

## 数学考前冲刺模拟卷(一)

1. 本试卷分卷一(选择题)和卷二(非选择题)两部分. 满分 120 分, 考试时间 120 分钟.
2. 本次考试允许使用函数型计算器, 凡使用计算器的题目, 除题目有具体要求外, 最后结果精确到 0.01.

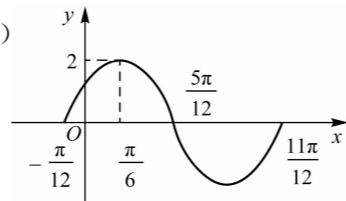
### 卷一(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 20 个小题, 每小题 3 分, 共 60 分. 在每小题列出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请将符合题目要求的选项字母代号选出)

1. 已知集合  $A = \{x | (x+1)(x-4) < 0\}$ ,  $B = \{x | x > 2\}$ , 则  $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B =$  ( )
  - A.  $(-1, 4)$
  - B.  $(-1, 2]$
  - C.  $[2, 4)$
  - D.  $(-1, 3)$
2. 函数  $f(x) = \log_2(3^x - 1)$  的定义域是 ( )
  - A.  $(-\infty, +\infty)$
  - B.  $(0, +\infty)$
  - C.  $[0, +\infty)$
  - D.  $(-\infty, 0)$
3. 不等式  $2x^2 - x - 1 \leq 0$  的解集为 ( )
  - A.  $(-\frac{1}{2}, 1]$
  - B.  $[-\frac{1}{2}, 1]$
  - C.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup [1, +\infty)$
  - D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$
4. 下列各组向量中, 共线的是 ( )
  - A.  $\mathbf{a} = (-2, 3), \mathbf{b} = (4, 6)$
  - B.  $\mathbf{a} = (2, 3), \mathbf{b} = (3, 2)$
  - C.  $\mathbf{a} = (1, -2), \mathbf{b} = (7, 14)$
  - D.  $\mathbf{a} = (-3, 2), \mathbf{b} = (6, -4)$
5. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $S_2 = 7, S_6 = 91$ , 则  $S_4 =$  ( )
  - A. 28
  - B. 32
  - C. 35
  - D. 49
6. 设  $\lg 2 = a, \lg 3 = b$ , 则用  $a, b$  表示  $\log_5 12$  的结果是 ( )
  - A.  $\frac{2a+b}{1+a}$
  - B.  $\frac{a+2b}{1+a}$
  - C.  $\frac{2a+b}{1-a}$
  - D.  $\frac{a+2b}{1-a}$

7. 某五所大学进行自主招生, 同时向一所重点中学的五位学习成绩优秀, 并在某些方面有特长的学生发出提前录取通知单. 若这五名学生都乐意进这五所大学中的任意一所就读, 则仅有两名学生被录取到同一所大学(其余三人从其他学校中各选一所不同的大学)的就读方式有 ( )
  - A. 120 种
  - B. 3 125 种
  - C. 240 种
  - D. 1 200 种
8. 已知  $\sin \alpha < 0$  且  $\tan \alpha > 0$ , 则角  $\alpha$  所在的象限是 ( )
  - A. 第一象限
  - B. 第二象限
  - C. 第三象限
  - D. 第四象限
9. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (2, -3), \mathbf{b} = (-3, 1)$ , 则  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$  ( )
  - A. 0
  - B. -9
  - C. 11
  - D. 3
10. 函数  $f(x) = \sin^2 x$  的最小正周期为 ( )
  - A.  $\pi$
  - B.  $2\pi$
  - C.  $3\pi$
  - D.  $4\pi$
11. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $2a \cos B = c$ , 则  $\triangle ABC$  必定是 ( )
  - A. 等腰三角形
  - B. 等边三角形
  - C. 直角三角形
  - D. 等腰直角三角形
12. 设  $a, b$  是平面  $\alpha$  内两条不同的直线,  $l$  是平面  $\alpha$  外的一条直线, 则“ $l \parallel a, l \parallel b$ ”是“ $l \parallel \alpha$ ”的 ( )
  - A. 充要条件
  - B. 充分不必要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 既不充分也不必要条件
13. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $A_1D$  与  $BD_1$  所成的角为 ( )
  - A.  $30^\circ$
  - B.  $45^\circ$
  - C.  $60^\circ$
  - D.  $90^\circ$
14.  $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$  的二项展开式中的常数项是 ( )
  - A. 210
  - B. 212
  - C. 252
  - D. 254
15. 不等式组  $\begin{cases} x-y+5 \geq 0, \\ x+y \geq 0, \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$  表示的平面区域是一个 ( )
  - A. 三角形
  - B. 直角梯形
  - C. 梯形
  - D. 矩形

