

职教高考文化基础课配套学习用书



数


学

(拓展模块1·上)

滚动强训

主编 刘雪梅

周测+月考+综合测评


 开明出版社

数学

职教高考文化基础课配套学习用书

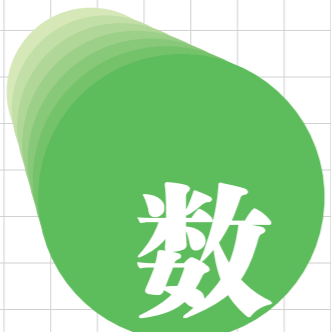
数学滚动强训 (拓展模块1·上)

主编 刘雪梅

 开明出版社



定价: 29.90元



数

学

(拓展模块1·上)

滚动强训

周测+月考+综合测评




职教高考文化基础课配套学习用书

数学滚动强训

(拓展模块 1·上)

主编 刘雪梅

 开明出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学滚动强训：拓展模块. 1 上 / 刘雪梅主编. —
北京：开明出版社，2023. 6

ISBN 978-7-5131-8096-2

I. ①数… II. ①刘… III. ①数学课—中等专业学校—
教学参考资料 IV. ①G634. 603

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 072983 号

责任编辑：张薇薇

SHUXUE GUNDONG QIANGXUN(TUOZHAN MOKUAI 1 · SHANG)

数学滚动强训(拓展模块 1·上)

主 编：刘雪梅

出 版：开明出版社

(北京市海淀区西三环北路 25 号 邮编 100089)

印 刷：三河市骏杰印刷有限公司

开 本：787 mm×1092 mm 1/8

印 张：9.5

字 数：231 千字

版 次：2023 年 6 月第 1 版

印 次：2023 年 6 月第 1 次印刷

定 价：29.90 元

印刷、装订质量问题，出版社负责调换。联系电话：(010)88817647

前 言

职业教育是我国现代教育的重要组成部分,中等职业学校必须依据教育要求与时俱进,不断进行教育教学改革.本书以最新版的中等职业学校公共基础课程教材为编写依据,着重培养学生的课程核心素养,以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以细化解读有关课程标准要求为基础,充分落实学生的主体地位,进而激发学生的自信,挖掘学生的数学学习潜力,不仅可以科学检测学生的知识点掌握程度,而且能够培养学生的解题能力.

全书划分为20周,每周一套试卷,在题型上注重与对口升学考试接轨,同时也设计了一些样式新颖的题目,旨在拓宽学生的视野,进一步培养学生的解题能力;在内容上注重知识的系统性、完整性、循序渐近性;在编排上注重体现科学性.学生可以利用本书体验考试情境,巩固所学知识,学习必备的应试技巧,切实提高应试能力.

本书作为学生使用的学习资料,有利于学生构建完整的知识与能力网络,显著提高学习效率;作为教师教学的辅助资料,有利于教师发现教学中的问题,及时调整下一步的教学计划,帮助学生查漏补缺,重点强化,使教学质量更上一层楼.

如果书中存在不当之处,恳请广大师生在使用后提出宝贵的意见和建议,以便我们及时做出修订.

编 者

目 录

第1周	充要条件	共4页
第2周	第1章强训卷	共8页
第3周	向量的概念和线性运算	共4页
第4周	向量的内积	共4页
第5周	向量的坐标表示	共4页
第6周	第2章强训卷	共8页
第7周	椭圆	共4页
第8周	双曲线	共4页
第9周	抛物线	共4页
第10周	第3章强训卷	共8页
第11周	期中强训卷	共8页
第12周	平面	共4页
第13周	直线与直线的位置关系	共4页
第14周	直线与平面的位置关系	共4页
第15周	平面与平面的位置关系	共4页
第16周	第4章强训卷	共8页
第17周	复数的概念与意义	共4页
第18周	复数的运算和实系数一元二次方程的解法	共4页
第19周	第5章强训卷	共8页
第20周	期末强训卷	共8页

第1周 充要条件

第I卷(选择题 共30分)

一、选择题(本题有10小题,每小题3分,共30分.在每小题所给出的选项中只有一个符合题目要求)

- 下列语句中,属于命题的是 ()
A. 周期函数的和是周期函数吗
B. $\sin 45^\circ = 1$
C. $x^2 + 2x - 1 > 0$
D. 梯形是不是平面图形呢
- 在下列四个命题中,真命题的序号为 ()
① $3 \geq 3$;
② 100 或 50 是 10 的倍数;
③ 有两个角是锐角的三角形是锐角三角形;
④ 等腰三角形至少有两个内角相等.
A. ①
B. ①②
C. ①②③
D. ①②④
- 命题:“方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解是 $x = \pm 1$ ”,其使用逻辑联结词的情况是 ()
A. 使用了逻辑联结词“且”
B. 使用了逻辑联结词“或”
C. 使用了逻辑联结词“非”
D. 没有使用逻辑联结词
- 已知命题 $p: 2+2=5$,命题 $q: 3>2$,则下列判断正确的是 ()
A. “ p 或 q ”为假,“非 q ”为假
B. “ p 或 q ”为真,“非 q ”为假
C. “ p 且 q ”为假,“非 p ”为假
D. “ p 且 q ”为真,“ p 或 q ”为假
- “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: |3x-5| < 4$, $q: (x-1)(x-2) < 0$,则 p 是 q 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- 若 a 与 b 均为实数,则“ $|a| = |b|$ ”是“ $a=b$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x < -2$ ”是不等式“ $x^2 - 4 > 0$ ”成立的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $A \cap B = A$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

第II卷(非选择题 共70分)

二、填空题(本题有10个空,每空3分,共30分.请将正确答案填在题中横线上,不填、少填、错填均不得分)

