

第九章 立体几何

第一节 空间几何体

一、选择题

- 一个圆柱的高不变,底面半径扩大到原来的3倍,它的体积 ()
A. 扩大到原来的3倍 B. 扩大到原来的6倍
C. 扩大到原来的9倍 D. 扩大到原来的12倍
- 三棱锥又称四面体,则在四面体 $ABCD$ 中,可以当作棱锥底面的三角形个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 如果一个正四面体(各个面都是正三角形)的体积为 9 cm^3 ,则其表面积为 ()
A. $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. 18 cm^2 C. $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D. 12 cm^2
- 将直径为6 cm,8 cm,10 cm的铁球熔成一个球,这个大铁球的直径为 ()
A. 6 cm B. 12 cm C. 16 cm D. 24 cm
- 在一个锥体中,作平行于底面的截面,若这个截面面积与底面面积之比为 $1:3$,则锥体被截面所分成的两部分的体积之比为 ()
A. $1:\sqrt{3}$ B. $1:9$ C. $1:3\sqrt{3}$ D. $1:(3\sqrt{3}-1)$
- 正棱锥的高和底面边长都缩小为原来的 $\frac{1}{2}$,则它的体积是原来的 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{32}$
- 已知圆柱与圆锥的底面积相等,高也相等,它们的体积分别为 V_1 和 V_2 ,则 $V_1:V_2=$ ()
A. $1:1$ B. $2:1$ C. $3:1$ D. $4:1$
- 长方体的一个顶点上三条棱长分别是3,4,5,且它的8个顶点都在同一球面上,则这个球的表面积是 ()
A. 25π B. 50π C. 125π D. 以上都不对
- 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形,这个圆柱的表面积与侧面积的比是 ()
A. $\frac{1+2\pi}{2\pi}$ B. $\frac{1+4\pi}{4\pi}$ C. $\frac{1+2\pi}{\pi}$ D. $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

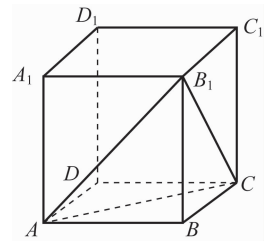
10. 若一个球的表面积是 9π ,则它的体积是 ()
A. 9π B. $\frac{2\pi}{9}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{9\pi}{2}$

二、填空题

- 用半径为1 cm的半圆形纸片卷成一个圆锥筒,则这个圆锥筒的高为_____ cm.
- 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为6的正方形,侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$,且 $PA=8$,则该四棱锥的体积是_____.
- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=b$, $BC=a(a < b)$, $AB=c$,分别绕 BC, AC, AB 旋转三角形一周得三个旋转体,其体积 V_a, V_b, V_c 的大小关系是_____.
- 若一圆柱的底面直径与高都等于一球的直径,则该球的体积等于这个圆柱的_____.
- 正六棱柱的底面边长是1,侧棱长也是1,则它的体积是_____.

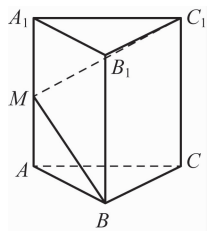
三、解答题

16. 如图所示,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1,求三棱锥 $B-ACB_1$ 的体积.



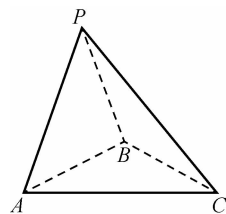
17. 如图所示,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=2$, $AA_1=2$,由顶点 B 沿棱柱侧面经过 AA_1 到顶点 C_1 的最短路线与 AA_1 的交点记为 M .

- 求三棱柱侧面展开图的对角线长;
- 求该最短路线的长及 $\frac{A_1M}{AM}$ 的值.



18. 已知棱长为 3 的正方体的顶点都在同一球面上,求该球的表面积.

19. 如图所示,三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱两两垂直, $PB=1,PA=\sqrt{3},PC=\sqrt{6}$,求其体积.



20. 一个正方体的底面积和一个圆柱体的底面积相等,且侧面积相等,求正方体与圆柱体的体积比.

第二节 三视图

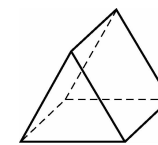
一、选择题

1. 给出下列命题,其中正确命题的个数是 ()

- ① 如果一个几何体的三视图是完全相同的,则这个几何体是正方体;
- ② 如果一个几何体的主视图和俯视图都是矩形,则这个几何体是长方体;
- ③ 如果一个几何体的三视图是矩形,则这个几何体是长方体.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 如图所示的几何体的俯视图是 ()



A



B



C



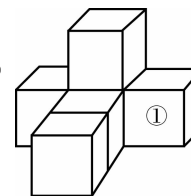
D

3. 如图是一个哑铃,则以下结论不正确的是 ()



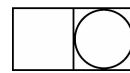
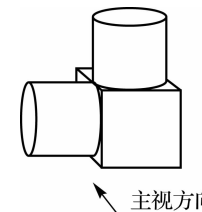
- A. 左视图是一个圆
- B. 左视图是几个同心圆
- C. 俯视图和主视图一样
- D. 右视图和左视图一样

4. (2022·济南模考)如图是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体,将正方体①移走后,所得几何体 ()

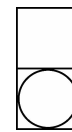


- A. 主视图改变,左视图改变
- B. 俯视图不变,左视图不变
- C. 俯视图改变,左视图改变
- D. 主视图改变,左视图不变

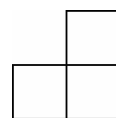
5. 我国古代数学家利用“牟合方盖”找到了球体体积的计算方法.“牟合方盖”是由两个圆柱分别从纵横两个方向嵌入一个正方体时两圆柱公共部分形成的几何体,如图是可以形成“牟合方盖”的一种模型,它的左视图是 ()