16. 如图为函数  $y=2\sin(\omega x+\varphi)$  ( $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$ ) 图像上的一段, 则 ( )



- A.  $\omega = \frac{10}{11}, \varphi = \frac{\pi}{6}$
- B.  $\omega = \frac{10}{11}, \varphi = -\frac{\pi}{6}$
- C.  $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$
- D.  $\omega = 2, \varphi = -\frac{\pi}{6}$

17. 圆  $x^2+y^2-10y=0$  的圆心到直线  $3x+4y-5=0$  的距离等于 ( )

- A.  $\frac{2}{5}$
- B. 3
- C.  $\frac{5}{7}$
- D. 15

18. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x-2 > 0$ ; 命题  $q: \exists x_0 \in \mathbf{N}, x_0-2 > 0$ , 则 ( )

- A.  $p$  假  $q$  真
- B.  $p$  真  $q$  假
- C.  $p$  假  $q$  假
- D.  $p$  真  $q$  真

19. 已知  $y=f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f(1)=3, f(-2)=-1$ , 则  $f(-1)+f(2)=$  ( )

- A. -2
- B. -1
- C. 1
- D. 2

20. 抛物线的顶点在坐标原点, 焦点与双曲线  $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$  的一个焦点重合, 则该抛物线的标准方程

可能是 ( )

- A.  $x^2=4y$
- B.  $x^2=-4y$
- C.  $y^2=-12x$
- D.  $x^2=\pm 12y$

### 卷二(非选择题 共 60 分)

#### 二、填空题(本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

21. 甲从 1, 2, 3, 4 四个元素中随机抽取一个数, 乙再从剩下的三个元素中随机抽取另一个数, 则甲取出的数比乙取出的数大的概率是\_\_\_\_\_.
22. 某校三个年级共有学生 3 000 人, 其中高一年级共有学生 800 人, 为了了解学生的身高, 采用分层抽样的方式抽取一个 60 人的样本, 则在高一要抽取\_\_\_\_\_人.
23. 双曲线  $x^2-\frac{y^2}{3}=1$  的离心率为\_\_\_\_\_.
24. 正六棱柱的底面边长是 1, 侧棱长也是 1, 则它的体积是\_\_\_\_\_.
25. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=3, b=\sqrt{3}, \angle A=\frac{\pi}{3}$ , 则  $\angle C$  的大小为\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题(本大题共 5 个小题, 共 40 分)

26. (本小题 7 分) 已知函数  $f(x)=\log_2(x^2-ax+2)$ , 且  $f(1)=0$ .

- (1) 求实数  $a$  的值;
- (2) 求  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{3}{2}]$  上的最值.

27. (本小题 8 分) 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 若  $a_1=1, a_3=a_2+a_1$ ,

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

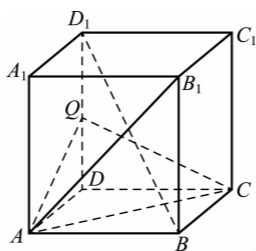
(2) 设  $b_n = a_n + \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

28. (本小题 8 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A, \angle B, \angle C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3$ .

(1) 求  $\triangle ABC$  的面积;

(2) 若  $c=1$ , 求  $a$  的值.

29. (本小题 8 分) 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $Q$  是  $DD_1$  的中点.  
 求证: (1)  $BD_1 \parallel$  平面  $QAC$ ; (2)  $BD_1 \perp AB_1$ .



30. (本小题 9 分) 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 且焦距为 2,  $P$  是椭圆  $E$  上一点.

(1) 当  $|PF_1| + |PF_2| = 4$  时, 求椭圆  $E$  的离心率  $e$ ;

(2) 当  $\triangle PF_1F_2$  是等腰直角三角形, 且椭圆  $E$  的离心率  $e < \frac{1}{2}$  时, 求椭圆  $E$  的标准方程.

## 数学考前冲刺模拟卷(二)

1. 本试卷分卷一(选择题)和卷二(非选择题)两部分. 满分 120 分, 考试时间 120 分钟.  
2. 本次考试允许使用函数型计算器, 凡使用计算器的题目, 除题目有具体要求外, 最后结果精确到 0.01.

