

数学冲刺模拟卷(一)

(本试卷共 4 页,24 小题,满分 150 分. 考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 5 分,共 75 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个符合题目要求的)

1. 设集合 $A=\{x|x<3\}$, $B=\{0,1,2,3\}$, 则 $A \cap B=(\quad)$.
- A. $\{x|x<3\}$ B. $\{1,2\}$ C. $\{0,1,2,3\}$ D. $\{0,1,2\}$

2. $\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \sin 10^\circ \sin 50^\circ = (\quad)$.
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

3. 若椭圆的短轴长、焦距、长轴长依次成等差数列, 则此椭圆的离心率为(\quad).
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 双曲线 $x^2 - 2y^2 = 16$ 的渐近线方程是(\quad).
- A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

5. “ $x = \frac{\pi}{2}$ ”是“ $\sin x = 1$ ”的(\quad).
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $\mathbf{a} = \left(\frac{1}{3}, -4\right)$, $\mathbf{b} = \left(\frac{1}{2}, x\right)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 x 的值是(\quad).
- A. $-\frac{2}{3}$ B. 6 C. -6 D. $-\frac{1}{6}$

7. 过点(1,2)且与直线 $2x+y-3=0$ 平行的直线方程是(\quad).
- A. $2x+y-5=0$ B. $2x+y-4=0$
C. $2y-x-3=0$ D. $y+2x-4=0$

8. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, a_4 和 a_5 是方程 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 的两个根, 则 $a_2 \cdot a_5 = (\quad)$.
- A. 2 B. -2 C. -15 D. 15

9. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, 则 $\sin(\alpha - \beta) = (\quad)$.
- A. $\frac{14}{65}$ B. $-\frac{21}{65}$ C. $\frac{16}{65}$ D. $\frac{63}{65}$

10. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 的单调递增区间是(\quad).

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

11. 已知平面向量 \overrightarrow{AC} 与 \overrightarrow{CB} 的夹角为 90° , 且 $\overrightarrow{AC} = (k, 1)$, $\overrightarrow{CB} = (2, 6)$, 则 k 的值为(\quad).

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

12. 甲、乙两人在最近的 8 次模拟考试中英语成绩如下:

甲: 90, 85, 86, 88, 85, 84, 84, 86

乙: 96, 82, 79, 86, 88, 90, 83, 84

- 则甲、乙两人的成绩比较稳定的是(\quad).

- A. 甲比乙稳定 B. 乙比甲稳定
C. 甲、乙稳定性相同 D. 无法进行比较

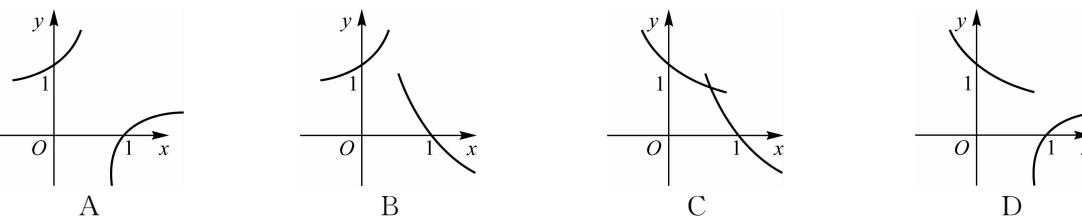
13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 + a_{13} = 8$, 则 $S_{15} = (\quad)$.

- A. -120 B. -60 C. 60 D. 120

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=2$, $b=\sqrt{2}$, $c=\sqrt{3}+1$, 则 $\triangle ABC$ 是(\quad).

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 无法确定

15. 在同一坐标系中, 当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $y=a^{-x}$ 与 $y=\log_a x$ 的图像为(\quad).



二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分,把答案填在题中横线上)

16. 已知 $\mathbf{a} = (3, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1)$, 则 $(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 若直线 l 过点 $(\sqrt{3}, -3)$, 且倾斜角为 60° , 则直线 l 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 计算: $27^{\frac{2}{3}} - 2^{\log_2 3} \times \log_2 \frac{1}{8} + \lg 4 + 2\lg 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 某班要从任意 5 位身高分别为 170 cm, 180 cm, 175 cm, 168 cm, 183 cm 的同学中随机抽选两位同学参加学校的演讲比赛, 则所选的同学的身高均低于 180 cm 的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. 已知直线 $l: x - y + 4 = 0$ 与圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$, 则圆 C 上各点到直线 l 距离的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分. 解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21. (本小题满分 12 分)已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2}+1$,且 $\sin A + \sin B = \sqrt{2}\sin C$.

