

数学冲刺模拟卷(一)

(本试卷共 4 页,24 小题,满分 150 分,考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 5 分,共 75 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的)

1. 设集合 $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ().
A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. $\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \sin 10^\circ \sin 50^\circ =$ ().
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1
3. 若椭圆的短轴长、焦距、长轴长依次成等差数列,则此椭圆的离心率为().
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. 双曲线 $x^2 - 2y^2 = 16$ 的渐近线方程是().
A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
5. “ $x = \frac{\pi}{2}$ ”是“ $\sin x = 1$ ”的().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知 $\mathbf{a} = (\frac{1}{3}, -4)$, $\mathbf{b} = (\frac{1}{2}, x)$, 且 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$, 则 x 的值是 ().
A. $-\frac{2}{3}$ B. 6 C. -6 D. $-\frac{1}{6}$
7. 过点 $(1, 2)$ 且与直线 $2x + y - 3 = 0$ 平行的直线方程是().
A. $2x + y - 5 = 0$ B. $2x + y - 4 = 0$
C. $2y - x - 3 = 0$ D. $y + 2x - 4 = 0$
8. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, a_4 和 a_8 是方程 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 的两个根, 则 $a_2 \cdot a_5 =$ ().
A. 2 B. -2 C. -15 D. 15
9. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, 则 $\sin(\alpha - \beta) =$ ().
A. $\frac{14}{65}$ B. $-\frac{21}{65}$ C. $\frac{16}{65}$ D. $\frac{63}{65}$

10. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 的单调递增区间是().

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

11. 已知平面向量 \vec{AC} 与 \vec{CB} 的夹角为 90° , 且 $\vec{AC} = (k, 1)$, $\vec{CB} = (2, 6)$, 则 k 的值为().

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

12. 甲、乙两人在最近的 8 次模拟考试中英语成绩如下:

甲: 90, 85, 86, 88, 85, 84, 84, 86

乙: 96, 82, 79, 86, 88, 90, 83, 84

则甲、乙两人的成绩比较稳定的是().

- A. 甲比乙稳定 B. 乙比甲稳定
C. 甲、乙稳定程度相同 D. 无法进行比较

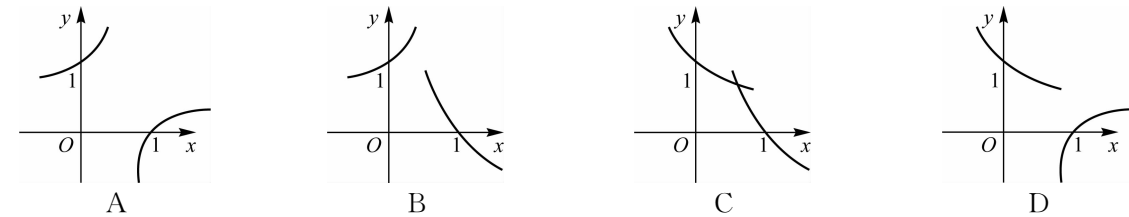
13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 + a_{13} = 8$, 则 $S_{15} =$ ().

- A. -120 B. -60 C. 60 D. 120

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 2, b = \sqrt{2}, c = \sqrt{3} + 1$, 则 $\triangle ABC$ 是().

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 无法确定

15. 在同一坐标系中, 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图像为().



二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分,把答案填在题中横线上)

16. 已知 $\mathbf{a} = (3, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1)$, 则 $(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} =$ _____.

17. 若直线 l 过点 $(\sqrt{3}, -3)$, 且倾斜角为 60° , 则直线 l 的方程为 _____.

18. 计算: $27^{\frac{2}{3}} - 2^{\log_2 3} \times \log_2 \frac{1}{8} + \lg 4 + 2 \lg 5 =$ _____.

19. 某班要从任意 5 位身高分别为 170 cm, 180 cm, 175 cm, 168 cm, 183 cm 的同学中随机抽选两位同学参加学校的演讲比赛, 则所选的同学的身高均低于 180 cm 的概率是 _____.

20. 已知直线 $l: x - y + 4 = 0$ 与圆 $C: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$, 则圆 C 上各点到直线 l 距离的最小值是 _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21. (本小题满分 12 分)已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2}+1$,且 $\sin A+\sin B=\sqrt{2}\sin C$.

(1)求 AB 的边长;

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{6}\sin C$,求角 C 的度数.

22. (本小题满分 12 分)已知一圆经过点 $A(2, -3)$ 和 $B(-2, -5)$,且圆心 C 在直线 $l: x-2y-3=0$ 上,求此圆的方程.

