# 第1章 充要条件

## 知识脉络

- 充要条件
  - 充分条件和必要条件
  - 充要条件

# 1.1 充分条件和必要条件

## 学习目标

1. 了解充分条件、必要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.

## 知识梳理

1. 命题

(1)定义：能够判断真假的陈述句叫作命题，经常用小写的英文字母 $p,q,r,s$，来表示命题.

(2)按命题的正确与否，可分为__________和__________.

2. 充分条件与必要条件

(1)如果能由 $p$ 成立推出 $q$ 成立，则说条件 $p$ 是结论 $q$ 的充分条件，记作__________.

(2)如果能由 $q$ 成立推出 $p$ 成立，则说条件 $p$ 是结论 $q$ 的必要条件，记作____________.

（答案在本节末尾）

## 典型例题

**例**　分别判断下列各组中，$p$ 是否为 $q$ 的充分条件或必要条件，并说明理由.

(1) $p: x^2=2x$，$q: x=0$；

(2) $p: \theta=\pi$，$q: \tan\theta=0$；

(3) $p: a$ 是整数，$q: a$ 是自然数.

**解**　(1)由于 $q: x=0 \Rightarrow p: x^2=2x$，$p: x^2=2x \not\Rightarrow q: x=0$，

所以 $p$ 是 $q$ 的必要条件.

(2)由于 $p: \theta=\pi \Rightarrow q: \tan\theta=0$，$q: \tan\theta=0 \not\Rightarrow p: \theta=\pi$，

所以 $p$ 是 $q$ 的充分条件.

(3)由于 $p: a$ 是整数 $\not\Rightarrow q: a$ 是自然数，

$q: a$ 是自然数 $\Rightarrow$ $p: a$ 是整数，

所以 $p$ 是 $q$ 的必要条件.

**点拨**　根据充分条件和必要条件的定义判断即可.

## 巩固练习

### 基础巩固

**一、选择题**

1. 已知 $p: a\neq 0$，$q: ab\neq 0$，则 $p$ 是 $q$ 的　（　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

2. 若 $p$ 是 $q$ 的充分条件，则 $q$ 是 $p$ 的　（　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

3. “$a>0$”是“$a>1$”的　（　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既是充分条件又是必要条件　　D. 既不是充分条件也不是必要条件

4. “$x=y$”是“$x^2=y^2$”的　（　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既是充分条件又是必要条件　　D. 既不是充分条件也不是必要条件

## 二、填空题

5. 用“⇒”“⇐”填空.

(1) $x\in A$ __________ $x\in A\cup B$；

(2) 两个三角形全等 __________两个三角形相似；

(3) $ab=0$ __________ $a=0$.

6. 用“充分”“必要”填空.

(1) “$x\in \mathbf{Z}$”是 “$x\in \mathbf{N}$”的 __________条件；

(2) “$x$ 是 4 的倍数”是 “$x$ 是 2 的倍数”的 __________ 条件.

## 三、解答题

7. 判断下列语句是否为命题. 若是，是真命题还是假命题？

(1)0 是自然数吗？　(2) $10^{100}$ 可真大！　(3) $x>2$；

(4)$5>2$；　(5)若 $a=0$，则 $ab=0$；　(6)如果 $x^2=1$，那么 $x=1$.

8. 已知命题 $p$：$\alpha=\beta$；命题 $q$：$\tan\alpha=\tan\beta$，问 $p$ 是 $q$ 的什么条件？

## 能 力 提 升

1. 已知 $p$：$x^2-x<0$，那么命题 $p$ 的一个充分条件是 (　　)

A. $0<x<2$　B. $-1<x<1$

C. $\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$　D. $\frac{1}{2}<x<2$

2. “$\lg x>\lg y$”是“$\sqrt{x}>\sqrt{y}$”的__________条件.(填“充分、必要”)

**知识梳理答案**

1.(2)真命题　假命题　2.(1)$p\Rightarrow q$　(2)$p\Leftarrow q$

# 1.2 充要条件

## 学习目标

1. 了解充要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.

## 知识梳理

充要条件：如果 $p$ ____________ $q$ 并且 $p$ ____________ $q$，那么 $p$ 是 $q$ 的充分且必要条件，简称充要条件，记作____________.