### 卷一(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 20 个小题, 每小题 3 分, 共 60 分. 在每小题列出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请将符合题目要求的选项字母代号选出)

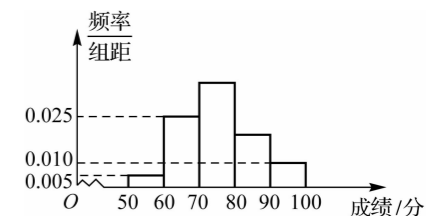
1. 集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x | -1 \leq x < 1\}$                       B.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$   
C.  $\{x | x \leq 2\}$                               D.  $\{x | x \geq -1\}$
2. 设向量  $\mathbf{a} = (2, -1)$  与  $\mathbf{b} = (x, 3)$  平行, 则  $x =$  ( )  
A.  $-\frac{3}{2}$     B.  $\frac{3}{2}$   
C.  $-6$     D.  $6$
3. 设  $p: x^2 - x - 20 \leq 0$ ,  $q: |x| - 4 < 0$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
A. 充分不必要条件                          B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                    D. 既不充分也不必要条件
4. 下列函数中, 既是偶函数, 又在  $(0, +\infty)$  上是减函数的是 ( )  
A.  $y = 2x - 1$                                 B.  $y = \cos x$   
C.  $y = x^2 + 3$                                 D.  $y = -x^2$
5. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$ , 那么  $\angle B =$  ( )  
A.  $90^\circ$                                         B.  $60^\circ$   
C.  $45^\circ$                                         D.  $30^\circ$
6. 圆  $(x-4)^2 + y^2 = 4y$  与直线  $4y = 3x + 1$  的位置关系是 ( )  
A. 相交                                        B. 相切  
C. 相离                                        D. 不能判断
7. 在各项都为正数的等比数列  $\{a_n\}$  中, 首项  $a_1 = 3$ , 前三项的和为 21, 则  $a_3 + a_4 + a_5 =$  ( )  
A. 33    B. 72    C. 84    D. 189

8. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx - 2$ ,  $f(2022) = 3$ , 则  $f(-2022) =$  ( )  
A.  $-7$     B.  $-5$     C.  $-3$     D.  $-1$

9. 已知  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$ ,  $\alpha \in (0, \pi)$ , 则  $\sin 2\alpha =$  ( )  
A.  $-1$     B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     D.  $1$

10. 若圆柱的轴截面是面积为 4 的正方形, 则该圆柱的表面积为 ( )  
A.  $2\pi$     B.  $4\pi$     C.  $6\pi$     D.  $8\pi$

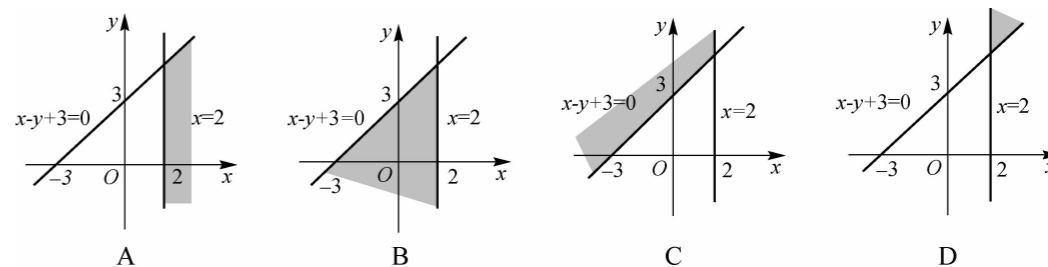
11. 某学校高一年级 1 000 名学生参加知识竞赛(满分 100 分), 成绩按  $[50, 60)$ ,  $[60, 70)$ ,  $[70, 80)$ ,  $[80, 90)$ ,  $[90, 100]$  分组, 频率分布直方图如右图所示, 则成绩在  $[70, 90)$  的人数为 ( )



- A. 350
- B. 400
- C. 600
- D. 650

12. 若命题  $p: "1=2"$ , 命题  $q: "3 < 4"$ , 则下列为真命题的是 ( )  
A.  $p \wedge q$                                       B.  $p \vee q$                                       C.  $p \wedge (\neg q)$                                 D.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$

13. 不等式组  $\begin{cases} x \geq 2, \\ x - y + 3 \leq 0 \end{cases}$  表示的平面区域是下图中的 ( )



14. 方程  $x^2 + ky^2 = 2$  表示焦点在  $y$  轴上的椭圆, 则  $k$  的取值范围是 ( )  
A.  $(0, +\infty)$                                 B.  $(0, 2)$   
C.  $(1, +\infty)$                                 D.  $(0, 1)$

15. 若连续两次抛掷骰子得到的点数分别为  $m, n$ , 则  $m + n = 6$  的概率为 ( )  
A.  $\frac{1}{9}$     B.  $\frac{5}{36}$   
C.  $\frac{1}{6}$     D.  $\frac{7}{36}$

