选题策划：胡志平
责任编辑：于海燕
封面设计：刘文东

ISBN 978-7-5661-4129-3

定价：26.00元

数学学习辅导与提升训练（拓展模块一）上册

主编　赵培勇

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

数学

学习辅导与提升训练

主编　赵培勇

（拓展模块一）上册

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

数学

学习辅导与提升训练

主　编　赵培勇
副主编　卢继辉

（拓展模块一）上册

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

前言 PREFACE

本书是《数学：拓展模块一．上册》的配套用书．本书编写的目的是使学生通过对教材内容的反思，深化理解教学内容；通过知识检测，掌握基础知识和基本技能，提高应用数学知识分析问题的能力.

本书根据配套教材的章节顺序进行编写，每单元按照“知识梳理”“典例精解”“自我检测”“单元检测”组织内容.

“知识梳理”对知识点进行了重点讲解.

“典例精解”针对甄选的例题进行讲解，给出了详细的解题思路.

“自我检测”针对每小节知识点设置了练习题，以帮助学生巩固所学知识，提高答题能力.

“单元检测”用来对整个单元的知识点进行检测，以帮助学生巩固知识，查漏补缺.

本书的编写以教育部颁布的《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为依据，努力体现“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学方针，遵循培养高素质劳动者和技能型人才的教学目标.

本书由赵培勇(郑州财税金融职业学院)任主编，卢继辉(景德镇陶瓷职业技术学院)任副主编.

由于编者水平有限，书中难免存在不妥之处，敬请读者批评指正，提出宝贵的意见和建议.

编　者

目录

CONTNETS

第 1 单元

命题与充要条件

1.1 命 题

1.1.1 命题的概念

知识梳理

用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫作命题.其中,正确的命题称为真命题,错误的命题称为假命题.

典例精解

例 下列语句中是命题的是(　　).

A. 他真高!　　B. 今天天气怎么样?

C. $2+1=3$　　D. 两直线平行

解 感叹句和疑问句不是命题,A,B错;D无法判断真假,不是命题,故选C.

技巧点拨 命题是能判断真假的语句,疑问句、祈使句等不是命题.

【变式训练】 下列语句中不是命题的是(　　).

A. 地球绕着太阳转　　B. $3+4=7$

C. $2x$　　D. 矩形的对角线相等

自我检测

判断下列语句是否为命题.若是，是真命题还是假命题？

(1)0 是自然数吗？　(2) 10^{100} 可真大！　(3) $x>2$；

(4)$5>2$；　(5)若 $a=0$，则 $ab=0$；　(6)如果 $x^2=1$，那么 $x=1$.

1.1.2 四种命题

知识梳理

1. 原命题和逆命题

一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们把这样的两个命题称为互逆命题.其中一个命题称为原命题，另一个命题称为原命题的逆命题.

也就是说，如果原命题为“若 p，则 q”，那么它的逆命题为“若 q，则 p”.

2. 否命题

如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题条件的否定和结论的否定，我们把这样的两个命题称为互否命题.如果把其中一个命题称为原命题，那么另一个命题称为原命题的否命题. 如果原命题为“若 p，则 q”，常将否命题记为“若 $\neg p$，则 $\neg q$”.

3. 逆否命题

如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题结论的否定和条件的否定，我们把这样的两个命题称为互为逆否命题.如果把其中一个命题称为原命题，那么另一个命题称为原命题的逆否命题. 如果原命题为“若 p，则 q”，常将逆否命题记为“若 $\neg q$，则 $\neg p$”.

4. 四种命题间的相互关系

原命题、逆命题、否命题和逆否命题之间的相互关系如图所示.

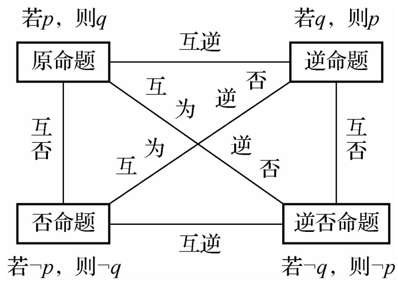

图 1-1

一般地，四种命题的真假性之间具有以下关系：

(1)如果两个命题互为逆否命题，那么它们具有相同的真假性(同为真命题或同为假命题)；

(2)如果两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性没有关系.