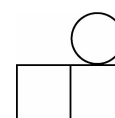
A



B

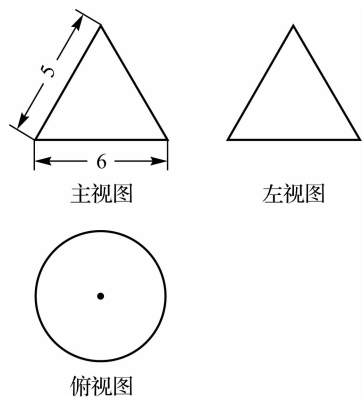


C



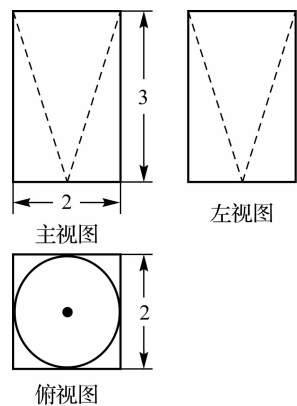
D

6. 一个几何体的三视图及其尺寸(单位:cm)如下图所示,则该几何体的体积为 ()



- A. $36\pi \text{ cm}^3$ B. $18\pi \text{ cm}^3$ C. $12\pi \text{ cm}^3$ D. $24\pi \text{ cm}^3$

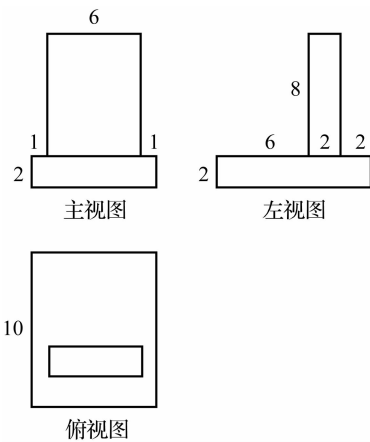
7. 已知某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为 ()



- A. $12 - \frac{2}{3}\pi$ B. $12 - \pi$ C. $12 - 2\pi$ D. $12 - 3\pi$

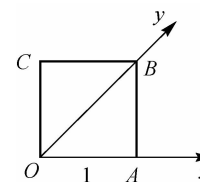
二、填空题

8. 一个几何体的三视图如下图所示,则该几何体的表面积为_____.



9. 如图,若用斜二测画法画一个水平放置的平面图形的直观图为一个边长为 1 的正方形 OABC,

则原来图形的面积是_____.

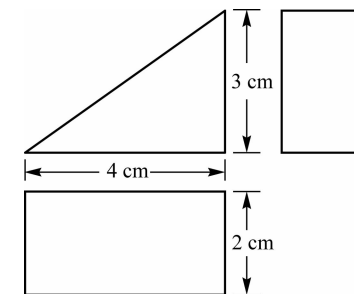


三、解答题

10. 画出如图所示的物体的三视图.

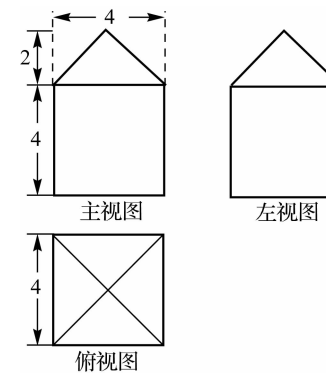


11. 已知一个直三棱柱的三视图的有关尺寸如图所示,求这个几何体的表面积.



12. 一个几何体由一个正四棱锥(底面是正方形,且顶点在底面的射影是底面的中心的四棱锥)和一个正四棱柱(上、下底面都是正方形,且侧棱垂直于底面的四棱柱)组合而成,它的三视图如图所示.

- (1) 画出此几何体的直观图;
 (2) 求此几何体的体积与表面积.



第三节 平面的基本性质

一、选择题

- 下列命题正确的是 ()
 - 经过三点确定一个平面
 - 经过一条直线和一个点确定一个平面
 - 四边形确定一个平面
 - 两两相交且不共点的三条直线确定一个平面
- 公理 1 用符号表示,正确的是 ()
 - $A \in a, B \in a, \text{且 } A \in \alpha, B \in \alpha, \text{则 } a \subset \alpha$
 - $A \in a, B \in a, \text{且 } A \in \alpha, B \in \alpha, \text{则 } a \subset \alpha$
 - $A \in a, B \in a, \text{则 } a \subset \alpha$
 - $A \in a, B \in a, \text{则 } a \in \alpha$
- 已知平面 α 与平面 β 相交, a 是 α 内的一条直线,则 ()
 - 在 β 内必存在与 a 平行的直线
 - 在 β 内必存在与 a 垂直的直线
 - 在 β 内必不存在与 a 平行的直线
 - 在 β 内不一定存在与 a 垂直的直线
- “三条直线 a, b, c 两两相交于不同三点 A, B, C ”是“这三条直线 a, b, c 共面”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 在空间中,下列命题正确的是 ()
 - 三点确定一个平面
 - 四边形一定是平面图形
 - 三条平行的直线共面
 - 梯形是平面图形
- 空间四点 A, B, C, D 共面但不共线,则下面结论成立的是 ()
 - 四点中必有三点共线
 - 四点中必有三点不共线
 - AB, BC, CD, DA 四条直线中总有两直线平行
 - 直线 AB 与 CD 必相交
- 设有如下三个命题:

甲:相交的直线 l, m 都在平面 α 内,并且都不在平面 β 内;

乙:直线 l, m 中至少有一条与平面 β 相交;丙:平面 α 与平面 β 相交.

