

数学冲刺模拟试卷(一)

一、选择题(本大题共 30 道小题,每小题 3 分,共 90 分)

1. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
 C. $\{x | x \leq 2\}$ D. $\{x | x \geq -1\}$ [®]
2. 下列函数中,既是偶函数,又在 $(0, +\infty)$ 内是减函数的是().
 A. $y = 2x - 1$ B. $y = \cos x$ C. $y = x^2 + 3$ D. $y = x^{-2}$
3. 若向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$ 与 $\mathbf{b} = (x, 3)$ 平行,则 $x =$ ().
 A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. -6 D. 6
4. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 5$,则此三角形是().
 A. 等腰三角形 B. 直角三角形
 C. 锐角三角形 D. 钝角三角形
5. 不等式 $(x-1)(3-x) > 0$ 的解集是().
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(3, +\infty)$
 C. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ D. $(1, 3)$
6. 圆 $C: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$ 与直线 $l: 4y = 3x + 1$ 的位置关系是().
 A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能判断
7. 方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆,则 k 的取值范围是().
 A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2)$ C. $(1, +\infty)$ [®] D. $(0, 1)$
8. 把红、黄、蓝三个球随机地分发给甲、乙、丙三人,每人分得一个,则事件“甲分得红球”与事件“乙分得红球”是().
 A. 互斥事件 B. 对立事件
 C. 互斥但不对立事件 D. 以上都不对
9. 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中,首项 $a_1 = 3$,前三项和为 21,则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ().
 A. 33 B. 72 C. 84 D. 189
10. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边,已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2} + 1$,且 $\sin A + \sin B = \sqrt{2} \sin C$,则 $c =$ ().
 A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

11. 如果一条直线与两个平行平面中的一个平行,那么这条直线与另一个平面的位置关系为().

- A. 平行 B. 相交
 C. 直线在平面内 D. 平行或直线在平面内
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0, \\ 10^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若 $f(\frac{1}{10}) = t$, 则 $f(t) =$ ().
 A. 1 B. $\frac{1}{10}$ C. -1 D. 10
13. $\sin(-\frac{7\pi}{6}) =$ ().
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ [®] D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
14. 某电视台闯关节目中的前三关的过关率分别为 0.8, 0.7, 0.6, 只有通过前一关才能进入下一关,且通过每关相互独立. 一名选手参加该节目,则该选手闯关成功的概率为().
 A. 0.56 B. 0.336 C. 0.32 D. 0.224
15. 函数 $y = x - 1, x \in \{1, 2, 3\}$ 的值域是().
 A. \mathbf{R} B. $[0, 2]$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
16. 设 $p: x^2 - x - 20 \leq 0, q: |x| - 4 < 0$, 则 p 是 q 的().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
17. 已知平面上的三点 $A(4, 0), B(-2, 2)$ 和 $C(2, 4)$, 点 D 为线段 AB 的中点. 若向量 $\mathbf{a} = (2, 1+k)$ 与 \overrightarrow{CD} 平行, 则 $k =$ ().
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
18. 下列四个命题中,真命题的个数为().
 ①如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线,那么这条直线与这个平面垂直.
 ②过空间一定点有且只有一条直线与已知平面垂直. [®]
 ③一条直线垂直于一个平面内的两条直线,则这两条直线垂直于这个平面.
 ④垂直于同一平面的两条直线互相平行.
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
19. 用长度为 24 m 的材料围成一矩形场地,中间加两道隔墙,要使围成的矩形的面积最大,则隔墙的长度为()m.
 A. 3 B. 6 C. 4 D. 8
20. 《九章算术》之后,人们进一步用等差数列求和公式来解决更多的问题.《张丘建算经·卷上》中第 22 题为:现有一善于织布的女子,从第二天起,每天比前一天多织相同量的布.若第一天织 5 尺布,现在 1 个月(按 30 天计)共织 390 尺布,则每天比前一天多织()尺布.
 A. $\frac{16}{29}$ B. $\frac{29}{16}$ C. $\frac{24}{45}$ D. $\frac{45}{24}$

21. 在直二面角 $\alpha-l-\beta$ 棱上取一点 P , 过点 P 分别在 α, β 两个平面内作与棱成 45° 的斜线, 那么这两条斜线的交角为().

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

22. 已知函数 $f(x)=2\sin 4x$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为().

- A. π B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

23. 抛物线 $y^2=2x$ 的准线方程是().

