

第一章

集 合



1.1 集合及其表示



1.1.1 集合的概念



学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练叙述集合与元素的概念及二者的关系.
2. 通过阅读,总结并掌握集合与元素及其关系的数学符号.
3. 通过小组讨论,总结集合的分类,掌握几个常见数集的符号.
4. 通过训练,能运用元素的属性解决有关问题.



课前——知识·梳理

1. 集合的概念:将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合,简称集;组成集合的对象叫这个集合的元素.
2. 集合与元素的符号:一般用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示集合,用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示集合的元素.
3. 集合与元素的关系:
 - (1) 如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”;
 - (2) 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”.
4. 常见的数集的符号:实数集 \mathbf{R} ;有理数集 \mathbf{Q} ;整数集 \mathbf{Z} ;正整数集 \mathbf{N}^* ;自然数集 \mathbf{N} .
5. 含有有限个元素的集合叫作有限集;含有无限个元素的集合叫作无限集.
6. 不含任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .
7. 集合中的元素的属性:
 - (1) 确定性:是指组成集合的对象是确定的,即对于任何一个具体的对象,它或者属于这个集合,或者不属于这个集合,二者必居其一;
 - (2) 互异性:是指同一集合中不能出现相同的元素;
 - (3) 无序性:是指集合中的元素没有一定的顺序.





课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 \in 或 \notin 填空.

4 _____ \mathbf{R} -2.5 _____ \mathbf{Q} 2.1 _____ \mathbf{Z} 3 _____ \mathbf{N}
 0 _____ \emptyset 3.14 _____ \mathbf{R} 1.5 _____ \mathbf{Q} -1 _____ \mathbf{N}

2. 用“有限集、无限集或空集”填空.

由元素 a, b 组成的集合是 _____ ;

所有大于 -4 小于 0 的实数组成的集合是 _____ ;

所有大于 -4 小于 0 的整数组成的集合是 _____ ;

所有大于 -4 小于 0 的自然数组成的集合是 _____ .

3. $1, 2, 3, 4$ 与 $4, 3, 2, 1$ 构成的集合是否是同一个集合?

答: _____ , 根据的是元素的 _____ 性.

4. 由 $-1, -2, 0, 2, 3, 0, -2, 3$ 构成的集合的元素个数是 8 吗?

答: _____ , 根据的是元素的 _____ 性, 共有 _____ 个元素.

5. 判断下列各组对象是否能构成集合.

- (1) 比较大的数;
- (2) 大于 $10\ 000$ 的自然数;
- (3) 接近 0 的实数;
- (4) 同学们喜欢的书.

归纳探究

小组讨论 $0, \{0\}$ 与 \emptyset 的区别与联系:



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 下列关系正确的是 ()

- A. $-2 \in \mathbf{N}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$ C. $5 \notin \mathbf{Q}$ D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$

2. 下列关系不正确的是 ()

- A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $-4 \in \mathbf{R}$ C. $2.1 \in \mathbf{Q}$ D. $1.5 \in \mathbf{Z}$

3. 下列关系正确的是 ()

- A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\{0\} \in \emptyset$ D. $1 \in \emptyset$

4. 下列对象构成的集合是无限集的是 ()

- A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生 B. 方程 $x^2=1$ 的解
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数 D. 所有大于 3 的实数

5. 下列对象构成的集合是有限集的是 ()

- A. 小于 3 的有理数 B. $-1, 0, 1$
C. 所有的梯形 D. 不等式 $x \geq 2$ 的解

6. 下列对象构成的集合是空集的是 ()

- A. 大于 1 的所有整数 B. $x^2=9$ 的实数解
C. 大于 0 小于 4 的有理数 D. 大于 -4 小于 0 的自然数

7. 下列对象能构成集合的是 ()

- A. 商场里漂亮的衣服 B. 非常接近 0 的实数
C. 比较大的实数 D. 绝对值小于 5 的自然数

8. 下列对象不能构成集合的是 ()

- A. 所有的三角形 B. 中国的四大发明
C. 方程 $2x+1=0$ 的解 D. 高一年级帅气的男孩

9. 下列集合不是空集的是 ()

- A. 绝对值小于 0 的实数 B. $2x+1=0$ 的解集
C. $x^2 < 0$ 的解集 D. 小于 0 的自然数

10. 下列说法正确的是 ()

- A. 集合 \mathbf{N} 是有限集 B. 0 是空集的元素
C. \emptyset 含有 0 个元素 D. 方程 $x^2=0$ 的解集是空集

二、填空题

1. 用 \in 或 \notin 填空.