当甲成立时 ()

 - 乙是丙的充分不必要条件
 - 乙是丙的必要不充分条件
 - 乙是丙的充分且必要条件
 - 乙既不是丙的充分条件又不是丙的必要条件

8. 给出下列四个命题:

- 空间四点共面,则其中必有三点共线;
- 空间四点不共面,则其中任何三点不共线;
- 空间四点中存在三点共线,则此四点共面;
- 空间四点中任何三点不共线,则此四点不共面.

其中正确的有

- ()
- A. ②和③ B. ①②③ C. ①和② D. ②③④

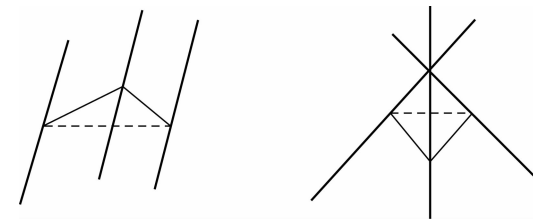
9. 下面四个命题中,真命题的个数为 ()

- 如果两个平面有三个公共点,那么这两个平面重合;
- 两条直线可以确定一个平面;
- 若 $M \in \alpha, M \in \beta, \alpha \cap \beta = l, \text{则 } M \in l$;
- 空间中,相交于同一点的三直线在同一平面内.

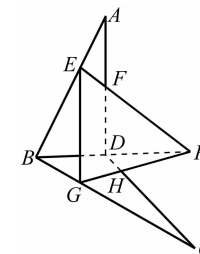
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、解答题

10. 如图,三条直线两两平行且不共面,每两条确定一个平面,一共可以确定几个平面? 如果三条直线相交于一点,它们最多可以确定几个平面?



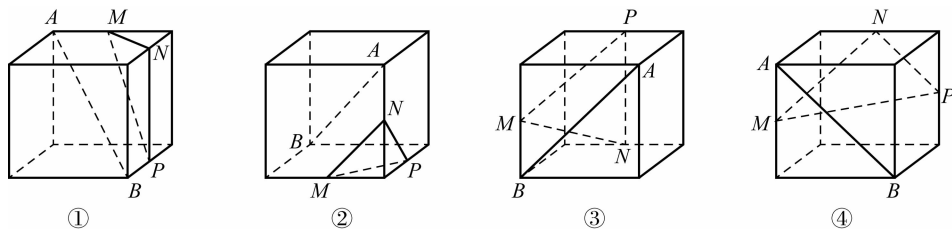
11. 如图所示,已知 E, F, G, H 分别是空间四边形 $ABCD$ 边 AB, AD, BC, CD 上的点,且 EF 与 GH 相交于点 P . 求证:点 B, D, P 在同一直线上.



第四节 空间的平行关系

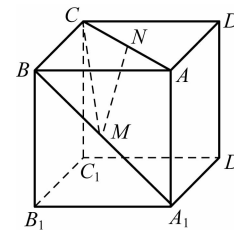
一、选择题

- 空间中有三条直线 a, b, c , 若 $a \perp b, b \perp c$, 则直线 a, c 的位置关系是 ()
 A. 相交 B. 平行 C. 异面 D. 以上均有可能
- 已知直线 a, b , 平面 α , 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则直线 a, b 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 以上均有可能
- 经过平面外一点作该平面的平行平面可作 ()
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 0 或 1 个
- 如果两直线 a, b 相交, 且 $a \parallel$ 平面 α , 那么 b 与平面 α 的位置关系是 ()
 A. $b \parallel \alpha$ B. $b \parallel \alpha$ 或 b 与 α 相交 C. b 与 α 相交 D. $b \subset \alpha$
- $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 a 与 b 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 异面 C. 相交 D. 平行或异面或相交
- α, β 是两个不重合的平面, 在下列条件中, 可确定 $\alpha \parallel \beta$ 的是 ()
 A. α, β 都平行于直线 l, m
 B. α 内有三个不共线的点到 β 的距离相等
 C. l, m 是 α 内两直线且 $m \parallel \beta, l \parallel \beta$
 D. l, m 是两异面直线, 且 $l \parallel \beta, m \parallel \beta, l \parallel \alpha, m \parallel \alpha$
- 如图所示的四个正方体图形, A, B 为正方体的两个顶点, M, N, P 分别为其所在棱的中点, 能得出 $AB \parallel$ 平面 MNP 的图形的序号是 ()



- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④
- 空间四面体 $ABCD$ 中, $AC=BD, E, F, G, H$ 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点, 则四边形 $EFGH$ 是 ()
 A. 菱形 B. 梯形 C. 矩形 D. 正方形

- 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 A_1B, AC 的中点, 则 MN 与平面 BB_1C_1C 的位置关系是 ()



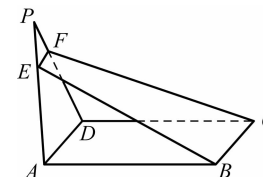
- A. 相交 B. 平行 C. 垂直 D. 不能确定
- 若 AB, BC, CD 是不在同一平面内的三条线段, 则过它们中点的平面和直线 AC 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 相交 C. AC 在此平面内 D. 平行或相交

二、填空题

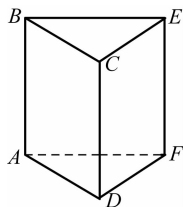
- 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 D_1D 的中点, 则 BD_1 与平面 ACE 的位置关系是_____.
- 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 AB 的中点, 那么:
 (1) 和平面 DBB_1D_1 平行的棱有_____条; (2) 和平面 C_1ED_1 平行的棱有_____条;
 (3) 和平面 C_1DB 平行的面对角线有_____条.
- 设有直线 a, b , 平面 α, β , 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$, 则直线 a 和 b 的位置关系是_____.
- 设有不同的直线 a, b, c 和不同的平面 α, β, γ , 已知如下命题: ①若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$; ②若 $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$; ③若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$; ④若 $\alpha \parallel a, \beta \parallel a$, 则 $\alpha \parallel \beta$. 其中正确命题的序号是_____.
- 已知平面 $\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$, 两条直线 l, m 分别与 α, β, γ 相交于 A, B, C 与 D, E, F . 已知 $AB=6, \frac{DE}{DF} = \frac{2}{5}$, 则 $AC=$ _____.