- A. $x=-1$ B. $x=1$ C. $x=-\frac{1}{2}$ D. $x=\frac{1}{2}$

24. 下列函数中, 在其定义域内单调递增的是().

- A. $y=x^2$ B. $y=-\log_2 x$ C. $y=\frac{5^x}{3^x}$ D. $y=(\frac{1}{2})^x$

25. 设 α 是第三象限角, 则点 $P(\cos \alpha, \tan \alpha)$ 在().

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

26. 经过两条直线 $2x-y+3=0$ 和 $4x+3y+1=0$ 的交点且垂直于直线 $2x-3y+4=0$ 的直线方程为().

- A. $3x+2y+1=0$ B. $3x+2y-1=0$
C. $3x-2y+1=0$ D. $3x-2y-1=0$

27. 下列等式中, 正确的是().

- A. $\lg 7 - \lg 2 = \lg 5$ B. $\lg 5 = \frac{\lg 7}{\lg 2}$
C. $\lg 7 + \lg 2 = \lg 9$ D. $\log_5 1 = 0$

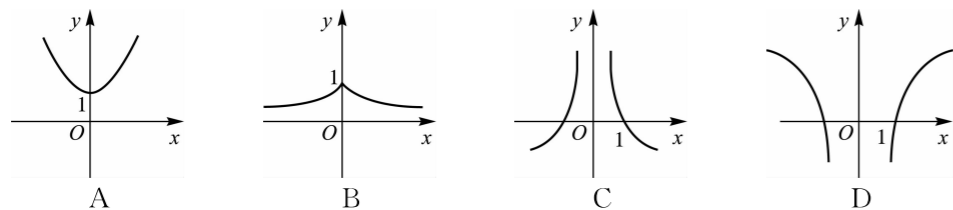
28. 下列函数中, 周期为 π 的奇函数是().

- A. $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ B. $y = \cos x \sin x$
C. $y = \sin 2x - \cos 2x$ D. $y = 1 - \cos x$

29. 抛物线 $y=ax^2 (a < 0)$ 的焦点坐标为().

- A. $(0, \frac{1}{4a})$ B. $(0, \frac{1}{2a})$ C. $(\frac{1}{4a}, 0)$ D. $(\frac{1}{2a}, 0)$

30. 设 $a > 1$, 则函数 $y=a^{|x|}$ 的图像大致是().



二、判断题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 正确的填 T, 错误的填 F)

31. 直线 $l_1: x+y+1=0$ 与 $l_2: 2x+2y+1=0$ 是相互平行的两条直线. ()

32. 若 $\cos(\pi-\alpha) = \frac{1}{5}$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则 $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$. ()

33. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$. ()

34. 若 $\log_{0.4} a < \log_{0.4} 4$, 则 $a > 4$. ()

35. 从 0, 1, 2, 3, 4 这五个数中任取两个数, 其和为奇数的概率为 $\frac{2}{5}$. ()

三、填空题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

36. $\cos 300^\circ =$ _____.

37. 设 $a = x^2 + 2x, b = x^2 + x + 2$, 若 $x > 2$, 则 a, b 的大小关系是 _____.

38. 已知直线的斜率为 3, 在 y 轴上的截距为 4, 则直线的方程为 _____.

39. 圆柱的底面半径为 2, 体积为 4π , 则高为 _____.

40. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle B = \frac{\pi}{4}, AC = 1, BC = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

四、计算题(本大题共 2 道小题, 每小题 15 分, 共 30 分)

41. 已知函数 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ 为偶函数, 且 $f(1) = 4$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内的单调性, 并说明理由.

42. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 5, S_5 = 55$.

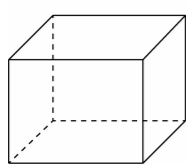
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 求当 n 为多少时, 这个数列的前 n 项的和最大, 并求和的最大值.