(答案在本节末尾)

## 典型例题

**例** 指出下列各组中的条件 $p$ 是结论 $q$ 的什么条件：

(1) $p$：$x=3$，$q$：$(x-1)(x-3)=0$；

(2) $p$：$x>1$，$q$：$x>3$；

(3) $p$：$x=y$，$q$：$(x-y)^2=0$.

**解** (1)由条件 $x=3$ 成立能够推出结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立，因此 $p$ 是 $q$ 的充分条件；而由结论 $(x-1)(x-3)=0$ 成立不能够推出条件 $x=3$ 一定成立，因为当 $x=1$ 时，$(x-1)(x-3)=0$ 也成立，所以 $p$ 不是 $q$ 的必要条件.

(2)由条件 $x>1$ 成立不能推出结论 $x>3$ 成立，如 $x=2$ 时，$2>1$ 但 $2<3$，因此 $p$ 不是 $q$ 的充分条件；而由结论 $x>3$ 成立能够推出条件 $x>1$ 成立，所以 $p$ 是 $q$ 的必要条件.

(3)由条件 $x=y$ 成立能够推出结论 $(x-y)^2=0$ 成立，而由结论 $(x-y)^2=0$ 成立也能够推出条件 $x=y$ 成立，因此 $p$ 是 $q$ 的充要条件.

**点拨** 在判断条件时，结合子集与推出关系来判断，可以少出错或不出错，尤其对于方程或不等式方面的题目.

## 巩固练习

### 基础巩固

**一、选择题**

1. “$x=0$”是“$x^2=0$”的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “$x\in \mathbf{R}$”是“$x\in \mathbf{Q}$”的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. “$a>b>0$”是“$|a|>|b|$”的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 下列命题中是“$x^2=4$”的充要条件的是 ( )

A. $x=2$　　B. $x=-2$

C. $x=2$ 或 $x=-2$　　D. $x=2$ 且 $x=-2$

**二、填空题**

5. 用“$\Rightarrow$”“$\Leftarrow$”或“$\Leftrightarrow$”填空，并判断下列各组命题中，条件 $p$ 是结论 $q$ 的什么条件.

(1) $p:x=y$，$q:|x|=|y|$；$p$ __________ $q$，$p$ 是 $q$ 的__________条件；

(2) $p:x<2$，$q:x<0$；$p$ __________ $q$，$p$ 是 $q$ 的__________条件；

(3) $p:x>3$，$q:x>5$；$p$ __________ $q$，$p$ 是 $q$ 的__________条件；

(4) $p:3x>6$，$q:x>2$；$p$ __________ $q$，$p$ 是 $q$ 的__________条件；

(5) $p:x-2=0$，$q:(x-2)(x+5)=0$；$p$ __________ $q$，$p$ 是 $q$ 的__________条件.

6. “$x^2-2x>0$”的充要条件是__________.

**三、解答题**

7. 命题 $p:x>0,y<0$，命题 $q:x>y,\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{y}$，则 $p$ 是 $q$ 的什么条件？

8. $p$ 是 $q$ 的充分条件，$p$ 是 $s$ 的充要条件，那么 $s$ 是 $q$ 的什么条件？

### 能 力 提 升

1. 用适当的命题填空.

(1)$ab=0\Leftrightarrow$__________；

(2)$a^2=b^2\Leftrightarrow$__________；

(3)$(x-2)(x+3)=0\Leftrightarrow$__________.

2. 已知命题 $p$：$\frac{2x}{x-1}<1$；命题 $q$：$(x+a)(x-1)<0$，若 $p$ 是 $q$ 的充要条件，求 $a$ 的值.

**知识梳理答案**

$\Rightarrow$　$\Leftarrow$　$p\Leftrightarrow q$

## 第 1 章测试题

**一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分)**

1. "$x=2$"是"$x^2=4$"的　　(　　)

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. "$x<-1$ 或 $x>2$"是"$(x-2)(x+1)>0$"的　　(　　)

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 $p$：$|3x-5|<4$，$q$：$(x-1)(x-2)<0$，则 $p$ 是 $q$ 的　　(　　)

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 若 $a$ 与 $b$ 均为实数，则“$|a|=|b|$”是“$a=b$”的 （　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 设 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则“$a<b$”是“$ac^2<bc^2$”的 （　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. “$x>2$”是“$x>1$”的 （　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 在$\triangle ABC$中，“$\sin A=\frac{1}{2}$”是“$A=30°$” 的 （　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 使 $x>1$ 成立的一个必要条件是 （　　）