典例精解

例　写出命题："若 $x>1$，则 $x>0$"的逆命题、否命题、逆否命题，并指出各个命题的真假.

解　逆命题：若 $x>0$，则 $x>1$，是假命题.

否命题：若 $x\leqslant1$，则 $x\leqslant0$，是假命题.

逆否命题：若 $x\leqslant0$，则 $x\leqslant1$，是真命题.

技巧点拨　解答本题要熟记四种命题的概念，并掌握四种命题之间的关系.

【变式训练】　把命题"当 $x=2$ 时，$x^2-3x+2=0$"写成若 p，则 q"的形式，并写出它的逆命题、否命题与逆否命题，并判断它们的真假.

自我检测

1. 选择题.

(1)命题"若 $a>b$，则 $a+c>b+c$"的否命题是(　　).

A. 若 $a+c>b+c$，则 $a>b$　　B. 若 $a>b$，则 $a+c\leqslant b+c$

C. 若 $a+c\leqslant b+c$，则 $a<b$　　D. 若 $a\leqslant b$，则 $a+c\leqslant b+c$

(2)命题："若 $x^2<1$，则 $-1<x<1$"的逆否命题是(　　).

A. 若 $x^2\geqslant1$，则 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$　　B. 若 $-1<x<1$，则 $x^2<1$

C. 若 $x>1$ 或 $x<-1$，则 $x^2>1$　　D. 若 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$，则 $x^2\geqslant1$

2. 把下列命题改写成“若 p，则 q”的形式，并判断命题的真假. 若是假命题，则写出该命题的逆命题.

(1)等腰三角形底边上的中线垂直于底边并且平分顶角；

(2)当 $x^2-2x-3=0$ 时，$x=3$ 或 $x=-1$；

(3)已知 $x,y\in\mathbf{N}^+$，当 $y=x+1$ 时，$y=3$，$x=2$.

3. 写出命题“若 $x=3$，$y=5$，则 $x+y=8$”的逆命题、否命题、逆否命题.

4. 写出命题“末位数字是偶数的整数能被 2 整除”的逆命题、否命题、逆否命题，并判断真假.

1.2　充分条件、必要条件

知识梳理

已知条件 p 和结论 q.

(1)**充分条件**：如果由条件 p 成立可推出结论 q 成立，则说条件 p 是结论 q 的**充分条件**，记作“$p\Rightarrow q$”.

(2)**必要条件**：如果由结论 q 成立可推出条件 p 成立，则说条件 p 是结论 q 的**必要条件**，记作“$q\Rightarrow p$(或 $p\Leftarrow q$)”.

典例精解

例　指出下列各组中的条件 p 是结论 q 的什么条件：

(1)p：$x=3$，q：$(x-1)(x-3)=0$；

(2)p：$x>1$，q：$x>3$；

解　(1)由条件 $x=3$ 成立能够推出结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立，因此 p 是 q 的充分条件；而由结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立则不能够推出条件 $x=3$ 一定成立，因为当 $x=1$ 时 $(x-1)(x-3)=0$ 也成立，所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(2)由条件 $x>1$ 成立不能推出结论 $x>3$ 成立，如 $x=2$ 时，$2>1$ 但 $2<3$，因此 p 不是 q 的充分条件；而由结论 $x>3$ 成立则能够推出条件 $x>1$ 成立，所以 p 是 q 的必要不充分条件.

技巧点拨　判断充分必要条件时，先要分清条件和结论，进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系.

【变式训练】　“$x=1$”是“$x^2-1=0$”的(　　).

A. 既是充分条件也是必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

自我检测

1. 用符号“⇒”“⇐”“⇔”填空.

(1)$a=0$ ____ $ab=0$；

(2)$|a|=2$ ____ $a=2$；

(3)$xy=0$ ____ $x^2+y^2=0$；

(4)$\triangle ABC$ 为等腰三角形____$\triangle ABC$ 的每个内角都是 $60°$；

(5)$a\in\mathbf{Q}$ ____ $a\in\mathbf{R}$.

2. 指出下列各组条件与结论中，条件 p 是结论 q 的什么条件：

(1)p：$a>b>0$，q：$|a|>|b|$；

(2)p：$a+b>6$，q：$a>2,b>4$；

(3)p：$a=5$，q：$(a-5)^2+(b-3)^2=0$.

