在版编目(CIP)数据

数学:基础模块:全 2 册/杨敏,杨明才,吴德刚主编. —成都:西南财经大学出版社,2021. 7

ISBN 978-7-5504-4944-2

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①杨… ②杨… ③吴… Ⅲ. ①数学课—中等专业学校—教材 Ⅳ. ①G634. 601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 130172 号

数学(基础模块)(全 2 册)

主编　杨敏　杨明才　吴德刚

策划编辑:金颖杰

责任编辑:刘佳庆

封面设计:华腾视觉 · 刘文东

责任印制:朱曼丽

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)
网　　址	http://cbs. swufe. edu. cn
电子邮件	bookcj@swufe. edu. cn
邮政编码	610074
电话	028-87353785
印　　刷	三河市骏杰印刷有限公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印　　张	13. 75
字　　数	329 千字
版　　次	2021 年 7 月第 1 版
印　　次	2021 年 7 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5504-4944-2
定　　价	48. 00 元(全 2 册)

PREFACE 前言

本教材根据上级要求的加大校本研修教材的有关精神并结合学生的实际情况进行编写。本教材可作为中等职业学校各专业学生的必修课程教材,也可作为升学考试的学习资料。

本教材先归纳、总结和巩固了九年义务教育的基础知识,再将知识难度逐步提升到中职课程的要求。遵循学以致用、适应专业学生学习的原则,本教材将理论知识结合生活实际,激发学生学习兴趣,培养学生处理实际问题的能力。

本教材分上下两册,共十二章,上册内容包括预备知识、集合与简易逻辑、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数及概率与统计初步,可供中职一年级学生使用;下册内容包括数列、平面向量、直线与圆的方程、圆锥曲线及立体几何,可供中职二年级学生使用。

本教材由杨敏、杨明才、吴德刚任主编,全书由吴宇塘主审。具体编写分工如下:第一章、第二章、第三章由吴德刚编写,第四章、第五章、第六章、第七章、第八章由杨敏编写,第九章、第十章、第十一章、第十二章由杨明才编写。

由于时间仓促,书中难免存在疏漏和不足之处,敬请各位读者批评指正。

编　者

CONTENTS 目录

第八章　数　　列

本章来学习数列，主要介绍数列的概念、等差数列与等比数列及数列在实际应用中的举例.

第一节　数列的概念

一、数列的基本概念

先看几个例子，将正整数从小到大排成一列数为

$$1,2,3,4,5,\cdots;$$

将上列数的倒数排成一列新的数为

$$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots;$$

将 2 的正整数指数幂从小到大排成一列数为

$$2,2^2,2^3,2^4,2^5,\cdots.$$

在上面的例子中，按照一定的顺序排成的一列数叫作**数列**. 数列中的每一个数都叫作这个数列的**项**. 在一个数列中，从开始的项起，自左至右排序，各项按照其位置依次叫作这个数列的第 1 项(首项)，第 2 项，第 3 项，…，第 n 项，…，其中反映各项在数列中位置的数字 $1,2,3,\cdots,n,\cdots$ 分别叫作对应项的**项数**.

想一想

数列 1，2，3，4，5 与数列 5，4，3，2，1 是否为同一个数列？

只有有限项的数列叫作**有穷数列**，有无限多项的数列叫作**无穷数列**.

练一练

1. 写出下列各组数列，并指出哪些数列是有穷数列，哪些数列是无穷数列.

(1) 自然数 1，2，3，4，5 的平方组成的一列数；

(2) 整数 $-5,-4,-3,-2,-1,0$ 的绝对值组成的一列数；

(3) 正整数 $1,2,3,4,5,\cdots$ 的立方组成的一列数.

2. 设数列为 $-6,-3,0,3,6,\cdots$，则第 2 项，第 5 项分别是多少？

二、数列的通项公式

由于数列的项都是按一定的顺序排列的，则每一项都占有一个不同的序号. 因此，在一个数列中，每一项与它的序号都有一一对应的关系.

数列的一般形式可以写作

$$a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots (n \in \mathbf{N}^*),$$

记作$\{a_n\}$，其中下脚标的数字代表项数. 因此，通常把第 n 项 a_n 叫作数列$\{a_n\}$的**通项**或**一般项**.