A. $x>0$　　B. $x>3$

C. $x>2$　　D. $x<2$

9. 两条直线 $mx+y-n=0$ 与 $x+my+1=0$ 平行的充要条件是 （　　）

A. $m=1$ 且 $n\neq1$　　B. $m=-1$ 且 $n\neq1$

C. $m=\pm1$　　D. $\begin{cases}m=1,\\n\neq-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=-1,\\n\neq1\end{cases}$

10. 已知 $p,q,r$ 是三个命题，若 $p$ 是 $r$ 的充要条件且 $q$ 是 $r$ 的必要条件，那么 $q$ 是 $p$ 的 （　　）

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

**二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)**

11. “$x\in A\cap B$”是“$x\in A\cup B$”的__________条件.

12. “$x<2$”是“$x^2-x-2<0$”的__________条件.

13. 已知 $m,n\in\mathbf{R}$，则“$m\neq0$ 且 $n\neq0$”是“$mn\neq0$”的__________条件.

14. “$x>y$”是“$\lg x>\lg y$”的__________条件.

15. 满足 $\tan\alpha=1$ 的一个充分条件是 $\alpha=$__________(填一个角即可).

16. 若“$x>1$”是“$x>a$”的充分条件，则 $a$ 的取值范围是__________.

**三、解答题(本大题共 4 小题，每小题 9 分，共 36 分)**

17. 判断下列问题中，$p$ 是 $q$ 的什么条件？

(1) $p:x^2\geqslant y^2$，$q:x\geqslant y$.

(2)$p$:$x\in A\cup B$,$q$:$x\in A\cap B$.

(3)$p$:$x>3$,$q$:$x>2$.

(4)$p$:$a$ 是有理数,$q$:$a+2$ 是有理数.

18. 设 $x\in \mathbf{R}$,则“$x^3\geqslant 8$”是“$x^2\geqslant 4$”的什么条件?

19. 求 $x^2-5x-6\leqslant 0$ 的充要条件.

20. 已知 $p$:$-2\leqslant x\leqslant 10$,$q$:$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$,若 $p$ 是 $q$ 的充分条件,求实数 $m$ 的取值范围.

# 第2章 平面向量

## 知识脉络

- 平面向量
  - 向量的概念
  - 向量的线性运算
    - 向量的加法运算
    - 向量的减法运算
    - 向量的数乘运算
  - 向量的内积
  - 向量的坐标表示
    - 向量的坐标表示
    - 向量线性运算的坐标表示
    - 向量内积的坐标表示

# 2.1 向量的概念

## 学习目标

1. 了解平面向量、有向线段及有关概念.
2. 了解单位向量、零向量、相等向量、相反向量和共线向量的含义.

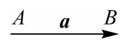
## 知识梳理

1. 数量与向量:只有__________,没有__________的量叫作数量;既有__________,又有__________的量叫作向量.

2. 有向线段:带有__________(通常用箭头来表示方向)的线段叫作有向线段.

3. 表示向量的图形：平面上带有________（有向线段）叫作平面向量，线段的________就是平面向量的方向，线段的________表示平面向量的大小. 有向线段的起点叫作平面向量的起点，有向线段的终点叫作平面向量的终点.

4. 表示向量的符号：以点 $A$ 为起点，点 $B$ 为终点的向量记作________. 也可以使用小写黑体英文字母 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\cdots$表示向量，手写时应在字母上面加箭头，如$\vec{a}$.




5. 向量的模：向量的________叫作向量的模，向量 $\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}$的模依次记为$|\boldsymbol{a}|$，$|\overrightarrow{AB}|$.

6. 零向量与单位向量：模为________ 的向量叫作零向量，记作________，零向量的方向是不确定的；模为________的向量叫作单位向量.

7. 平行向量：方向________或________的两个非零向量叫作平行向量或共线向量，规定零向量与任何一个向量平行. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 平行记作________.

8. 相等向量：方向________，且模________的两个向量叫作相等向量. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 相等记作________.

9. 负向量：与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 的模________，且方向________的向量叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 的负向量，记作________，规定零向量的负向量为零向量.

