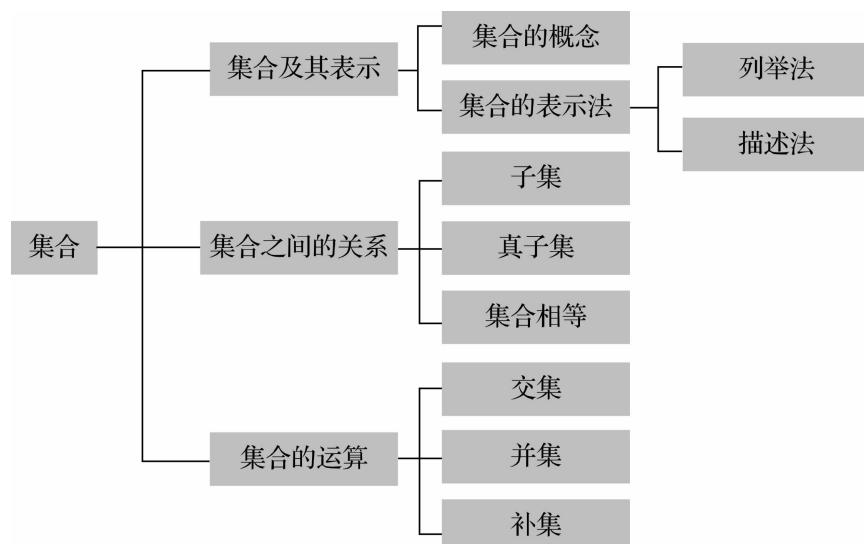


第1章

集 合



知识脉络



1.1 集合及其表示



学习目标

1. 了解集合的概念.
2. 理解元素与集合之间的关系.
3. 了解空集、有限集和无限集的含义.
4. 掌握常用数集的表示符号.



知识梳理

1. 概念:由某些确定的_____组成的_____称为集合,简称为集;组成这个集合的对象称为这个集合的_____.
2. 集合与元素的符号:集合常用大写英文字母表示,如 A, B, C, \dots .
集合的元素常用小写英文字母表示,如 a, b, c, \dots .
3. 集合与元素的关系:
如果 a 是集合 A 的元素,就说 $a ___ A$,记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”.
如果 a 不是集合 A 的元素,就说 $a ___ A$,记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”.
4. 含有有限个元素的集合称为_____.含有无限个元素的集合称为_____.
5. 不含任何元素的集合称为_____,记作_____,空集也是有限集.
6. 由数组成的集合称为数集.常见的数集及其符号如下表:

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	_____	_____	_____	_____	_____

(答案在本节末尾)

典型例题

例 1 下列各题中的每组对象能否确定一个集合?若能,则构成的是有限集还是无限集?

- (1)一切很大的数;
- (2)方程 $x^2=9$ 的所有解;
- (3)不等式 $x-5>0$ 的所有解.

解 (1)由集合的概念知,组成集合的对象必须是确定的,因为很大的数没有具体的标准,“一切很大的数”所指的对象是不确定的,所以不能构成集合.

- (2)方程 $x^2=9$ 的解为 $x=\pm 3$,是有限的确定的对象,所以可以构成集合,为有限集.
- (3)解不等式 $x-5>0$ 可得 $x>5$,它们是确定的对象,所以可以构成集合,但元素个数是无限多的,故为无限集.

点拨 本题主要考查集合、有限集和无限集的概念.

例 2 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

- | | |
|---|------------------------------------|
| (1) $0 ___ \{0\}$; | (2) $3.14 ___ \mathbf{R}$; |
| (3) $\pi ___ \mathbf{Q}$; | (4) $0 ___ \emptyset$; |
| (5) $a ___ \{a, b, c\}$; | (6) $3 ___ \mathbf{N}$; |
| (7) $\frac{1}{3} ___ \mathbf{N}^*$; | (8) $\sqrt{3} ___ \mathbf{R}$. |





解 (1) \in ; (2) \in ; (3) \notin ; (4) \notin ; (5) \in ; (6) \in ; (7) \notin ; (8) \in .