三、解答题

- 如右图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, P 是平面 $ABCD$ 外一点, 过 BC 作平面 $BCFE$ 交 AP 于 E , 交 DP 于点 F . 求证: 四边形 $BCFE$ 是梯形.

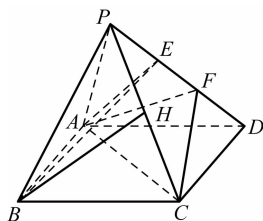


17. 如图, 已知平面 $ABCD \cap$ 平面 $ABEF = AB$, 且 $AB \perp BC, AB \perp BE, AB \perp AD, AB \perp AF$, 求证: 平面 $ADF \parallel$ 平面 BCE .



18. 如图, 在底面是平行四边形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, E, F 是 PD 的三等分点, H 为 PC 的中点. 求证:

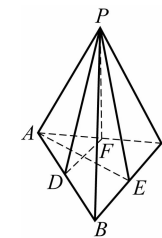
- (1) $BE \parallel$ 平面 ACF ;
 (2) $BH \parallel$ 平面 ACF .



第五节 空间的垂直关系

一、选择题

- 如果一条直线垂直于一个平面内的下列各种情况, 能保证该直线与平面垂直的是 ()
 ①三角形的两边; ②梯形的两边; ③圆的两条直径; ④正六边形的两条边.
 A. ①③ B. ② C. ②④ D. ①②④
- 已知平面 α, β, γ , 则下列正确的是 ()
 A. $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\beta \parallel \gamma$ B. $\alpha \parallel \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$
 C. $\alpha \cap \beta = a, \beta \cap \gamma = b$, 则 $a \perp b$ D. $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = a, a \perp b$, 则 $b \perp \alpha$
- 经过平面 α 外一点和 α 内一点与平面 α 垂直的平面有 ()
 A. 0 个 B. 1 个 C. 无数个 D. 1 个或无数个
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 过 A, C, D 的平面与过 D, B_1, B 的平面的位置关系是 ()
 A. 相交但不垂直 B. 相交成 60° 角 C. 互相垂直 D. 互相平行
- 已知直线 $l \perp$ 平面 α . ①若直线 $m \perp l$, 则 $m \parallel \alpha$; ②若 $m \perp \alpha$, 则 $m \parallel l$; ③若 $m \parallel \alpha$, 则 $m \perp l$; ④若 $m \parallel l$, 则 $m \perp \alpha$. 上述判断正确的是 ()
 A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ②④
- 如图, 在正四面体 $PABC$ 中, D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点, 下列四个结论中不成立的是 ()
 A. $BC \parallel$ 平面 PDF
 B. $DF \perp$ 平面 PAE
 C. 平面 $PDF \perp$ 平面 ABC
 D. 平面 $PAE \perp$ 平面 ABC
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 AB_1 与平面 $ABCD$ 所成角为 ()
 A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°
- 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 ()
 A. 若 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$ B. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$, 则 $m \parallel \alpha$ D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ 且 $m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
- 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 D_1-AB-D 的大小为 ()
 A. 30° B. 60° C. 45° D. 90°
- 空间四边形 $ABCD$ 中, 若 $AD \perp BC, BD \perp AD$, 那么有 ()
 A. 平面 $ABC \perp$ 平面 ADC B. 平面 $ABC \perp$ 平面 ADB



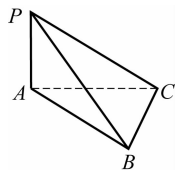
C. 平面 $ABC \perp$ 平面 DBC

D. 平面 $ADC \perp$ 平面 DBC

二、填空题

11. m, n 是空间两条相交直线, l_1, l_2 是与 m, n 都垂直的两条直线, 直线 l 与 l_1, l_2 都相交, 则直线 l 与 l_1, l_2 所成的角的大小关系是_____.

12. 如图所示, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA \perp$ 平面 ABC , 此图形中有_____个直角三角形.



13. “直线与平面内无数条直线垂直”是“直线与平面 α 垂直”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”)

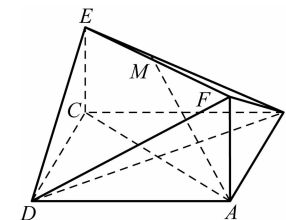
14. 已知等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的腰长为 2, 现将 $\triangle ABC$ 沿底边 BC 上的中线 AD 折成一个直二面角, 则此时 $\angle BAC$ 的大小为_____.

15. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 找一个平面与平面 DA_1C_1 垂直, 则该平面是_____ (写出满足条件的一个平面即可).

三、解答题

16. 求正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 AC_1 所成角的正弦值.

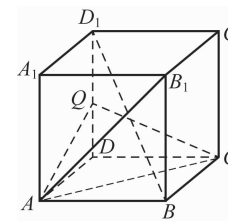
17. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在的平面互相垂直, $AB = \sqrt{2}$, $AF = 1$, M 是线段 EF 的中点. 求证: $AM \perp$ 平面 BDF .



18. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, Q 是 DD_1 的中点. 求证:

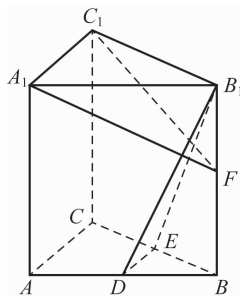
(1) $BD_1 \parallel$ 平面 QAC ;

(2) $BD_1 \perp AB_1$.

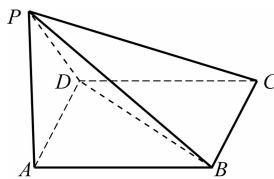


19. 如图所示,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D,E 分别为 AB,BC 的中点,点 F 在侧棱 B_1B 上,且 $B_1D \perp A_1F, A_1C_1 \perp A_1B_1$. 求证:

- (1) 直线 $DE \parallel$ 平面 A_1C_1F ;
 (2) 平面 $B_1DE \perp$ 平面 A_1C_1F .



20. 如图所示,四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 $2a$ 的菱形, $\angle BAD=60^\circ$,侧棱 $PA \perp$ 平面 $ABCD$ 且 $PA=\sqrt{3}a$,求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



第十章 概率与统计初步

第一、二节 计数原理和排列与组合

一、选择题

- 书架上层放有 5 本不同的语文书,下层放有 4 本不同的数学书,现从书架上任取 1 本书,不同的取法种数为 ()
 A. 4 B. 5 C. 9 D. 20
- 某乒乓球队有男运动员 5 人,女运动员 6 人,从中选派 2 人参加男女混双比赛,则不同的选法种数为 ()
 A. 11 B. 30 C. 5^6 D. 6^5
- 用 1,2,3,4,5 这五个数字组成没有重复数字的三位数,其中奇数的个数为 ()
 A. 36 B. 30 C. 40 D. 60
- 已知 $A_n^2=72$,则 n 等于 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 六名同学排成一排,其中甲、乙两人必须在一起的不同排法种数为 ()
 A. 720 B. 360 C. 240 D. 120
- 4 名学生和 3 名教师站成一排照相,任何 2 名教师不相邻的排法数为 ()
 A. $A_4^4 C_3^3$ B. $A_4^4 A_3^3$ C. $A_4^4 A_5^3$ D. $A_4^4 C_5^3$
- $C_{10}^0 + C_{99}^{98} =$ ()
 A. 98 B. 99 C. 100 D. 101
- 100 件产品中有正品 95 件,次品 5 件,从中任取 3 件,其中至少有 1 件次品的选法种数为 ()
 A. $C_5^3 C_{95}^0$ B. $C_5^2 C_{95}^1$ C. $C_5^3 C_{95}^0$ D. $C_{100}^3 - C_{95}^3$
- 5 个人排成一排,如果甲必须站在排头或排尾,而乙不能站在排头或排尾,那么不同的站法种数为 ()
 A. 18 B. 36 C. 48 D. 60
- 4 名男生 3 名女生排成一排,若 3 名女生中有 2 名站在一起,但 3 名女生不能全排在一起,则不同的排法种数为 ()
 A. 3 600 B. 3 200 C. 3 080 D. 2 880

二、填空题

11. 现有 4 件一等品、3 件二等品、2 件三等品,要从中抽取 4 件产品来检查,有 2 件一等品的选法有_____种.
12. 从 6 双不同颜色的手套中任取 4 只,其中恰好有 2 只同色的取法有_____种.
13. 一条铁路原有 m 个车站,为了适应客运需要,新增加 n 个车站($n > 1$),则客运车票增加了 58 种(从甲站到乙站与乙站到甲站需要两种不同的车票),那么原有的车站有_____个.

三、解答题

14. 有 3 名男生、4 名女生,全体排成一行,问下列情形各有多少种不同的排法?
- (1)甲不在中间也不在两端;
- (2)男、女生分别排在一起;
- (3)男女相间.

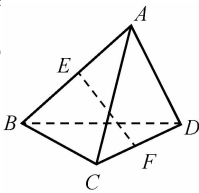

15. 组委会要从小张、小赵、小李、小罗、小王 5 名志愿者中选派 4 人分别从事翻译、导游、礼仪、司机四项不同工作,若其中小张和小赵只能从事前两项工作,其余 3 人均能从事这四项工作,则不同的选派方案共有多少种?

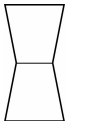
16. 将四个不同的小球放入编号为 1,2,3,4 的四个盒子中,则恰有一个空盒的放法有多少种?

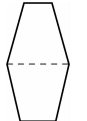
17. 从 2,3,4,7,9 这五个数字中任取 3 个,组成没有重复数字的三位数,则:
- (1)这样的三位数一共有多少个?
- (2)所有这些三位数的个位上的数字之和是多少?
- (3)所有这些三位数的和是多少?


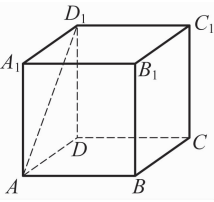
第九章测试卷

一、选择题(本大题共 20 小题,每小题 3 分,共 60 分)

1. 若 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的两边分别平行, $\angle A=50^\circ$, 则 $\angle B=$ ()
 A. 40° B. 50° C. 40° 或 140° D. 50° 或 130°
 2. 分别和两条异面直线都相交的两条直线一定是 ()
 A. 异面直线 B. 相交直线 C. 不相交直线 D. 不平行直线
 3. 如图所示,四面体 $ABCD$ 中, $AD=BC=2$, E, F 分别是 AB, CD 的中点, $EF=\sqrt{3}$, 则异面直线 AD, BC 所成的角为 ()
 A. 30° B. 60°
 C. 90° D. 120°
- 
4. 如图,将两个形状和大小都相同的杯子叠放在一起,则该实物图的主视图为 ()
- 
A

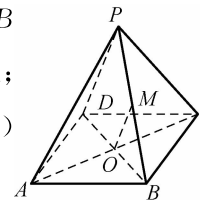

B


C


D
- 实物
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3, BC=4, \angle ABC=90^\circ$, 若将 $\triangle ABC$ 绕直线 BC 旋转一周, 则所形成的几何体的体积是 ()
 A. 12π B. 16π C. 36π D. 48π
 6. 一个表面积为 36π 的球内切于一圆柱, 则圆柱的表面积为 ()
 A. 45π B. 27π C. 36π D. 54π
 7. 若 a, b 是异面直线, 且 $a \parallel$ 平面 α , 则 b 与平面 α 的位置关系是 ()
 A. $b \parallel \alpha$ B. b 与 α 相交
 C. $b \subset \alpha$ D. 以上三种情况都有可能
 8. 直线 a, b 是平面 α 外的两条直线, 且 $a \parallel \alpha$. 条件甲: $a \parallel b$, 条件乙: $b \parallel \alpha$, 则甲是乙的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
 9. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与 AD_1 成 60° 角的面对角线条数为 ()
 A. 10 B. 8
 C. 6 D. 4
- 
10. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 异面直线 A_1B 与 B_1C 所成的角是 ()
 A. 30° B. 45°
 C. 60° D. 90°

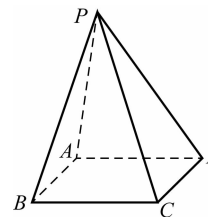
11. 在下列关于直线 m, l 和平面 α, β 的命题中, 真命题是 ()
 A. 若 $l \subset \beta$, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$ B. 若 $l \perp \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \alpha$
 C. 若 $l \perp \beta$, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \parallel \alpha$ D. 若 $\alpha \cap \beta = m$, 且 $l \parallel m$, 则 $l \parallel \alpha$

12. 如图所示, P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, 矩形对角线交点为 O, M 为 PB 的中点, 给出五个结论: ① $OM \parallel PD$; ② $OM \parallel$ 平面 PCD ; ③ $OM \parallel$ 平面 PDA ; ④ $OM \parallel$ 平面 PBA ; ⑤ $OM \parallel$ 平面 PBC . 其中正确的个数是 ()

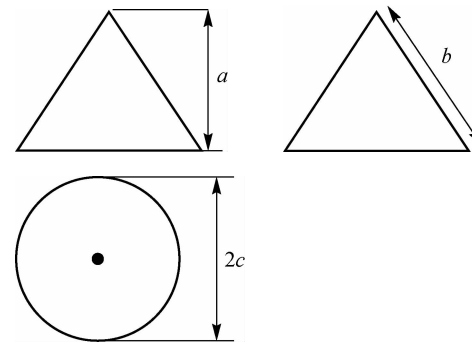


13. 若一个球的表面积为 12π , 则该球的半径为 ()
 A. 2 B. $\sqrt{3}$
 C. $2\sqrt{3}$ D. 3

14. 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA = \sqrt{2}AB$, 则直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为 ()



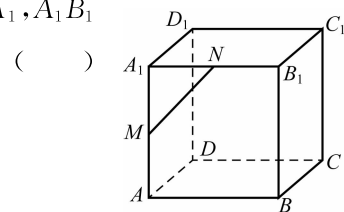
15. 如图是某几何体的三视图及相关数据, 则判断正确的是 ()



16. 若一球的半径为 2, 则该球的体积为 ()
 A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi}{3}$
 C. $\frac{16\pi}{3}$ D. $\frac{32\pi}{3}$

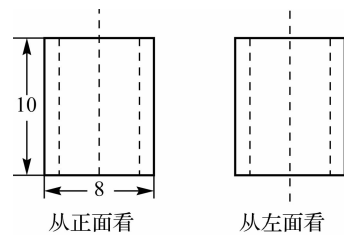
17. 如图所示,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,点 M, N 分别为 AA_1, A_1B_1 的中点,则直线 MN 与直线 CC_1 所成的角等于 ()

- A. 30°
B. 45°
C. 60°
D. 90°



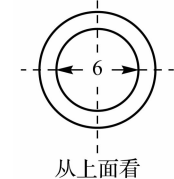
18. 如图是某几何体的三视图,根据图中数据,求得该几何体的体积为 ()

- A. 70π B. 160π
C. 10π D. 90π



19. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1,则三棱锥 $A_1 - BCD$ 的体积为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

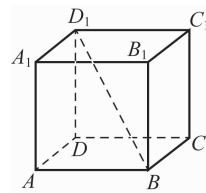


20. 已知直线 l, m 和平面 α , 直线 l 在平面 α 内, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $m \parallel \alpha$, 则 $m \parallel l$ B. 若 $m \perp l$, 则 $m \perp \alpha$
C. 若 $m \parallel l$, 则 $m \parallel \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha$, 则 $m \perp l$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

21. 如图所示的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,直线 BD_1 与平面 AA_1D_1D 所成角的正切值为_____.



22. 若轴截面是正方形的圆柱的侧面积为 4π , 则圆柱的体积等于_____.