- 给出以下语句:
① 空集是任何集合的真子集;
② 三角函数是周期函数吗?
③ 一个数不是正数就是负数;
④ 老师写的粉笔字真漂亮!
⑤ 若 $x \in \mathbf{R}$,则 $x^2 + 4x + 5 > 0$;
⑥ 作 $\triangle ABC \cong \triangle A_1 B_1 C_1$.
其中为命题的是_____,真命题的序号为_____.
- 命题 p : 方向相同的两个向量共线, q : 方向相反的两个向量共线,则命题“ $p \vee q$ ”为_____.
- “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的_____条件.
- “一个数是 2 的倍数”是“一个数是 4 的倍数”的_____条件.
- “ $x \in \mathbf{N}$ ”是“ $x \in \mathbf{Z}$ ”的_____条件.
- “ $x=0$ 或 $y=0$ ”是“ $xy=0$ ”的_____条件.
- 给出下列命题:
(1) 若 $ac=bc$,则 $a=b$;
(2) 方程 $x^2=0$ 无实数根;
(3) 对于实数 x ,若 $x-2=0$,则 $(x-2)(x+1)=0$;
(4) 若 $p > 0$,则 $p^2 > p$;
(5) 正方形不是菱形.
其中真命题是_____,假命题是_____.

18. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题(本题有 5 小题, 每题 8 分, 共 40 分)

19. 分别写出由下列各组命题构成的“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”形式的命题:

(1) p : π 是无理数, q : e 是有理数;

(2) p : 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和, q : 三角形的外角大于与它不相邻的任一个内角.

20. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

21. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

22. 分别指出由下列各组命题构成的“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”形式的命题的真假:

(1) p : $6 < 6$, q : $6 = 6$;

(2) p : 梯形的对角线相等, q : 梯形的对角线互相平分.

23. 判断下列问题中, p 是 q 的什么条件.

(1) p : $x^2 \geq y^2$, q : $x \geq y$;

(2) p : $x \in A \cup B$, q : $x \in A \cap B$;

(3) p : $x > 3$, q : $x > 2$;

(4) p : a 是有理数, q : $a + 2$ 是有理数.

第 2 周 第 1 章强训卷

第 I 卷(选择题 共 30 分)

一、选择题(本题有 15 小题,每小题 2 分,共 30 分.在每小题所给出的选项中只有一个符合题目要求)

1. 已知 $p: \emptyset \subseteq \{0\}, q: \{1\} \in \{1, 2\}$. 由它们构成的新命题“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”中,真命题有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 0 个
2. 如果命题“ p 或 q ”是真命题,“ p 且 q ”是假命题,那么 ()
 A. 命题 p 和命题 q 都是假命题 B. 命题 p 和命题 q 都是真命题
 C. 命题 p 和命题“非 q ”真值不同 D. 命题 q 和命题 p 的真值不同
3. 若关于命题 $p: A \cup \emptyset = A$, 命题 $q: A \cap \emptyset = A$, 则下列说法正确的是 ()
 A. $(\neg p) \vee (\neg q)$ 为假 B. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ 为真
 C. $(\neg p) \vee q$ 为假 D. $(\neg p) \wedge q$ 为真
4. 已知实数 a 满足 $1 < a < 2$, 命题 p : 函数 $y = \lg(2 - ax)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是减函数; 命题 $q: x^2 < 1$ 是 $x < a$ 的充分不必要条件, 则 ()
 A. p 或 q 为真命题 B. p 且 q 为假命题
 C. $\neg p$ 且 q 为真命题 D. $\neg p$ 或 $\neg q$ 为真命题
5. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 下列语句中,是命题的是 ()
 A. π 是无限不循环小数 B. $3x \leq 5$
 C. 什么是“绩效工资” D. 今天的天气真好呀!
10. 下列命题为真命题的是 ()
 A. 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$, 则 $x = y$ B. 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$
 C. 若 $x = y$, 则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ D. 若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$
11. 若命题“ $\neg p$ ”与命题“ $p \vee q$ ”都是真命题,那么 ()
 A. 命题 p 与命题 q 的真假相同 B. 命题 p 一定是真命题
 C. 命题 q 不一定是真命题 D. 命题 q 一定是真命题
12. 设甲是乙的充分不必要条件,乙是丙的充要条件,丁是丙的必要不充分条件,则甲是丁的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
13. “ $|x| \geq 1$ ”是“ $x \geq 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
14. 设 $p: x^2 - x - 20 \leq 0, q: |x| - 4 < 0$, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
15. 命题“ $x = 3$ ”是命题“ $x^2 = 9$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

第 II 卷(非选择题 共 70 分)

二、填空题(本题有 15 个空,每空 2 分,共 30 分.请将正确答案填在题中横线上,不填、少填、错填均不得分)

16. 若命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”为假命题,则命题“ $p \wedge q$ ”是_____命题.(用“真”“假”填空)
17. 已知命题 $p: a^2 \geq 0 (a \in \mathbf{R})$, 命题 q : 函数 $f(x) = x^2 - x$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则下列命题:
 ① $p \vee q$; ② $p \wedge q$; ③ $(\neg p) \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \vee q$. 其中为假命题的序号为_____.
18. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
19. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $mn \neq 0$ ”是“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”的_____条件.
20. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab = 0$ ”是“ $a^2 + b^2 = 0$ ”的_____条件.
21. “ $x = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $y = \sin 2x$ 取得最大值”的_____条件.

22. 已知命题 p : π 是有理数, 命题 q : $x^2 \geq 0$. 给出下列结论:

- (1) 命题 $p \wedge q$ 是真命题;
- (2) 命题 $p \wedge (\neg q)$ 是假命题;
- (3) 命题 $(\neg p) \vee q$ 是真命题;
- (4) 命题 $(\neg p) \vee (\neg q)$ 是假命题.

其中正确的是_____.

23. $3+5=8$ 且 $1 \neq 12$ 是_____命题.

24. 如果 p 是假命题, q 是真命题, 则 $\neg(p \vee q)$ 为_____命题.

25. “ $(x+1)(x-3)=0$ ”是“ $x=3$ ”的_____.

26. “ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的_____.

27. “ $x=1$ ”是“ $x^2-1=0$ ”的_____.

28. 若 $p: A \subseteq B$ 且 $A \supseteq B$, $q: A=B$, 则 p 是 q 的_____.

29. 设命题甲为 $0 < x < 5$, 命题乙为 $|x-2| < 3$, 那么甲是乙的_____.