点拨 本题主要考查集合与元素的关系.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 下列关系正确的是 ()
A. $-2 \in \mathbb{N}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ C. $5 \notin \mathbb{Q}$ D. $\frac{1}{4} \in \mathbb{R}$
2. 下列对象能构成集合的是 ()
A. 商场里漂亮的衣服
C. 比较大的实数
B. 非常接近 0 的实数
D. 绝对值小于 5 的自然数
3. 下列对象构成的集合是无限集的是 ()
A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数
B. 方程 $x^2=1$ 的解
D. 所有大于 3 的实数
4. 下列对象构成的集合是有限集的是 ()
A. 小于 3 的有理数
C. 所有的梯形
B. $-1, 0, 1$
D. 不等式 $x \geqslant 2$ 的解
5. 下列对象构成的集合是空集的是 ()
A. 大于 1 的所有整数
C. 大于 0 小于 4 的有理数
B. $x^2=9$ 的实数解
D. 大于 -10 小于 0 的自然数
6. 下列集合不是空集的是 ()
A. 绝对值小于 0 的实数
C. $x^2 < 0$ 的解集
B. $2x+1=0$ 的解集
D. 小于 0 的自然数

二、填空题

7. 用 \in 或 \notin 填空.

$$-5 \quad \mathbb{Z} \quad \frac{1}{4} \quad \mathbb{Q} \quad 0.5 \quad \mathbb{Z} \quad -3 \quad \mathbb{N}$$

$$\sqrt{2} \quad \mathbb{R} \quad \pi \quad \mathbb{R} \quad \sqrt{6} \quad \mathbb{Q} \quad 0 \quad \mathbb{N}^*$$

8. 用“有限集”“无限集”“空集”填空.

由元素 a, b 组成的集合是 _____;

所有大于 -4 小于 0 的实数组成的集合是 _____;

所有大于 -4 小于 0 的整数组成的集合是 _____;

所有大于 -4 小于 0 的自然数组成的集合是 _____.



9. 用集合的概念可以判定下列对象中能构成集合的是_____.

- ①所有大于 4 的有理数;
- ②比较大的自然数;
- ③同学们喜欢的食物;
- ④方程 $3x+2=0$ 的解;
- ⑤比较接近 0 的实数.

10. (1)若集合 M 由 $-2, a$ 两个元素组成, 且 $0 \in M$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)若集合 P 由 $-2, a^2$ 两个元素组成, 且 $1 \in P$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

11. 判断下列集合是有限集、无限集还是空集.

- (1)由元素 0, 1, 2 组成的集合;
- (2)由第一象限的点组成的集合;
- (3)由方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解组成的集合;
- (4)由方程 $x^2 = -1$ 的解组成的集合;
- (5)由不等式 $2x - 4 < 0$ 的解组成的集合.

12. 若集合 A 由 $x - 2, x^2, 5$ 三个元素组成, 且 $0 \in A$, 试列出集合 A 中的所有元素.

能力提升

1. 下列关系正确的是 ()

- A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$ C. $\{0\} \in \emptyset$ D. $1 \in \emptyset$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 集合 \mathbb{N} 是有限集 B. 0 是空集的元素
C. \emptyset 含有 0 个元素 D. 方程 $x^2 = 0$ 的解集是空集

3. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.





4. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. 对象 整体 元素
3. 属于 \in 属于 不属于 \notin 不属于
4. 有限集 无限集
5. 空集 \emptyset
6. \mathbf{N} \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ \mathbf{Z} \mathbf{Q} \mathbf{R}

1.1.2 集合的表示法



学习目标

1. 初步掌握列举法和描述法等集合的表示方法.
2. 结合列举法体会集合中元素具有的特性: 确定性、互异性、无序性.



知识梳理

1. 列举法: 把集合的所有元素_____列举出来, 中间用_____隔开, 并用花括号“_____”把它们括起来, 这种表示集合的方法称为列举法.

一般格式为_____. 例如, 小于 3 的所有自然数组成的集合, 可用列举法表示为 {0, 1, 2}.

2. 描述法: 利用集合中元素的_____来表示集合的方法称为描述法.

一般形式为_____.

例如, 小于 3 的所有实数组成的集合, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x < 3\}$. 我们约定, 如果集合的元素是实数, 那么“ $\in \mathbf{R}$ ”可以省略不写.

注: 在不致混淆的情况下, 可以省去竖线及左边部分, 如所有直角三角形构成的集合可以表示为 {直角三角形}.

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 用列举法表示下列集合.

- (1) 大于10且小于30的奇数;
- (2) 能被2整除的正整数.

解 (1) 用列举法表示为{11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29}.

(2) 用列举法表示为{2, 4, 6, 8, ...}.

点拨 用列举法表示集合的优点是可以明确地看到集合的每个元素.

例2 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于5的自然数组成的集合;
- (2) 大于4且小于10的所有整数组成的集合.

解 (1) 小于5的自然数组成的集合为{x ∈ N | x < 5}.

(2) 大于4且小于10的所有整数组成的集合为{x ∈ Z | 4 < x < 10}.

点拨 描述法的优点是可以很清晰地反映出集合元素的特征性质.

例3 选择适当的方法表示下列集合.

- (1) 由方程 $x(x^2 - 2x - 3) = 0$ 的所有实数根组成的集合;
- (2) 大于2且小于6的有理数组成的集合;
- (3) 由直线 $y = -x + 4$ 上的横坐标和纵坐标都是自然数的点组成的集合.

解 (1) 方程的实数根为-1, 0, 3, 故可以用列举法表示为{-1, 0, 3}, 当然也可以用描述法表示为{x | x(x^2 - 2x - 3) = 0}.

(2) 由于大于2且小于6的有理数有无数个, 故不能用列举法表示该集合, 但可以用描述法表示该集合为{x ∈ Q | 2 < x < 6}.

(3) 用描述法表示该集合为 $M = \{(x, y) | y = -x + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$,
或用列举法表示该集合为{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)}.

点拨 列举法和描述法各有优缺点, 我们在具体的应用中要根据实际情况灵活选用.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合A的元素个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 若 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合A的元素个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4





3. 下列集合是用列举法表示的是 ()

- | | |
|-------------------------|--------------------------------------|
| A. {绝对值小于 2 的实数} | B. $\{a, b\}$ |
| C. $\{x \mid x^2 < 0\}$ | D. $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$ |

4. 下列集合是用描述法表示的是 ()

- | | | | |
|------------|---------|-----------------|----------------|
| A. $\{0\}$ | B. {梯形} | C. \mathbb{R} | D. \emptyset |
|------------|---------|-----------------|----------------|

5. 用列举法表示集合 $\{x \mid x(x-2)=0\}$, 正确的是 ()

- | | | | |
|---------|---------|---------------|-----------------|
| A. 0, 2 | B. 2, 0 | C. $\{0, 2\}$ | D. $\{(0, 2)\}$ |
|---------|---------|---------------|-----------------|

6. 与它的相反数相等的数组成的集合是 ()

- | | | | |
|------------|------------|----------------|----------------|
| A. $\{0\}$ | B. $\{1\}$ | C. $\{1, -1\}$ | D. \emptyset |
|------------|------------|----------------|----------------|

7. 下列集合中是空集的是 ()

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| A. $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$ | B. $\{x \mid x^2 \geq 0\}$ |
| C. $\{x \mid x^2 = 0\}$ | D. $\{x \mid x^2 = -1\}$ |

8. 下列四个说法中, 正确的是 ()

- | |
|--|
| A. 集合 $\{0, 1, 2, 0\}$ 是由四个元素组成的集合 |
| B. $\{x \mid x^2 < 0\}$ 可用列举法表示为 $\{0\}$ |
| C. 集合 $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$ 由 9 个元素构成 |
| D. $\{x \mid x^2 = 4\} = \{-2, 2\}$ |

二、填空题

9. 用 \in 或 \notin 填空.

$$0 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \{0, 1\} \qquad 2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \{0, 1\} \qquad -2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \emptyset$$

$$-1 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \{x \mid x^2 = 1\} \qquad 1 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \{x \mid x^2 = -1\}$$

10. 绝对值等于 2 的实数构成的集合是 _____.

三、解答题

11. 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数构成的集合;
- (2) 小于 100 的自然数构成的集合;
- (3) 奇数集;
- (4) 方程 $2x - 1 = 0$ 的解集.



12. 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的实数构成的集合；
 - (2) 偶数集；
 - (3) x 轴上所有点构成的集合；
 - (4) 第一象限内所有点的集合。

能 力 提 升

1. 下列集合是无限集的是

4. 用列举法表示下列集合.

- (1) $A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\};$
(2) $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}.$

知识梳理答案

- 一一 逗号 { } { a,b,c,\dots }
 - 特征性质 {代表元素及其取值范围 | 元素的特征性质}



1.2 集合之间的关系



学习目标

1. 理解集合之间包含与相等、子集与真子集的含义.
2. 掌握集合之间基本关系的符号表示.
3. 能够判断两个集合之间的关系.



知识梳理

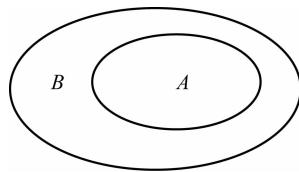
1. 子集:

(1) 定义:一般地,如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,则称集合 A 是集合 B 的子集.记作_____或_____,读作“_____”,或“_____”.

注:任何一个集合都是_____的子集,记作_____.

(2) 空集是_____集合的子集,记作_____.

2. 在数学中,我们经常用平面内封闭曲线的内部表示集合,这种图称为_____.如图表示的关系为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.



3. 真子集:

(1) 定义:一般地,如果集合 A 是集合 B 的_____,并且集合 B 中_____不属于集合 A ,则称集合 A 是集合 B 的真子集.记作_____或_____.读作“_____”或“_____”.

(2) 空集是任何_____集合的真子集.

4. 集合的相等:一般地,如果集合 A 的元素与集合 B 的元素完全相同,则称集合 A 与集合 B 相等.记作_____.

5. 设集合 A 含有 $n(n \neq 0)$ 个元素,则集合 A 的真子集有_____个;非空真子集有_____个.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 或 $=$ 填空.

$$0 \quad \{0,1\} \quad \{0\} \quad \{0,1\} \quad \{0,1\} \quad \{0,1\} \quad \emptyset \quad \{0,1\}$$

$$\{-1,1\} \quad \{x|x^2=1\} \quad \{\sqrt{7}\} \quad \mathbf{R} \quad \{x|1 \leqslant x \leqslant 3\} \quad \{x|0 \leqslant x \leqslant 4\}$$

$$\{x|-1 \leqslant x \leqslant 0\} \quad \{x|x \leqslant 2\}$$

解 \in \subseteq $=$ \subseteq \subseteq \subseteq

点拨 研究元素和集合之间的关系, 符号在 \in 、 \notin 之间选取; 研究集合与集合之间的关系, 符号在 \subseteq 、 \supseteq 或 $=$ 之间选取.

例 2 判断下列各组中两个集合之间的关系.

$$(1) A = \{x|x=3m, m \in \mathbf{Z}\}, B = \{x|x=6k, k \in \mathbf{Z}\};$$

$$(2) M = \{-3,3\}, N = \{x | x^2 - 9 = 0\};$$

$$(3) P = \{x|x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}, Q = \{x|x \text{ 是 } 4 \text{ 的倍数}\}.$$

解 (1) 因为集合 B 中所有的元素都是集合 A 中的元素, 且集合 A 中有不属于集合 B 中的元素, 所以 $B \subseteq A$.

(2) 由 $x^2 - 9 = 0$ 解得 $x_1 = 3, x_2 = -3$, 所以集合 N 用列举法表示为 $\{-3,3\}$, 则可看出这两个集合相等, 即 $M = N$.

(3) 因为集合 Q 中所有的元素都是集合 P 中的元素, 且集合 P 中有不属于集合 Q 中的元素, 所以 $Q \subseteq P$.

点拨 (2) 中要想清楚地判断所给两个集合的关系, 需要将集合 N 用列举法表示出来.

例 3 写出集合 $A = \{2,3,5\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 A 中共有三个元素, 要想一个不漏地写出其所有的子集, 可按以下步骤来写:

(1) 因为空集是所有集合的子集, 所以首先写出 \emptyset ;

(2) 写出由一个元素组成的子集, 即 $\{2\}, \{3\}, \{5\}$;

(3) 写出由两个元素组成的子集, 即 $\{2,3\}, \{3,5\}, \{2,5\}$;

(4) 写出由三个元素组成的子集, 即 $\{2,3,5\}$.

集合 A 的所有子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2,3\}, \{3,5\}, \{2,5\}, \{2,3,5\}$.

在上述子集中除了集合 A 本身, 即 $\{2,3,5\}$, 其余的全为集合 A 的真子集.

点拨 注意写集合的子集和真子集的时候不要忘记空集.





巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的子集个数为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
2. 若集合 A 由 4 个元素构成, 则集合 A 的非空真子集的个数为 ()
A. 13 B. 14 C. 15 D. 16
3. 空集的子集个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 不确定
4. 下列四个关系中不正确的是 ()
A. $\emptyset \in \{0\}$
C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$
B. $\{0\} \subsetneq \{0, 1\}$
D. $\{-2, 2\} = \{x | x^2 = 4\}$
5. 下列四个命题中正确的是 ()
A. 空集没有子集
C. 0 是空集的一个元素
B. 空集是任何集合的真子集
D. 空集没有真子集
6. 下列各组中表示同一集合的是 ()
A. $\{3, 14\}$ 与 $\{\pi\}$
C. \emptyset 与 $\{0\}$
B. $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$
D. $\{(-1, 1)\}$ 与 $\{x | x^2 = 1\}$
7. 下列关系错误的是 ()
A. $\mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{N}$
C. $\mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{R}$
B. $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N}$
D. $\mathbb{N}^* \subsetneq \mathbb{N}$
8. 下列表示数集的关系中正确的是 ()
A. $\mathbb{R} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{N}$
C. $\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$
B. $\mathbb{R} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{N}$
D. $\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{R}$

二、填空题

9. 用 \subsetneq 、 \supsetneq 或 $=$ 填空.

- $\emptyset \quad \{0, 1, 3\}$ $\emptyset \quad \{x \in \mathbb{R} | x^2 = -1\}$ {三角形} \quad {直角三角形}
 $\{1, 3, 5, \dots\} \quad \{ \text{正奇数} \}$ \quad $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$
 $\{\dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \quad \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$

10. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有 _____ 个.

三、解答题

11. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 3\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;



- (2)写出集合 A 所有的子集;
- (3)写出集合 A 所有的非空真子集.

12. 已知集合 $A = \{(x, y) | x+y=2\}$, $B = \{(0,2), (1,1)\}$, 试判断集合 A 与 B 的关系.

能力提升

1. 集合 $\{x | x^2 < 0\}$ 的子集有_____个.
2. 集合 $\{x | x^2 = 9\}$ 的真子集有_____个.
3. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 集合 $B = \{0, 3, a^2\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求 a 的值.

4. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$.
 - (1)用列举法写出集合 B;
 - (2)判断集合 B 和集合 A 的关系.





5. 已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, 若 $A=B$, 求 m, n 的值.

知识梳理答案

1. (1) $A \subseteq B$ $B \supseteq A$ A 包含于 B B 包含 A 它本身 $A \subseteq A$ (2) 任何 $\emptyset \subseteq A$
2. Venn 图
3. (1) 子集 至少有一个元素 $A \subsetneq B$ $B \subsetneq A$ A 真包含于 B B 真包含 A (2) 非空
4. $A=B$
5. $2^n - 1$ $2^n - 2$



1.3 集合的运算



1.3.1 交集



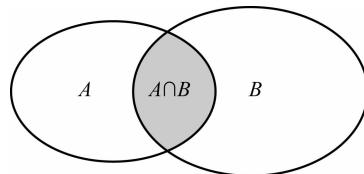
学习目标

- 理解两个集合的交集的含义和性质.
- 掌握两个集合间交集的运算.



知识梳理

- 定义:一般地,对于给定的集合 A 与集合 B ,由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合,称为集合 A 与集合 B 的交集.记作_____,读作“_____”.
- 用描述法表示为:_____.
- 用图形表示为:



4. 交集的性质:

- $A \cap B = \text{_____};$
- $A \cap A = \text{_____};$
- $A \cap \emptyset = \text{_____};$
- $A \cap B \text{ } \underline{\quad} A; A \cap B \text{ } \underline{\quad} B.$

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, 集合 $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ B. $\{3, 6\}$
C. $\{4, 7\}$ D. $\{5, 8\}$



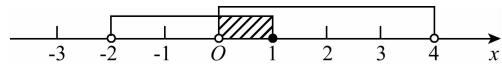


解 因为 $A=\{3, 5, 6, 8\}$, $B=\{4, 5, 7, 8\}$, 所以 $A \cap B=\{5, 8\}$. 故本题选 D.

点拨 交集就是找两个集合的公共部分.

例 2 已知 $A=\{x \mid -2 < x \leq 1\}$, $B=\{x \mid 0 < x < 4\}$, 求 $A \cap B$.

解 在数轴上表示集合 A, B 如图所示:



从图中易看出, 阴影部分即为集合 A, B 的交集, 即

$$A \cap B = \{x \mid -2 < x \leq 1\} \cap \{x \mid 0 < x < 4\} = \{x \mid 0 < x \leq 1\}.$$

点拨 集合 A, B 是用描述法表示的集合, 并且集合的元素没法一一列举出来, 因此可以结合数轴来进行解题.

例 3 已知 $A=\{(x, y) \mid 4x+y=6\}$, $B=\{(x, y) \mid x+y=3\}$, 求 $A \cap B$.

解 解方程组 $\begin{cases} 4x+y=6, \\ x+y=3 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases}$, 所以

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{(x, y) \mid 4x+y=6\} \cap \{(x, y) \mid x+y=3\} \\ &= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 4x+y=6 \\ x+y=3 \end{cases} \right\} \\ &= \{(1, 2)\}. \end{aligned}$$

点拨 集合 A, B 的元素是有序实数对 (x, y) , A, B 的交集就是二元一次方程组 $\begin{cases} 4x+y=6, \\ x+y=3 \end{cases}$ 的解集. 集合 A, B 的交集 $\{(1, 2)\}$ 不能写成 $\{1, 2\}$, 两者是不相同的.

巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若集合 $A=\{0, 2\}$, $B=\{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B=$ ()
A. 0, 2 B. 0, 1, 2 C. {0, 2} D. {0, 1, 2}
2. 若集合 $A=\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$, $B=\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 0\}$, 则 $A \cap B=$ ()
A. {1, 2} B. {0, 1, 2} C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. \mathbb{N}
3. 若集合 $A=\{x \mid -2 < x < 3\}$, $B=\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B=$ ()
A. $\{x \mid -2 < x < 4\}$ B. $\{x \mid 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$
4. 若集合 $A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, c, d\}$, 则 $A \cap B$ 所有的真子集的个数为 ()
A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
5. 若集合 $A=\{(x, y) \mid x+y=3\}$, $B=\{(x, y) \mid x-y=1\}$, 则 $A \cap B=$ ()
A. (2, 1) B. {(2, 1)} C. {2, 1} D. $\{x=2, y=1\}$



6. 下列四个命题错误的是 ()

A. $A \cap A = A$ B. $A \cap \emptyset = A$ C. $(A \cap B) \subseteq A$ D. $(A \cap B) \subseteq B$

7. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x^2 - x = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. 1 B. {1} C. {-1, 0, 1} D. \emptyset

8. 若集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a =$ ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 不能确定

二、填空题

9. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C =$ _____.

10. 若集合 $A = \{x | x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题

11. 若集合 $A = \{x | 2x - 1 < 5\}$, $B = \{x | 3x + 1 \geq 4\}$, 求 $A \cap B$.

12. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq m\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 m 的取值范围.

能力提升

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d\}$, 且 $(A \cap B) \subseteq C$, 则 C 中至少有 _____ 个元素.

3. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 a 的取值范围.

4. 已知集合 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.





知识梳理答案

1. $A \cap B$ A 交 B
 2. $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$
 4. (1) $B \cap A$ (2) A (3) \emptyset (4) \subseteq \subseteq

1.3.2 并集



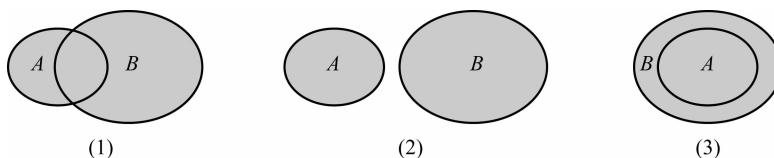
学习目标

1. 理解两个集合的并集的含义和性质.
 2. 掌握两个集合间并集的运算.



知识梳理

1. 定义:一般地,对于给定的集合 A 与集合 B ,由集合 A 与集合 B 的_____元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的并集,记作_____,读作“_____”.
 2. 用描述法表示为:_____.
 3. 用图形表示为:



4. 并集的性质：

 - (1) $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - (2) $A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - (3) $A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - (4) $A \underline{\hspace{2cm}} B, B \underline{\hspace{2cm}} A$

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 设集合 $A=\{4,5,7,9\}$, $B=\{3,4,7,8,9\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{4, 7, 9\}$ B. $\{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
C. $\{4, 5, 7, 8, 9\}$ D. $\{3, 4, 5, 7, 9\}$

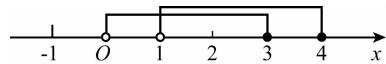


解 $A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$. 故本题选 B.

点拨 并集就是找集合 A 和集合 B 包含的所有元素.

例 2 已知 $A = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, $B = \{x \mid 1 < x \leq 4\}$, 求 $A \cup B$.

解 将集合 A 和集合 B 在数轴上表示出来如图所示:



则可看出

$$A \cup B = \{x \mid 0 < x \leq 3\} \cup \{x \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \mid 0 < x \leq 4\}.$$

点拨 本题结合数轴进行解题比较直观.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $0, 3$ B. $0, 1, 3$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1, 3\}$
2. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x \mid 1 \leq x < 4\}$ D. \mathbb{N}
3. 若集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{x \mid -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x \mid 1 \leq x < 3\}$
C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$
4. 若集合 $A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup B$ 所有的真子集的个数为 ()
A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
5. 若集合 $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $(1, 0)$ B. $\{(1, 0)\}$
C. $\{1, 0\}$ D. $\{(x, y) \mid 3x + y = 3 \text{ 或 } x - y = 1\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
A. $A \cup A = A$ B. $A \cup \emptyset = A$ C. $(A \cup B) \supseteq A$ D. $A \cup B \subseteq B$
7. 若集合 $A = \{x \mid x^2 = 1\}$, $B = \{x \mid x = 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. 1 B. {1} C. {-1, 0, 1} D. \emptyset
8. 若集合 $A = \{0, x^2\}$, $B = \{1, 4\}$, 则 $A \cup B = \{0, 1, 4\}$, 则 $x =$ ()
A. ± 1 B. 2 C. ± 1 或 ± 2 D. 不能确定

二、填空题

9. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.
10. 若集合 $A = \{x \mid -4 < x < 6\}$, $B = \{x \mid x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.





三、解答题

11. 已知集合 $A = \{x | -4 < x < m\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.

12. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

能力提升

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 6\}$, 且 $(A \cup B) \supseteq C$, 则 C 中最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个元素.

3. 已知集合 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 - 1\}$, 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

4. 已知 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x | x^2 + cx + 15 = 0\}$, $A \cup B = \{3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求实数 a, b, c 的值.

知识梳理答案

1. 所有 $A \cup B$ A 并 B

2. $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

4. (1) $B \cup A$ (2) A (3) A (4) \subseteq \subseteq



1.3.3 补集



学习目标

1. 了解全集和补集的含义和性质.
2. 掌握补集的运算.



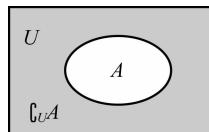
知识梳理

1. 全集: 在研究某些集合时, 如果这些集合是一个给定的集合的_____, 那么这个给定的集合称为全集, 通常用字母_____表示. 在研究数集时, 通常把实数集_____作为全集.

2. 补集: 一般地, 如果集合A是全集U的一个_____, 则由集合U中_____集合A的_____元素组成的集合称为集合A在全集U中的补集, 记作_____.

用描述法表示为: _____.

用图形表示为:



3. 补集的性质:

- (1) $A \cap C_U A = \text{_____}$;
- (2) $A \cup C_U A = \text{_____}$;
- (3) $C_U(C_U A) = \text{_____}$;
- (4) $C_U U = \text{_____}$, $C_U \emptyset = \text{_____}$.

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, 且 $A=\{2,3,4\}$, $B=\{1,2\}$, 则 $A \cap (C_U B)$ 等于 ()

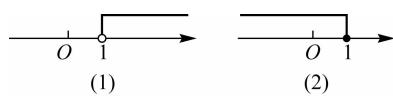
- A. {2} B. {5} C. {3,4} D. {2,3,4,5}

解 $C_U B=\{3,4,5\}$, 故 $A \cap (C_U B)=\{3,4\}$. 故本题选C.

点拨 $C_U B$ 是全集U中不属于集合B的元素组成的集合.

例2 已知 $U=\mathbb{R}$, $A=\{x \mid x>1\}$, 求 $C_U A$.

解 画出数轴求解. 如(2)中的图即为集合A的补集.





$$\complement_U A = \{x \mid x \leq 1\}.$$

点拨 解答本题可用数轴求解,用数轴求补集时要注意端点值的取舍.

巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若集合 $U=\{1,3,5,7\}$, $A=\{3,5\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $\{5\}$ B. $\{3,5\}$ C. $\{1,7\}$ D. $\{1,3,5,7\}$
2. 若集合 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x \mid x < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $\{x \mid x < 3\}$ B. $\{x \mid x \leq 3\}$ C. $\{x \mid x > 3\}$ D. $\{x \mid x \geq 3\}$
3. 若集合 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x \mid 0 < x \leq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$ B. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$
C. $\{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$
4. 若集合 $U=\{\text{小于 } 6 \text{ 的自然数}\}$, $A=\{1,3,5\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空真子集的个数为 ()
A. 2 B. 3 C. 6 D. 7
5. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, 集合 $A=\{2,3,5,6\}$, 集合 $B=\{1,3,4,6,7\}$, 则
 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\{2,5\}$ B. $\{3,6\}$ C. $\{2,5,6\}$ D. $\{2,3,5,6,8\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
A. $A \cap \complement_U A = \emptyset$ B. $A \cup \complement_U A = U$ C. $\complement_U(\complement_U A) = A$ D. $\complement_U \emptyset = U$

二、填空题

7. 若集合 $U=\{0,1,2,3\}$, $A=\{1,2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
8. 若集合 $U=\{x \in \mathbf{N} \mid x < 6\}$, $A=\{1,3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
9. 若集合 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x \mid x \geq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
10. 若 $\complement_U A = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$, 则 $A =$ _____.

三、解答题

11. 设全集 $U=\{0,1,2,5,7\}$, 集合 $A=\{0,1,2,5\}$, 集合 $B=\{2,5,7\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A \cup \complement_U B$.



12. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x \mid 0 \leqslant x < 2\}$, 集合 $B=\{x \mid -1 < x < 3\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $(\complement_U A) \cap B$.

能力提升

1. 设 $U=\{0,1,2,3,4\}$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B=$ ()
A. $\{1,2,4\}$ B. $\{2,3,4\}$
C. $\{0,2,4\}$ D. $\{0,2,3,4\}$
2. 集合 $A=\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 2\}$, $B=\{x \mid x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement B)=$ ()
A. $\{x \mid x > 1\}$ B. $\{x \mid x \geqslant 1\}$
C. $\{x \mid 1 < x \leqslant 2\}$ D. $\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 2\}$
3. 已知全集 $U=\{2,3,a^2-a-1\}$, $A=\{2,3\}$, 若 $\complement_U A=\{1\}$, 则实数 a 的值是_____.
4. 已知 $U=\{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 6\}$, $A=\{1,3\}$, $B=\{2,4\}$, 求 $\complement_U(A \cap B)$, $\complement_U(A \cup B)$, $\complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U A \cap \complement_U B$.

知识梳理答案

1. 子集 $U \subset \mathbf{R}$
2. 子集 不属于 所有 $\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$
3. (1) \emptyset (2) U (3) A (4) $\emptyset \subset U$



第1章测试题

一、选择题(本大题共10小题,每小题4分,共40分)

1. 下列对象能构成集合的是 ()
A. 同学们喜欢的书籍 B. 非常接近1的数
C. 绝对值小于2的所有实数 D. 比较大的数
2. 下列集合是有限集的是 ()
A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{0\}$
C. {梯形} D. \mathbb{R}
3. 下列关系不正确的是 ()
A. $0 \notin \emptyset$ B. $0 \in \emptyset$
C. $\emptyset \subseteq \{0\}$ D. $\emptyset \neq \{0\}$
4. 集合 $\{x | x^2 = 9\}$ 用列举法可表示为 ()
A. -3, 3 B. 3, -3
C. {-3, 3} D. $\{(-3, 3)\}$
5. 下列集合是用描述法表示的是 ()
A. {0, 3} B. {三角形} C. \mathbb{Z} D. \emptyset
6. 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的真子集个数为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
7. 若集合 $A = \{3, 5\}$, $B = \{0, 2, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. 0, 2 B. {2, 5} C. {5} D. {0, 2, 3, 5}
8. 若 $A = \{0, a\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, 若 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $a =$ ()
A. 0 B. 1 或 2 C. 2 D. -1, 1 或 2
9. 若集合 $U = \{1, 3, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. {7} B. {3, 6} C. {1, 7} D. {1, 3, 6, 7}
10. 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 ()
A. 0 B. 2 C. 3 D. 6

二、填空题(本大题共6小题,每小题4分,共24分)

11. 用合适的符号填空.

$-2 \quad \mathbb{N}$ 2. 7 $\quad \mathbb{R}$ $\sqrt{2} \quad \mathbb{Q}$

$\emptyset \quad \{1, 3, 5\}$ {正三角形} $\quad \{\text{三角形}\}$



12. 若集合 M 由 $5, a$ 两个元素组成, 且 $-5 \in M$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 若 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若集合 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{0, 2\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 若集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \geq 2\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. 已知集合 $A = \{x | x \geq 2\}$, $B = \{x | x \geq m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 4 小题, 每小题 9 分, 共 36 分)

17. 设 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\}$.

- (1) 用列举法表示集合 A ;
(2) 写出集合 A 所有的真子集.

18. 设 $U = \{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A$.

19. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A$, $\complement_U(A \cap B)$.

20. 设 $A = \{x | x^2 - mx + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + n = 0\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 求 m 和 n 的值.