(1)求 AB 的边长;

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{6}\sin C$,求角 C 的度数.

22. (本小题满分 12 分)已知一圆经过点 $A(2, -3)$ 和 $B(-2, -5)$,且圆心 C 在直线 $l: x - 2y - 3 = 0$ 上,求此圆的方程.

23. (本小题满分 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,前 n 项的和 $S_n = n^2$. 求:

(1) a_4 的值;

(2)数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3)和式 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{25}$ 的值.

24. (本小题满分 14 分)已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$,不等式 $f(x) > -2x$ 的解集为 $(1, 3)$.

(1)若方程 $f(x) + 6a = 0$ 有两个相等的实根,求 $f(x)$ 的解析式;

(2)若 $f(x)$ 的最大值为正数,求实数 a 的取值范围.

数学冲刺模拟卷(二)

(本试卷共 4 页,24 小题,满分 150 分. 考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 5 分,共 75 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个符合题目要求的)

1. 若集合 $M=\{x|x>5\}$, $N=\{3,4,5,6,7,8\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{x|x>3\}$ B. $\{6,7,8\}$ C. $\{x|5<x\leqslant 8\}$ D. $(6,8)$
2. 函数 $y=\sqrt{3-x}+\lg(x+1)$ 的定义域为().
A. $(-1,3)$ B. $[-1,3)$
C. $(-\infty,-1) \cup [3,+\infty)$ D. $(-1,3]$
3. 设 a,b,c 为任意实数,且 $a>b>c$,下列不等式中,恒成立的是().
A. $ac>bc$ B. $a>|c|$
C. $2^a+c>2^b+c$ D. $\lg(a-b)>\lg(b-c)$
4. 若函数 $f(2x)=\log_2(x-1)+2^{x-2}$,则 $f(4)=$ ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. $4+\log_2 3$
5. 已知点 $M(2,x),N(y,-1)$,向量 $c=(2,-3)$,若 $\overrightarrow{MN}=c$,则 x,y 的值分别为().
A. 2,4 B. -4,0
C. -2,0 D. -5,2
6. “ $a=b=c$ ”是“ a,b,c 为等比数列”的().
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
7. 下列函数中,图像关于原点对称的是().
A. $y=2x+3$ B. $y=2^x$ C. $y=2x+\sin x$ D. $y=\ln x^2$
8. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_2=2, a_3 a_4 a_5=64$,则数列的公比 $q=(\quad)$.
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. ± 2 D. $\pm\sqrt{2}$
9. 过点 $(-3,1)$,且与直线 $3x-4y-1=0$ 垂直的直线方程为().
A. $3x+4y+5=0$ B. $3x-4y+13=0$
C. $4x-3y+16=0$ D. $4x+3y+9=0$

10. 双曲线 $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{3}=1$ 的焦点坐标为().
A. $(0,\pm\sqrt{7})$ B. $(0,\pm 1)$ C. $(\pm\sqrt{7},0)$ D. $(\pm 1,0)$
 11. 函数 $y=2-\sin x \cos x$ 的最大值为().
A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$
 12. 已知样本 $3,2,x,4$ 的平均数为 3,则该样本的标准差为().
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
 13. 若直线 $ax+y+3=0$ 过圆 $x^2+y^2-4x+2y-1=0$ 的圆心,则直线的斜率为().
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
 14. 已知向量 $a=(x,2), b=(-x,x-1), f(x)=a \cdot b$,则 $f\left(\cos \frac{\pi}{2}\right), f\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right), f(\log_4 8)$ 的大小关系为().
A. $f(\log_4 8) > f\left(\cos \frac{\pi}{2}\right) > f\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right)$ B. $f\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right) > f\left(\cos \frac{\pi}{2}\right) > f(\log_4 8)$
C. $f\left(\cos \frac{\pi}{2}\right) > f(\log_4 8) > f\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right)$ D. $f\left(\cos \frac{\pi}{2}\right) > f\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right) > f(\log_4 8)$
 15. 在对某次数学成绩统计分析过程中,选取了容量为 30 的样本,分组后的频数表为().
- | 组距 | $[30,50)$ | $[50,70)$ | $[70,90)$ | $[90,110)$ | $[110,130)$ | $[130,150]$ |
|----|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|-------------|
| 频数 | 2 | x | 6 | 11 | 5 | 2 |
- 根据计算,某区间数据的频率为 0.7,则该区间为
A. $[70,130)$ B. $[30,90)$ C. $[50,110)$ D. 视 x 的取值而定
- 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分,把答案填在题中横线上)**
16. 抛物线 $x=2y^2$ 的焦点坐标为_____.
 17. 不等式 $2|1-2x|-3>0$ 的解集为_____.
 18. 已知 $a \in \{2,4,6\}, b \in \{2,3,5,6\}$,任取 a, b ,则指数函数 $y=\left(\frac{b}{a}\right)^x$ 为减函数的概率是_____.(用分数作答)
 19. 设函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$ 的最大值为 k ,则函数 $g(x)=2\sin kx$ 的最小正周期为_____.
 20. 定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$,数列 $\{a_n\}$ 对任意 $n \geqslant 2$,都满足 $\begin{vmatrix} a_n & 1 \\ a_{n-1} & 2 \end{vmatrix}=0$,且 $\begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=1$,则该数列的前 6 项和 $S_6=$ _____.