- -5 _____ \mathbf{Z} $\frac{1}{4}$ _____ \mathbf{Q} 0.5 _____ \mathbf{Z} -3 _____ \mathbf{N}





$\sqrt{2}$ _____ \mathbf{R} π _____ \mathbf{R} $\sqrt{6}$ _____ \mathbf{Q} 0 _____ \mathbf{N}^*

2. 用“有限集、无限集或空集”填空.

由元素 $0, 1, 2$ 组成的集合是 _____;

由第一象限的点组成的集合是 _____;

由方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解组成的集合是 _____;

由方程 $x^2 = -1$ 的实数解组成的集合是 _____;

由不等式 $2x - 4 < 0$ 的解组成的集合是 _____.

3. 用元素的确定性, 可判定下列各组对象中能构成集合的是 _____.

① 所有大于 4 的有理数;

② 比较大的自然数;

③ 同学们喜欢的体育项目;

④ 方程 $3x + 2 = 0$ 的解;

⑤ 比较接近 0 的实数.

4. (1) 若集合 M 由 $-2, a$ 两个元素组成, 且 $0 \in M$, 则 $a =$ _____;

(2) 若集合 P 由 $-2, a^2$ 两个元素组成, 且 $1 \in P$, 则 $a =$ _____.

三、解答题

1. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.

2. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.



3. 若集合 A 由 $x-2, x^2, 5$ 三个元素组成, 且 $0 \in A$, 试列出集合 A 中的所有元素.

1.1.2 集合的表示法



学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述列举法与描述法概念.
2. 通过小组讨论总结并掌握列举法与描述法的正确书写格式.
3. 通过训练, 了解列举法与描述法的适用范围.



课前——知识·梳理

1. 列举法: 是指将集合中的元素一一列出, 用逗号分隔, 再用花括号括为一个整体的方法. 一般格式为 $\{a, b, c, \dots\}$. 例如, 小于 3 的所有自然数组成的集合, 可用列举法表示为 $\{0, 1, 2\}$.

2. 描述法: 利用集合中元素的特征性质来表示集合的方法, 叫描述法. 一般形式为 $\{\text{代表元素及其取值范围} \mid \text{元素的特征性质}\}$. 例如, 小于 3 的所有实数组成的集合, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$.

注: 在不致混淆的情况下, 可以省去竖线及左边部分, 如所有直角三角形构成的集合可以表示为 $\{\text{直角三角形}\}$.



课中——练习·探究

当堂检测

分别用列举法和描述法表示下列集合, 并比较哪种表示方法较为合适; 然后分别指出是有限集、无限集还是空集.

(1) 小于 3 的自然数组成的集合;





- (2)大于2且小于6的所有整数组成的集合；
(3)所有的偶数组成的集合.

归纳探究

试指出各组中的区别与联系：

1. $(1,2)$, $\{1,2\}$ 与 $\{(1,2)\}$.
2. \emptyset 与 $\{\emptyset\}$.
3. \mathbf{N} 与 $\{\mathbf{N}\}$.



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 若 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
2. 若 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
3. 下列集合是用列举法表示的是 ()
A. $\{\text{绝对值小于2的实数}\}$ B. $\{a, b\}$
C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x < 1\}$



4. 下列集合是用描述法表示的是 ()

- A. $\{0\}$ B. $\{\text{梯形}\}$
C. \mathbf{R} D. \emptyset

5. 下列集合是无限集的是 ()

- A. $\{\text{负数}\}$ B. $\{x|x^2-2x+1=0\}$
C. $\{x|x^2=0\}$ D. $\{x|x^2<-1\}$

6. 用列举法表示集合 $\{x|x(x-2)=0\}$, 正确的是 ()

- A. 0, 2 B. 2, 0
C. $\{0, 2\}$ D. $\{(0, 2)\}$

7. 与它的相反数相等的数组成的集合是 ()

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$
C. $\{1, -1\}$ D. \emptyset