23. (本小题满分 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,前 n 项的和 $S_n=n^2$. 求:

(1) a_4 的值;

(2)数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3)和式 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}$ 的值.

24. (本小题满分 14 分)已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$,不等式 $f(x)>-2x$ 的解集为 $(1, 3)$.

(1)若方程 $f(x)+6a=0$ 有两个相等的实根,求 $f(x)$ 的解析式;

(2)若 $f(x)$ 的最大值为正数,求实数 a 的取值范围.

数学冲刺模拟卷(二)

(本试卷共 4 页, 24 小题, 满分 150 分. 考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题, 每小题 5 分, 共 75 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的)

1. 若集合 $M = \{x | x > 5\}$, $N = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 则 $M \cap N =$ ().
A. $\{x | x > 3\}$ B. $\{6, 7, 8\}$ C. $\{x | 5 < x \leq 8\}$ D. $(6, 8)$
2. 函数 $y = \sqrt{3-x} + \lg(x+1)$ 的定义域为 ().
A. $(-1, 3)$ B. $[-1, 3)$
C. $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$ D. $(-1, 3]$
3. 设 a, b, c 为任意实数, 且 $a > b > c$, 下列不等式中, 恒成立的是 ().
A. $ac > bc$ B. $a > |c|$
C. $2^a + c > 2^b + c$ D. $\lg(a-b) > \lg(b-c)$
4. 若函数 $f(2x) = \log_2(x-1) + 2^{x-2}$, 则 $f(4) =$ ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. $4 + \log_2 3$
5. 已知点 $M(2, x), N(y, -1)$, 向量 $\mathbf{c} = (2, -3)$, 若 $\overrightarrow{MN} = \mathbf{c}$, 则 x, y 的值分别为 ().
A. 2, 4 B. -4, 0
C. -2, 0 D. -5, 2
6. “ $a=b=c$ ”是“ a, b, c 为等比数列”的 ().
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
7. 下列函数中, 图像关于原点对称的是 ().
A. $y = 2x + 3$ B. $y = 2^x$ C. $y = 2x + \sin x$ D. $y = \ln x^2$
8. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2 = 2, a_3 a_4 a_5 = 64$, 则数列的公比 $q =$ ().
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. ± 2 D. $\pm \sqrt{2}$
9. 过点 $(-3, 1)$, 且与直线 $3x - 4y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为 ().
A. $3x + 4y + 5 = 0$ B. $3x - 4y + 13 = 0$
C. $4x - 3y + 16 = 0$ D. $4x + 3y + 9 = 0$

10. 双曲线 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{3} = 1$ 的焦点坐标为 ().
A. $(0, \pm\sqrt{7})$ B. $(0, \pm 1)$ C. $(\pm\sqrt{7}, 0)$ D. $(\pm 1, 0)$
11. 函数 $y = 2 - \sin x \cos x$ 的最大值为 ().
A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$
12. 已知样本 3, 2, x , 4 的平均数为 3, 则该样本的标准差为 ().
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
13. 若直线 $ax + y + 3 = 0$ 过圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$ 的圆心, 则直线的斜率为 ().
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
14. 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 2), \mathbf{b} = (-x, x-1), f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, 则 $f(\cos \frac{\pi}{2}), f(\sin \frac{7\pi}{6}), f(\log_4 8)$ 的大小关系为 ().
A. $f(\log_4 8) > f(\cos \frac{\pi}{2}) > f(\sin \frac{7\pi}{6})$ B. $f(\sin \frac{7\pi}{6}) > f(\cos \frac{\pi}{2}) > f(\log_4 8)$
C. $f(\cos \frac{\pi}{2}) > f(\log_4 8) > f(\sin \frac{7\pi}{6})$ D. $f(\cos \frac{\pi}{2}) > f(\sin \frac{7\pi}{6}) > f(\log_4 8)$
15. 在对某次数学成绩统计分析过程中, 选取了容量为 30 的样本, 分组后的频数表为 ().

组距	[30, 50)	[50, 70)	[70, 90)	[90, 110)	[110, 130)	[130, 150]
频数	2	x	6	11	5	2

根据计算, 某区间数据的频率为 0.7, 则该区间为

- A. $[70, 130)$ B. $[30, 90)$ C. $[50, 110)$ D. 视 x 的取值而定

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分, 把答案填在题中横线上)

16. 抛物线 $x = 2y^2$ 的焦点坐标为_____.
17. 不等式 $2|1-2x| - 3 > 0$ 的解集为_____.
18. 已知 $a \in \{2, 4, 6\}, b \in \{2, 3, 5, 6\}$, 任取 a, b , 则指数函数 $y = (\frac{b}{a})^x$ 为减函数的概率是_____. (用分数作答)
19. 设函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ 的最大值为 k , 则函数 $g(x) = 2\sin kx$ 的最小正周期为_____.
20. 定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 数列 $\{a_n\}$ 对任意 $n \geq 2$, 都满足 $\begin{vmatrix} a_n & 1 \\ a_{n-1} & 2 \end{vmatrix} = 0$, 且 $\begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$, 则该数列的前 6 项和 $S_6 =$ _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21. (本小题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a=3, b=2$.