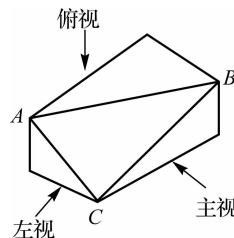
23. 已知正三棱柱的底面边长为 6, 侧棱长为 5, 则此三棱柱的体积为_____.

24. 在 30° 的二面角的一个半平面内有一点, 它到另一个半平面的距离是 8, 则这点到棱的距离等于_____.

25. 已知圆锥的侧面积为 80π , 底面半径为 8, 则它的体积为_____.

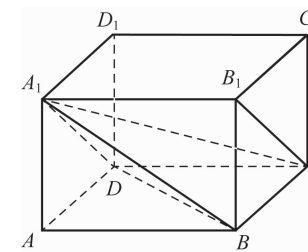
三、解答题(本大题共 5 小题,共 40 分)

26. (7 分) 画出右图所示几何体的三视图.



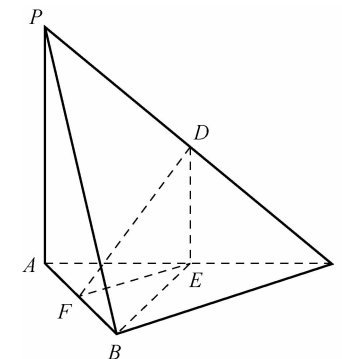
27. (8 分) 如图所示,长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 4, AA_1 = 3$.

- (1) 求证: $B_1C \parallel$ 平面 A_1BD ;
(2) 求三棱锥 $A_1 - BCD$ 的体积.



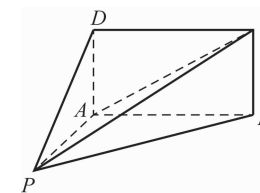
28. (8 分) (2022 · 青岛模考) 如图, 在三棱锥 $P - ABC$ 中, D, E, F 分别是棱 PC, AC, AB 的中点. 已知 $PA \perp AC, PA = 6, BC = 8, DF = 5$, 求证:

- (1) 直线 $PA \parallel$ 平面 DEF ;
(2) 平面 $BDE \perp$ 平面 ABC .



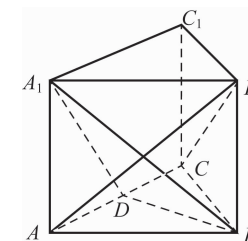
29. (8 分) 如图所示, 四棱锥 $P - ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为矩形, 且 $PA = AD = 1, AB = 2, \angle PAB = 120^\circ, \angle PBC = 90^\circ$.

- (1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 PAB ;
(2) 求三棱锥 $D - PAC$ 的体积.



30. (9 分) 如图所示, 正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 底面边长是 2, 侧棱长是 $\sqrt{3}$, D 是 AC 的中点.

- (1) 求证: $B_1C \parallel$ 平面 A_1BD ;
(2) 求二面角 $A_1 - BD - A$ 的大小;
(3) 求直线 AB_1 与平面 A_1BD 所成角的正弦值.



第十章测试卷

一、选择题(本大题共 20 小题,每小题 3 分,共 60 分)

1. 某校期末考试后,为了分析该校高一年级 1 000 名学生的学习成绩,从中随机抽取了 100 名学生的成绩单,就这个问题来说,下面说法正确的是 ()
 A. 1 000 名学生是总体
 B. 每个学生是个体
 C. 100 名学生的成绩是一个个体
 D. 样本的容量是 100
2. 下列说法正确的是 ()
 A. 概率是随机的,在试验前不能确定
 B. 在标准大气压下,水加热到 90°C 时会沸腾是必然事件
 C. 频率是客观存在的,与试验次数无关
 D. 随着试验次数的增加,频率一般会越来越接近概率
3. 某校共有学生 1 200 名,其中男生 700 名,女生 500 名. 为了解该校学生的安全意识情况,采用分层抽样方法,从全校学生中抽取 60 名进行调查,则应抽取的女生人数为 ()
 A. 15
 B. 20
 C. 25
 D. 30
4. 某团支部 30 名团员在某月内阅读中国古典名著的时间(单位:h)统计如表所列:

阅读时间	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)
人 数	2	8	9	8	3

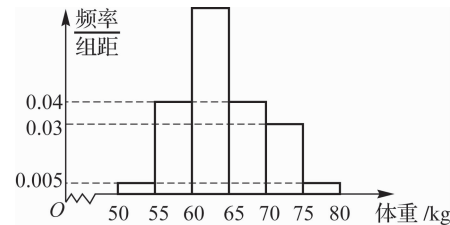
- 现从这 30 名团员中随机抽取 1 名,则抽到的团员是在该月内阅读时间不少于 25 h 的概率为 ()
 A. $\frac{1}{3}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{10}$
 D. $\frac{14}{15}$
5. 某校举办一项职业技能大赛,在面试环节,选手甲从 A,B,C,D 四道题中随机抽出两道试题作为面试题,则 A,B 同时被抽到的概率为 ()
 A. $\frac{1}{2}$
 B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{4}$
 D. $\frac{1}{6}$
 6. 在一次射击测试中,甲、乙两名运动员各射击五次,命中的环数分别为
 甲:5,10,6,9,10;
 乙:7,8,8,9,8.
 记 $\bar{x}_甲, \bar{x}_乙$ 分别为甲、乙命中环数的平均数, $s_甲, s_乙$ 分别为甲、乙命中环数的标准差,则下列结论正确的是 ()
 A. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$
 B. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$
 C. $s_甲 > s_乙$
 D. $s_甲 < s_乙$
 7. 袋中共有 6 个除了颜色外完全相同的球,其中有 2 个黄球和 4 个白球,从袋中任取一球,该球为黄球的概率是 ()
 A. $\frac{1}{6}$
 B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{2}$
 D. $\frac{2}{3}$