8. 下列集合中是空集的是 ()

- A. $\{x|x^2-1=0\}$ B. $\{x|x^2\geq 0\}$
C. $\{x|x^2=0\}$ D. $\{x|x^2=-1\}$

9. 下列四个说法中, 正确的是 ()

- A. 集合 $\{0, 1, 2, 0\}$ 是由四个元素组成的集合
B. $\{x|x^2<0\}$ 可用列举法表示为 $\{0\}$
C. 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x < 10\}$ 由 9 个元素构成
D. $\{x|x^2=4\} = \{-2, 2\}$

二、填空题

1. 用 \in 或 \notin 填空.

$$0 \quad \underline{\quad} \quad \{0, 1\} \qquad 2 \quad \underline{\quad} \quad \{0, 1\} \qquad -2 \quad \underline{\quad} \quad \emptyset$$

$$-1 \quad \underline{\quad} \quad \{x | x^2=1\} \qquad 1 \quad \underline{\quad} \quad \{x | x^2=-1\}$$

2. 绝对值等于 2 的实数构成的集合是 _____.

三、解答题

1. 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数构成的集合;
- (2) 小于 100 的自然数构成的集合;
- (3) 奇数集;
- (4) 方程 $2x-1=0$ 的解集.



2. 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的实数构成的集合;
- (2) 偶数集;
- (3) x 轴上所有点构成的集合;
- (4) 第一象限内所有点的集合.

3. 用合适的方法表示下列集合:

- (1) $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$;
- (2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$.

4. 用列举法表示下列集合:

- (1) $A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;
- (2) $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.



1.2 集合之间的关系



1.2.1 子集



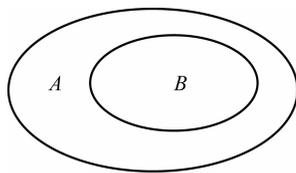
学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述子集的概念及读法.
2. 通过阅读,掌握子集正确的书写格式及读法.
3. 通过小组讨论,总结出集合子集的个数与所含元素个数的关系.



课前——知识·梳理

1. 子集的定义:一般地,如果集合 B 的元素都是集合 A 的元素,那么集合 B 叫集合 A 的子集.
2. 符号:记作 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$.
3. 读法:读作 B 包含于 A ,或 A 包含 B .
4. 用图形表示为:



5. 任何一个集合都是它本身的子集,记作 $A \subseteq A$.
6. 空集是任何集合的子集,记作 $\emptyset \subseteq A$.
7. 符号 \in 、 \notin 与 \subseteq 、 \supseteq 的区别:
 \in 与 \notin 表示的是元素与集合的关系; \subseteq 与 \supseteq 表示的是集合与集合的关系.



课中——练习·探究

当堂检测

用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 或 \supseteq 填空.





$$\begin{array}{lll}
 0 \text{ ______ } \{0,1\} & \{0\} \text{ ______ } \{0,1\} & \{0,1\} \text{ ______ } \{0,1\} \\
 a \text{ ______ } \{a\} & \{a\} \text{ ______ } \{a,b,c\} & (0,2) \text{ ______ } \{0,2\} \\
 \emptyset \text{ ______ } \{0\} & \emptyset \text{ ______ } \{0,1\} & 0 \text{ ______ } \emptyset \\
 \emptyset \text{ ______ } \mathbf{N} & \mathbf{Q} \text{ ______ } \mathbf{R} & \mathbf{Z} \text{ ______ } \mathbf{R} \\
 \mathbf{N}^* \text{ ______ } \mathbf{Z} & \mathbf{R} \text{ ______ } \mathbf{N} & \frac{1}{4} \text{ ______ } \mathbf{Z} \\
 \\
 \{0,1,3,5\} \text{ ______ } \mathbf{Z} & & \{0,1,3,5\} \text{ ______ } \mathbf{Q} \\
 3 \text{ ______ } \{x|x \geq 0\} & & \{3\} \text{ ______ } \{x|x \geq 0\} \\
 \{x|x \geq 6\} \text{ ______ } \mathbf{R} & & \{x|1 \leq x \leq 3\} \text{ ______ } \mathbf{R} \\
 \{x|1 \leq x \leq 3\} \text{ ______ } \{x|0 \leq x \leq 4\} & & \{x|-1 \leq x \leq 0\} \text{ ______ } \{x|x \leq 2\} \\
 \mathbf{Z} \text{ ______ } \{x|x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\} & & \{\sqrt{3}\} \text{ ______ } \mathbf{R}
 \end{array}$$

归纳探究

分别写出下列集合所有的子集、子集的个数及所含元素的个数.