16. 袋子中装有 4 个红球、3 个黄球和 2 个黑球, 从中任取 2 个球, 则取到 2 个不同颜色球的取法种数为 ( )  
A. 9 种    B. 24 种

C. 26 种

D. 29 种

17. 用长度为 24 m 的材料围成一矩形场地,中间加两道隔墙,要使围成的矩形的面积最大,则隔墙的长度为 ( )

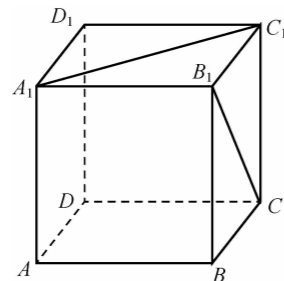
A. 3 m

B. 6 m

C. 4 m

D. 8 m

18. 如图所示,正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,下列结论不成立的是 ( )



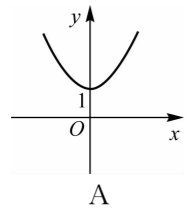
A.  $A_1C_1 \perp B_1C$

B.  $BB_1 \perp A_1D_1$

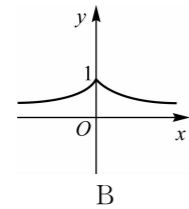
C.  $AB \parallel D_1C_1$

D.  $BB_1 \perp$  平面  $ABCD$

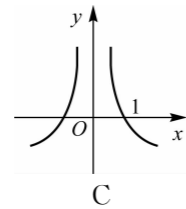
19. 设  $a > 1$ , 则函数  $y = a^{|x|}$  的图像大致是 ( )



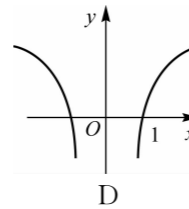
A



B



C



D

20. 设  $O$  为坐标原点, 抛物线  $y^2 = 4x$  与过焦点的直线交于  $A, B$  两点, 则  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$  ( )

A.  $-\frac{3}{4}$

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $-3$

D.  $3$

卷二(非选择题 共 60 分)

二、填空题(本大题共 5 个小题,每小题 4 分,共 20 分)

21. 经过两条直线  $2x - y + 3 = 0$  和  $4x + 3y + 1 = 0$  的交点且垂直于直线  $2x - 3y + 4 = 0$  的直线方程为\_\_\_\_\_.

22. 抛物线  $y = ax^2$  ( $a < 0$ ) 的焦点坐标为\_\_\_\_\_.

23. 在  $(\frac{2}{x} + x)^6$  的展开式中,常数项是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

24. 已知向量  $\mathbf{a} = (2, x)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 4)$ , 且  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为锐角, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

25. 《九章算术》之后,人们进一步用等差数列求和公式来解决更多的问题,《张丘建算经》(卷上)第 22 题为:现有一善于织布的女子,从第 2 天起,每天比前一天多织相同量的布.若第 1 天织 5 尺布,现在一月(按 30 天计)共织 390 尺布,则每天比前一天多织\_\_\_\_\_尺布. (不做近似计算)

三、解答题(本大题共 5 个小题,共 40 分)

26. (本小题 7 分) 已知函数  $f(x) = a^x + b$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1, b \in \mathbf{R}$ ), 且  $f(1) = 3, f(2) = 5$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 令  $m = f(x^2), n = f(x - 1)$ , 试比较  $m, n$  的大小.

27. (本小题 8 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_3=7, a_7=15$ .

(1) 求  $a_5$  的值;

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

28. (本小题 8 分) 已知函数  $f(x)=6\sin x\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ .

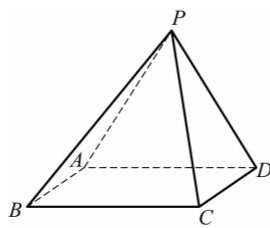
(1) 求  $f(x)$  的最小正周期  $T$ ;

(2) 求  $f(x)$  的最大值, 并求出自变量  $x$  相应的取值集合.

29. (本小题 8 分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为矩形,  $\triangle PAD$  是正三角形,  $PA \perp AB$ .

(1) 求证: 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ;

(2) 若  $AB = \sqrt{2}, BC = 2$ , 求直线  $PB$  与平面  $ABCD$  所成角的大小.



30. (本小题 9 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(1, 0)$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(2) 设过原点  $O$  的直线与椭圆  $C$  相交于  $P, Q$  两点, 若  $\triangle PQF$  的面积为  $\frac{3}{2}$ , 求  $\triangle PQF$  的周长.