1.3 充要条件

知识梳理

已知条件 p 和结论 q.

充要条件:如果 $p \Rightarrow q$,且 $p \Leftarrow q$,那么 p 是 q 的充分且必要条件,简称**充要条件**,记作"$p \Leftrightarrow q$".

典例精解

例 已知 p:$x=y$,q:$(x-y)^2=0$,p 是 q 的什么条件?

解 由条件 $x=y$ 成立能够推出结论 $(x-y)^2=0$ 成立,而由结论 $(x-y)^2=0$ 成立也能够推出条件 $x=y$ 成立,因此 p 是 q 的充要条件.

【变式训练】 "$x=0$"是"$x^2=0$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

自我检测

1. 选择题.

(1)"$x \in \mathbf{R}$"是"$x \in \mathbf{Q}$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

(2)"$a<b<0$"是"$|a|>|b|$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

(3)下列命题中是"$x^2=4$"的充要条件的是(　　).

A. $x=2$　　B. $x=-2$

C. $x=2$ 或 $x=-2$　　D. $x=2$ 且 $x=-2$

2. 用"$\Rightarrow$""$\Leftarrow$"或"$\Leftrightarrow$"填空,并判断下列各组命题中条件 p 是结论 q 的什么条件.

(1)p:$x=y$,q:$|x|=|y|$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(2)p:$x<2$,q:$x<0$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(3)p:$x>3$,q:$x>5$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(4) p：$3x>6$，q：$x>2$；p ________ q，p 是 q 的________ 条件；

(5) p：$x-2=0$，q：$(x-2)(x+5)=0$；p ________ q，p 是 q 的________ 条件.

3. 求“$x^2-2x>0$”的充要条件.

4. 命题 p：$x>0$，$y<0$，命题 q：$x>y$，$\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$，则 p 是 q 的什么条件？

5. p 是 q 的充分不必要条件，p 是 s 的充要条件，那么 s 是 q 的什么条件？

第 1 单元检测

1. 选择题

(1)下列语句中，是命题的是（　　）.

A. π 是无限不循环小数　　B. $3x\leqslant 5$

C. 什么是“绩效工资”　　D. 今天的天气真好呀！

(2)下列命题为真命题的是（　　）.

A. 若 $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$，则 $x=y$　　B. 若 $x^2=1$，则 $x=1$

C. 若 $x=y$，则 $\sqrt{x}=\sqrt{y}$　　D. 若 $x<y$，则 $x^2<y^2$

(3)若 a 与 b 均为实数,则"$|a|=|b|$"是"$a=b$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

(4)设 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则"$a<b$"是"$ac^2<bc^2$"的(　　).

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

(5)在$\triangle ABC$中,"$\sin A=\dfrac{1}{2}$"是"$\angle A=30°$" 的(　　).

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

2. 填空题.

(1)给出下列命题,

①若 $ac=bc$,则 $a=b$;

②方程 $x^2=0$ 无实数根;

③对于实数 x,若 $x-2=0$,则$(x-2)(x+1)=0$;

④若 $p>0$,则 $p^2>p$;

⑤正方形不是菱形.

其中真命题是__________,假命题是__________.

(2)"$x<2$"是"$x^2-x-2<0$"的____________(填"充分不必要""必要不充分"或"充要")条件.

(3)满足 $\tan\alpha=1$ 的一个充分不必要条件是 $\alpha=$__________(填一个角即可).

(4)命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b$"的否命题是________________________,为____________(填"真"或"假")命题.

3. 把下列命题改写成"若 p,则 q"的形式,并判断真假,且指出 p 和 q 分别指什么.

(1)乘积为 1 的两个实数互为倒数;

(2)奇函数的图像关于原点对称.

4. 写出“若 $x=2$，则 $x^2-5x+6=0$”的逆命题、否命题、逆否命题，并判断其真假.

5. 判断下列问题中，p 是 q 的什么条件？

(1) p：$x^2\geqslant y^2$，q：$x\geqslant y$；

(2) p：$x\in A\cup B$，q：$x\in A\cap B$；

(3) p：$x>3$，q：$x>2$；

(4) p：a 是有理数，q：$a+2$ 是有理数.