例如，数列 $2,3,4,\cdots,n+1,\cdots$ 可以简记为$\{n+1\}$；数列 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{n+1},\cdots$ 可以简记为$\left\{\frac{1}{n+1}\right\}$.

如果数列$\{a_n\}$的第 n 项 a_n 能够用关于项数 n 的一个式子来表示，那么这个式子叫作这个数列的**通项公式**.

例如，数列 $1,2,3,4,5,\cdots$ 的通项公式是 $a_n=n$，可记为$\{n\}$；

数列 $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots$ 的通项公式是 $a_n=\frac{1}{n}$，可记为 $\left\{\frac{1}{n}\right\}$；

数列 $2,2^2,2^3,2^4,2^5,\cdots$ 的通项公式是 $a_n=2^n$，可记为$\{2^n\}$.

知道了一个数列的通项公式后，只要用正整数 $1,2,3,\cdots$ 依次代替公式中的 n，就可以求出这个数列的每一项. 因此，知道了数列的通项公式也就知道了这个数列的每一项.

> **想一想**
>
> 通过数列的有限项探求通项公式时，通项公式的答案是唯一的吗？举例讨论一下.

例1 设数列的通项公式为 $a_n=\frac{n}{n+1}$，写出数列的前5项.

解 $a_1=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$；$a_2=\frac{2}{2+1}=\frac{2}{3}$；$a_3=\frac{3}{3+1}=\frac{3}{4}$；

$a_4=\frac{4}{4+1}=\frac{4}{5}$；$a_5=\frac{5}{5+1}=\frac{5}{6}$.

例2 已知数列的通项公式为 $a_n=10+2n$，求：

(1)数列的前4项；

(2)数列的第10项.

解 (1)$a_1=10+2\times1=12$，$a_2=10+2\times2=14$，

$a_3=10+2\times3=16$，$a_4=10+2\times4=18$.

因此，数列的前4项是 $12,14,16,18$.

(2)数列的第10项是

$$a_{10}=10+2\times10=30.$$

三、数列的前 n 项和

一般地，设有数列$\{a_n\}$，称 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$ 或 $\sum_{i=1}^{n}a_i$ 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，记作：

$$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n \text{ 或 } \sum_{i=1}^{n}a_i.$$

由数列的通项 a_n 及前 n 项和 S_n 的概念不难得出：

$$a_1=S_1,$$
$$a_2=S_2-S_1,$$
$$\cdots$$
$$a_n=S_n-S_{n-1}.$$

例 3　已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=(-1)^n$，求其前 n 项和 S_n.

解　由通项公式 $a_n=(-1)^n$，写出数列$\{a_n\}$为

$$-1,1,-1,1,-1,1,-1,\cdots,$$

不难得到

$$S_n=\begin{cases}-1,n=2k-1,\\0,n=2k.\end{cases}\text{其中 } k\in\mathbf{Z}^+.$$

例 4　已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2$，试求其通项公式 a_n.

解　当 $n=1$ 时，

$a_1=S_1=1^2=1$；

当 $n\geqslant 2$ 时，

$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$；

取 $n=1$ 时，得 $a_n=2n-1=1$，所以数列的通项公式为

$$a_n=2n-1.$$

练一练

1. 根据下列数列的通项公式，写出数列的前 5 项：

(1)$a_n=10n$；　　(2)$a_n=3^n+1$；

(3)$a_n=5\times(-1)^{n+1}$.

2. 根据下列数列的前 4 项，写出数列的一个通项公式：

(1)4，9，16，25；　　(2)$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{7}{8}$.

第二节　等差数列

一、等差数列的概念

将正整数中3的倍数从小到大排列，组成数列

$$3,6,9,12,15,\cdots;$$

将正偶数从小到大排列，组成数列

$$2,4,6,8,\cdots.$$

在第一个数列中，从第2项起，数列中的每一项与它前一项的差都为3；在第二个数列中，从第2项起，数列中的每一项与它前一项的差都为2.因此，这两个数列有一个共同点：从数列的第2项起，数列中的每一项与它前一项的差都为同一个常数.

一般地，如果数列

$$a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$$

从第2项起，每一项与它前一项的差都等于同一个常数，那么这个数列叫作**等差数列**.常数叫作等差数列的**公差**，一般用字母d表示.

想一想

如果等差数列$a_1,a_2,\cdots,a_n$的公差为d，那么数列$a_n,a_{n-1},\cdots,a_2,a_1$是否为等差数列？如果是等差数列，则公差是多少？

由定义可知，若数列$\{a_n\}$为等差数列，d为公差，则$a_{n+1}-a_n=d$，即

$$a_{n+1}=a_n+d. \tag{8-1}$$

在上面的例子中，两个数列都为等差数列，公差分别为3和2.

例1　已知等差数列的首项为12，公差为$d=-3$，试写出这个数列的第2项和第5项.

解　由于$a_1=12,d=-3$，因此

$$a_2=a_1+d=12+(-3)=9,$$
$$a_3=a_2+d=9+(-3)=6,$$
$$a_4=a_3+d=6+(-3)=3,$$
$$a_5=a_4+d=3+(-3)=0.$$

练一练

1.已知数列$\{a_n\}$为等差数列，$a_6=8$，公差$d=-2$，写出这个数列的第10项.

2.写出等差数列16，12，8，4，…的第8项.

二、等差数列的通项公式

设数列$\{a_n\}$为等差数列，且公差为d，则

$a_1=a_1$,
$a_2=a_1+d$,
$a_3=a_2+d=(a_1+d)+d=a_1+2d$,
$a_4=a_3+d=(a_1+2d)+d=a_1+3d$,
…

由此可知,首项为 a_1,公差为 d 的等差数列的通项公式为

$$a_n=a_1+(n-1)d. \tag{8-2}$$

例 2　已知等差数列的首项为 2,公差为 -3,试写出这个数列的通项公式,并求出这个数列的第 5 项和第 10 项.

解　由于 $a_1=2,d=-3$,则通项公式为

$a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)\times(-3)=-3n+5$,

即 $a_n=-3n+5$. 因此

$$a_5=(-3)\times5+5=-10,$$
$$a_{10}=(-3)\times10+5=-25.$$

注　意

在等差数列的通项公式中有 4 个量 a_1,d,n,a_n,只要知道其中的任意三个量,就可以求出另外一个量.

例 3　在等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_{50}=25$,公差 $d=1$,求数列的首项 a_1.

解　设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n=a_1+(n-1)d.$$

将 $a_{50}=25,d=1$ 代入得

$$25=a_1+(50-1)\times1,$$

解得 $a_1=-24$.

一般地,如果在 a 与 b 之间插入一个数 c,使得 a,b,c 成等差数列,那么 c 叫作 a 与 b 的**等差中项**.

如果 c 是 a 与 b 的等差中项,那么 $c-a=b-c$,即 $2c=a+b$,所以 $c=\frac{a+b}{2}$.

由等差中项的定义可知,在一个等差数列中,从第 2 项起,每一项(有穷数列的最后一项除外)都是它前一项与后一项的等差中项.

练一练

1. 下列数列是否为等差数列,若是等差数列,请求出公差和通项公式:

(1)$-2,2,6,10,14,\cdots$;

(2)$1,4,16,64,256,\cdots$;

2. 求等差数列 $10,7,4,1,\cdots$ 的公差、通项公式及第 15 项.

三、等差数列的前 *n* 项和

一般地,设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n,即

$$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n, \tag{8-3}$$

也可以写作

$$S_n=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_3+a_2+a_1. \tag{8-4}$$

将式(8-3)和式(8-4)两边相加,得

$$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+(a_3+a_{n-2})+\cdots+(a_{n-2}+a_3)+(a_{n-1}+a_2)+(a_n+a_1).$$

又由于

$$a_1+a_n=a_n+a_1,$$
$$a_2+a_{n-1}=(a_1+d)+(a_n-d)=a_1+a_n,$$
$$a_3+a_{n-2}=(a_1+2d)+(a_n-2d)=a_1+a_n,$$
$$\cdots$$

因此,得

$$2S_n=n(a_1+a_n).$$

由此得到等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式为

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2} \tag{8-5}$$

> **想一想**
>
> 在实际应用时,应如何对式(8-5)和式(8-6)进行选择?

即等差数列前 n 项的和等于首尾两项之和与项数乘积的一半.

又因为 $a_n=a_1+(n-1)d$,所以,前 n 项和 S_n 还可以表示为

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d \tag{8-6}$$

例 4 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{20}=20$,求 S_{20}.

解 由已知条件可知,应选择公式(8-5).

因为 $a_1=1$,$a_{20}=20$,$n=20$,所以

$$S_{20}=\frac{n(a_1+a_{20})}{2}=\frac{20\times(1+20)}{2}=210$$

练一练

1. 求等差数列 1, 5, 9,…的前 50 项和 S_{50}.

2. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4=6$,$a_9=26$,求数列前 20 项和 S_{20}.

第三节 等比数列

一、等比数列的概念

我国古代著名学者庄子曾提出"一尺之棰,日取其半,万世不竭".用现代语言叙述应是:一尺长的木棒,每日取其一半,永远取不完.这样,每日剩下的部分都是前一日的一半.

如果把“一尺之棰”看做是单位“1”，那么就可以得到一个数列

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \cdots.$$

从上面的例子中看到，数列中的每一项与它的前一项的比都等于$\frac{1}{2}$.

一般地，如果一个数列

$$a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots$$

从第 2 项起，每一项与它前一项的比都等于一个非零的常数，那么这个数列叫作**等比数列**. 非零常数叫作等比数列的**公比**，一般用字母 q 来表示.

想一想

如果等比数列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的公比为 q，那么数列 $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_2, a_1$ 是否为等比数列？如果是等比数列，则公比是多少？

由定义可知，若数列$\{a_n\}$为等比数列，公比为 q，则 a_1 与 q 均不为零，且有$\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$，即

$$a_{n+1}=a_n \cdot q \qquad (8\text{-}7)$$

例 1　在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$q=2$，求 a_2, a_3, a_4, a_5.

解　$a_2=a_1 \cdot q=3\times2=6$，$a_3=a_2 \cdot q=6\times2=12$，

$a_4=a_3 \cdot q=12\times2=24$，

$a_5=a_4 \cdot q=24\times2=48$.

练一练

1. 指出下列数列是否为等比数列，若是等比数列求出其公比和通项公式：

(1)$-\frac{1}{2}, 1, -2, 4, \cdots$；

(2)$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \cdots$.

2. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=-6$，$q=2$，求 a_4, a_5 和 a_6.

二、等比数列的通项公式

设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，则

$a_2=a_1 \cdot q$，

$a_3=a_2 \cdot q=(a_1 \cdot q) \cdot q=a_1 \cdot q^2$，

$a_4=a_3 \cdot q=(a_1 \cdot q^2) \cdot q=a_1 \cdot q^3$，

…

由此可知，首项为 a_1，公比为 q 的等比数列的通项公式为

$$a_n=a_1 \cdot q^{n-1}. \qquad (8\text{-}8)$$

例 2　已知等比数列$\{a_n\}$的首项是 2，公比 $q=-2$，求数列的第 5 项.

解 根据等比数列的通项公式 $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$，得

$$a_5=a_1\cdot q^{5-1}=2\times(-2)^4=32.$$

想一想

在等比数列$\{a_n\}$中，a_3 是不是 a_1 和 a_5 的等比中项？

例 3 已知在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=-2$，$a_5=-32$，求公比 q.

解 因为 $a_1=-2$，$a_5=-32$，所以

$$(-2)\times q^{5-1}=-32,$$

即 $q^4=16$，解得

$$q=\pm 2.$$

一般地，如果在 a 和 b 之间插入一个数 c，使得 a，c，b 成等比数列，那么 c 叫作 a 与 b 的**等比中项**.

如果 c 是 a 与 b 的等比中项，那么$\dfrac{c}{a}=\dfrac{b}{c}$，即 $c^2=ab$，所以

$$c=\pm\sqrt{ab}\ (ab>0).$$

由等比中项的定义可知，在一个等比数列中，从第 2 项起，每一项(有穷等比数列的最后一项除外)都是它前一项与后一项的等比中项.