集合	子集	元素个数	子集个数
\emptyset	\emptyset		
$\{1\}$	$\emptyset, \{1\}$		
$\{1,2\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$		
$\{1,2,3\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\},$ $\{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$		

小组讨论:若集合 A 含有 n 个元素,则它有 _____ 个子集.



课后 —— 巩固·提升

一、填空题

1. 若集合 $A = \{0,1,2,4\}$, 则集合 A 共有 _____ 个子集.

2. 用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 或 \supseteq 填空.

$$\begin{array}{lll}
 1 \text{ ______ } \{0,1\} & \{1\} \text{ ______ } \{0,1\} & \{2,1\} \text{ ______ } \{1,2\} \\
 \{6,7,8,9\} \text{ ______ } \mathbf{Z} & \{0,2,4,8\} \text{ ______ } \mathbf{Q} & 7 \text{ ______ } \{x|x \geq 4\} \\
 \{5\} \text{ ______ } \{x|x \geq 0\} & \{x|2 \leq x \leq 3\} \text{ ______ } & \{x|-1 \leq x \leq 4\} \\
 \{x|-1 \leq x \leq 5\} \text{ ______ } & \{x|x \leq 5\} &
 \end{array}$$



二、解答题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$.

- (1) 用列举法表示集合 A ;
- (2) 写出集合 A 所有的子集.

2. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + p = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

1.2.2 真子集和集合相等



学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述真子集与集合的相等的定义.
2. 通过阅读, 掌握真子集与相等正确的书写格式与读法.
3. 通过小组讨论, 探讨总结子集与真子集、相等的关系.





课前——知识·梳理

1. 真子集

(1) 定义:一般地,如果集合 B 是集合 A 的子集,且 A 中至少有一个元素不属于 B ,那么把 B 叫 A 的真子集.

(2) 符号:记作 $B \subsetneq A$ 或 $A \supsetneq B$.

(3) 读法:读作 B 真包含于 A 或 A 真包含 B .

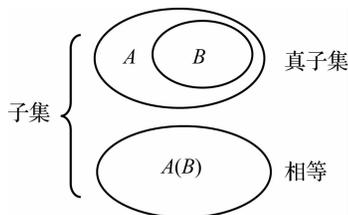
(4) 空集是任何非空集合的真子集.

2. 集合的相等

(1) 定义:一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么就说这两个集合相等.

(2) 符号与读法:记作 $A=B$,读作 A 等于 B .

3. 子集与真子集、相等的关系:



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 \subsetneq 、 \supsetneq 或 $=$ 填空.

$\{0\} \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{0,1\} \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{a\} \underline{\hspace{2cm}} \{a,b,c\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \{0\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \{0,1\}$

$\{-1,1\} \underline{\hspace{2cm}} \{x|x^2=1\}$

$\emptyset \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{Q} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{Z} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{Z}$

$\mathbf{R} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{N}$

$\{0,1,3,5\} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{Z}$

$\{0.5,1,3,5\} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{Q}$

$\{x|1 \leq x \leq 3\} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\{\sqrt{7}\} \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{R}$

$\{x|1 \leq x \leq 3\} \underline{\hspace{2cm}} \{x|0 \leq x \leq 4\}$

$\{x|-1 \leq x \leq 0\} \underline{\hspace{2cm}} \{x|x \leq 2\} \quad \mathbf{Z} \underline{\hspace{2cm}} \{x|x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$

$\{-2\} \underline{\hspace{2cm}} \{x|x^2=4\}$

2. 设 $A=\{0,1\}$, 试写出集合 A 的所有真子集, 并指出非空真子集.



3. 写出集合 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

归纳探究

设集合 A 含有 $n(n \neq 0)$ 个元素, 则集合 A 的真子集有 _____ 个; 非空真子集有 _____ 个.