30. “ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的_____条件.

三、解答题(本题有 7 小题, 共 40 分)

31. (5 分) 已知命题 $p: 1 \in \{x | x^2 < a\}$, 命题 $q: 2 \in \{x | x^2 < a\}$.

- (1) 若“ p 或 q ”为真命题, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若“ p 且 q ”为真命题, 求实数 a 的取值范围.

32. (5 分) 已知 $p: x < -2$ 或 $x > 10$, $q: 1-m \leq x \leq 1+m^2$, 若 $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

33. (6 分) 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求方程有两个大于 1 的实根的充要条件.

34. (6分) 已知 $a > 0$, 设命题 p : 函数 $y = a^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, q : 不等式 $x + |x - 2a| > 1$ 的解集为 \mathbf{R} , 若 p 和 q 中有且只有一个命题为真命题, 求 a 的取值范围.

35. (6分) 求一个对于一切实数 x 都有 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 成立的充要条件.

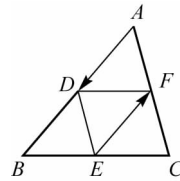
36. (6分)命题 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的正实数根, 命题 q : 方程 $4x^2 + 4(m+2)x + 1 = 0$ 无实数根. 若“ p 或 q ”为真命题, 求 m 的取值范围.

37. (6分)已知 $p: x^2 - 2x - 3 < 0$, $q: -a < x - 1 < a$. 若 q 是 p 的一个必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

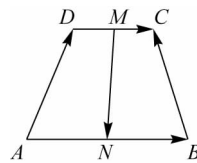
三、解答题(本题有 5 小题,每题 8 分,共 40 分)

20. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是三边的中点.

- (1) 写出与 \vec{EF} 相等的向量;
 (2) 写出与 \vec{AD} 共线的向量.



21. 如图所示,在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\vec{AB} = 2\vec{DC}$, M, N 分别为 DC, AB 的中点, $\vec{AB} = \mathbf{a}$,
 $\vec{AD} = \mathbf{b}$,分别用 \mathbf{a}, \mathbf{b} 表示 $\vec{DC}, \vec{BC}, \vec{MN}$.



22. 已知不共线的两个非零向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} , $\vec{AB} = 2\mathbf{a} - 12\mathbf{b}$, $\vec{BC} = 2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$, $\vec{CD} = -3\mathbf{a} + \mathbf{b}$. 求证: A, B, D 三点共线.

23. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不平行.

- (1) 实数 x, y 满足等式 $3x\mathbf{a} + (10-y)\mathbf{b} = (4y+7)\mathbf{a} + 2x\mathbf{b}$,求实数 x, y 的值;
 (2) 把满足 $3\mathbf{m} - 2\mathbf{n} = \mathbf{a}$, $-4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} = \mathbf{b}$ 的向量 \mathbf{m}, \mathbf{n} 用 \mathbf{a}, \mathbf{b} 表示出来.

24. 已知 $|\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{b}| = 5$,分别求出 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 的最大值和最小值.

第4周 向量的内积

第I卷(选择题 共30分)

一、选择题(本题有10小题,每小题3分,共30分.在每小题所给出的选项中只有一个符合题目要求)

- 已知 \mathbf{a} 是非零向量,则下列各式中正确的是 ()
A. $\mathbf{0} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0}$ B. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}|$
C. $\mathbf{a} - \mathbf{a} = \mathbf{0}$ D. $\mathbf{0} \cdot \mathbf{a} = 0$
- 已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是非零向量, $|\mathbf{a}| = 2$, $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$, 则向量 \mathbf{b} 在向量 \mathbf{a} 方向上的投影为 ()
A. 1 B. -1
C. 2 D. -2
- 已知 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 3$ 且 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 则向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的内积是 ()
A. $3\sqrt{3}$ B. 3
C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$
- 已知平面向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (x, -4)$. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()
A. -6 B. -10
C. 0 D. 6
- 已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 2$, 向量 \mathbf{b} 在向量 \mathbf{a} 方向上的投影为 3, 则向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{b} 的夹角为 ()
A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°
- 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} > 0$, 则该三角形是 ()
A. 钝角三角形 B. 锐角三角形
C. 直角三角形 D. 等腰三角形
- 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 1)$, $\mathbf{b} = (3, -4)$, 且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = -1$, $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 9$, 则 \mathbf{c} 的坐标为 ()
A. $(-1, -3)$ B. $(-1, 3)$
C. $(1, 3)$ D. $(1, -3)$

- 已知 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 3$, 且 $(3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (\lambda\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 0$, 则 $\lambda =$ ()
A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\pm \frac{3}{2}$ D. 1
- 已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, 若 $|3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = \sqrt{7}$, 则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°
- 已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 且满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 2$, 若 \mathbf{e} 为平面单位向量, 则 $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{e}|$ 的最大值为 ()
A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $3\sqrt{3}$

第II卷(非选择题 共70分)

二、填空题(本题有10个空,每空3分,共30分.请将正确答案填在题中横线上,不填、少填、错填均不得分)

- 已知 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, 4)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.
- 已知 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 1$, $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{6}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.
- 已知 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -12\sqrt{2}$, $|\mathbf{a}| = 4$, $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = 135^\circ$, 则 $|\mathbf{b}| =$ _____.
- 设 $|\mathbf{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{b}| = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sqrt{2}$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ _____.
- 设 $\mathbf{a} = (m+1)\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + (m-1)\mathbf{j}$, 其中 \mathbf{i}, \mathbf{j} 不共线, 若 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则 $m =$ _____.
- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0)$, $\mathbf{b} = (1, \sqrt{3})$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ _____.
- 已知 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 3$, $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = 30^\circ$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.
- 已知 $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 2$, 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -3$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 _____.
- 已知 $|\mathbf{a}| = 5$, $|\mathbf{b}| = 3$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4$, 则 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$ _____.
- 若向量 $\mathbf{a} = (1, m)$, $\mathbf{b} = (-2, 1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.

三、解答题(本题有5小题,每题8分,共40分)

- 已知 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 5$, 且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -3$, 求 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 和 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$.

22. 已知 $\mathbf{a} = (-3, 5)$, $\mathbf{b} = (-15, m)$.

(1) 当实数 m 为何值时, $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$?

(2) 当实数 m 为何值时, $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$?

23. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0)$, $\mathbf{b} = (1, -1)$.

(1) 求 $3\mathbf{a} - \mathbf{b}$;

(2) 求 $(3\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b}$.

24. 已知非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 求证: $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$.

25. 已知 $\mathbf{a} = (x, -3)$, $\mathbf{b} = (-4, 2)$.

(1) 当 $x = 1$ 时, 求 $|2\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ 的值;

(2) 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 求 x 的值.

数学滚动强训

(拓展模块 1·上)

参考答案及解析

目 录

第 1 周	充要条件	1
第 2 周	第 1 章强训卷	2
第 3 周	向量的概念和线性运算	4
第 4 周	向量的内积	5
第 5 周	向量的坐标表示	7
第 6 周	第 2 章强训卷	8
第 7 周	椭圆	10
第 8 周	双曲线	12
第 9 周	抛物线	14
第 10 周	第 3 章强训卷	16
第 11 周	期中强训卷	18
第 12 周	平面	21
第 13 周	直线与直线的位置关系	21
第 14 周	直线与平面的位置关系	23
第 15 周	平面与平面的位置关系	25
第 16 周	第 4 章强训卷	26
第 17 周	复数的概念与意义	30
第 18 周	复数的运算和实系数一元二次方程的解法	31
第 19 周	第 5 章强训卷	32
第 20 周	期末强训卷	34

第1周 充要条件

一、选择题

1. B 【解析】A不是,因为它是一个疑问句,不能判断其真假,故不是命题;B是,因为能够判断真假,故是命题;C不是,因为不能判断其真假,故不是命题;D不是,不能判定真假且不是陈述句,故不是命题.
2. D 【解析】对于③,举一反例,若 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=15^\circ$, $\angle B=15^\circ$,则 $\angle C$ 为 150° ,三角形为钝角三角形.
3. B 【解析】“ $x=\pm 1$ ”可以写成“ $x=1$ 或 $x=-1$ ”.故选B.
4. B 【解析】显然 p 假 q 真,故“ p 或 q ”为真,“ p 且 q ”为假,“非 p ”为真,“非 q ”为假.故选B.
5. A 【解析】方程 $x^2=4$ 的解为 $x=-2$ 或 $x=2$,所以“ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的充分不必要条件.故选A.
6. C 【解析】 $(x-2)(x+1)>0 \Leftrightarrow x<-1$ 或 $x>2$,所以“ $x<-1$ 或 $x>2$ ”是“ $(x-2)(x+1)>0$ ”的充要条件.故选C.
7. B 【解析】因为 $p: |3x-5|<4 \Leftrightarrow \frac{1}{3}<x<3$, $q: (x-1)(x-2)<0 \Leftrightarrow 1<x<2$,所以 p 是 q 的必要不充分条件.故选B.
8. B
9. A 【解析】 $x<-2 \Rightarrow x^2-4>0$,而 $x^2-4>0 \Rightarrow x<-2$,故选A.
10. C 【解析】 $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$,且 $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$,故选C.

二、填空题

11. ①③⑤;⑤ 【解析】①是命题,且是假命题,因为空集是任何非空集合的真子集.
②是疑问句,故不是命题.
③是命题,且是假命题,因为数0既不是正数,也不是负数.

④是感叹句,不符合命题定义,所以不是命题.

⑤是命题,因为 $a=1>0$,且 $\Delta=16-20=-4<0$,所以是真命题.

⑥是祈使句,不是命题.

12. 方向相同或相反的两个向量共线 【解析】方向相同的两个向量共线或方向相反的两个向量共线,即“方向相同或相反的两个向量共线”.
13. 充分不必要 【解析】可通过画集合的Venn图(图略)得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.
14. 必要不充分 【解析】一个数是4的倍数就一定是2的倍数.相反,一个数是2的倍数却不一定是4的倍数.因此,“一个数是2的倍数”是“一个数是4的倍数”的必要不充分条件.
15. 充分不必要
16. 充要
17. (3);(1)(2)(4)(5) 【解析】 $c=0$ 时, a 不一定与 b 相等,(1)错;当 $x=0$ 时方程 $x^2=0$,(2)错; $p=0.5>0$,但 $p^2>p$ 不成立,(4)错;正方形的四条边相等,是菱形,(5)错.因此(1)(2)(4)(5)都是假命题.
对于(3),若 $x-2=0$,则 $x=2$,所以 $(x-2)(x+1)=0$,故正确.
18. 充要 【解析】因为 $ab \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 且 $b \neq 0$,所以“ $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的充要条件.

三、解答题

19. 【解析】(1)“ $p \wedge q$ ”: π 是无理数且 e 是有理数.
“ $p \vee q$ ”: π 是无理数或 e 是有理数.
“ $\neg p$ ”: π 不是无理数.
(2)“ $p \wedge q$ ”:三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和且大于与它不相邻的任一个内角.
“ $p \vee q$ ”:三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和或大于与它不相邻的任一个内角.

“ $\neg p$ ”:三角形的外角不等于与它不相邻的两个内角的和.

20.【解析】解不等式 $x^3 \geq 8$ 可得 $x \geq 2$;

解不等式 $x^2 \geq 4$ 可得 $x \geq 2$ 或 $x \leq -2$.

因此,“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的充分不必要条件.

21.【解析】 $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$.

故“ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ”的充要条件为“ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

22.【解析】(1)因为 p 为假命题, q 为真命题,

所以 $p \wedge q$ 为假命题, $p \vee q$ 为真命题, $\neg p$ 为真命题.

(2)因为 p 为假命题, q 为假命题,

所以 $p \wedge q$ 为假命题, $p \vee q$ 为假命题, $\neg p$ 为真命题.

23.【解析】(1)既不充分也不必要条件.

(2)必要不充分条件.

(3)充分不必要条件.

(4)充要条件.

第2周 第1章强训卷

一、选择题

1. A 【解析】容易判断命题 $p: \emptyset \subseteq \{0\}$ 是真命题,命题 $q: \{1\} \in \{1, 2\}$ 是假命题,所以 $p \wedge q$ 是假命题,

$p \vee q$ 是真命题, $\neg p$ 是假命题. 故选 A.

2. D

3. C 【解析】命题 p 是真命题,命题 q 是假命题,则 $\neg p$ 是假命题, $\neg q$ 是真命题,则 $(\neg p) \vee q$ 为假.

4. A 【解析】因为实数 a 满足 $1 < a < 2$,命题 p : 函数 $y = \lg(2 - ax)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是减函数,为真命题;命题 $q: x^2 < 1$ 是 $x < a$ 的充分不必要条件,为真命题,故 p 或 q 为真命题.

5. B 【解析】由 $ac^2 > bc^2$ 得 $a > b$. 当 $c = 0$ 时, $a > b$ 不能推出 $ac^2 > bc^2$,所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

6. A

7. B 【解析】 $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$ 或 150° ,所以在

$\triangle ABC$ 中,“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

8. B 【解析】如果 a, b, c 成等比数列,那么 $b^2 = ac$. 相反,如果 $b = a = 0$,那么 $b^2 = ac$,但 a, b, c 不是等比数列. 因此,“ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的必要不充分条件. 故选 B.

9. A 【解析】由命题的定义可知,选项 A 是命题.

10. A 【解析】B 中,若 $x^2 = 1$,则 $x = \pm 1$; C 中,若 $x = y < 0$,则 \sqrt{x} 与 \sqrt{y} 无意义; D 中,若 $x = -2, y = -1$,满足 $x < y$,但 $x^2 > y^2$, 故选 A.

11. D 【解析】命题 $\neg p$ 是真命题,则 p 是假命题. 又命题 $p \vee q$ 是真命题,所以必有 q 是真命题.

12. A 【解析】根据题意,甲 \Rightarrow 乙,乙 \Leftrightarrow 丙,丙 \Rightarrow 丁,所以甲 \Rightarrow 丁. 故选 A.

13. B 【解析】 $x \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$,而 $|x| \geq 1 \not\Rightarrow x \geq 1$, 故选 B.

14. B 【解析】 p 可改写为 $-4 \leq x \leq 5$, q 可改写为 $-4 < x < 4$, $q \Rightarrow p, p \not\Rightarrow q$,所以 p 是 q 的必要不充分条件.

15. A

二、填空题

16. 真 【解析】命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”为假命题, $\neg p$ 和 $\neg q$ 都为假命题,则 p 和 q 都为真命题,“ $p \wedge q$ ”是真命题.

17. ②③④ 【解析】显然命题 p 为真命题, $\neg p$ 为假命题.

因为 $f(x) = x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$,

所以函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递增.

所以命题 q 为假命题, $\neg q$ 为真命题.

所以 $p \vee q$ 为真命题, $p \wedge q$ 为假命题, $(\neg p) \wedge (\neg q)$ 为假命题, $(\neg p) \vee q$ 为假命题.

18. 必要不充分 【解析】由 $x^2 - x - 2 < 0$ 解得 $-1 < x < 2$. 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以“ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的必要不充分条件.
19. 充要 【解析】因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ 且 $n \neq 0$, 所以“ $mn \neq 0$ ”是“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”的充要条件.
20. 必要不充分
21. 充分不必要
22. (2)(3) 【解析】因为命题 $p: \pi$ 是有理数是假命题, 命题 $q: x^2 \geq 0$ 是真命题, 所以 $\neg p$ 是真命题, $\neg q$ 是假命题. 所以命题 $p \wedge q$ 是假命题, (1) 错误. 命题 $p \wedge (\neg q)$ 是假命题, (2) 正确. 命题 $(\neg p) \vee q$ 是真命题, (3) 正确. 命题 $(\neg p) \vee (\neg q)$ 是真命题, (4) 错误.
23. 真
24. 假
25. 必要不充分条件 【解析】方程 $(x+1)(x-3)=0$ 的解为 $x=-1$ 或 $x=3$, 所以“ $(x+1)(x-3)=0$ ”是“ $x=3$ ”的必要不充分条件.
26. 充分不必要条件 【解析】将 $x=1$ 代入 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 可得 $1 - 3 + 2 = 0$, 故“ $x=1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充分条件; 由 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 得 $x=1$ 或 $x=2$, 故“ $x=1$ ”不是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的必要条件. 所以“ $x=1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充分不必要条件.
27. 充分不必要条件 【解析】由 $x^2 - 1 = 0$ 解得 $x=1$ 或 $x=-1$, 由小范围能推出大范围, 大范围推不出小范围. 故是充分不必要条件.
28. 充要条件
29. 充分不必要条件
30. 充分不必要 【解析】“ $a > 4$ ”能推出“ $a > 1$ ”, 但“ $a > 1$ ”推不出“ $a > 4$ ”, 所以“ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的充分不必要条件.

三、解答题

31. 【解析】若 p 为真, 则 $1 \in \{x | x^2 < a\}$, 所以 $1^2 < a$, 即 $a > 1$; 若 q 为真, 则 $2 \in \{x | x^2 < a\}$, 即 $a > 4$.
 (1) 若“ p 或 q ”为真, 则 $a > 1$ 或 $a > 4$, 即 $a > 1$. 故实数 a 的取值范围是 $(1, +\infty)$.
 (2) 若“ p 且 q ”为真, 则 $a > 1$ 且 $a > 4$, 即 $a > 4$. 故实数 a 的取值范围是 $(4, +\infty)$.
32. 【解析】 $\neg p: A = \{x | -2 \leq x \leq 10\}$,
 $q: B = \{x | 1 - m \leq x \leq 1 + m^2\}$.
 因为 $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件, 所以 $A \subseteq B$.
 所以 $\begin{cases} 1 - m \leq -2, \\ 1 + m^2 > 10, \\ 1 - m < 1 + m^2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1 - m < -2, \\ 1 + m^2 \geq 10, \\ 1 - m < 1 + m^2, \end{cases}$ 解得 $m > 3$.
 故所求实数 m 的取值范围为 $(3, +\infty)$.
33. 【解析】令 $f(x) = x^2 + (2k - 1)x + k^2$, 若方程 $f(x) = 0$ 有两个大于 1 的实根, 则 $f(x)$ 的图像与 x 轴的两个交点横坐标都位于 $(1, +\infty)$ 之内, 可列不等式组 $\begin{cases} \Delta = (2k - 1)^2 - 4k^2 > 0, \\ -\frac{2k - 1}{2} > 1, \\ f(1) = 1^2 + 2k - 1 + k^2 > 0, \end{cases}$ 解得 $k < -2$.
 故方程有两个大于 1 的实根的充要条件为 $k < -2$.
34. 【解析】由函数 $y = a^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减知 $0 < a < 1$, 所以命题 p 为真命题时, a 的取值范围是 $0 < a < 1$. 令 $f(x) = x + |x - 2a|$, 则 $f(x) = \begin{cases} 2x - 2a, & x \geq 2a, \\ 2a, & x < 2a. \end{cases}$ 不等式 $x + |x - 2a| > 1$ 的解集为 \mathbf{R} , 只要 $f(x)_{\min} > 1$ 即可, 而函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的最小值为 $2a$, 所以 $2a > 1$, 即 $a > \frac{1}{2}$, 即 q 真时 $a > \frac{1}{2}$. 若 p 真 q 假, 则 $0 < a \leq \frac{1}{2}$; 若 p 假 q 真, 则 $a \geq 1$,

所以命题 p 和 q 有且只有一个命题为真命题时 a 的取值范围是 $0 < a \leq \frac{1}{2}$ 或 $a \geq 1$.

35. 【解析】分两种情况进行讨论:

当 $a=0$ 时, 不等式 $1 > 0$ 恒成立.

当 $a \neq 0$ 时, 对于一切实数 x 都有 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 成立, 则 $a > 0$ 且 $\Delta = a^2 - 4a < 0$, 解得 $0 < a < 4$.

所以 a 的取值范围为 $0 \leq a < 4$.

综上所述, 对于一切实数 x 都有 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 成立的充要条件为 $0 \leq a < 4$.

36. 【解析】若“ p 或 q ”为真命题, 则 p 为真命题, 或 q 为真命题, 或 p 和 q 都是真命题.

$$\text{当 } p \text{ 为真命题时, } \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0, \\ x_1 + x_2 = -m > 0, \\ x_1 x_2 = 1 > 0, \end{cases}$$

解得 $m < -2$;

当 q 为真命题时, $\Delta = 16(m+2)^2 - 16 < 0$,

解得 $-3 < m < -1$.

当 p 和 q 都是真命题时, 得 $-3 < m < -2$,

所以 $m < -1$.

37. 【解析】因为 $p: x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$,

$q: -a < x - 1 < a, 1 - a < x < 1 + a (a > 0)$.

由于 q 是 p 的一个必要不充分条件, 则 $\{x | -1 < x < 3\} \supseteq \{x | 1 - a < x < 1 + a\} (a > 0)$.

$$\text{所以 } \begin{cases} 1 - a \leq -1, \\ 1 + a > 3, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 1 - a < -1, \\ 1 + a \geq 3, \end{cases} \text{ 解得 } a > 2.$$

即实数 a 的取值范围为 $(2, +\infty)$.

第 3 周 向量的概念和线性运算

一、选择题

1. A 【解析】单位向量是指模等于 1 的向量. 故选 A.

2. A 【解析】单位向量长度相等, 但方向任意, 不都平行. ①不正确; 零向量方向任意, 与任意向量都平行,

②正确; 零向量方向任意, 并不是没有方向, 所以③不

正确; \vec{AB} 与 \vec{BA} 方向相反, 但模相等. ④正确. 故选 A.

3. B

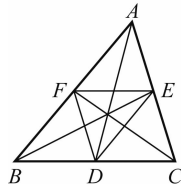
4. A 【解析】 $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{CO} = (\vec{BO} + \vec{OA}) + (\vec{OC} + \vec{CO}) = \vec{BA}$. 故选 A.

5. B 【解析】因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $\vec{AB} = \vec{DC} = -\vec{CD}$, 即向量 \vec{AB} 和 \vec{CD} 互为相反向量, 所以选项 B 说法错误. 故选 B.

6. A 【解析】因为 C 是线段 AB 的中点, 所以这三点共线, 且 $\vec{AB} = 2\vec{AC}$, $\vec{BC} = \vec{CA} = -\vec{AC}$, $|\vec{AC}| = |\vec{CB}| = \frac{1}{2}|\vec{AB}|$, $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$. 故选 A.

7. D 【解析】正六边形 $ABCDEF$ 的中心为 O , 所以 $\vec{BO} = \vec{BA} + \vec{AO} = \vec{BA} + \vec{BC}$. 又 $\vec{AB} = \mathbf{a}$, 则 $\vec{BA} = -\mathbf{a}$, 所以 $\vec{BO} = -\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 所以 $\vec{BE} = 2\vec{BO} = -2\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = 2\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$. 故选 D.

8. D 【解析】如图所示.



$$\vec{BE} = \vec{BC} + \vec{CE} = \mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}, \text{ ① 正确; } \vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD} =$$

$$-\mathbf{b} + \frac{1}{2}\vec{CB} = -\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{a} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} - \mathbf{b}, \text{ ② 正确;}$$

$$\vec{CF} = \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{CA} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{CB}) = \frac{1}{2}\vec{CA} +$$

$$\frac{1}{2}\vec{CB} = \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{a}, \text{ ③ 正确;}$$

$$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{a} =$$

$\mathbf{0}$, ④正确. 故选 D.

9. C

10. A

二、填空题

11. $\mathbf{a} + 4\mathbf{b} - 5\mathbf{c}$ 【解析】 $2(2\mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - 3(\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) =$

$$4a-2b+4c-3a+6b-9c=(4-3)a+(-2+6)b+(4-9)c=a+4b-5c.$$

12. $-\frac{5}{6}$ 【解析】因为向量 a 与向量 b 反向, 所以 $a =$

$$\lambda b (\lambda < 0). \text{ 又因为 } |a| = 5, |b| = 6, \text{ 所以 } a = -\frac{5}{6}b.$$

13. $\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{DE}$ 【解析】 \overrightarrow{OA} 与 \overrightarrow{OB} 有相同的始点, 如果把两个向量的始点放在一起, 那么这两个向量的差是减向量的终点到被减向量的终点的向量, 则 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DE}$.

14. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ 【解析】 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} =$

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b.$$

15. 0

16. 相同

17. 2 【解析】由 $x \parallel y$ 可得, $x = \lambda y$, 即 $a - b = \lambda(-2a +$

$$mb), \text{ 则 } \begin{cases} -2\lambda = 1, \\ m\lambda = -1, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2}, \\ m = 2. \end{cases}$$

18. 0

19. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ 【解析】根据平行四边形法则可知

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) =$$

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b.$$

三、解答题

20. 【解析】(1) 因为 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是三边的中点, 所以与 \overrightarrow{EF} 相等的向量是 \overrightarrow{BD} 和 \overrightarrow{DA} .

(2) 与 \overrightarrow{AD} 共线的向量是 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FE}$.

21. 【解析】因为 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b$,

$$\text{所以 } \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}a,$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = -a +$$

$$b + \frac{1}{2}a = -\frac{1}{2}a + b,$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} =$$

$$-\frac{1}{4}a - b + \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a - b.$$

综上所述, $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}a, \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}a + b, \overrightarrow{MN} =$

$$\frac{1}{4}a - b.$$

22. 【证明】因为 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} = 2a + 5b + (-3a + b) = -a + 6b$,

$$\text{所以 } \overrightarrow{BD} = -a + 6b = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA},$$

所以 A, B, D 三点共线.

23. 【解析】(1) 因为向量 a, b 不平行, 即向量 a, b 是不共线向量,

所以要使等式 $3xa + (10 - y)b = (4y + 7)a + 2xb$ 成立,

$$\text{则 } \begin{cases} 3x = 4y + 7, \\ 10 - y = 2x, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = \frac{47}{11}, \\ y = \frac{16}{11}. \end{cases}$$

(2) 因为 $3m - 2n = a$ ①,

$$-4m + 3n = b \quad \text{②},$$

所以 ① $\times 4 +$ ② $\times 3$,

$$\text{得 } n = 4a + 3b \quad \text{③},$$

将 ③ 代入 ② 中得 $m = 3a + 2b$.

所以 $m = 3a + 2b, n = 4a + 3b$.

24. 【解析】因为 $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$, 所以 $3 \leq |a + b| \leq 7$, 故 $|a + b|$ 的最大值为 7, 最小值为 3.

第 4 周 向量的内积

一、选择题

1. C

2. B 【解析】因为平面向量 a, b 是非零向量, $|a| =$

2, $a \perp (a+2b)$, 所以 $a \cdot (a+2b) = 0$, 从而 $a^2 + 2a \cdot b = 0$, 即 $a \cdot b = -2$, 所以向量 b 在向量 a 方向上的

投影为 $\frac{a \cdot b}{|a|} = \frac{-2}{2} = -1$. 故选 B.

3. B 【解析】 $a \cdot b = |a| |b| \cos \langle a, b \rangle = 2 \times 3 \times \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$. 故选 B.

4. B 【解析】 由 $a \parallel b$ 得 $1 \times (-4) - 2x = 0$, 解得 $x = -2$, 所以 $b = (-2, -4)$, $a \cdot b = 1 \times (-2) + 2 \times (-4) = -10$. 故选 B.

5. A 【解析】 因为 $|a| = |a-b| = 2$, 所以 $|a|^2 = |a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2$, 整理得 $2|a| \cdot |b| \cos \langle a, b \rangle = |b|^2$, 所以 $4 \cos \langle a, b \rangle = |b|$. 又因为向量 b 在向量 a 方向上的投影为 3, 即 $\frac{a \cdot b}{|a|} = |b| \cos \langle a, b \rangle = 3$, 所以 $|b| = 2\sqrt{3}$, $\cos \langle a, b \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\langle a, b \rangle = 30^\circ$. 故选 A.

6. A

7. A

8. A

9. D 【解析】 设向量 a, b 的夹角为 θ , 则 $|3a+2b| = \sqrt{(3a+2b)^2} = \sqrt{9a^2+4b^2+12|a||b|\cos\theta} = \sqrt{9+4+12\cos\theta} = \sqrt{7}$, 解得 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$, 所以 $\theta = 120^\circ$. 故选 D.

10. B 【解析】 设向量 a 与 b 的夹角为 θ . 因为 $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta = 2 \times 2 \times \cos \theta = 2$, 则 $\cos \theta = \frac{1}{2}$, $\theta = \frac{\pi}{3}$. 不妨设 $a = (2, 0)$, $b = (1, \sqrt{3})$, 再设 $e = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, 则 $|a \cdot e + b \cdot e| = |(a+b) \cdot e| = |3\cos \alpha + \sqrt{3}\sin \alpha| = \left| 2\sqrt{3}\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right| \leq 2\sqrt{3}$, 即 $|a \cdot e + b \cdot e| \leq$

$2\sqrt{3}$. 所以 $|a \cdot e + b \cdot e|$ 的最大值为 $2\sqrt{3}$. 故选 B.

二、填空题

11. 11

12. $2\sqrt{3}$

13. 6

14. $\frac{\pi}{6}$

15. -2

16. 60° 【解析】 $\cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{1}{2}$, 所以 $\langle a, b \rangle =$

60° .

17. $6\sqrt{3}$

18. 120°

19. $\sqrt{26}$

20. 2 【解析】 由 $a \perp b$ 可得 $a \cdot b = 0$, 所以 $1 \times (-2) + m = 0$, 解得 $m = 2$.