例 4 求等比数列 4，-2，1，… 的第 7 项.

解 这里 $a_1=4$，$q=-\dfrac{1}{2}$，故等比数列的通项公式为

$$a_n=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1},$$

因此，$a_7=4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{7-1}=4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^6=\dfrac{1}{16}$.

例 5 已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=-2$，$q=3$，求$\{a_n\}$的第几项是 -162？

解 由 $a_1=-2$，$q=3$ 知，等比数列的通项公式为

$$a_n=3\cdot(-2)^{n-1}.$$

设数列的第 n 项是 -162，则

$$-162=(-2)\times 3^{n-1},$$

化简，得 $$81=3^{n-1},$$

即 $$3^4=3^{n-1},$$

故 $$n=5.$$

因此，该数列的第 5 项是 -162.

练一练

1. 求等比数列$\dfrac{1}{3}$，1，3，… 的通项公式和第 8 项.

2. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=-\dfrac{1}{25}$，$a_5=-5$，求等比数列的通项公式，并判断 -125 是否为数列中的项，如果是，指出是

第几项.

3. 求下列各组数的等比中项：

(1)80，45；　　　　(2)$\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

三、等比数列的前 n 项和

下面研究如何求等比数列的前 n 项和.

一般地，设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，即

$$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n,$$

根据等比数列的通项公式 $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$，上式可以写为

$$S_n=a_1+a_1q+\cdots+a_1q^{n-2}+a_1q^{n-1}, \tag{8-9}$$

将(8-9)式的两边同时乘公比 q，得

$$qS_n=a_1q+a_1q^2+\cdots+a_1q^{n-1}+a_1q^n, \tag{8-10}$$

用式(8-9)与式(8-10)相减得

$$(1-q)S_n=a_1-a_1q^n.$$

因此得到，当 $q\neq1$ 时，等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式为

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}(q\neq1). \tag{8-11}$$

又由于 $a_1q^n=(a_1q^{n-1})q=a_nq$，所以式(8-11)还可以写为

$$S_n=\frac{a_1-a_nq}{1-q}(q\neq1). \tag{8-12}$$

当 $q=1$ 时，等比数列的各项都相等，此时数列前 n 项和为 $S_n=na_1$.

注　意

在求等比数列的前 n 项和时，一定要先判断公比 q 是否为 1.

例 6　求等比数列$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$，…的前 n 项和公式，并求出数列的前 8 项和.

解　因为 $a_1=\frac{1}{2}$，$q=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\neq1$，所以根据公式(8-11)得等比数列前 n 项和公式为

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{\frac{1}{2}\times\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

所以
$$S_8=1-\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{255}{256}.$$

练一练

1. 填空题：

(1)在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=\frac{9}{8}$，$a_n=\frac{1}{3}$，$q=\frac{2}{3}$，则 $n=$________.

(2)已知等比数列 $a_n=2^{n-2}$,则 $a_1\cdot a_2=$________,$a_3\cdot a_4=$________.

2. 等比数列$\{a_n\}$的首项是16,公比是$\frac{1}{4}$,写出它的通项公式,并求出第6项.

3. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q=2$,$S_4=1$,求a_1和S_{10}.

第四节 数列实际应用举例

在生活实践中,有很多实际问题都可以转化为数列问题,然后用数列的知识求解.

一、等差数列简单应用

例1 安装在一个公共轴上的5个皮带轮的直径成等差数列,其中最大的与最小的皮带轮的直径分别是216 mm与120 mm,求中间3个皮带轮的直径.

解 用$\{a_n\}$表示这5个皮带轮的直径所成的等差数列,由已知条件,有

$$a_1=216,a_5=120,$$

由通项公式,得

$$a_5=a_1+(5-1)d,$$

即

$$120=216+4d,$$

解得

$$d=-24.$$

因此

$a_2=216-24=192,a_3=192-24=168,a_4=168-24=144.$

所以中间3个皮带轮的直径依次是

$$192\ \text{mm},168\ \text{mm},144\ \text{mm}.$$

例2 已知一个直角三角形的3条边的长度成等差数列,请证明它们的比是3∶4∶5.