课后 —— 巩固·提升

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的子集个数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 若集合 A 由 4 个元素构成, 则集合 A 的非空真子集的个数为 ()
 A. 13 B. 14 C. 15 D. 16
- 空集的子集个数为 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 不确定
- 下列四个关系中不正确的是 ()
 A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $\{0\} \subsetneq \{0, 1\}$
 C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $\{-2, 2\} = \{x | x^2 = 4\}$
- 下列四个命题中正确的是 ()
 A. 空集没有子集 B. 空集是任何集合的真子集
 C. 0 是空集的一个元素 D. 空集没有真子集
- 下列各组中表示同一集合的是 ()
 A. $\{3, 14\}$ 与 $\{\pi\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$
 C. \emptyset 与 $\{0\}$ D. $\{(-1, 1)\}$ 与 $\{x | x^2 = 1\}$
- 下列关系错误的是 ()
 A. $\mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbf{N}$
 C. $\mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N}$



8. 下列表示数集的关系中正确的是

()

A. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{N}$

B. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$

C. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$

D. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$

二、填空题

1. 用 \subsetneq 、 \supsetneq 或 $=$ 填空.

\emptyset _____ $\{0, 1, 3\}$ \emptyset _____ $\{x \in \mathbf{R} | x^2 = -1\}$

$\{\text{三角形}\}$ _____ $\{\text{直角三角形}\}$

$\{1, 3, 5, \dots\}$ _____ $\{\text{正奇数}\}$ _____ $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$

$\{\dots - 4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$ _____ $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$

2. 集合 $\{x | x^2 < 0\}$ 的子集有 _____ 个.

3. 集合 $\{x | x^2 = 9\}$ 的真子集有 _____ 个.

4. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有 _____ 个.

三、解答题

1. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 集合 $B = \{0, 3, a^2\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求 a 的值.

2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 3\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;

(2) 写出集合 A 所有的子集;

(3) 写出集合 A 所有的非空真子集.



3. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $B = \{(0, 2), (1, 1)\}$, 试判断集合 A 与 B 的关系.

4. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 判断集合 B 的元素和集合 A 的关系.

5. 已知集合 $A = \{1, 1 + m, 1 + 2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, 若 $A = B$, 求 m, n 的值.





1.3 集合的运算



1.3.1 交 集



学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述交集的定义.
2. 通过小组讨论,总结并掌握交集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练,进一步掌握交集的运算.

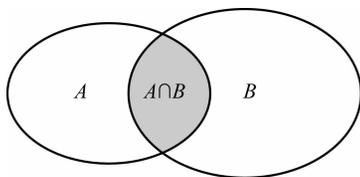


课前——知识·梳理

1. 定义:对于给定的集合 A, B ,由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合叫 A 与 B 的交集.记作 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”.

2. 用描述法表示为: $\{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

3. 用图形表示为:



4. 交集的性质:

(1) $A \cap B = B \cap A$; (2) $A \cap A = A$; (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$; (4) $A \cap B \subseteq A$; (5) $A \cap B \subseteq B$.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 若集合 $A = \{0, 2\}, B = \{1, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{0, 2\}, B = \{0, 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
5. 若集合 $A = \{\text{等腰三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.



6. 若集合 $A = \{\text{菱形}\}, B = \{\text{矩形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
7. 若集合 $A = \{x|x < 2\}, B = \{x|x \geq -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
8. 若集合 $A = \{x|x < 2\}, B = \{x|x < -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

归纳探究

若集合 $A = \{x|1 \leq x < 3\}, B = \{x|0 < x \leq 4\}$, 则用描述法表示 $A \cap B =$ _____.

课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 2\}, B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. 0, 2 B. 0, 1, 2 C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\}, B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. \mathbf{N}
3. 若集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}, B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -2 < x < 4\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
4. 若集合 $A = \{a, b, c\}, B = \{a, c, d\}$, 则 $A \cap B$ 所有的真子集的个数为 ()
 A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
5. 若集合 $A = \{(x, y) | x + y = 3\}, B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. (2, 1) B. $\{(2, 1)\}$ C. $\{2, 1\}$ D. $\{x = 2, y = 1\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
 A. $A \cap A = A$ B. $A \cap \emptyset = A$ C. $(A \cap B) \subseteq A$ D. $(A \cap B) \subseteq B$
7. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}, B = \{x | x^2 - x = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. \emptyset
8. 若集合 $A = \{0, a\}, B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a =$ ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 不能确定

二、填空题

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{-1, 1, 2\}, C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C =$ _____.
2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}, B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{x | x < 6\}, B = \{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, d\}$, 且 $(A \cap B) \subseteq C$, 则 C 中至少有 _____ 个元素.