**（答案在本节末尾）**

## 典型例题

**例 1** 下列四个命题中，真命题的个数是（　　）.

(1)零向量没有方向；　　　　(2)单位向量的模一定相等；

(3)若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$；　　　　(4)若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

A. 1 个　　　B. 2 个　　　C. 3 个　　　D. 4 个

**解析** 零向量模长为 0，方向不确定，所以(1)为假命题；单位向量的模都等于 1，所以(2)为真命题；对于(3)，只要 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$，就不一定能得到 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$，所以(3)为假命题；两个相等向量的方向一定相同，所以(4)为真命题. 所以正确答案选 B.

**点拨** 本题考查向量的概念及单位向量、零向量、向量的模（长度）等知识点. 解决此类问题的关键是弄清向量的有关概念.

**例 2** 李丽从家 $A$ 出发向正东行 3 km 到 $B$，再向北偏东 45°行 3 km 到 $C$，然后向西偏北 30°行 3 km 到达学校 $D$.

(1)请用有向线段表示李丽所走过的路程及位移.

(2)$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$和$\overrightarrow{CD}$相等吗？为什么？

**解** (1)$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{AD}$.

(2)不相等，方向不同.

**点拨**　注意概念的理解.

## 巩固练习

### 基础巩固

**一、选择题**

1. 下列选项中不是向量的是　　(　　)

A. 加速度　　B. 力　　C. 面积　　D. 位移

2. 下列各量中是向量的是　　(　　)

A. 温度　　B. 时间　　C. 体积　　D. 速度

3. 下列说法错误的是　　(　　)

A. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 零向量与任意向量都共线

C. 两个共线向量一定平行

D. 相等向量一定共线

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中,与$\overrightarrow{CD}$不共线的是　　(　　)

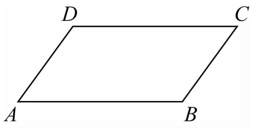
A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$　　C. $\overrightarrow{DC}$　　D. $\overrightarrow{AD}$

**二、填空题**

5. 若在四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,则四边形 $ABCD$ 是__________.

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中,相等的向量有__________组.

**三、解答题**



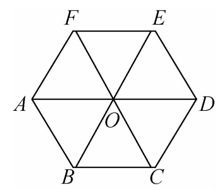

7. 在如图所示的平行四边形 $ABCD$ 中,

(1)写出与$\overrightarrow{AB}$相等的向量;

(2)写出与$\overrightarrow{AB}$相反的向量;

(3)写出与$\overrightarrow{AB}$共线的向量.

8. 如图，多边形 $ABCDEF$ 是边长为 1 的正六边形，其中心为 $O$.




(1)请写出与$\overrightarrow{AO}$相等的向量；

(2)请写出$\overrightarrow{AO}$的负向量；

(3)请写出与$\overrightarrow{AO}$共线的向量.

## 能 力 提 升

1. 下列命题中，正确的是 （　　）

A. 若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充要条件是$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$　　D. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

2. 一个动点从点 $A$ 移动到点 $B$，又由点 $B$ 移动到点 $C$，则动点的总位移是 （　　）

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AB}$　　C. $\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{CA}$

3. 两列火车从同一站台沿相反方向开去，走了相同的路程，设两列火车的位移分别为 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，那么下列命题中错误的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为平行向量　　B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为模相等的向量

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为共线向量　　D. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为相等的向量

**知识梳理答案**

1. 大小　方向　大小　方向　2. 方向　3. 指向的线段　箭头指向　长度

4. $\overrightarrow{AB}$　5. 大小　6. 零　$\boldsymbol{0}$　1

7. 相同　相反　$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

8. 相同　相等　$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

9. 相等　相反　$-\boldsymbol{a}$

# 2.2 向量的线性运算

## 2.2.1 向量的加法运算

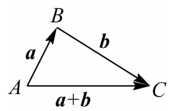
### 学习目标

理解向量的加法运算及其几何意义.

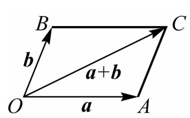
### 知识梳理

1. 向量的加法的定义:求两个__________的运算称为向量的加法. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的加法运算结果是__________,称为__________,记作__________.

2. 三角形法则:如下图所示,已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,在平面内任取一点 $A$,作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}$. 规定 $\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$.



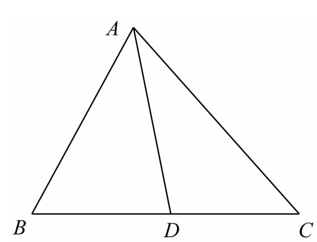

3. 平行四边形法则:如下图所示,已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,在平面内任取一点 $O$,作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,再以 $OA$,$OB$ 为邻边作平行四边形 $OACB$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OC}$. 平行四边形法则不适用于共线向量.




4. 向量的加法的运算规律:(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$__________;(2)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=$__________.

(答案在本节末尾)

### 典型例题




**例 1** 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,$D$ 是边 $BC$ 的中点.

求:(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$;

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$;

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.

**解** 根据向量加法的三角形法则得

(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$.

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\mathbf{0}$.

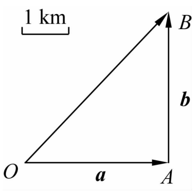
**点拨**　熟练应用向量加法法则是解题关键.

**例 2**　某人先向东走 3 km(用向量 $\boldsymbol{a}$ 表示),再向北走 3 km(用向量 $\boldsymbol{b}$ 表示),求 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

**解**　如图所示,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}=$“向东走 3 km”,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}=$“向北走 3 km”,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$(km).

又$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$的夹角是 45°,所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 表示“向东北方向走 $3\sqrt{2}$ km”.




**点拨**　注意向量是有方向的.

## 巩固练习

### 基础巩固

**一、选择题**

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=$　(　　)

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $2\overrightarrow{AC}$　　C. 0　　D. $\mathbf{0}$

2. 下列式子中,不正确的是　(　　)

A. $\boldsymbol{a}+\mathbf{0}=\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

C. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　　D. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}=$　(　　)

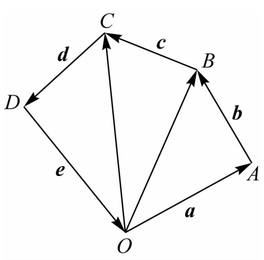
A. $\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{DA}$　　C. $\overrightarrow{AB}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

**二、填空题**

4. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=$____________.

5. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DO}=$____________.

6. 根据右图作答.




$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________;

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=$____________;

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$____________;

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=$____________;

$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e}=$____________.

**三、解答题**

7. 请画图说明：

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；　(2)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

8. 河水从西往东流，流速为 2 m/s，一艘船以 2 m/s 的速度垂直水流方向向北横渡，求船实际航行的方向和航速.

## 能 力 提 升

1. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$，则四边形 $ABCD$ 是　　（　　）

A. 矩形　　B. 菱形　　C. 正方形　　D. 平行四边形

2. 已知 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=5$，分别求出 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 的最大值和最小值.

**知识梳理答案**

1. 向量的和　向量　和向量　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

4. (1)$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$　(2)$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

# 2.2.2　向量的减法运算

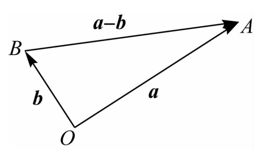
## 学习目标

理解向量的减法运算及其几何意义.

## 知识梳理

1. 向量的减法的定义：向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的__________的和，称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记作__________，即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$.

2. 向量减法的三角形法则：如下图所示，已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 $O$，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$__________.




（答案在本节末尾）

## 典型例题

**例 1**　已知平行四边形 $ABCD$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{BD}$.

**解**　$\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{AD}=-\boldsymbol{b}$，

$\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}=-\boldsymbol{a}$，

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$.

**点拨**　平面内任一向量 $\overrightarrow{BA}$ 等于它的终点相对于点 $O$ 的位置向量 $\overrightarrow{OA}$ 减去它的起点相对于点 $O$ 的位置向量 $\overrightarrow{OB}$.

**例 2**　计算 $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})$.

**解法 1**　$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}=\mathbf{0}$.

**解法 2**　$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

$=(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}$

$=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}=\mathbf{0}$.

**点拨** 可以利用向量减法的定义，将减法转化为加法进行运算，也可以利用运算律进行整理，将有公共起点的向量放在一起，应用减法的法则进行运算.

## 巩固练习

### 基础巩固

**一、选择题**

1. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=$ ( )

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$

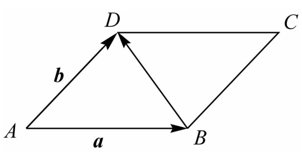
C. 0　　D. $\mathbf{0}$

2. 下列等式中错误的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=0$

3. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，与$\overrightarrow{BD}$相等的是 ( )




A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$　　D. $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

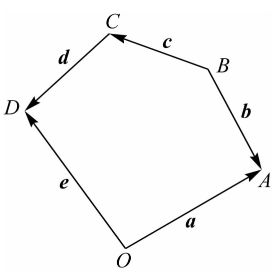
**二、填空题**

4. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}=$____________.

5. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}=$____________.

6. $(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON})+(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN})=$____________.

7. 在右图中画出下列向量运算结果，并填空.




$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$____________;

$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=$____________;

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}=$____________;

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=$____________;

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$____________;

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}-\boldsymbol{e}=$____________.

三、解答题

8. 在平行四边形 $ABCD$ 中，求：

(1)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$；

(2) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

## 能力提升

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DC}=$ （　　）

A. $\mathbf{0}$　　B. $\overrightarrow{AD}$　　C. $\overrightarrow{CD}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

2. 在△$ABC$ 中，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AB}=$ （　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $-(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

**知识梳理答案**

1. 负向量　$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　2. $\overrightarrow{BA}$

# 2.2.3　向量的数乘运算

## 学习目标

理解向量的数乘运算及其几何意义.

## 知识梳理

1. 向量的数乘运算的定义：数与向量的乘法运算称为向量的数乘运算. 实数 $\lambda$ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积仍是一个__________，记作__________，它的模为__________ =__________ .

2. 向量数乘的方向：当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向__________；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向__________.

3. 向量数乘的运算规律：(1)$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=$__________；(2)$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=$__________；$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$__________.

4. 平行向量基本定理：设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是非零向量，则 $\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{a}$ 的充要条件是，存在唯一一个实数 $\lambda$，使得__________.

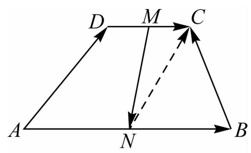
5. 线性组合：$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$ 称为向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的一个线性组合（其中 $\lambda,\mu$ 均为常数）.

6. 线性表示：若 $\boldsymbol{l}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$，则称 $\boldsymbol{l}$ 可以用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 线性表示.

7. 线性运算：向量的加法、减法、数乘运算统称为向量的线性运算.

（答案在本节末尾）

## 典型例题




**例 1** 如图所示，四边形 $ABCD$ 是一个梯形，$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，$|\overrightarrow{AB}|=2|\overrightarrow{CD}|$，$M,N$ 分别是$DC,AB$的中点，已知$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BC}$和$\overrightarrow{MN}$.

**解** 因为$|\overrightarrow{AB}|=2|\overrightarrow{CD}|$，所以$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$.

连接 $NC$，则$\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{AD}$.

在$\triangle BCN$ 中，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{NC}-\overrightarrow{NB}=\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$.

在$\triangle CMN$ 中，$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CN}=\frac{1}{4}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

**点拨** 本题用梯形作载体，考查了向量的线性运算，即向量的加法、减法和数乘运算. 解答此题的关键是要熟练掌握三角形法则和平行四边形法则.

**例 2** 化简下列各式.

(1) $2(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})-4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$；

(2) $-\frac{1}{3}[6(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})+3\boldsymbol{a}]-5\boldsymbol{b}$.

**解** (1)原式$=2\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{a}+10\boldsymbol{b}$.

(2)原式$=-\frac{1}{3}(9\boldsymbol{a}-18\boldsymbol{b})-5\boldsymbol{b}=-3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

**点拨** 本题考查平面向量的运算法则和学生的计算能力.

## 巩固练习

### 基 础 巩 固

**一、选择题**

1. 下列向量的模不是$|\boldsymbol{a}|$的 2 倍的是 （　　）

A. $2\boldsymbol{a}$　　　　B. $-2\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$　　　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}$

2. 下列向量的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向不相同的是 （　　）

A. $5\boldsymbol{a}$　　B. $-2\boldsymbol{a}$　　C. $\boldsymbol{0}$　　D. $2\boldsymbol{a}$

3. 下列说法正确的是 （　　）

A. $\boldsymbol{0}$ 没有大小和方向　　B. $\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同

C. 若 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$　　D. 向量 $-2\boldsymbol{a}$ 的模是向量 $\boldsymbol{a}$ 的模的 $-2$ 倍

4. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线的充分条件是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同　　B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 中有一个为 $\boldsymbol{0}$　　D. 以上三个条件之一

5. 下列各组向量不一定共线的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $8\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{a}$ 与 $-5\boldsymbol{a}$

C. $2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　D. $3\boldsymbol{a}$ 与 $3\boldsymbol{b}$

## 二、填空题

6. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反，且 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则 $\boldsymbol{b}=$____________.

7. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，且 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则 $\boldsymbol{b}=$____________.

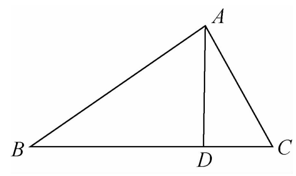
8. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的大小相等，方向相反，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________.

9. 若 $\boldsymbol{m}=3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，$\boldsymbol{n}=2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=$____________.

10. 点 $C$ 在线段 $AB$ 上，且 $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$，则 $\overrightarrow{AC}=$____________$\overrightarrow{AB}$.

## 三、解答题

11. 如图所示，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$.



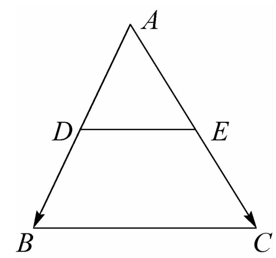

12. 化简下列各式.

(1) $4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$；

(2) $2[3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-\boldsymbol{a}]+4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

### 能力提升

1. 如图,在△$ABC$ 中,$D$,$E$ 分别是 $AB$,$AC$ 的中点,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 试用向量证明:$DE$∥$BC$ 且 $DE=\frac{1}{2}BC$.




2. 设 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 为非零向量,$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}+10\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=3\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$,求证:$A$,$B$,$D$ 三点共线.

**知识梳理答案**

1. 向量　$\lambda\boldsymbol{a}$　$|\lambda\boldsymbol{a}|$　$|\lambda||\boldsymbol{a}|$
2. 相同　相反　3. (1)$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$　(2)$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$　$\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$
4. $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

# 2.3　向量的内积

## 学习目标

了解平面向量内积的概念、运算和性质.

## 知识梳理

1. 向量的夹角:已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,过点 $O$ 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则 __________ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角,记作$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$. 规定__________$\leqslant\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\leqslant$__________.

2. 向量的内积：两个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的模与它们的夹角的余弦之积叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的内积，记作 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，即__________.

3. 向量内积的运算律：(1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$__________；(2)$(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=$__________$=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(3)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=$__________.

4. 向量内积的相关结论：

(1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=$__________或$|\boldsymbol{a}|=$__________.

(2)当$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0°$时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$__________；

(3)当$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=180°$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$__________；

(4)当$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=90°$时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos 90°=$__________；

(5)设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow$ __________；

(6)$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$__________.

（答案在本节末尾）

## 典型例题

**例 1** 已知$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=5$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60°$，求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值.

**解** $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=2\times5\times\cos 60°=5$.

**例 2** 已知$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3\sqrt{2}$，求$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的值.

**解** 因为 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\times3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=45°$.

**点拨** 解答这两道例题要熟练应用公式 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$.

## 巩固练习

### 基 础 巩 固

**一、选择题**

1. 下列运算律不正确的是　　（　　）

A. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$　　B. $(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$

C. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$　　D. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

2. 若$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=30°$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$　　（　　）

A. 6　　B. $6\sqrt{3}$　　C. 12　　D. $12\sqrt{3}$

3. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=4$，则$|\boldsymbol{a}|=$　　（　　）

A. 2　　B. $-2$　　C. 4　　D. $-4$

**二、填空题**

4. 若$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=$____________.

5.若$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=4$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=12$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$____________.

6.若$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=4$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-12$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$____________.

**三、解答题**

7.已知$|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{2}$,$|\boldsymbol{b}|=4$,$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=45°$,求$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$的值.

8.已知$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=4$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=6\sqrt{3}$,求$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的值.

## 能力提升

1.若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in$____________.

2.若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in$____________.

3.已知$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60°$,求$(3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$.

**知识梳理答案**

1. $\angle AOB$　$0°$　$180°$　2. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$

3. (1)$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$　(2)$\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$　$\boldsymbol{a}\cdot(\lambda\boldsymbol{b})$　(3)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$

4.(1)$|\boldsymbol{a}|^2$　$\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$　(2)$|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$　(3)$-|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$　(4)0　(5)$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　(6)$\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$