证明 设这个直角三角形的3条边长分别为

$$a-d,a,a+d,$$

根据勾股定理,得

$$(a-d)^2+a^2=(a+d)^2.$$

解得

$$a=4d,$$

于是这个直角三角形的三边长是$3d,4d,5d$.即这个直角三角形三边长的比是3∶4∶5.

例 3　银行有一种储蓄业务叫作零存整取，即每月定时存入一笔相同数目的现金，到约定日期可以一起取出全部本利和（本金与利息之和）. 若某人每月初存入 100 元，银行以年利率 2.25%计息，年终结算时本利和是多少？

解　若年利率为 2.25%，则折合月利率为 0.1875%.

年终结算时：

第 1 个月的存款利息为 $100\times0.1875\%\times12$，本利和为 $100+100\times0.1875\%\times12$；

第 2 个月的存款利息为 $100\times0.1875\%\times11$，本利和为 $100+100\times0.1875\%\times11$；

第 3 个月的存款利息为 $100\times0.1875\%\times10$，本利和为 $100+100\times0.1875\%\times10$；

……

第 12 个月的存款利息为 $100\times0.1875\%\times1$，本利和为 $100+100\times0.1875\%\times1$.

因此，每月存入 100 元的到期本利和构成一个等差数列，设为 $\{a_n\}$，则 $n=12$，

$$a_1=100+100\times0.1875\%\times12=102.25,$$
$$a_{12}=100+100\times0.1875\%\times1=100.1875,$$

所以

$$S_{12}=\frac{n(a_1+a_{12})}{2}=\frac{12\times(102.25+100.1875)}{2}=1214.625.$$

答：年终结算时本利和是 1214.625 元.

二、等比数列简单应用

例 4　某林场今年计划造林 10 公顷，此后每一年比上一年多造林 10%，那么从今年起，几年内可以使林场造林达到 60 公顷？（结果保留整数）

解　因为今年计划造林 10 公顷，第二年计划造林 $10+10\times10\%=10\times(1+10\%)$，第三年计划造林 $10\times(1+10\%)+10\times(1+10\%)\times10\%=10\times(1+10\%)^2$，…，由此可知，每年计划造林的公顷数构成一个等比数列，设为 $\{a_n\}$，则 $a_1=10$，$q=1+10\%=1.1$，$S_n=60$，所以

$$\frac{10\times(1-1.1^n)}{1-1.1}=60,$$

解得 $n\approx5$.

答：5 年内可以使林场造林达到 60 公顷.

本章复习题

1. 选择题：

(1)等差数列的通项公式为 $a_n=3n-2$，则前 20 项的和 $S_{20}=$( ).

A. 390 B. 590 C. 780 D. 295

(2)在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=2$，$a_5=6$，则$a_8=$( ).

A. 10 B. 12 C. 18 D. 24

(3)等差数列$-\frac{7}{2}$，-3，$-\frac{5}{2}$，-2，…的第 $n+1$ 项为( ).

A. $\frac{n-7}{2}$ B. $\frac{n-4}{2}$ C. $\frac{n}{2}-4$ D. $\frac{n}{2}-7$

(4)已知$\sqrt{3}$，$a-1$，$3\sqrt{3}$成等比数列，则 $a=$( ).

A. 3 B. 3 或-3 C. 4 或-2 D. -3

2. 填空题：

(1)数列 0，3，8，15，…的一个通项公式是________.

(2)数列$\{a_n\}$是等比数列，$a_1=1$，$q=3$，则$a_6=$________.

(3)一个数列的通项公式是 $a_n=n(n-1)$，则 $a_{11}=$________，$a_{20}=$________，56 是这个数列的第________项.

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_6=33$，求 S_{20}.

4. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_5=\frac{3}{4}$，$q=-\frac{1}{2}$，求 S_7.

5. 某工厂去年的产值为 138 万元，计划在今后 5 年内每年比上一年产值增长 10%，则这 5 年的总产值是多少？(精确到万元)