8. 某中学共有高中学生 3 300 人,其中高一 1 200 人,高二 1 100 人,高三 1 000 人,为了解该校高中学生观看《中国诗词大会》电视节目的情况,采用分层抽样的方法从中抽取 330 人进行调查,则应抽取的高三学生人数为 ()
 A. 100
 B. 110
 C. 120
 D. 130
9. 古代“五行”学说认为:“物质分金、木、水、火、土五种属性,金克木,木克土,土克水,水克火,火克金.”从五种不同属性的物质中随机抽取两种,则抽取的两种物质不相克的概率为 ()
 A. $\frac{3}{10}$
 B. $\frac{2}{5}$
 C. $\frac{1}{2}$
 D. $\frac{3}{5}$
10. 某单位有职工 52 人,现将所有职工随机编号,用系统抽样的方法抽取一个容量为 4 的样本,已知 6 号、32 号、45 号职工在样本中,则样本中另外一个职工的编号是 ()
 A. 19
 B. 20
 C. 18
 D. 21
11. 用 4,5,6,7,8 这五个数字组成没有重复数字的三位数,其中偶数的个数为 ()
 A. 36
 B. 30
 C. 40
 D. 60
12. 已知 $A_n^2 = 56$,则 n 等于 ()
 A. 5
 B. 6
 C. 7
 D. 8
13. 从 4 台好冰箱和 5 台坏冰箱中任意取出 3 台,其中至少要有好冰箱与坏冰箱各 1 台,则不同的取法数为 ()
 A. 140
 B. 84
 C. 70
 D. 35
14. 设某班有男生 30 人、女生 24 人,现要从中选出男、女各 1 名代表班级参加比赛,则不同的选法数为 ()
 A. 360
 B. 480
 C. 720
 D. 240
15. 7 人站成一排照相,甲站在正中间,乙、丙与甲相邻且站在甲的两边的排法数为 ()
 A. 24
 B. 48
 C. 120
 D. 240
16. 一个三位数字的密码锁,每位上的数字都可在 0 到 9 这十个数字中任选,某人忘记了密码的最后一个数字,那么此人开锁时,在对好前两位数字后,随意拨动最后一个数字恰好能开锁的概率为 ()
 A. $\frac{1}{10^3}$
 B. $\frac{1}{10^2}$
 C. $\frac{1}{10}$
 D. C_{10}^1
17. $(x - \frac{2}{x})^n$ 的展开式中,第 3 项的二项式系数比第 2 项的二项式系数大 9,则该展开式中的常数项为 ()
 A. -160
 B. -80
 C. 80
 D. 160
18. 若连续两次抛掷骰子得到的点数分别为 m, n ,则 $m+n=6$ 的概率为 ()
 A. $\frac{1}{9}$
 B. $\frac{5}{36}$
 C. $\frac{1}{6}$
 D. $\frac{7}{36}$
19. $(x - \frac{2}{x})^7$ 展开式中各项系数之和为 ()
 A. 1
 B. 2^7
 C. -1
 D. -2^7

20. $(x + \frac{1}{x^2})^6$ 展开式中的常数项为 ()
- A. 15 B. 20 C. 30 D. 40

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

21. 3 名医生和 6 名护士被分配到三所学校为学生体检,每校分配 1 名医生和 2 名护士,不同的分配方法共有 _____ 种.
22. $(a+b)^{n+1}$ 的展开式中,奇数项的二项式系数之和为 _____.
23. 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七个数中任取两个数相乘,使所得的积为偶数,这样的偶数共有 _____ 个.
24. 袋中共有 15 个除颜色外完全相同的球,其中有 10 个白球、5 个红球,从袋中任取 2 个球,所取的 2 个球中恰有 1 个白球、1 个红球的概率为 _____.
25. 某工厂对 200 名员工的体重情况进行了统计,其频率分布直方图如图所示,则体重在 $[60, 65)$ (单位:kg) 内的人数为 _____.



三、解答题(本大题共 5 小题,共 40 分)

26. (7 分)6 个人按下列要求站成一排,分别有多少种不同的站法?
- (1)6 人中的甲、乙站两端;
- (2)甲不站在左端,也不站在右端;
- (3)甲不站在左端,乙不站在右端.
27. (8 分)用 0, 1, 2, 3, 4, 5 可以组成多少个无重复数字的比 2 000 大的四位偶数?

28. (8 分)划艇运动员甲、乙二人在相同的条件下进行了 6 次测试,测得他们的最大速度(单位:m/s)的数据如下:
- 甲: 27, 38, 30, 37, 35, 31;
- 乙: 33, 29, 38, 34, 28, 36.
- 根据以上数据,试判断他们谁更优秀?

29. (8 分)一个盒子中有 10 个灯泡,其中 3 个次品,7 个正品,从中任意摸出 3 个,试求下列事件的概率:
- (1)取到的 3 个都是正品;
- (2)取到 2 个正品和 1 个次品;
- (3)取到的 3 个至少有 2 个次品;
- (4)取到的 3 个至多有 1 个次品.

30. (9 分)某市举行高一年级数学统一考试,为了解学生的考试成绩,随机抽取 1 000 名学生的成绩作为样本(满分 100 分),按 $(50, 60]$, $(60, 70]$, $(70, 80]$, $(80, 90]$, $(90, 100]$ 分成五组,并制成频率分布直方图如图所示.
- (1)求这 1 000 名学生中成绩高于 80 分的人数;
- (2)求样本的平均数(同一组数据用该组区间的中点值作为代表).