(1)若 $\cos\left(\frac{\pi}{6}+A\right)=0$, 求 $\sin B$;

(2)若 $C=\frac{2\pi}{3}$, 求 c .

22. (本小题满分 12 分)在等差数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 中, 已知 $a_2=4, a_3+a_4+a_5=24$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 数列 $\{b_n\}$ 满足对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 有 $b_n = \frac{1}{2S_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

23. (本小题满分 12 分)某学生最近在使用中国移动新推出的一款专门针对学生手机上网的按月资费套餐(如下表):

套餐名称	套餐费	包含流量	超过部分
学生套餐	20 元	180 M	a 元/M

(1)已知该生 4 月份使用了 200 M, 流量费为 30 元, 求 a 的值, 并写出在该套餐下, 月流量资费 y (元)与流量 x (M)之间的函数关系;

(2)适量上网有助于学生的能力发展, 但过分沉迷网络会有负面作用. 假设手机上网与学生能力发展相关性系数 p (p 的值越接近 1, 表示网络利用效果对人的能力发展越有促进作用)与平均每日上网消耗的流量 t (M)之间满足函数关系 $p = \frac{64}{t} + t - 15 (t > 0)$, 求当 p 取最小值时, 该生月耗流量费(按每月 30 日计).

24. (本小题满分 14 分)已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 过椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的顶点, 且两曲线的焦距相等.

(1)求椭圆的方程;

(2)若直线 l 过双曲线的左焦点, 且与双曲线中倾斜角为锐角的渐近线平行, 求直线 l 的方程;

(3)试判定直线 l 与椭圆的交点个数情况, 并说明理由; 若有两个交点, 求出以这两点所连线段为直径的圆的标准方程.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21. (本小题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a=2, c=3, \cos B=\frac{1}{3}$.

(1)求 b 的值;

(2)求 $\sin C$ 的值.

22. (本小题满分 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n=3a_n-6$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n=\frac{na_n}{3^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

23. (本小题满分 12 分)已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-2,0)$ 和 $F_2(2,0)$, 且双曲线 $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$ 的准线是椭圆 C 的准线.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若过点 $(1,0)$ 且倾斜角为 45° 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 求以线段 AB 为直径的圆的方程.

24. (本小题满分 14 分)某商场将进价为 1000 元的冰箱以 1300 元售出, 平均每天能售出 4 台, 为了配合国家“家电下乡”政策的实施, 商场决定采取适当的降价措施. 调查表明: 这种冰箱的售价每降低 25 元, 平均每天就能多售出 2 台.

(1)假设每台冰箱降价 x 元, 商场每天销售这种冰箱的利润是 y 元, 请写出 y 与 x 之间的函数表达式; (不要写自变量的取值范围)

(2)商场要想在这种冰箱销售中每天盈利 2400 元, 同时又要使百姓得到实惠, 每台冰箱应降价多少元?

(3)每台冰箱降价多少元时, 商场每天销售这种冰箱的利润最高? 最高利润是多少元?

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21. (本题满分 12 分)已知某品牌电动汽车一次充满电后,以 40 千米/时的速度行驶,电池能行驶 10 个小时;如果速度每提高 10 千米/时,电池行驶时间会缩短 1 小时.若不考虑其他因素:

- (1)求充满一次电后,行驶路程 y 千米与速度 x 千米/时之间的函数关系式;
- (2)求速度为何值时,行驶路程达到最大.

22. (本题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且满足 $\cos A = \frac{3}{5}, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3$.

- (1)求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2)若 $b+c=6$,求 a 的值.

23. (本小题满分 12 分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的其中一个顶点坐标为 $(2, 0)$,且离心率等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1)求椭圆 C 的标准方程;
- (2)已知直线 $l: y = x + 1$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点,求线段 AB 的长.

24. (本小题满分 14 分)设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_n = 2^n - 1, \{b_n\}$ 为等差数列,且 $a_1 = b_1, a_1(b_2 - b_1) = a_2$.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (3)设 $c_n = a_n \cdot b_n$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .