

考前冲刺卷(一)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的。

1. 设函数 $y = \sqrt{g(x)} + \sqrt{16-x^2}$ 的定义域是 $[-4, -\pi] \cup [0, \pi]$, 则 $g(x) =$ ().

- | | |
|-------------|-------------|
| A. $\sin x$ | B. $\cos x$ |
| C. $\tan x$ | D. $\cot x$ |

2. 下列函数中,在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上满足罗尔定理条件的是().

A. $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$	B. $f(x) = \sin x $
--	----------------------

C. $f(x) = \sqrt{1 - \sin x}$	D. $f(x) = \sin^2 x$
-------------------------------	----------------------

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} =$ ().

- | | |
|------|------|
| A. 1 | B. 2 |
| C. 3 | D. 4 |

4. 若 $F'(x) = \Phi'(x)$, 则下列成立的是().

- | | |
|-------------------------------------|---|
| A. $F(x) - \Phi(x) = 0$ | B. $F(x) - \Phi(x) = C$ |
| C. $\int F(x) dx = \int \Phi(x) dx$ | D. $\frac{d}{dx} (\int F(x) dx) = \frac{d}{dx} (\int \Phi(x) dx)$ |

5. 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列函数前者与后者是等价无穷小的是().

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| A. $2x - x^2$ 与 $x^2 - x^3$ | B. $1 - \cos x$ 与 x^2 |
| C. $1 - \cos x$ 与 $2 \sin x^2$ | D. $\tan x$ 与 $\sin x$ |

6. 方程 $x^3 - 4x = 1$ 至少存在一个实根在区间()内.

- | | |
|--------------|---------------|
| A. $(-1, 0)$ | B. $(0, 1)$ |
| C. $(1, 2)$ | D. $(-3, -2)$ |

7. 点 $x=3$ 是 $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ 的().

- | | |
|----------|----------|
| A. 连续点 | B. 可去间断点 |
| C. 无穷间断点 | D. 跳跃间断点 |

8. 设 $x_1=1, x_2=2$ 都是函数 $y = a \ln x + bx^2 + 3x$ 的极值点, 则().

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| A. $a=2, b=\frac{1}{2}$ | B. $a=-2, b=\frac{1}{2}$ |
| C. $a=2, b=-\frac{1}{2}$ | D. $a=-2, b=-\frac{1}{2}$ |

9. 若 $\int_a^b f(x) dx = 2, \int_a^b g(x) dx = 1$, 则 $\int_a^b [3f(x) - 2g(x)] dx =$ ().

- | | |
|------|------|
| A. 1 | B. 2 |
| C. 3 | D. 4 |

10. $\frac{d}{dx} [x \int_0^x \cos t^4 dt] =$ ().

- | | |
|--|---------------------------------|
| A. $\int_0^x \cos t^4 dt$ | B. $-4x^4 \int_0^x \sin t^4 dt$ |
| C. $\int_0^x \cos t^4 dt + x \cos x^4$ | D. $x \cos x^4$ |

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

11. 函数 $f(x) = \frac{4x}{x-1}$, 则 $f^{-1}(3) =$ _____.

12. 函数 $y = x^3 - 2x + 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值为_____.

13. 若函数 $f(x) = \tan x$, 则 $f'(0) =$ _____.

14. 设 $f(x) = \ln x$, 则 $\int e^{2x} f'(e^x) dx =$ _____.

15. $F(x) = \int_{\cos x}^1 \sqrt{1-t^2} dt$, 则 $F'(\pi) =$ _____.

三、计算题(本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x - 1} - x \right)$.

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \tan x}$.

18. 设 $f(x) = \begin{cases} a+x^2, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \ln(b+x), & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,求 a, b 的值.

19. 已知 y 是 x 的函数,且 $y' = \ln \sqrt{x} + \sqrt{\ln x} + 2 \ln 2$,求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=e}$.

20. 已知曲线 $x^2 + y^2 = 25$,求曲线在点 $(3, 4)$ 处的切线方程.

21. 求不定积分 $\int \frac{\sin^2 x \cos x}{1 + 4 \sin^2 x} dx$.

22. 求定积分 $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$.

四、应用题(本大题共 2 小题,第 23 小题 6 分,第 24 小题 7 分,共 13 分)

23. 某公司机床年产量为 x 万台,总成本为 C 万元,其中固定成本为 2 万元,每产 1 万台成本增加 1 万元,市场上每年可销售此商品 4 万台,其销售收入 $R(x)$ (单位:万元)是 x 的函数,问每年

生产多少台时利润最大? 最大利润是多少? 其中, $R(x) = \begin{cases} 4x - \frac{1}{2}x^2, & 0 \leq x \leq 4, \\ 8, & x > 4. \end{cases}$

24. 已知曲线 $y=e^x$ 与直线 $x=0$ 和 $y=e$ 所围成的平面图形,求该图形的面积.

考前冲刺卷(二)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的.

1. 下列函数对中互为反函数的是().

- A. $y = \sin x, y = \cos x$ B. $y = 3^x, y = 3^{-x}$
 C. $y = \tan x, y = \cot x$ D. $y = x^3, y = \sqrt[3]{x}$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列函数为无穷小量的是().

- A. $\frac{\sin x}{x}$ B. $x \sin x$
 C. $\frac{\cos x}{x}$ D. $1 - \sin x$

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} = (\quad)$.

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$
 C. 1 D. 2

4. 函数 $y = x^2 + 1$ 在区间 $[-1, 2]$ 内的最小值是().

- A. -1 B. 1
 C. 2 D. 5

5. 若函数 $f(x) = x^{2020} + 2020x$, 则 $f'(1) = (\quad)$.

- A. 2020 B. 3030
 C. 4040 D. 5050

6. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x - f(x)] = 1$, 则下列等式正确的是().

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cos x = 1$
 C. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + \cos x] = 1$

7. 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ 的极小值点是().

- A. $x = -1$ B. $x = 0$
 C. $x = 1$ D. $x = 2$

8. 已知 3^x 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) = (\quad)$.

- A. 3^x B. $3^x \ln 3$
 C. $x3^{x-1}$ D. $\frac{3^x}{\ln 3}$

9. 设 $y + \ln 2x = 2$, 则 $dy = (\quad)$.

- A. $-\frac{2}{x} dx$ B. $-\frac{1}{x} dx$
 C. $\frac{1}{x} dx$ D. $\frac{2}{x} dx$

10. 不定积分 $\int \cot x dx = (\quad)$.

- A. $\ln |\sin x| + C$ B. $-\ln |\sin x| + C$
 C. $\ln |\cos x| + C$ D. $-\ln |\cos x| + C$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

11. 函数 $y = \ln \sqrt{4 - x^2}$ 的定义域为_____.

12. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{kx} = e^2$, 则 $k =$ _____.

13. $x = 1$ 为函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 的_____间断点.

14. 若函数 $f(x) = x + \sin x$, 则 $f''(x) =$ _____.

15. 定积分 $\int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} \sin x dx =$ _____.

三、计算题(本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分)

16. 设 $f(x)$ 是一次函数,且 $f[f(x)]=4x+3$,求 $f(x)$.

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$.

18. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-2x+1}{x^3+x^2+1}$.

19. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}, & x \neq 1, \\ a, & x = 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续,求 a 的值.

20. 设 $y=2^x+x^x(x>0)$,求 $\frac{dy}{dx}$.

21. 求不定积分 $\int \sin(2x-1)dx$.

22. 求定积分 $\int_1^5 e^{\sqrt{2x-1}} dx$.

四、应用题(本大题共 2 小题,第 23 小题 6 分,第 24 小题 7 分,共 13 分)

23. 设曲线 $y=x-x^2$ 与 x 轴所围成的封闭图形为 D ,求 D 的面积.

24. 设函数 $f(x)=xe^{-x}$,求函数 $f(x)$ 的定义域和单调区间.

考前冲刺卷(三)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的.

1. 若 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < -2 \\ 0, & -2 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$ 则 $f[f(2)] = (\quad)$.

A. -1 B. 0

C. 1 D. 2

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时,无穷小 $\tan 2x$ 是 x 的().

A. 高阶无穷小 B. 低阶无穷小

C. 等价无穷小 D. 同阶非等价无穷小

3. 下列各式中正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = e^2$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\frac{2}{x}} = e^2$

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = e^2$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x = e$

4. 函数 $y = e^{2.022x}$ 的一阶导函数 $y' = (\quad)$.

A. $e^{2.022x}$ B. $2.022xe^{2.022x}$

C. $2.022e^{2.022x}$ D. $2.022e^x$

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ \cos x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) (\quad)$.

A. 等于 1 B. 等于 2

C. 等于 1 或 2 D. 不存在

6. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = 4$, 则常数 $a = (\quad)$.

A. $\ln 2$ B. $2 \ln 2$

C. 1 D. 4

7. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 在点 $x = -1$ 处取得极大值, 则常数 a, b 应满足条件().

A. $a-b=0, b < 0$ B. $a-b=0, b > 0$

C. $a+b=0, b < 0$ D. $a+b=0, b > 0$

8. 下列函数在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理所有条件的是().

A. $y = 2x + 1$ B. $y = |x| - 1$

C. $y = x^2 + 1$ D. $y = \frac{1}{x^2} - 1$

9. 已知 $\int f(x) dx = \sin x + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.

A. $\sin x$ B. $-\sin x$

C. $\cos x$ D. $-\cos x$

10. 已知 $\int f(x) dx = \tan x + C$, $\int g(x) dx = 2^x + C$, C 为任意常数, 则下列等式正确的是

().

A. $\int [f(x)g(x)] dx = 2^x \tan x + C$ B. $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 2^{-x} \tan x + C$

C. $\int f[g(x)] dx = \tan(2^x) + C$ D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \tan x + 2^x + C$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

11. 函数 $f(x) = \ln(1-x^2)$ 的连续区间为 _____.

12. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设函数 $y = e^{x-2}$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $\int_{-1}^1 (2\sin x^5 + 3) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 曲线 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 3$ 在点 $(2, -1)$ 处的切线方程为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题(本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \sqrt{1 + 2x}}$.

17. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$.

18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax}{\sin x}, & x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}, \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续,求 a 的值.

19. 已知函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^y + 2xy = x^2$ 确定,求 $y'(x)$.

20. 求不定积分 $\int (2x + 5) \cos 3x dx$.

21. 求定积分 $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$.

22. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2, \\ 6-x, & x > 2. \end{cases}$ 已知 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 求 $F(x)$ 表达式, 并讨论 $F(x)$ 在 $x =$

2 处的连续性.

四、应用题(本大题共 2 小题, 第 23 小题 6 分, 第 24 小题 7 分, 共 13 分)

23. 已知平面图形 D 由曲线 $y = e^x, y = x, x = 0, x = 1$ 围成, 求 D 的面积 A .

24. 设 A 生活区位于一直线河 AC 的岸边, B 生活区与河岸的垂足 C 相距 2 km, 且 A, B 生活区相距 $\sqrt{29}$ km. 现需要在河岸边修建一个水厂 D (如图所示), 向 A, B 生活区供水. 已知从水厂 D 向 A, B 生活区铺设水管的费用分别是 30 万元/km 和 50 万元/km, 求当水厂 D 设在离 C 多少千米时, 才能使铺设水管的总费用最省?

