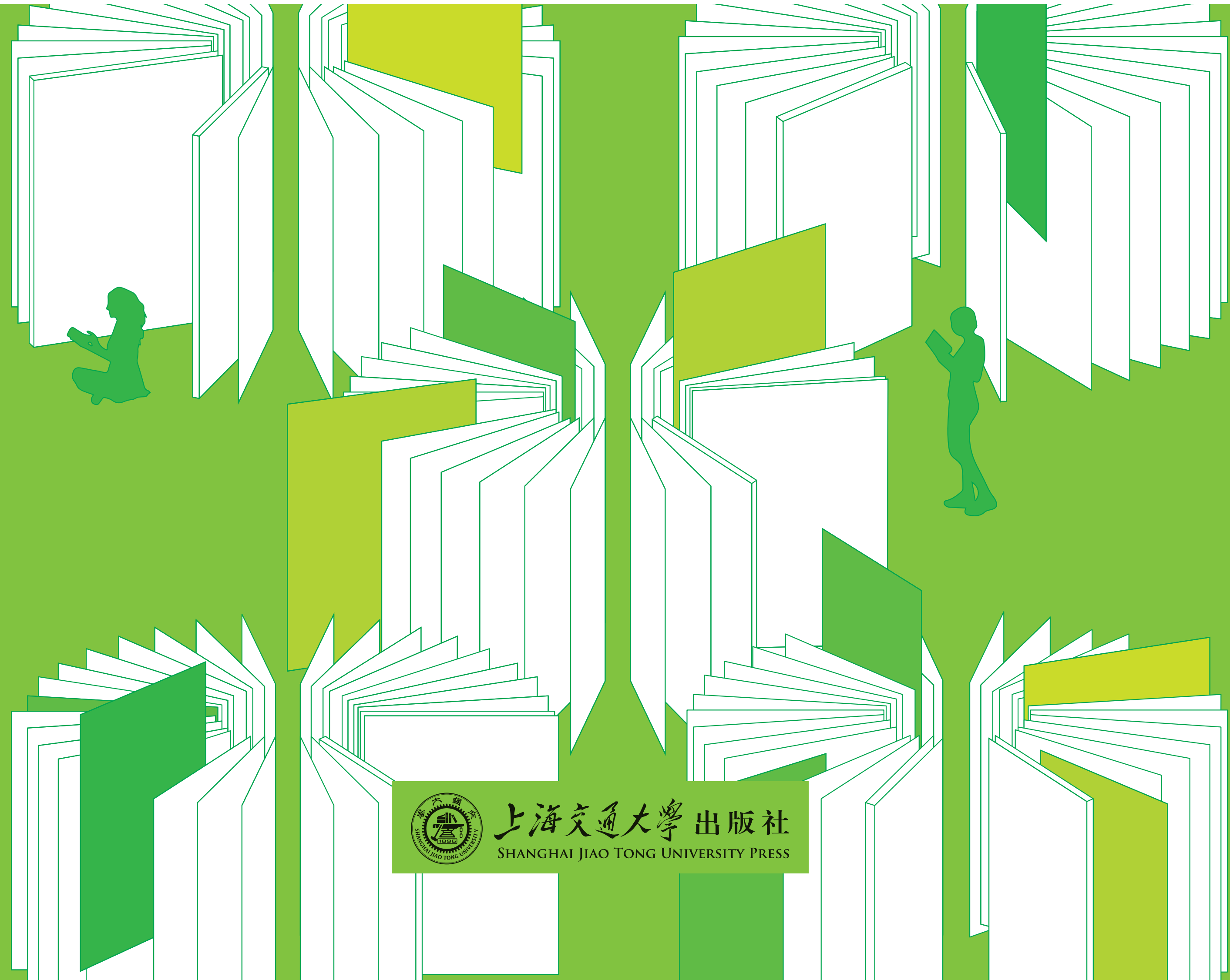
华腾新思

山西省中职毕业生对口升学考试

数学总复习



华腾新思职教高考研究中心 ◎ 编

赠册 参考答案及解析

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

山西省中职毕业生对口升学考试 数学总复习
华腾新思职教高考研究中心◎编
上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn

策划编辑 李家隆
责任编辑 胡思佳 柳卫清
封面设计 碧 君

扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-29198-1
定价:65.00元

山西省中职毕业生对口升学考试用书

数学总复习

华腾新思职教高考研究中心◎编

赠册 参考答案及解析

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

PREFACE 前言

为帮助参加山西省中职毕业生对口升学考试的考生全面、系统、快捷、高效地复习备考，我们邀请了具有丰富科研经验的职业教育专家及有丰富教学经验的一线骨干教师，根据教育部颁布的《中等职业学校数学课程标准（2020 年版）》和考试大纲，深入研究近几年山西省中职毕业生对口升学考试的命题情况，紧密结合考生的学习特点，精心编写了这本《山西省中职毕业生对口升学考试数学总复习》。数学是必考科目之一，其知识点较多、难度较大，是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧密结合真题，内容充实，结构严谨，要点突出，指导性强，是广大考生进行知识储备和考试复习的重要参考资料。

本书具有以下鲜明特色。

1. 编者阵容强大，熟知考情学情

本书编写人员均系山西省骨干教师，他们始终工作在教学第一线，对山西省中职毕业生对口升学考试的命题趋势有深入的研究，熟知考生的复习情况，因此本书具有极强的针对性。

2. 立足考试大纲，全面服务考生

本书是为参加山西省中职毕业生对口升学考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、试题难度等设计均参照了历年考试真题和考试大纲，体现出考试特色，做到了既能把握考试的命题特点，又能体现其发展趋势。

3. 编排合理，设计科学

全书分为集合与充要条件，不等式，函数，指数函数与对数函数，三角函数，数列，平面向量，解析几何，立体几何，排列、组合与二项式定理，概率与统计初步，逻辑代数初步与数据表格信息处理十二章。每章根据考试大纲的要求详述相关知识点，“考纲解读”总结了本章的考试内容与要求，并针对考试大纲的要求提供了专家分析，有助于考生领会考试大纲精神。“考情分析”分析了历年真题、预测了命题趋势。“真题示例”对历年真题进行详尽讲解，帮助考生找到做题方法，规避解题误区，抓住考试重点。“知识精讲”对每一个知识点进行细致的讲解，帮助考生系统复习。“巩固提升”针对书中考点设置了练习题，帮助考生巩固所学知识，提高答题能力。

在编写过程中，我们广泛征求山西省内中职学校一线教师的意见，秉承高效、实用的理念打造精品。衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免存在不足之处，敬请广大读者提出宝贵意见和建议。

最后，预祝广大考生在考试中取得好成绩！

华腾新思职教高考研究中心

CONTENTS 目录

第一章　集合与充要条件

考纲解读

内　　容	要　　求	难易度
集合	理解集合的意义，理解元素与集合、集合与集合间的关系	B
	会用有关的术语和符号正确表示一些集合	A
	掌握交集、并集、补集的概念及运算	C
	理解充要条件的意义	D

分析解读

本章在历年考题中多以选择题形式出现，难度不大，要求不高，主要从两个方面考查：一是考查集合的基本运算，命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主，多与不等式、绝对值等相结合；二是考查充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件的判定，多与函数等相结合.

第一节　集合的概念及其表示

考情分析

年　份	考　点	题　型	题　量	分　值	复习建议
2018 年			0	0	近五年这部分知识考查较少，但往年多次考查过，属于基础，也要掌握
2019 年	元素与集合之间的关系符号	选择题	1	3	
2020 年			0	0	
2021 年			0	0	
2022 年			0	0	

分析解读

通过分析上表可知山西省对口升学考试近五年对于本部分知识虽未频繁考查，但集合的概念及其表示是集合相关题目的基础，需牢牢掌握.

真题示例

1.(2017·山西省对口升学)用列举法表示“方程 $x^2-5x+6=0$ 的所有解”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{2\}$　　C. $\{3\}$　　D. $\{2,3\}$

【答案】 D

【解析】 因为 $x^2-5x+6=0$,所以 $(x-2)(x-3)=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=3$. 故选 D.

2.(2016·山西省对口升学)用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$　　C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

【答案】 B

【解析】 “大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是 $\{4,6,8\}$. 故选 B.

知识精讲

知识点一　集合的概念

1. 集合

将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合,简称为集,常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示.

2. 元素

组成集合的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a\notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 集合的分类

(1)按元素个数分类:

①有限集:含有元素的个数有限的集合叫作有限集.

②无限集:含有元素的个数无限的集合叫作无限集.

③空集:不含任何元素的集合叫作空集,记作 $\varnothing$.

注意:$\varnothing$ 不是 $\{0\}$.

(2)按元素的特征分类:数集、点集等.

5. 常用的集合

常用的集合有正整数集($\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$)、自然数集($\mathbf{N}$)、整数集($\mathbf{Z}$)、有理数集($\mathbf{Q}$)、实数集($\mathbf{R}$).

(1)正整数集:所有正整数组成的集合叫作正整数集,记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$.

(2)自然数集:所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 $\mathbf{N}$.

(3)整数集:所有整数组成的集合叫作整数集,记作 $\mathbf{Z}$.

(4)有理数集:所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 $\mathbf{Q}$.

(5)实数集:所有实数组成的集合叫作实数集,记作 $\mathbf{R}$.

【典型例题】

例 1　在下列每组对象中:

(1)我国著名的数学家;

(2)超过 10 的所有自然数;

(3)某校 2021 年新入学的高个子学生;

(4)方程 $x-1=0$ 的实数解;

(5)在直角坐标平面内，第二象限的所有点.

其中能构成集合的是(　　).

A.(1)(2)(3)　　B.(2)(3)(4)　　C.(2)(4)(5)　　D.(3)(4)(5)

【答案】 C

【解析】 (1)“我国著名的数学家”中“著名”没有一个明确的标准，不能构成一个集合；(3)“高个子学生”中“高”这一标准也不确定，无法判定某人是高还是矮，也不能构成集合；(2)(4)的对象是确定的；(5)的对象虽然有无限个，但它是确定的. 因此选 C.

【技巧点拨】 判断某组对象能否构成集合，关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的，不能模糊，否则无法判断.

变式训练 1

下列语句中，能构成集合的是(　　).

A. 我班数学好的男生　　B. 与 0 接近的全体实数

C. 大于 π 的自然数　　D. 优秀的中等职业学校

例 2　已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$，则 A 中元素的个数为(　　).

A. 9　　B. 8　　C. 5　　D. 4

【答案】 A

【解析】 由 $x^2+y^2\leqslant 3$ 可知，$-\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}\leqslant y\leqslant\sqrt{3}$. 又因为 $x\in\mathbf{Z}$，$y\in\mathbf{Z}$，所以 $x\in\{-1,0,1\}$，$y\in\{-1,0,1\}$. 所以 A 中元素的个数为 9.

【技巧点拨】 对于求解集合中元素个数的题目，首先求出集合，然后根据集合中元素的互异性求出集合中元素的个数，或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.

变式训练 2

已知集合 $A=\{1,2,4\}$，集合 $B=\{x|x=a+b,a\in A,b\in A\}$，则集合 B 中元素的个数为________.

知识点二 集合的表示法

1. 列举法

将集合的元素一一列出，用逗号分隔，再用花括号括为一个整体，这种表示集合的方法叫作列举法.

注意：用列举法表示集合时，要注意以下几点：

(1)元素之间用逗号“，”隔开.

(2)元素不能重复(满足集合中元素的互异性).

(3)元素不能遗漏.

(4)当集合中的元素较少时，用列举法比较简单；当集合中的元素较多或无限，但存在一定的规律时，在不发生误解的情况下，也可以用列举法表示.

2. 描述法

利用元素的特征性质来表示集合的方法称为描述法.

具体方法是：在花括号中画一条竖线，竖线的左侧写上集合的代表元素 x，并标出元素的取值范围，竖线右侧写出元素所具有的特征性质.

注意：用描述法表示集合时，要注意以下几点：

(1)写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).

(2)写明集合中元素的特征或性质.

(3)用于描述元素特征的语句要力求简明、准确，不产生歧义；多层描述时，应当准确使用“且”“或”等关联词.

(4)所有描述的内容都要写在大括号内.

(5)在不引起混淆的情况下，用描述法表示集合有时也可以省去竖线和竖线左边的部分. 例如，正整数的集合可简记为{正整数}，但是，集合$\{x|x>1\}$就不能省略竖线及其左边的“x”.

【典型例题】

例 3　用列举法表示下列集合.

(1)$A=\{x|-2<x<5,x\in\mathbf{Z}\}$；

(2)$B=\{(x,y)|2x+y=5,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

【解析】 (1)$A=\{-1,0,1,2,3,4\}$；(2)$B=\{(0,5),(1,3),(2,1)\}$.

【技巧点拨】 掌握集合的两种表示方法.

变式训练 3

用合适的方法表示下列集合.

(1)$\{11,12,13,14,15,\cdots\}$；

(2)$\{1,4,9,16,25,36\}$.

巩固提升

一、选择题

1. 下列命题所列对象中能组成集合的是(　　).

A. 好人　　B. 非常小的数　　C. 有趣的书　　D. 小于 5 的数

2. 用列举法表示集合$\{x|x^2-3x+2=0\}$的结果是(　　).

A. $(1,2)$　　B. $1,2$　　C. $\{1,2\}$　　D. 以上都不是

3. 下列选项中表述正确的是(　　).

A. 由 1,3,5,7,5,3 组成的集合中有 6 个元素

B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合

C. 集合$\{0\}$是空集

D. 一年级(3)班的所有同学可以组成集合

4. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$　　C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

二、填空题

1. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

1.5 ________ $\mathbf{Z}$；　　π ________ $\mathbf{R}$；　　1.5 ________ $\mathbf{R}$；　　7.21 ________ $\mathbf{Q}$.

2. 绝对值等于 1 的所有整数组成的集合是________.

3. 已知集合$P=\{x|2<x<a,x\in\mathbf{N}\}$，且集合$P$中恰有 3 个元素，则整数$a=$________.

三、解答题

1. 已知集合$A=\{0,1,2\}$，集合$B=\{x|x=ab,a\in A,b\in A\}$. 用列举法写出集合$B$.

2. 指出下列各集合中，哪些集合是空集，哪些集合是有限集，哪些集合是无限集.

(1)方程 $x^2+1=0$ 的解集；

(2)方程 $x+2=2$；

(3)不等式 $x^2>4$ 的解集.

3. 已知集合$\{1,a,b\}$与$\{-1,-b,1\}$是同一集合，求实数 a,b 的值.

第二节 集合之间的关系及运算

考情分析

年份	考点	题型	题量	分值	复习建议
2018 年	集合的运算	选择题	1	3	重点掌握集合的运算
2019 年	集合之间的关系	选择题	1	3	
2020 年	集合的运算	选择题	1	3	
2021 年	集合的运算	选择题	1	3	
2022 年	集合的运算	选择题	1	3	

分析解读

近五年几乎都考查了集合的运算，本部分知识都是基础题，难度不大.

真题示例

1. (2019・山西省对口升学)设 $A=\{x|x\geqslant 0\}$,则下列选项中正确的是(　　).

A. $\{0\}\in A$　　B. $0\subset A$　　C. $\varnothing\in A$　　D. $\varnothing\subset A$

【答案】 D

【解析】 本题考查元素和集合的关系符号,包含“$\subset$”用于集合之间的关系,元素与集合之间的关系则用“$\in$”表示,因此 A,B,C 都不对,故选 D.

2. (2020・山西省对口升学)设集合 $A=\{a,b\}$,$B=\{a,b,c\}$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{a,b\}$　　B. $\{a\}$　　C. $\{a,b,c\}$　　D. $\varnothing$

【答案】 A

【解析】 已知两个集合求交集,要取两个集合中的公共元素 a,b 组成的集合 $\{a,b\}$. 故选 A.

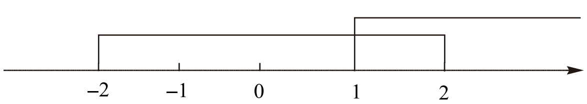
3. (2021・山西省对口升学)设集合 $A=\{x|x\geqslant 1\}$,$B=\{x||x|\leqslant 2\}$,则 $A\cup B=$(　　).

A. $(-1,2)$　　B. $[-2,3]$　　C. $[-2,+\infty)$　　D. $[-1,2]$

【答案】 C

【解析】 本题考查集合与集合的运算中的并集和含有绝对值的不等式的解法.

求解这类题目,一般需要在数轴上画出图形来. 为了能够画出集合 B 的解集,需要先求出集合 B 中的含有绝对值的不等式的解集:$|x|\leqslant 2\Leftrightarrow -2\leqslant x\leqslant 2$,画出图形如下.



从图形上寻找两个集合合并而成的新集合为 $\{x|x\geqslant -2\}$,也就是说 $A\cup B=\{x\geqslant -2\}$,用区间表示为 $[-2,+\infty)$.

知识精讲

知识点一　集合之间的关系

1. 子集

一般地,对于两个集合 A,B,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$.

性质:(1)任何一个集合是它本身的子集,即 $A\subseteq A$;(2)空集是任何集合的子集,即 $\varnothing\subseteq A$;(3)对集合 A,B,C,若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

注意:不能把子集说成由原来集合中的部分元素组成的集合,因为 A 的子集包括它本身,而这个子集由 A 的全体元素组成;空集也是 A 的子集,但这个子集中不包括 A 中的任何元素.

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A,则 A 是 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A,B,C,若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

注意:元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

3. 集合的相等

一般地,如果两个集合的元素完全相同,我们就说这两个集合相等,集合 A 等于集合 B,记作 $A=B$(A,B 的所有元素均相同).

注意:(1)两个集合所含元素完全相同,即"集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 的元素".

(2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集,则从"互为子集"入手进行判断.

【典型例题】

例 1 设集合 $A=\{0\}$,下列结论正确的是(　　).

A. $A=0$　　B. $A\subseteq\varnothing$　　C. $0\in A$　　D. $\varnothing\in A$

【答案】 C

【解析】 本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系.答案选 C.

【技巧点拨】 正确理解符号 $\in,\notin,\subseteq,\subsetneqq$ 的意义,是正确处理此类问题的关键.

变式训练 1

下列说法中,正确的有(　　).

①空集没有子集;②任何集合至少有两个子集;③空集是任何集合的真子集;④若 $\varnothing\subsetneqq A$,则 $A\neq\varnothing$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

例 2 已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2=0\}$,$B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$,若 $B\subseteq A$,求实数 p 的取值范围.

【解析】 由题意得:$A=\{-1,2\}$,因为 $B\subseteq A$,所以 $B=\varnothing$ 或 $B=\{-1\}$ 或 $B=\{2\}$ 或 $B=\{-1,2\}$.

又因为 $B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$,所以 $B=\{-1,2\}$ 不成立.

当 $B=\varnothing$ 时,$\Delta=(-4)^2-4p=16-4p<0$,解得 $p>4$;

当 $B=\{-1\}$ 时,$\begin{cases}\Delta=16-4p=0,\\(-1)^2-4\times(-1)+p=0\end{cases}$ 无解;

当 $B=\{2\}$ 时,$\Delta=16-4p=0$,$2^2-4\times2+p=0$,解得 $p=4$.

综上,实数 p 的取值范围是 $[4,+\infty)$.

【技巧点拨】 两个集合包含或相等关系的问题,通过建立方程(组),然后解出未知数,最后利用集合元素的特征进行检验即可.

变式训练 2

已知集合 $A=\{1,1+m,1+2m\}$,$B=\{1,n,n^2\}$,其中 $m,n\in\mathbf{R}$,若 $A=B$,求 m,n 的值.

知识点二 集合的运算

1. 交集

一般地,对于两个给定的集合 A、B,由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合,叫作集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A\cap B$,读作"A 交 B",即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

性质:

(1)$A\cap B=B\cap A$.

(2)$A\cap A=A$.

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing$.

(4)$A\cap B\subseteq A$,$A\cap B\subseteq B$.

(5)若 $A\subseteq B$,则 $A\cap B=A$.

2. 并集

一般地，对于两个给定的集合 A、B，由集合 A、B 的所有元素所组成的集合，叫作集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”. 即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

性质：

(1)$A\cup B=B\cup A$.

(2)$A\cup A=A$.

(3)$A\cup\varnothing=A$.

(4)$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

3. 图示两个集合的交集、并集

(1)用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-1).

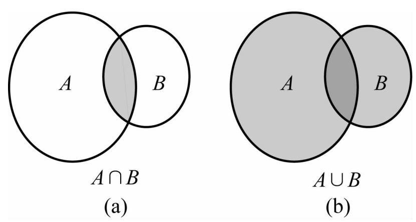


图 1-1

(2)借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-2).

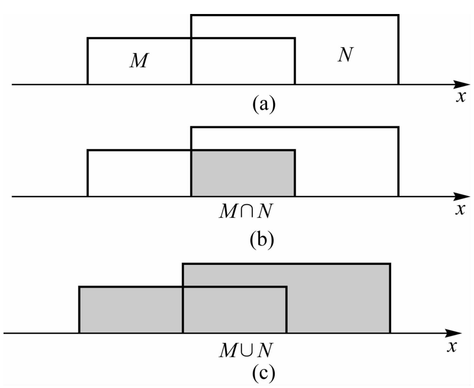


图 1-2

4. 全集

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，则称这个集合为全集，通常用 U 表示.

注意：全集是一个相对的概念，在不同的情况下全集的概念也不同.

5. 补集

如果集合 A 是全集 U 的子集，那么，由 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合叫作集合 A 在全集 U 中的补集，简称集合 A 的补集，记作 $\complement_U A$，读作“A 在 U 中的补集”. 即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

性质：

(1)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

(2)$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U U=\varnothing$.

(3)$A\cup(\complement_U A)=U$.

(4)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

【典型例题】

例 3 (1)设集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4\}$,则 $A\cup B=$( ).

A. $\{3\}$ B. $\{3,4\}$ C. $\{1,2,3\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

(2)设集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,则 $A\cap B=$( ).

A. $\varnothing$ B. $\{2,3\}$ C. $\{1,4\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

(3)已知集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{1,a\}$,$A\cup B=\{1,2,3,4\}$,则 $a=$ ________.

【答案】 (1)D (2)B (3)4

【解析】 (1)$A\cup B$ 是由集合 A 和集合 B 中所有元素组成的,因为 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4\}$,则 $A\cup B=\{1,2,3,4\}$. 故选 D.

(2)$A\cap B$ 是由集合 A 和集合 B 中相同的元素组成的,集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,所以 $A\cap B=\{2,3\}$. 故选 B.

(3)根据并集运算可知 $a=4$.

【技巧点拨】 弄清交集与并集之间的关系.

变式训练 3

(1)设集合 $A=\{0,1,2\}$,$B=\{1,3\}$,则 $A\cap B=$( ).

A. $\{0,1,2\}$ B. $\{1,3\}$ C. $\{1\}$ D. $\{0,1,2,3\}$

(2)设集合 $A=\{0,1\}$,$B=\{-1,0\}$,则 $A\cup B=$( ).

A. $\varnothing$ B. $\{0\}$ C. $\{-1,0,1\}$ D. $\{0,1\}$

例 4 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$,求 $A\cap B$,$A\cup B$,$\complement_U A\cap B$.

【解析】 $B=\{x\mid x^2-2x-3<0\}=\{x\mid -1<x<3\}$,$\complement_U A=\{x\mid x<0$ 或 $x\geqslant 2\}$,所以 $A\cap B=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$,$A\cup B=\{x\mid -1<x<3\}$,$\complement_U A\cap B=\{x\mid -1<x<0$ 或 $2\leqslant x<3\}$.

【技巧点拨】 考查对集合运算的理解及性质的运用.

变式训练 4

设全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$,集合 $A=\{0,1,2,3\}$,集合 $B=\{2,3,4\}$,求 $A\cap B$,$A\cup B$,$\complement_U A\cup\complement_U B$.

例 5 已知集合 $M=\{x\mid a\leqslant x\leqslant a+3\}$,$N=\{x\mid x<-1$ 或 $x>5\}$,若 $M\cap N=\varnothing$,求实数 a 的取值范围.

【解析】 如图 1-3 所示,要使 $M\cap N=\varnothing$,必须满足 $\begin{cases}a+3\leqslant 5,\\ a\geqslant -1,\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant a\leqslant 2$,所以实数 a 的取值范围为 $\{a\mid -1\leqslant a\leqslant 2\}$.

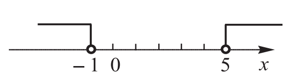


图 1-3

【技巧点拨】 解题时利用数轴表示集合,便于寻求满足条件的实数 a. 特别需要注意的是“端点值”的问题,是能取“=”还是不能取“=”.

变式训练5

已知 $A=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x|x>1$ 或 $x<-6\}$.

(1)若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2)若 $A\cup B=B$，求 a 的取值范围.

巩固提升

一、选择题

1. 给出下面四个关系：①$0\in\mathbf{Q}$；②$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$；③$\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}$；④$\varnothing\subsetneqq\{0\}$，其中正确的个数为(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. 集合 $\{1,2,3,4\}$ 所有子集的个数是(　　).

A. 8　　B. 14　　C. 15　　D. 16

3. 已知集合 $A=\{2,3,4\}$，$B=\{2,4,6,8\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{2\}$　　B. $\{2,4\}$　　C. $\{2,3,4,6,8\}$　　D. $\{3,6,8\}$

4. 已知集合 $U=\{1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,5,7\}$，则 $\complement_U A=$(　　).

A. $\{1,3\}$　　B. $\{3,7,9\}$　　C. $\{3,5,9\}$　　D. $\{3,9\}$

5. 设集合 $A=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|x\geqslant1\}$，则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{x|1\leqslant x<3\}$　　B. $\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$

C. $\{x|x>-2\}$　　D. $\{x|x<-2$ 或 $x\geqslant1\}$

6. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 B 满足 $A\cup B=\{1,2,3,4\}$，则集合 B 的个数为(　　).

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

7. 设集合 $A=\{x|2\leqslant x<4\}$，$B=\{x|3x-7\geqslant8-2x\}$，则 $A\cup B$ 等于(　　).

A. $\{x|x\geqslant3\}$　　B. $\{x|x\geqslant2\}$　　C. $\{x|2\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|x\geqslant4\}$

8. 集合 $A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$. 若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$，则 a 的值为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题

1. 用适当的符号($\in,\notin,\subseteq,\supseteq,=$)填空.

3 ________ $\{2,3\}$；　π ________ $\mathbf{Q}$；　$\{1,2,3\}$ ________ $\mathbf{Z}$；

$\mathbf{N}^*$ ________ $\mathbf{Z}$；　$\{-3,3\}$ ________ $\{x|x^2=9\}$.

2. 下列六个关系式：①$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$；②$\{a,b\}=\{b,a\}$；③$0=\varnothing$；④$0\in\{0\}$；⑤$\varnothing\in\{0\}$；⑥$\varnothing\subseteq\{0\}$. 其中正确的个数为________.

3. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{1,2,3\}$，则 $A\cap B=$________.

4. 已知集合 $A=\{(x,y)|x+y=1\}$，$B=\{(x,y)|2x-y=2\}$，则 $A\cap B=$________.

5. 已知集合 $A=\{x|x+1>0\}$，$B=\{x|3x-6<0\}$. 则 $A\cap B=$________.

三、解答题

1. 写出集合$\{-3,-1,1,3\}$的所有子集，并指出哪些是真子集.

2. 已知集合$A=\{1,5\}$，$B=\{1,2,x^2-1\}$，若$A\cup B=\{1,2,3,5\}$，求x及$A\cap B$.

3. 设全集$U=\{0,1,2,5,7\}$，集合$A=\{0,1,2,5\}$，集合$B=\{2,5,7\}$，求$A\cap B$，$A\cup B$，$\complement_U A\cup\complement_U B$.

4. 已知集合$A=\{-4,2a-1,a^2\}$，$B=\{a-5,1-a,9\}$，若$A\cap B=\{9\}$，求a的值.

第三节 充 要 条 件

考情分析

年 份	考 点	题 型	题 量	分 值	复习建议
2018 年			0	0	近五年这部分知识都没有考,但也要掌握
2019 年			0	0	
2020 年			0	0	
2021 年			0	0	
2022 年			0	0	

分析解读

理解充要条件的意义,属于较难的部分,考查频率较低.

知识精讲

1. 命题的概念

在数学中,我们把语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句称为命题,正确的命题称为真命题,错误的命题称为假命题.

2. 充要条件的定义

(1)对于两个命题 p,q,如果有 $p\Rightarrow q$,则称 p 是 q 的充分条件,q 是 p 的必要条件.

注意:p 是 q 的充分不必要条件是指只要具备了条件 p,那么 q 就一定成立,即命题中的条件是充分的;q 是 p 的必要不充分条件是指如果不具备条件 q,则 p 就不能成立,即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

(2)如果 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$,即 $p\Leftrightarrow q$,则 p 是 q 的充分且必要条件,简称充要条件.

注意:①当 $p\Leftrightarrow q$ 时,也称 p 与 q 是等价的.

②与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等.

3. 充要条件的判断方法

(1)从逻辑推理关系上判断(定义法).

①若 $p\Rightarrow q$ 但 $q\nRightarrow p$,则 p 是 q 的充分不必要条件.

②若 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$,则 p 是 q 的必要不充分条件.

③若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$,则 p 是 q 的充要条件.

④若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$,则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2)从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法).设命题 p 对应的集合为 A,命题 q 对应的集合为 B.

①若 $A\subsetneqq B$,则 p 是 q 的充分不必要条件.

②若 $A\supsetneqq B$,则 p 是 q 的必要不充分条件.

③若 $A\subseteq B$ 且 $A\supseteq B$，即 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件.

④若 $A\nsubseteq B$ 且 $A\nsupseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

【典型例题】

例 1　已知 p：$|3x-5|<4$，q：$(x-1)(x-2)<0$，则 p 是 q 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】　B

【解析】　p：$|3x-5|<4\Rightarrow p$：$\frac{1}{3}<x<3$，q：$(x-1)(x-2)<0\Rightarrow q$：$1<x<2$. 所以 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$，所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

【技巧点拨】　判断充分必要条件时，先要分清条件和结论，进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系.

变式训练 1

设命题甲为 $0<x<5$，命题乙为 $|x-2|<3$，那么甲是乙的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

例 2　已知集合 $A=\left\{y\,\middle|\,y=x^2-\frac{3}{2}x+1, x\in\left[\frac{3}{4},2\right]\right\}$，$B=\{x\mid x+m^2\geqslant 1\}$，$p$：$x\in A$，$q$：$x\in B$，并且 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 m 的取值范围.

【解析】　由题意得 $A=\left[\frac{7}{16},2\right]$，$B=[1-m^2,+\infty)$，由于 p 是 q 的充分不必要条件，因此 $A\subsetneqq B$，所以 $1-m^2\leqslant\frac{7}{16}$，解得 $m\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $m\leqslant-\frac{3}{4}$，即实数 m 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$.

【技巧点拨】　本题主要考查集合的运算以及充要条件的判断，解题的关键是不等式之间的关系.

变式训练 2

已知 p：$x^2-2x-3<0$，q：$-a<x-1<a$. 若 q 是 p 的一个必要不充分条件，求实数 a 的取值范围.

巩固提升

一、选择题

1. “$x<-2$”是不等式“$x^2-4>0$”成立的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “$A\cap B=A$”是“$A\subseteq B$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要不充分条件，则甲是丁的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. “$|x|\geqslant 1$”是“$x\geqslant 1$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. “$\alpha=\frac{\pi}{4}$”是“$\tan\alpha=1$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 命题“$x=3$”是命题“$x^2=9$”的（　　）.

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

1. “$x\in\mathbf{N}$”是“$x\in\mathbf{Z}$”的________条件.

2. “$x=0$ 或 $y=0$”是“$xy=0$”的________条件.

3. “$ab=0$”是“$a^2+b^2=0$”的________条件.

4. “$x=\frac{\pi}{4}$”是“$y=\sin 2x$ 取得最大值”的________条件.

三、解答题

1. 判断下列问题中，p 是 q 的什么条件？

(1) p：$x^2\geqslant y^2$，q：$x\geqslant y$；

(2) p：$x\in A\cup B$，q：$x\in A\cap B$；

(3) p：$x>3$，q：$x>2$；

(4) p：a 是有理数，q：$a+2$ 是有理数.

2. 求一个对于一切实数 x 都有 $ax^2-ax+1>0$ 成立的充要条件.