6. 求 $x^2-5x-6\leqslant 0$ 的充要条件.

第2单元
三角计算

2.1 和角公式

2.1.1 两角和与差的余弦公式

知识梳理

两角和与差的余弦公式

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$.

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$.

典例精解

例1 已知 $\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{12}{13}$，α，β 均是第二象限角，求 $\cos(\alpha-\beta)$.

解 因为 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，所以 $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\dfrac{9}{25}$，又因为 α 是第二象限角，所以 $\sin\alpha>0$，即 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，同理：$\cos\beta=-\dfrac{5}{13}$.

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\left(-\dfrac{4}{5}\right)\times\left(-\dfrac{5}{13}\right)+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{12}{13}=\dfrac{56}{65}$.

技巧点拨 解答此类问题,一是要熟练掌握两角和与差的三角公式,二是要关注三角函数值的符号与象限的关系.

【变式训练1】 已知 $\sin\alpha=\frac{15}{17}$,α 为第二象限角,求 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$的值.

例2 计算:$\cos 72°\cos 12°+\sin 72°\sin 12°$.

解 $\cos 72°\cos 12°+\sin 72°\sin 12°=\cos(72°-12°)=\cos 60°=\frac{1}{2}$.

技巧点拨 两角和与差的余弦公式把角 $\alpha+\beta$ 的三角函数转化成了 α,β 的三角函数式.如果反过来,从右向左使用公式,我们就可以将上述的三角函数式化简.

【变式训练2】 计算:$\sin 34°\sin 26°-\cos 34°\cos 26°$.

自我检测

1.选择题.

(1)$\cos 69°\cos 9°+\sin 69°\sin 9°=$(　　).

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

(2)$\cos 16°\cos 14°-\sin 16°\sin 14°=$(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3)已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$,则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$等于(　　).

A. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{6}}{6}$　　B. $1-\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

(4)在$\triangle ABC$中，$\cos A=\frac{3}{5}$，$\cos B=\frac{5}{13}$，则$\cos C=$(　　).

A. $\frac{63}{65}$　　B. $-\frac{33}{65}$　　C. $-\frac{63}{65}$　　D. $\frac{33}{65}$

2. 填空题.

(1)$\cos 465°=$____________.

(2)在$\triangle ABC$中，若$\cos A\cos B-\sin A\sin B=0$，则$\triangle ABC$是____________三角形.

3. 已知$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\cos\beta=-\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\beta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$，求$\cos(\alpha+\beta)$的值.

4. 已知α和β都是锐角，且满足$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos(\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$，求$\cos\beta$的值.

2.1.2 两角和与差的正弦公式

知识梳理

两角和与差的正弦公式

$\sin(\alpha+\beta)=$ $\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

$\sin(\alpha-\beta)=$ $\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.

典例精解

例 1　已知α，β都是锐角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\beta=\frac{5}{13}$，求$\sin(\alpha+\beta)$的值.

解　因为α，β都是锐角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\beta=\frac{5}{13}$，

所以 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{4}{5}$，$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\frac{12}{13}$，

所以 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}=\frac{63}{65}$.

技巧点拨 根据 α，β 都是锐角，利用同角三角函数的基本关系求出 $\cos\alpha$ 与 $\sin\beta$ 的值，然后利用两角和与差的正弦公式即可求解 $\sin(\alpha+\beta)$ 的值.

【变式训练 1】 已知 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，α 是第四象限角，求 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$的值.

例 2 计算：$\sin 72^\circ\cos 18^\circ+\cos 72^\circ\sin 18^\circ$.

解 $\sin 72^\circ\cos 18^\circ+\cos 72^\circ\sin 18^\circ=\sin(72^\circ+18^\circ)=\sin 90^\circ=1$.

技巧点拨 两角和与差的正弦公式把角 $\alpha+\beta$ 的三角函数转化成了 α，β 的三角函数式. 如果反过来，从右向左使用公式，我们就可以将上述的三角函数式化简.

【变式训练 2】 计算：$\cos 74^\circ\sin 14^\circ-\sin 74^\circ\cos 14^\circ$.

自我检测

1. 选择题.

(1) $\sin 30^\circ\cos 15^\circ+\cos 30^\circ\sin 15^\circ=$（ ）.

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sin 465^\circ=$（ ）.

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(3) 已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$（ ）.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(4)已知 α 为锐角，且 $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin\alpha=$（　　）.

A. $\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$　　C. $\dfrac{1+2\sqrt{6}}{6}$　　D. $\dfrac{1-2\sqrt{6}}{6}$

2. 填空题.

(1)若 $\sin\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{12}-\sin\dfrac{\pi}{12}\cos\dfrac{\pi}{4}=\sin x$，请写出一个符合要求的 $x=$__________.

(2)化简：$\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=$__________.

3. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，$\cos\beta=-\dfrac{2}{3}$，$\beta\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$，求 $\sin(\alpha+\beta)$，$\sin(\alpha-\beta)$的值.

4. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{5}{13}$，$\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\alpha$，$\beta$ 均为锐角，求 $\sin\beta$ 的值.

2.1.3 两角和与差的正切公式

知识梳理

两角和与差的正切公式

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$.

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$.

典例精解

例 1 已知 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$,$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\tan\beta=\frac{1}{2}$,求 $\tan(\alpha-\beta)$的值.

解 由 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$,$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,得 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$,$\tan\alpha=\frac{3}{4}$.

因为 $\tan\beta=\frac{1}{2}$,所以 $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}{1+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{2}{11}$.

技巧点拨 利用同角三角函数关系由 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ 可得 $\tan\alpha=\frac{3}{4}$,由两角差的正切公式即得.

【变式训练 1】 已知 $\tan\alpha=4$,求 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$.

例 2 计算:$\frac{1+\tan 75^\circ}{1-\tan 75^\circ}$.

解 (1)方法一:因为 $\tan 75^\circ=\tan(45^\circ+30^\circ)=\frac{\tan 45^\circ+\tan 30^\circ}{1-\tan 45^\circ\tan 30^\circ}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-1\times\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3}$,所以$\frac{1+\tan 75^\circ}{1-\tan 75^\circ}=\frac{1+(2+\sqrt{3})}{1-(2+\sqrt{3})}=-\sqrt{3}$.

方法二:$\frac{1+\tan 75^\circ}{1-\tan 75^\circ}=\frac{\tan 45^\circ+\tan 75^\circ}{1-\tan 45^\circ\tan 75^\circ}=\tan(45^\circ+75^\circ)=\tan 120^\circ=-\sqrt{3}$.

技巧点拨 根据两角和的正切公式,将 $\tan 75^\circ=\tan(45^\circ+30^\circ)$,求出 $\tan 75^\circ$,然后代入即可.

【变式训练 2】 计算:$\tan 15^\circ+\tan 30^\circ+\tan 15^\circ\tan 30^\circ$.

自我检测

1. 选择题.

(1) 已知 $\tan\alpha=3$,则 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=$(　　).

A. 1　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2

(2) $\dfrac{\tan 75^\circ-\tan 15^\circ}{1+\tan 75^\circ\tan 15^\circ}=$(　　).

A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $-\sqrt{3}$

(3)若 $\tan\alpha=3$, $\tan\beta=\dfrac{4}{3}$,则 $\tan(\alpha-\beta)=$(　　).

A. -3　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\dfrac{1}{3}$

(4)已知 $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$,则$\dfrac{\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)-1}{1+\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)}$的值是(　　).

A. 2　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. -1　　D. -3

2. 填空题.

(1)已知 $\tan\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)=-7$,则 $\tan\alpha=$__________.

(2) $\tan 10^\circ+\tan 50^\circ+\sqrt{3}\tan 10^\circ\tan 50^\circ=$__________.

3. 已知角 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$, $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$.

(1)求 $\tan\alpha$ 的值;

(2)求 $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)$的值.

4. 若 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\tan\alpha=\frac{4}{3}$，$\tan\beta=\frac{1}{7}$，求 $\alpha-\beta$ 的值.

5. 已知 $\tan(\alpha+\beta)=7$，$\tan\alpha=\frac{3}{4}$，且 $\beta\in(0,\pi)$，求 β 的值.

2.2　倍 角 公 式

知识梳理

1. 倍角公式

(1) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

(2) $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$.

(3) $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

2. 降次公式

(1) $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$.

(2) $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$.

3. 升幂公式

(1) $1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha$.

(2) $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$.