三、解答题(本大题共4小题,第21~23题各12分,第24题14分,共50分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21.(本小题满分12分)在 $\triangle ABC$ 中,角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知a=3,b=2.

(1)若 $\cos\left(\frac{\pi}{6}+A\right)=0$,求 $\sin B$;

(2)若 $C=\frac{2\pi}{3}$,求c.

22.(本小题满分12分)在等差数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)中,已知 $a_2=4$, $a_3+a_4+a_5=24$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前n项和,数列 $\{b_n\}$ 满足对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 有 $b_n=\frac{1}{2S_n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前n项和 T_n .

23.(本小题满分12分)某学生最近在使用中国移动新推出的一款专门针对学生手机上网的按月资费套餐(如下表):

套餐名称	套餐费	包含流量	超过部分
学生套餐	20元	180M	a 元/M

(1)已知该生4月份使用了200M,流量费为30元,求a的值,并写出在该套餐下,月流量资费y(元)与流量x(M)之间的函数关系;

(2)适量上网有助于学生的能力发展,但过分沉迷网络会有负面影响.假设手机上网与学生能力发展相关性系数p(p的值越接近1,表示网络利用效果对人的能力发展越有促进作用)与平均每日上网消耗的流量t(M)之间满足函数关系 $p=\frac{64}{t}+t-15(t>0)$,求当p取最小值时,该生月耗流量费(按每月30日计).

24.(本小题满分14分)已知双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 过椭圆 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的顶点,且两曲线的焦距相等.

(1)求椭圆的方程;

(2)若直线l过双曲线的左焦点,且与双曲线中倾斜角为锐角的渐近线平行,求直线l的方程;

(3)试判定直线l与椭圆的交点个数情况,并说明理由;若有两个交点,求出以这两点所连线段为直径的圆的标准方程.

数学冲刺模拟卷(三)

(本试卷共 4 页,24 小题,满分 150 分. 考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 5 分,共 75 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个符合题目要求的)

1. 设集合 $M=\{3,4,5,6,7\}, N=\{1,3,5,7,9\}$, 则 $M \cup N = (\quad)$.
A. $\{3,3,5,5,7\}$ B. $\{3,5,7\}$
C. $\{1,3,4,5,6,7,9\}$ D. $\{1,3,3,4,5,5,6,7,7,9\}$
2. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-1}$ 的定义域为 ().
A. $(1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1)$
C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
3. $\cos 225^\circ = (\quad)$.
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. -1
4. 下列函数为偶函数的是 ().
A. $f(x)=x^2-2x$ B. $f(x)=\sin 2x$
C. $f(x)=\cos x$ D. $f(x)=\ln x$
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3+a_9=12$, 则 $S_{11}=(\quad)$.
A. 60 B. 56 C. 66 D. 68
6. 已知向量 $\mathbf{a}=(1, -2), \mathbf{b}=(2, x)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $x=(\quad)$.
A. 1 B. -4 C. -1 D. 4
7. 设 a, b 是任意实数, 且 $a < b$, 则下列式子正确的是 ().
A. $|a| < |b|$ B. $a^2 < b^2$
C. $\left(\frac{1}{3}\right)^a > \left(\frac{1}{3}\right)^b$ D. $\ln(b-a) > 0$
8. “ $|x| < 2$ ”是“ $x < 2$ ”的 ().
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

9. 函数 $y=2\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期及最小值分别是 ().
A. $4\pi, -1$ B. $4\pi, -\frac{1}{2}$
C. $2\pi, -\frac{1}{2}$ D. $2\pi, -1$
10. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x \leq 1, \\ x-3, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(-1)]=(\quad)$.
A. -1 B. 1 C. 0 D. -2
11. 一个容量为 120 的样本分成若干组, 若其中一组的频率是 0.25, 则该组的频数是 ().
A. 40 B. 30 C. 20 D. 480
12. 以点 $A(-2, 3), B(2, 1)$ 为端点的线段的垂直平分线的方程为 ().
A. $2x-y+2=0$ B. $2x-y-2=0$
C. $x-2y-4=0$ D. $x+2y-4=0$
13. 抛物线 $x=-4y^2$ 的焦点坐标是 ().
A. $(-1, 0)$ B. $(0, -1)$
C. $\left(-\frac{1}{16}, 0\right)$ D. $\left(0, -\frac{1}{16}\right)$
14. 若将函数 $f(x)$ 的图像按向量 $\mathbf{a}=(1, 0)$ 平移后, 得到 $y=x^2$ 的图像, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 ().
A. $f(x)=x^2+1$ B. $f(x)=(x-1)^2$
C. $f(x)=x^2-1$ D. $f(x)=(x+1)^2$
15. 某学校有老年教师 20 人, 中年教师 50 人, 青年教师 30 人, 为了调查该学校教师的身体健康状况, 需要从中抽取一个容量为 20 的样本, 用分层抽样的方法分别从老年教师, 中年教师, 青年教师中各抽取的人数分别是 ().
A. 2, 5, 3 B. 4, 10, 6
C. 5, 9, 6 D. 3, 12, 5

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分,把答案填在题中横线上)

16. 已知 $\mathbf{a}=(-1, 1), \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=0$, 则 $2\mathbf{a}(\mathbf{a}-\mathbf{b})= \underline{\hspace{2cm}}$.
17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1+a_2+a_3=21, a_4+a_5+a_6=63$, 则 $a_7+a_8+a_9= \underline{\hspace{2cm}}$.
18. 不等式 $4x+5 \leqslant x^2$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
19. 若角 α 终边上有一点 $P(-2, 3)$, 则 $\sin \alpha= \underline{\hspace{2cm}}$.
20. 设一袋内装有大小相同, 颜色分别为红、白的球共 16 个, 其中红球 12 个, 先后从袋中无放回地取出两球, 则取到的两球都是白球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共4小题,第21~23题各12分,第24题14分,共50分.解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21.(本小题满分12分)在 $\triangle ABC$ 中,角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知 $a=2,c=3,\cos B=\frac{1}{3}$.

(1)求b的值;

(2)求 $\sin C$ 的值.

22.(本小题满分12分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 S_n 满足 $2S_n=3a_n-6$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n=\frac{na_n}{3^n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前n项和.

23.(本小题满分12分)已知椭圆C的焦点为 $F_1(-2,0)$ 和 $F_2(2,0)$,且双曲线 $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$ 的准线是椭圆C的准线.

(1)求椭圆C的方程;

(2)若过点(1,0)且倾斜角为 45° 的直线l交椭圆C于A,B两点,求以线段AB为直径的圆的方程.

24.(本小题满分14分)某商场将进价为1000元的冰箱以1300元售出,平均每天能售出4台,为了配合国家“家电下乡”政策的实施,商场决定采取适当的降价措施.调查表明:这种冰箱的售价每降低25元,平均每天就能多售出2台.

(1)假设每台冰箱降价x元,商场每天销售这种冰箱的利润是y元,请写出y与x之间的函数表达式;(不要求写自变量的取值范围)

(2)商场要想在这种冰箱销售中每天盈利2400元,同时又要使百姓得到实惠,每台冰箱应降价多少元?

(3)每台冰箱降价多少元时,商场每天销售这种冰箱的利润最高?最高利润是多少元?

数学冲刺模拟卷(四)

(本试卷共 4 页,24 小题,满分 150 分. 考试用时 120 分钟)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 5 分,共 75 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个符合题目要求的)

1. 已知集合 $M=\{0,x\}$, $N=\{1,2\}$, 若 $M \cap N=\{1\}$, 则 $M \cup N=(\quad)$.
A. $\{0,x,1,2\}$ B. $\{0,1,1,2\}$
C. $\{0,1,2\}$ D. 不能确定
2. “ $x^2=1$ ”是“ $|x|=1$ ”的(\quad).
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分也非必要条件
3. 函数 $y=\frac{\log_2(x+1)}{x-1}$ 的定义域为(\quad).
A. $(1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1)$ D. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$
4. 下列函数中周期是 2π 的是(\quad).
A. $y=2\cos^2 x-1$ B. $y=\sin 2x+\cos 2x$
C. $y=\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$ D. $y=\sin x \cos x$
5. 某单位有业务人员 120 人, 管理人员 24 人, 后勤人员 16 人. 现用分层抽样的方法, 从该单位职工中抽取一个容量为 n 的样本, 已知从管理人员中抽取了 3 人, 则 n 为(\quad).
A. 20 B. 30 C. 40 D. 50
6. 若 $\cos \theta > 0$, 且 $\sin 2\theta < 0$, 则角 θ 的终边所在的象限是(\quad).
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
7. 为了得到函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像, 可以将函数 $y=\sin 2x$ 的图像(\quad).
A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3+a_7=10$, 则 $S_9=(\quad)$.
A. 54 B. 45 C. 36 D. 27
 9. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是 $(-4, 0), (4, 0)$, 则双曲线的方程为(\quad).
A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ B. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$
C. $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{6}=1$ D. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{10}=1$
 10. 如果一个三角形的三个内角 A, B, C 成等差数列, 那么 $\tan(A+C)$ 的值是(\quad).
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 不确定
 11. 甲、乙两个样本, 若甲的样本方差是 0.72, 乙的样本方差是 0.69, 则样本甲与样本乙的波动大小应是(\quad).
A. 甲的波动比乙的大 B. 甲的波动比乙的小
C. 甲与乙的波动相同 D. 不能确定
 12. 已知向量 $\mathbf{a}=(1, x)$, $\mathbf{b}=(-1, x)$, 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 垂直, 则 $|\mathbf{a}|$ 等于(\quad).
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4
 13. 函数 $f(x)=2^x-2^{-x}$ 在定义域上是(\quad).
A. 偶函数 B. 奇函数
C. 既是奇函数又是偶函数 D. 既不是奇函数也不是偶函数
 14. 过原点且倾斜角为 60° 的直线被圆 $x^2+y^2-4y=0$ 所截得的弦长为(\quad).
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$
 15. 一个口袋中装有大小相同的 2 个白球和 3 个黑球, 若从中摸出一个球, 放回后再摸出一个球, 则两次摸出的球恰好颜色不同的概率为(\quad).
A. $\frac{6}{25}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{12}{25}$
- 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分,把答案填在题中横线上)
16. 不等式 $|2x-3|<1$ 的解集为_____.
 17. 抛物线 $y^2=6x$ 的准线方程为_____.
 18. 设向量 $\mathbf{a}=(1, 2)$, $\mathbf{b}=(2, 3)$, 若向量 $\lambda\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与向量 $\mathbf{c}=(-4, -7)$ 共线, 则实数 $\lambda=$ _____.
 19. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则前 8 项的和 $S_8=$ _____.
 20. 对于任意实数 a, b, c, d , 定义 $(a \quad b) \cdot \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = ac+bd$, 则使 $(x-2) \cdot \begin{pmatrix} 2x \\ -4 \end{pmatrix} < 0$ 的实数 x 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 21~23 题各 12 分,第 24 题 14 分,共 50 分. 解答须写出文字说明、证明过程和推演步骤)

21.(本题满分 12 分)已知某品牌电动汽车一次充满电后,以 40 千米/时的速度行驶,电池能行驶 10 个小时;如果速度每提高 10 千米/时,电池行驶时间会缩短 1 小时.若不考虑其他因素:

- (1)求充满一次电后,行驶路程 y 千米与速度 x 千米/时之间的函数关系式;
- (2)求速度为何值时,行驶路程达到最大.

22.(本题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且满足 $\cos A = \frac{3}{5}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$.

- (1)求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2)若 $b+c=6$,求 a 的值.

23.(本小题满分 12 分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的其中一个顶点坐标为 $(2, 0)$,且离心率等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1)求椭圆 C 的标准方程;
- (2)已知直线 $l: y = x + 1$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点,求线段 AB 的长.

24.(本小题满分 14 分)设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_n = 2^n - 1$, $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $a_1 = b_1$, $a_1(b_2 - b_1) = a_2$.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (3)设 $c_n = a_n \cdot b_n$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .