

华腾新思[®]

职教高考数学同步强化检测

华腾新思职教高考研究中心 编

职教高考
数学

同步强化检测

职教高考
数学

同步强化检测

适用于对口升学考试、春季高考、三校生考试等

华腾新思职教高考研究中心 编

ISBN 978-7-5131-8301-7



9 787513 183017 >

定价: 48.00元



开明出版社



开明出版社

前 言

经过多年的探索与实践,高职院校单独招生考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加高职院校单独招生考试的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而倍受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出,考入自己理想的学府。

为了帮助广大考生在较短时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所学校的一线任课教师及教研员,以课程标准、教学大纲及最新考试说明为依据,深入研究近几年高职院校单独招生考试试卷的命题情况,紧密结合中职学生的学习特点,精心编写了这套高职院校单独招生考试用书,供广大考生在复习备考时使用。

数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和知识储备的重要参考资料。

本书是为参加高职院校单独招生考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、试题难度的设计等均参考了历年考试真题和最新考试说明,体现出考试特色,既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

《职教高考数学同步强化检测》按照《职教高考数学总复习》设置题目,每章都配有与教材内容相对应的练习题,可以很好地帮助学生把握考试难度,掌握答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力。

本书所配参考答案及解析详细、独到,由点及面,不仅方便学生核对正误,而且帮助他们校正解题思路、总结解题方法。此外,本书配套在线练习题,方便教师教学及学生巩固学习使用。

丛书编写过程中,我们广泛征求中职学校及综合高中一线教师的意见,秉承高效、实用的理念打造精品。我们相信,凝聚着众多名师智慧的本套丛书,定能成为通向成功彼岸的金桥,帮助学生到达理想的殿堂!

编 者

目 录

第一章 集合与逻辑用语	1
第一节 集合及其表示	1
第二节 集合之间的关系及运算	3
第三节 逻辑用语	6
第四节 充要条件	8
第二章 方程与不等式	10
第一节 一元二次方程	10
第二节 不等式的基本性质	12
第三节 一元一次不等式(组)与含绝对值的不等式	15
第四节 一元二次不等式	17
第三章 函数	19
第一节 函数的概念及其表示	19
第二节 函数的性质	22
第三、四节 二次函数的图像与性质及函数的实际应用	25
第四章 指数函数与对数函数	29
第一节 实数指数幂及其运算	29
第二节 指数函数	32
第三、四节 对数及其运算与对数函数	35
第五章 三角函数	38
第一节 角的概念推广与弧度制	38
第二节 任意角的三角函数	41
第三、四节 同角三角函数的基本关系式与诱导公式	43
第五节 和角公式与倍角公式	46
第六节 三角函数的图像与性质	50
第七、八节 正弦型函数的图像与性质及已知三角函数值求角	53
第九节 解三角形	57
第六章 数列	61
第一节 数列的概念	61
第二节 等差数列	64
第三节 等比数列	67

第四节 等差数列与等比数列的应用	70	第十一章 概率与统计初步	120
第七章 平面向量	74	第一、二节 计数原理和排列与组合	120
第一节 平面向量的概念及线性运算	74	第三节 二项式定理	123
第二节 平面向量的坐标表示	78	第四节 古典概型	125
第三节 平面向量的内积	81	第五节 统计	128
第八章 直线和圆的方程	84	第六节 离散型随机变量	131
第一、二节 直线的点向式、点法式、点斜式和一般式方程	84	第十二章 复数及其应用	133
第三节 两直线的位置关系	88	第一章测试卷	135
第四节 线性规划	91	第二章测试卷	139
第五节 圆的方程	93	第三章测试卷	143
第九章 圆锥曲线	96	第四章测试卷	147
第一节 椭圆	96	第五章测试卷	151
第二节 双曲线	99	第六章测试卷	155
第三节 抛物线	102	第七章测试卷	159
第十章 立体几何	105	第八章测试卷	163
第一节 空间几何体	105	第九章测试卷	169
第二节 三视图	108	第十章测试卷	173
第三节 平面的基本性质	111	第十一章测试卷	177
第四节 空间的平行关系	113	第十二章测试卷	181
第五节 空间的垂直关系	116		

第一章 集合与逻辑用语

第一节 集合及其表示

一、选择题

1. 下列关系中,正确的是 ()
- A. $-2 \in \mathbf{N}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$ C. $5 \notin \mathbf{Q}$ D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$
2. 下列集合中,不是空集的是 ()
- A. 绝对值小于 0 的实数 B. $2x+1=0$ 的解集
C. $x^2 < 0$ 的解集 D. 小于 0 的自然数
3. 下列条件中,能构成集合的是 ()
- A. 世界著名的数学家 B. 在数轴上与原点非常近的点
C. 所有的等腰三角形 D. 全年级成绩优异的同学
4. 下列选项中,不能作为集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 的值的是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是 ()
- A. \emptyset B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
6. 下列命题中,正确的是 ()
- A. $\{x|x^2+2=0\}$ 在实数范围内无意义 B. $\{(1, 2)\}$ 与 $\{(2, 1)\}$ 表示同一个集合
C. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示相同的集合 D. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示不同的集合

二、填空题

7. 下列各组对象中,能构成集合的是_____.
- ①所有大于 4 的有理数;
②比较大的自然数;
③同学们喜欢的体育项目;
④方程 $3x+2=0$ 的解;
⑤比较接近 0 的实数.
8. 方程 $x^2+x-6=0$ 的根的集合,用描述法可表示为_____.

9. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

- (1) $1 \in \mathbf{N}_+$; (2) $-2 \in \mathbf{N}_+$; (3) $\frac{1}{2} \in \mathbf{N}_+$;
(4) $5 \in \mathbf{Z}$; (5) $-6 \in \mathbf{Z}$; (6) $\frac{5}{6} \in \mathbf{Z}$.

10. 用列举法表示集合 $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 的结果是_____.

三、解答题

11. 下列集合中哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

- (1) $\{x|x^2=1, x \in \mathbf{R}\}$; (2) $\{x|x>1, x \in \mathbf{R}\}$;
(3) $\{(x, y)|y=2x, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$; (4) $\{x||x|<0, x \in \mathbf{R}\}$;
(5) $\{x|x^2-x-2=0, x \in \mathbf{R}\}$.

12. 已知 1 是由 $|a+1|, a+2$ 组成的集合中的元素,求实数 a 的值.

13. 如果关于 x 的方程 $ax^2-2x+1=0$ 的解集中只有一个元素,求 a 的值.

第二节 集合之间的关系及运算

一、选择题

1. 给出下面四个关系:① $0 \in \mathbf{Q}$;② $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$;③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$;④ $\emptyset \subseteq \{0\}$,其中正确的个数为 ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
2. 集合 $\{a, b, c, d\}$ 所有子集的个数是 ()
- A. 8 B. 14 C. 15 D. 16
3. 下列说法正确的有 ()
- (1)空集没有子集;
(2)任何集合至少有两个子集;
(3)空集是任何集合的真子集;
(4)若 $\emptyset \subseteq A$,则 $A \neq \emptyset$.
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
4. 满足条件 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是 ()
- A. 3 B. 6 C. 7 D. 9
5. 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 3\}$, $B = \{-2, 0, 1\}$,则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-2, 0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
6. 集合 $A = \{a, e\}$, $B = \{a, e, d, c\}$, $C = \{e, f\}$,则 $(A \cap B) \cup C =$ ()
- A. $\{a, e\}$ B. $\{a, e, d, f\}$ C. $\{a, e, d, c\}$ D. $\{a, e, f\}$
7. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{5\}$,则 $(\complement_U A) \cup B =$ ()
- A. $\{5\}$ B. $\{3, 4, 5\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2, 5\}$
8. 设集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$,集合 $B = \{x \mid x \leq a\}$,若 $A \cap B = \emptyset$,则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{a \mid a < 2\}$ B. $\{a \mid a \geq -1\}$ C. $\{a \mid a < -1\}$ D. $\{a \mid -1 \leq a \leq 2\}$
9. 若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x \mid mx = 1\}$,且 $A \cup B = A$,则 m 的值为 ()
- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 1, -1 或 0
10. 已知集合 $A = \{a, b, 2\}$, $B = \{2, b^2, 2a\}$,且 $A \cap B = A \cup B$,则 $a =$ ()
- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 0 或 $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

11. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.
12. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x \leq 4\}$,集合 $B = \{x \mid 0 \leq x < 2\}$,则集合 A, B 的关系是_____.
13. 某班有学生 55 人,其中爱好体育的有 43 人,爱好音乐的有 34 人,还有 4 人既不爱好体育也不

爱好音乐,则该班既爱好体育又爱好音乐的人数为_____人.

14. 设集合 $A = \{x \mid x > -1\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$,则 $A \cup B =$ _____.

15. 已知全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $A = \{x \mid x^2 \geq 1\}$,则 $\complement_U A =$ _____.

三、解答题

16. 已知集合 $A = \{x \mid (a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0\}$,且集合 A 有且仅有一个非空子集,求实数 a 的值.

17. 已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$,其中 $m, n \in \mathbf{R}$.若 $A = B$,求 m, n 的值.

18. 已知 $U = \{x \in \mathbf{N}_+ | x < 6\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 求 $\complement_U(A \cap B)$, $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

19. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 2 < x < 10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U(A \cup B)$ 及 $(\complement_U A) \cap B$.

20. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (m+1)x + m = 0\}$. 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 求 m 的值.

第三节 逻辑用语

一、选择题

1. 下列四个命题中, 真命题的序号为 ()

- ① $3 \geq 3$;
- ② 100 或 50 是 10 的倍数;
- ③ 有两个角是锐角的三角形是锐角三角形;
- ④ 等腰三角形至少有两个内角相等.

A. ① B. ①② C. ①②③ D. ①②④

2. 下列命题中的假命题是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{x-1} > 0$
- B. $\forall x \in \mathbf{N}_+, (x-1)^2 > 0$
- C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \lg x_0 < 1$
- D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \tan x_0 = 2$

3. 命题: “方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解是 $x = \pm 1$ ”, 其使用逻辑联结词的情况是 ()

- A. 使用了逻辑联结词“且”
- B. 使用了逻辑联结词“或”
- C. 使用了逻辑联结词“非”
- D. 没有使用逻辑联结词

4. 已知命题 $p: 2+2=5$, 命题 $q: 3 > 2$, 则下列判断中正确的是 ()

- A. “ p 或 q ”为假, “非 q ”为假
- B. “ p 或 q ”为真, “非 q ”为假
- C. “ p 且 q ”为假, “非 p ”为假
- D. “ p 且 q ”为真, “ p 或 q ”为假

5. 已知 $p: \emptyset \subseteq \{0\}$, $q: \{1\} \in \{1, 2\}$. 由它们构成的新命题“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”中, 真命题有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 0 个

二、填空题

6. 给出以下语句:

- ① 空集是任何集合的真子集;
- ② 三角函数是周期函数吗?
- ③ 一个数不是正数就是负数;
- ④ 老师写的粉笔字真漂亮!
- ⑤ 若 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + 4x + 5 > 0$;
- ⑥ 作 $\triangle ABC \cong \triangle A_1 B_1 C_1$.

其中为命题的是 _____, 真命题的序号为 _____.

7. 命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 4 < 0$, 则 $\neg p$: _____.

8. 命题 p : 方向相同的两个向量共线, q : 方向相反的两个向量共线, 则命题“ $p \vee q$ ”为_____.

9. 若命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”为假命题, 则命题“ $p \wedge q$ ”是_____命题(用“真”“假”填空).

三、解答题

10. 分别写出由下列各组命题构成的“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”形式的命题:

(1) p : π 是无理数, q : e 是有理数;

(2) p : 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和, q : 三角形的外角大于与它不相邻的任一个内角.

11. 已知命题 $p: 1 \in \{x | x^2 < a\}$, 命题 $q: 2 \in \{x | x^2 < a\}$.

(1) 若“ p 或 q ”为真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若“ p 且 q ”为真命题, 求实数 a 的取值范围.

第四节 充要条件

一、选择题

1. “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. “ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 $p: |3x-5| < 4$, $q: (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. 若 a 与 b 均为实数, 则“ $|a|=|b|$ ”是“ $a=b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a < b$ ”是“ $ac^2 < bc^2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. “ $x > 1$ ”是“ $x > 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $\angle A = 30^\circ$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

8. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

9. 若 A, B 均不是空集, 则“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的_____条件.

10. “一个数是 2 的倍数”是“一个数是 4 的倍数”的_____条件.

11. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.

12. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

14. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

15. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求方程有两个不同的实根的充要条件.

第二章 方程与不等式

第一节 一元二次方程

一、选择题

- 对于代数式 $-x^2 + 4x - 5$, 通过配方能说明它的值一定是 ()
A. 非正数 B. 非负数 C. 正数 D. 负数
- 用配方法解下列方程, 其中应在方程左右两边同时加上 4 的是 ()
A. $x^2 - 2x = 5$ B. $x^2 + 4x = 5$ C. $2x^2 - 4x = 5$ D. $4x^2 + 4x = 5$
- 用配方法解下列方程, 配方正确的是 ()
A. $x^2 - 2x = 3$ 可化为 $(x-1)^2 = 4$ B. $x^2 - 4x = 0$ 可化为 $(x+2)^2 = 4$
C. $x^2 + 8x + 9 = 0$ 可化为 $(x+4)^2 = 25$ D. $2y^2 - 4y - 5 = 0$ 可化为 $2(y-1)^2 = 6$
- 若一元二次方程 $x^2 + bx + 5 = 0$ 配方后为 $(x-3)^2 = k$, 则 b, k 的值分别为 ()
A. 0, 4 B. 0, 5 C. -6, 5 D. -6, 4
- 方程 $x^2 - 6x + 10 = 0$ 的根的情况是 ()
A. 两个实根之和为 6 B. 两个实根之积为 10
C. 没有实数根 D. 有两个相等的实数根
- 给出一种运算: 对于函数 $y = x^n$, 规定 $y' = nx^{n-1}$. 例如, 若函数 $y = x^4$, 则有 $y' = 4x^3$. 已知函数 $y = x^3$, 则方程 $y' = 12$ 的解是 ()
A. $x_1 = 4, x_2 = -4$ B. $x_1 = 2, x_2 = -2$
C. $x_1 = x_2 = 0$ D. $x_1 = 2\sqrt{3}, x_2 = -2\sqrt{3}$

二、填空题

- 将一元二次方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 化成 $(x-a)^2 = b$ 的形式, 则 $ab =$ _____.
- 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + ax - 2b = 0$ 的两个实数根, 且 $x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = 1$, 则 b^a 的值是_____.
- 如果关于 x 的一元二次方程 $(k+2)x^2 - 3x + 1 = 0$ 有实数根, 那么 k 的取值范围是_____.
- 设 a, b 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 7 = 0$ 的两个根, 则 $a^2 + 3a + b =$ _____.

第一章 集合与逻辑用语

第一节 集合及其表示

一、选择题

1. D 解析: \mathbf{N} 是自然数集, \mathbf{Z} 是整数集, \mathbf{Q} 是有理数集, \mathbf{R} 是实数集.
2. B
3. C 解析: 选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰, 不能构成集合.
4. B 解析: 把四个选项中的值代入, 根据集合中元素的互异性可知选 B.
5. C 解析: 本题考查集合的两种表示方法.
6. C 解析: 集合中的元素具有无序性.

二、填空题

7. ①④
8. $\{x|x^2+x-6=0\}$
9. (1) \in ; (2) \notin ; (3) \notin ; (4) \in ; (5) \in ; (6) \notin
10. $\{1, 2\}$

三、解答题

11. 【参考答案】(1)(5)为有限集, (2)(3)为无限集, (4)为空集.
12. 【参考答案】根据题意可得 $|a+1|=1$ 或 $a+2=1$, 解得 $a=-1, 0$ 或 -2 .
13. 【参考答案】(1) 当 $a=0$ 时, 原方程可化为 $-2x+1=0$, 解得 $x=\frac{1}{2}$, 此时原方程只有一个实数解.
- (2) 当 $a \neq 0$ 时, $\Delta = (-2)^2 - 4a = 0$, 解得 $a=1$, 即 $a=1$ 时原方程只有一个实数解.
- 综上, 当 $a=0$ 或 1 时, 方程 $ax^2-2x+1=0$ 的解集中只有一个元素.

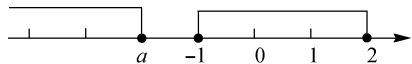
第二节 集合之间的关系及运算

一、选择题

1. B 解析: ②错误, 其余三个正确, 故选 B.
2. D 解析: 子集的个数是 $2^4=16$.
3. A 解析: 本题考查空集的性质. 只有(4)正确, 其他错误.
4. C 解析: 根据题意可知集合 M 是 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子

集且真包含 $\{1, 2\}$, 故 M 是 $\{1, 2\}$ 与 $\{3, 4, 5\}$ 的一个非空子集的并集, 其个数为 $2^3-1=7$. 故选 C.

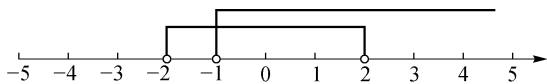
5. C 解析: $A = \{x | |x| < 3\} = \{x | -3 < x < 3\}$, $A \cap B = \{x | -3 < x < 3\} \cap \{-2, 0, 1\} = \{-2, 0, 1\}$. 故选 C.
6. D 解析: $A \cap B = \{a, e\}$, $(A \cap B) \cup C = \{a, e, f\}$, 故选 D.
7. B 解析: 因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$.
8. C 解析: 如图, 要使 $A \cap B = \emptyset$, 应有 $a < -1$.



9. D 解析: 当 $m=0$ 时, $B = \emptyset$, 满足 $A \cup B = A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B = \{\frac{1}{m}\}$, 而 $A \cup B = A$, 所以 $\frac{1}{m} = 1$ 或 -1 , 解得 $m=1$ 或 -1 , 故 $m=1, -1$ 或 0 .
10. C 解析: 由 $A \cap B = A \cup B$ 知 $A = B$, 则 $\begin{cases} a=2a, \\ b=b^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=b^2, \\ b=2a, \end{cases}$ 根据元素的互异性得 $\begin{cases} a=0, \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$ 故 $a=0$ 或 $a=\frac{1}{4}$.

二、填空题

11. 15 解析: 元素个数为 $n(n \in \mathbf{N}_+)$ 的集合的非空子集个数为 2^n-1 , 代入计算得 15.
12. $B \subsetneq A$
13. 26 解析: 设既爱好体育又爱好音乐的人数为 x ; 仅爱好体育的人数为 $43-x$ 人; 仅爱好音乐的人数为 $34-x$; 既不爱好体育又不爱好音乐的人数为 4 人. 所以 $43-x+34-x+x+4=55$, 解得 $x=26$.
14. $\{x|x > -2\}$ 解析: 根据题意, 作出数轴表示 A, B 可得, $A \cup B = \{x|x > -2\}$.



15. $(-1, 1)$

三、解答题

16. 【参考答案】由题意可知集合 A 只有 1 个元素.
- 当 $a^2-1=0$, 即 $a = \pm 1$ 时, $A = \{-\frac{1}{2}\}$, 满足

题意;

当 $a^2 - 1 \neq 0$ 时, 要使方程 $(a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有唯一的实根, 需令 $(-2)^2 - 4(a^2 - 1) \times (-1) = 0$, 解得 $a = 0$, 此时 $A = \{-1\}$.

综上所述, 满足条件的 a 的值有 $-1, 0, 1$.

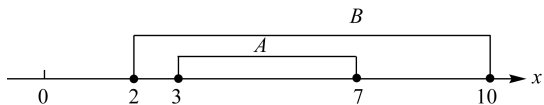
17. 【参考答案】由题意可得

$$\begin{cases} 1+m=n, \\ 1+2m=n^2, \\ 1+m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1+m, \\ 1 \neq n, \\ n \neq n^2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 1+m=n^2, \\ 1+2m=n, \\ 1+m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1, \\ 1+2m \neq 1+m, \\ 1 \neq n, \\ n \neq n^2, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{3}{4}, \\ n = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

18. 【参考答案】因为 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 所以 $\complement_U(A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\complement_U(A \cup B) = \{5\}$, $\complement_U A = \{2, 4, 5\}$, $\complement_U B = \{1, 3, 5\}$, 于是 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5\}$.

19. 【参考答案】集合 A, B 在数轴上表示如下.



由图可知 $\complement_U B = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$, $A \cup B = \{x | 2 < x < 10\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$.

因为 $\complement_U A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$, 所以 $(\complement_U A) \cap B = \{x | 2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$.

20. 【参考答案】易知 $A = \{-2, -1\}$, 由 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 得 $B \subseteq A$.

当 $m = 1$ 时, $B = \{-1\}$, 符合 $B \subseteq A$;

当 $m \neq 1$ 时, $B = \{-1, -m\}$, 而 $B \subseteq A$, 所以 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

综上所述, $m = 1$ 或 2 .

第三节 逻辑用语

一、选择题

1. D 解析: 对于③, 举一反例, 若 $A = 15^\circ, B = 15^\circ$, 则

C 为 150° , 三角形为钝角三角形.

2. B 解析: A 项, 易知 $2^{x-1} > 0$ 恒成立, 故是真命题;

B 项, 当 $x = 1$ 时, $(x-1)^2 = 0$, 故是假命题;

C 项, 当 $x_0 = 1$ 时, $\lg x_0 = 0$, 故是真命题;

D 项, 依据正切函数定义, 可知是真命题.

3. B 解析: “ $x = \pm 1$ ”可以写成“ $x = 1$ 或 $x = -1$ ”, 故选 B.

4. B 解析: 显然 p 假 q 真, 故“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, “非 p ”为真, “非 q ”为假, 故选 B.

5. A 解析: 容易判断命题 $p: \emptyset \subseteq \{0\}$ 是真命题, 命题 $q: \{1\} \in \{1, 2\}$ 是假命题, 所以 $p \wedge q$ 是假命题, $p \vee q$ 是真命题, $\neg p$ 是假命题, 故选 A.

二、填空题

6. ①③⑤; ⑤ 解析: ①是命题, 且是假命题, 因为空集是任何非空集合的真子集.

②是疑问句, 故不是命题.

③是命题, 且是假命题, 因为数 0 既不是正数, 也不是负数.

④是感叹句, 故不是命题.

⑤是命题, 且是真命题, 因为 $\Delta = 16 - 20 = -4 < 0$.

⑥是祈使句, 故不是命题.

7. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 4 \geq 0$ 解析: “ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”的非命题是“ $\forall x \in M, \neg p(x)$ ”. 故填 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 4 \geq 0$.

8. 方向相同或相反的两个向量共线 解析: 方向相同的两个向量共线或方向相反的两个向量共线, 即“方向相同或相反的两个向量共线”.

9. 真 解析: 命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”为假, 则 $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是假命题, 于是 p 和 q 都是真命题, “ $p \wedge q$ ”是真命题.

三、解答题

10. 【参考答案】(1) “ $p \wedge q$ ”: π 是无理数且 e 是有理数. “ $p \vee q$ ”: π 是无理数或 e 是有理数.

“ $\neg p$ ”: π 不是无理数.

(2) “ $p \wedge q$ ”: 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和且大于与它不相邻的任一个内角.

“ $p \vee q$ ”: 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和或大于与它不相邻的任一个内角.

“ $\neg p$ ”: 三角形的外角不等于与它不相邻的两个内角的和.

11. 【参考答案】若 p 为真, 则 $1^2 < a$, 即 $a > 1$; 若 q 为真, 则 $2^2 < a$, 即 $a > 4$.

(1)若“ p 或 q ”为真,则 $a>1$ 或 $a>4$,即 $a>1$.故实数 a 的取值范围是 $(1,+\infty)$.

(2)若“ p 且 q ”为真,则 $a>1$ 且 $a>4$,即 $a>4$.故实数 a 的取值范围是 $(4,+\infty)$.

第四节 充要条件

一、选择题

1. A 解析:方程 $x^2=4$ 的解为 $x=-2$ 或 $x=2$,所以“ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的充分不必要条件.故选 A.

2. C 解析: $(x-2)(x+1)>0\Leftrightarrow x<-1$ 或 $x>2$,所以“ $x<-1$ 或 $x>2$ ”是“ $(x-2)(x+1)>0$ ”的充要条件.故选 C.

3. B 解析:因为 $|3x-5|<4\Leftrightarrow\frac{1}{3}<x<3$, $(x-1)(x-2)<0\Leftrightarrow 1<x<2$,所以 p 是 q 的必要不充分条件.故选 B.

4. B

5. B 解析:由 $ac^2<bc^2$ 能推出 $a<b$.当 $c=0$ 时, $a<b$ 不能推出 $ac^2<bc^2$,所以“ $a<b$ ”是“ $ac^2<bc^2$ ”的必要不充分条件.故选 B.

6. A

7. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle A = 30^\circ$ 或 150° ,所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $\angle A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件.故选 B.

8. B 解析:如果 a, b, c 成等比数列,则 $b^2=ac$.相反,如果 $b=a=0$,则 $b^2=ac$,但 a, b, c 不是等比数列.因此,“ $ac=b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的必要不充分条件.故选 B.

二、填空题

9. 充分不必要 解析:可通过画集合的 Venn 图得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.

10. 必要不充分 解析:一个数是 4 的倍数就一定是 2 的倍数.相反,一个数是 2 的倍数却不一定是 4 的倍数.因此,“一个数是 2 的倍数”是“一个数是 4 的倍数”的必要不充分条件.

11. 必要不充分 解析:由 $x^2-x-2<0$ 解得 $-1<x<2$.小范围能推出大范围,但大范围推不出小范围,所以“ $x<2$ ”是“ $x^2-x-2<0$ ”的必要不充分条件.

12. 充要 解析:因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ 且 $n \neq 0$,所以

“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

三、解答题

13. 【参考答案】解不等式 $x^3 \geq 8$ 可得 $x \geq 2$;解不等式 $x^2 \geq 4$ 可得 $x \geq 2$ 或 $x \leq -2$.

因此,“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的充分不必要条件.

14. 【参考答案】 $x^2-5x-6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$.

故“ $x^2-5x-6 \leq 0$ ”的充要条件为“ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

15. 【参考答案】方程 $x^2+(2k-1)x+k^2=0$ 有两个不同的实根的充要条件是

$$\Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 > 0,$$

$$\text{即 } 1-4k > 0,$$

$$\text{解得 } k < \frac{1}{4}.$$

第二章 方程与不等式

第一节 一元二次方程

一、选择题

1. D 解析: $-x^2+4x-5 = -(x^2-4x)-5 = -(x-2)^2-1$,因为 $-(x-2)^2 \leq 0$,所以 $-(x-2)^2-1 < 0$,故选 D.

2. B 解析:应在方程左右两边同时加上 4 的是 $x^2+4x=5$,故选 B.

3. A 解析: $x^2-2x=3$ 可化为 $(x-1)^2=4$,故选项 A 正确; $x^2-4x=0$ 可化为 $(x-2)^2=4$,故选项 B 错误; $x^2+8x+9=0$ 可化为 $(x+4)^2=7$,故选项 C 错误; $2y^2-4y-5=0$ 可化为 $(y-1)^2=\frac{7}{2}$,故选项 D 错误.故选 A.

4. D 解析:把 $x^2+bx+5=0$ 配方得 $(x+\frac{b}{2})^2 = (\frac{b}{2})^2 - 5$,所以 $\frac{b}{2} = -3, k = (\frac{b}{2})^2 - 5$,解得 $b = -6, k = 4$,故选 D.

5. C 解析:因为 $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 10 = -4 < 0$,所以该方程无实数根,故选 C.

6. B 解析:由题意可得 $3x^2=12$,即 $x^2=4$,解得 $x_1=2, x_2=-2$,故选 B.

二、填空题

7. 12 解析:移项得 $x^2-6x=-5$,配方得 $x^2-6x+9=$