三、解答题

1. 若集合 $A = \{x | 2x - 1 < 5\}, B = \{x | 3x + 1 \geq 4\}$, 求 $A \cap B$.



2. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq m\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 m 的取值范围.

3. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 a 的取值范围.

4. 已知集合 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.



1.3.2 并集



学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练地叙述并集的定义.
2. 通过小组讨论,总结并掌握并集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练,进一步掌握并集的运算.

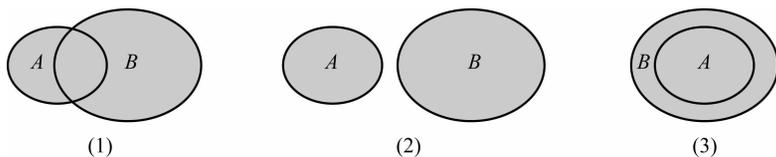


课前 —— 知识·梳理

1. 定义:对于给定的集合 A, B ,由集合 A, B 的所有元素所组成的集合叫 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,读作 A 并 B .

2. 用描述法表示为: $\{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

3. 用图形表示为:



4. 并集的性质:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| (1) $A \cup B = B \cup A$; | (2) $A \cup A = A$; | (3) $A \cup \emptyset = A$; |
| (4) $A \cup B \supseteq A$; | (5) $A \cup B \supseteq B$; | (6) $A \cap B \subseteq A \cup B$. |



课中 —— 练习·探究

当堂检测

1. 若集合 $A = \{0, 3\}, B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{0, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{5, 2\}, B = \{5, 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
5. 若集合 $A = \{\text{等腰三角形}\}, B = \{\text{正三角形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
6. 若集合 $A = \{\text{菱形}\}, B = \{\text{平行四边形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
7. 若集合 $A = \{x | x < 7\}, B = \{x | x \geq -2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
8. 若集合 $A = \{x | x < 3\}, B = \{x | x < -1\}$, 则 $A \cup B =$ _____.





归纳探究

若集合 $A = \{x | 0 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 则用描述法表示 $A \cup B =$ _____.

课后 —— 巩固 · 提升

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $0, 3$ B. $0, 1, 3$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1, 3\}$
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 4\}$ D. \mathbf{N}
- 若集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 3\}$
 C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 5\}$
- 若集合 $A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup B$ 所有的真子集的个数为 ()
 A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
- 若集合 $A = \{(x, y) | 3x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $(1, 0)$ B. $\{(1, 0)\}$
 C. $\{1, 0\}$ D. $\{(x, y) | 3x + y = 3 \text{ 或 } x - y = 1\}$
- 下列四个命题错误的是 ()
 A. $A \cup A = A$ B. $A \cup \emptyset = A$ C. $(A \cup B) \supseteq A$ D. $A \cup B \subseteq B$
- 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. \emptyset
- 若集合 $A = \{0, x^2\}$, $B = \{1, 4\}$, 则 $A \cup B = \{0, 1, 4\}$, 则 $x =$ ()
 A. ± 1 B. 2 C. ± 1 或 ± 2 D. 不能确定

二、填空题

- 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
- 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
- 若集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 6\}$, 且 $(A \cup B) \supseteq C$, 则 C 中最多有 _____ 个元素.

三、解答题

- 已知集合 $A = \{x | -4 < x < m\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.



2. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 - 1\}$, 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

1.3.3 补集



学习目标

1. 通过阅读, 理解并熟练地叙述补集的定义.
2. 通过小组讨论, 总结并掌握补集的正确书写格式及读法.
3. 通过训练, 进一步掌握补集的运算.



课前——知识·梳理

1. 全集: 在研究某些集合时, 这些集合常常是一个给定的集合的子集, 这个给定的集合叫作全集, 常用 U 表示. 在研究数集时, 经常把实数集 \mathbf{R} 作为全集.

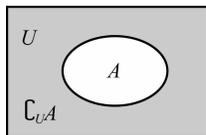
2. 补集: 如果集合 A 是全集 U 的子集, 那么由全集 U 中不属于 A 的所有元素组成的集合叫作 A 在 U 中的补集. 记作 $\complement_U A$, 读作 A 在 U 中的补集.





用描述法表示为： $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

用图形表示为：



3. 补集的性质：

(1) $A \cap \complement_U A = \emptyset$; (2) $A \cup \complement_U A = U$; (3) $\complement_U(\complement_U A) = A$; (4) $\complement_U U = \emptyset$, $\complement_U \emptyset = U$.



课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 设集合 $U = \{\text{三角形}\}$, 集合 $A = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
3. 设全集 $U = \{\text{某职业学校的学生}\}$, 集合 $A = \{\text{某职业学校的女学生}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
4. 若 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq -1\}$, 用双色笔在数轴上分别表示出 A 与 $\complement_U A$, B 与 $\complement_U B$, 并求出 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$.



课后 —— 巩固 · 提升

一、选择题

1. 若集合 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, $A = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{5\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 7\}$ D. $\{1, 3, 5, 7\}$
2. 若集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | x \leq 3\}$ C. $\{x | x > 3\}$ D. $\{x | x \geq 3\}$



3. 若集合 $U=\mathbf{R}, A=\{x|0<x\leq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
- A. $\{x|0\leq x<4\}$ B. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>4\}$
C. $\{x|x\leq 0 \text{ 或 } x>4\}$ D. $\{x|x\leq 0 \text{ 或 } x\geq 4\}$
4. 若集合 $U=\{\text{小于6的自然数}\}, A=\{1,3,5\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空真子集的个数为 ()
- A. 2 B. 3 C. 6 D. 7
5. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, 集合 $A=\{2,3,5,6\}$, 集合 $B=\{1,3,4,6,7\}$, 则 $A\cap(\complement_U B) =$ ()
- A. $\{2,5\}$ B. $\{3,6\}$ C. $\{2,5,6\}$ D. $\{2,3,5,6,8\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
- A. $A\cap\complement_U A = \emptyset$ B. $A\cup\complement_U A = \emptyset$ C. $\complement_U(\complement_U A) = A$ D. $\complement_U\emptyset = U$

二、填空题

1. 若集合 $U=\{0,1,2,3\}, A=\{1,2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 若集合 $U=\{x\in\mathbf{N}|x<6\}, A=\{1,3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
3. 若集合 $U=\mathbf{R}, A=\{x|x\geq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
4. 若集合 $U=\mathbf{R}, A=\{x|x<3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
5. 若 $U=\mathbf{R}, A=\{x|0\leq x<3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
6. 若 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x|0<x\leq 2\}$, 则 $A =$ _____.

三、解答题

1. 已知 $U=\{x\in\mathbf{N}^*|x<6\}, A=\{1,3\}, B=\{2,4\}$, 求 $\complement_U(A\cap B), \complement_U(A\cup B), \complement_U A \cup \complement_U B, \complement_U A \cap \complement_U B$.

2. 设全集 $U=\{0,1,2,5,7\}$, 集合 $A=\{0,1,2,5\}$, 集合 $B=\{2,5,7\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, \complement_U A \cup \complement_U B$.





3. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|0\leq x<2\}$, 集合 $B=\{x|-1<x<3\}$, 求 $A\cap B, A\cup B, \complement_U A\cap B$.



课外——拓展·阅读

集合论——悖论

一天, 萨维尔村理发师挂出了一块招牌: “村里所有不自己理发的男人都由我给他们理发, 我也只给这些人理发。”于是有人问他: “您的头发由谁理呢?” 理发师顿时哑口无言。因为, 如果他给自己理发, 那么他就属于自己给自己理发的那类人。但是, 招牌上说明他不给这类人理发, 因此他不能自己理。如果由另外一个人给他理发, 他就是不给自己理发的人。但是, 招牌上明明说他要给所有不自己理发的男人理发, 因此, 他应该自己理。由此可见, 不管做怎样的推论, 理发师所说的话总是自相矛盾的。这是一个著名的悖论, 称为“罗素悖论”。这是由英国哲学家罗素提出来的, 他把关于集合论的一个著名悖论用故事通俗地表达出来。