三、解答题

21. 【解析】 $|a+b| = \sqrt{|a|^2 + 2a \cdot b + |b|^2} = \sqrt{23}$.

$$|a-b| = \sqrt{|a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2} = \sqrt{35}.$$

22. 【解析】 (1) 当 $a \perp b$ 时, $a \cdot b = 0$.

$$\text{即 } (-3) \times (-15) + 5m = 0, \text{ 解得 } m = -9.$$

(2) 当 $a \parallel b$ 时,

$$-3m = 5 \times (-15), \text{ 解得 } m = 25.$$

23. 【解析】 (1) $3a-b = 3(1, 0) - (1, -1) = (2, 1)$.

$$(2) (3a-b) \cdot b = (2, 1) \cdot (1, -1) = 2 \times 1 + 1 \times (-1) = 1.$$

24. 【证明】 因为 $|a+b| = |a-b|$,

$$\text{所以 } |a+b|^2 = |a-b|^2, \text{ 则 } (a+b)^2 = (a-b)^2,$$

$$\text{即 } |a|^2 + 2a \cdot b + |b|^2 = |a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2,$$

$$\text{整理得 } a \cdot b = 0,$$

所以 $a \perp b$.

25. 【解析】 (1) 当 $x=1$ 时, $a=(1, -3)$, $b=(-4, 2)$,

$$2\mathbf{a}-\mathbf{b}=(2+4,-6-2)=(6,-8),$$

$$\text{所以 } |2\mathbf{a}-\mathbf{b}|=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10.$$

$$(2) \text{ 若 } \mathbf{a} \perp \mathbf{b}, \text{ 则 } -4x-3 \times 2=0, \text{ 解得 } x=-\frac{3}{2}.$$

第5周 向量的坐标表示

一、选择题

1. A 【解析】因为 $\mathbf{a}=(1,2)=-(-1,-2)=-\mathbf{b}$, 所以 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 平行. 故选 A.

2. A 【解析】因为平面向量 $\mathbf{a}=(2,-1)$ 与 $\mathbf{b}=(1,x)$ 平行, 所以 $2x-(-1) \times 1=0$, 解得 $x=-\frac{1}{2}$. 故选 A.

3. C 【解析】 $3\mathbf{a}+\mathbf{b}=3(-1,2)+(1,0)=(3 \times (-1)+1, 3 \times 2+0)=(-2,6)$. 故选 C.

4. C

5. C 【解析】设点 D 的坐标为 (x,y) . 根据题意得 $(x+1,y-2)=2(3,1)-3(1,-4)=(3,14)$, 解得 $x=2,y=16$. 故选 C.

6. A

7. B

8. B

9. B

10. A 【解析】由题意可知 $\mathbf{a}+2\mathbf{b}=(2,-3)$, 依次同选项对比, 可知 A 正确. 故选 A.

二、填空题

11. $(0,5)$ 【解析】设点 P 的坐标为 (x,y) , 则 $\overrightarrow{AP}=(x+3,y-3)$, $\overrightarrow{AB}=(9,6)$. 因为 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, 所以 $x+3=\frac{1}{3} \times 9, y-3=\frac{1}{3} \times 6$, 解得 $x=0, y=5$, 所以点 P 的坐标为 $(0,5)$.

12. $(-5,2)$ 【解析】设点 A 的坐标是 (x,y) , 则 $\overrightarrow{AB}=(-2-x,5-y)=(3,3)$, 解得 $x=-5, y=2$.

13. -1 或 11 【解析】根据题意可得 $\overrightarrow{AB}=(x-5,8)$, $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x-5)^2+8^2}=10$, 解得 $x=-1$ 或 11 .

14. $\sqrt{2}$ 【解析】因为向量 $\mathbf{a}=(1,m+2), \mathbf{b}=(m,-1)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 所以 $m(m+2)+1=0$, 解得 $m=-1$, 所以 $|\mathbf{b}|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

15. $(3,-1)$ 【解析】设向量 $\mathbf{b}=(x,y), \mathbf{a}-2\mathbf{b}=(1-2x, 2-2y)=(-5,4)$, 解得 $x=3, y=-1$, 所以 $\mathbf{b}=(3,-1)$.

16. -8

17. $-3; 15$ 【解析】由题意得, $\mathbf{a}+\mathbf{b}=(2+\lambda, 15)$,

$$\text{所以 } (2+\lambda, 15)=(-1, \mu), \text{ 即 } \begin{cases} 2+\lambda=-1, \\ \mu=15, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} \lambda=-3, \\ \mu=15. \end{cases}$$

18. $(-\frac{7}{3}, \frac{10}{3})$

19. $\sqrt{5}$ 【解析】 $|\mathbf{a}|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

三、解答题

20. 【解析】(1) $2\mathbf{a}-\mathbf{b}+3\mathbf{c}=2(1,-3)-(4,0)+3(-2,-5)=(-8,-21)$.
(2) $-3\mathbf{a}-2\mathbf{b}-\mathbf{c}=-3(1,-3)-2(4,0)-(-2,-5)=(-9,14)$.

21. 【解析】根据题意可得 $\mathbf{b}=\frac{4}{5}\mathbf{a}-\frac{1}{5}\mathbf{c}=\frac{4}{5}(2,-1)-\frac{1}{5}(13,-19)=(-1,3)$.

22. 【证明】因为点 $A(-2,1), B(0,-1), C(3,-4)$, 所以 $\overrightarrow{AB}=(2,-2), \overrightarrow{AC}=(5,-5)$,

$$\text{所以 } \overrightarrow{AB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC},$$

所以 A, B, C 三点共线.

23. 【解析】设点 B 的坐标为 (x,y) , 则 $\overrightarrow{AB}=(x-3, y+1)$.

因为 \overrightarrow{AB} 是与 $\mathbf{b}=(-3,4)$ 平行的单位向量,

$$\text{所以 } |\overrightarrow{AB}|=1, \overrightarrow{AB} \parallel \mathbf{b}.$$

$$\text{可列方程组 } \begin{cases} (x-3)^2+(y+1)^2=1, \\ 4(x-3)+3(y+1)=0, \end{cases}$$