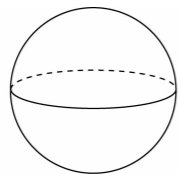
数学冲刺模拟试卷(十一)

选择题(本大题共 50 道小题,每小题 3 分,共 150 分)

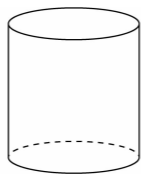
1. 设全集 $U=\{1,2,3,4\}$, $A=\{3,4\}$, 则 $\complement_U A=(\quad)$.
A. $\{1,2,3,4\}$ B. $\{3,4\}$ C. $\{1,2\}$ D. \emptyset
2. 已知 α 是第一象限角, 则 $-\alpha$ 是(\quad).
A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 不等式 $-x^2+2x \geq 0$ 的解集为(\quad).
A. $\{x|0 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x|x \leq -2$ 或 $x \geq 0\}$
C. $\{x|-2 \leq x \leq 0\}$ D. $\{x|x \leq 0$ 或 $x \geq 2\}$
4. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=2$, 公比 $q=2$, 则 $a_5=(\quad)$.
A. 8 B. 16 C. 32 D. 64
5. 函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的定义域为(\quad).
A. $(-\infty, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
6. 下列几何体中, 为旋转体的是(\quad).



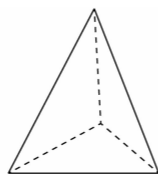
①



②



③



④

- A. ①③ B. ②④ C. ②③ D. ①④

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x < 0, \\ -x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则 $f(-1) \cdot f(1)=(\quad)$.

- A. -3 B. 3 C. -2 D. 2

8. 若直线 l 与直线 $y=-2x$ 垂直, 则直线 l 的斜率是(\quad).

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

9. 已知抛物线的焦点坐标为 $(4, 0)$, 则此抛物线的标准方程为(\quad).

- A. $x^2=8y$ B. $x^2=16y$ C. $y^2=8x$ D. $y^2=16x$

10. 下列函数中, 周期为 π 且最大值为 2 的是(\quad).

- A. $y=\sin \frac{1}{2}x$ B. $y=2\sin \frac{1}{2}x$ C. $y=\sin 2x$ D. $y=2\sin 2x$

11. “ $x=1$ ”是“ $x>0$ ”的(\quad).

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则(\quad).

- A. $|a| > |b|$ B. $|b| > |a|$ C. $-a > -b$ D. $-b > -a$

13. $\cos \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{4}=(\quad)$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

14. $\lg 0.01=(\quad)$.

- A. 2 B. -1 C. -2 D. -3

15. 下列函数中, 为偶函数的是(\quad).

- A. $y=\sin x$ B. $y=\cos x$ C. $y=\sin x+\cos x$ D. $y=\sin x \cos x$

16. 若 3 个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长, 则称这 3 个数是一组勾股数. 关于勾股数的描述早在中国古代的《周髀算经》中就有所记载. 从 4, 6, 8, 10 中任取 3 个不同的数, 则它们构成一组勾股数的概率是(\quad).

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

17. 设 P 是圆 $x^2+y^2-2x=0$ 上的动点, O 是坐标原点, 则 $|OP|$ 的最大值为(\quad).

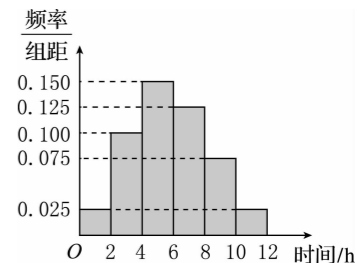
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

18. 已知点 $A(0, -1)$, $B(2, 3)$, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PB}$, 则点 P 的坐标为(\quad).

- A. (2, 2) B. (1, 1) C. (2, 4) D. (1, 2)

19. 某高校共有学生 12 000 人, 为了解该校学生体育运动情况, 随机抽取 600 名学生, 调查他们的每周平均体育运动时间(单位: h), 根据调查情况绘制频率分布直方图(如图), 其中样本数据分组区间为: $[0, 2)$, $[2, 4)$, $[4, 6)$, $[6, 8)$, $[8, 10)$, $[10, 12]$. 估计该校学生每周平均体育运动时间少于 4 小时的人数是(\quad).

- A. 3 600 B. 3 000
C. 2 400 D. 1 500



第 19 题图

20. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $B=60^\circ$, $a=2, c=1$, 则 $b=(\quad)$.

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{7}$ D. 7

21. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 A_1C 与 B_1D_1 所成的角是(\quad).

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

22. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=-3$, 公差 $d=3$. 若此数列前 n 项的和 $S_n=27$, 则 $n=(\quad)$.

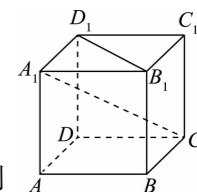
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

23. 下列四个向量中, 不是单位向量的是(\quad).

- A. $\mathbf{a}=(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ B. $\mathbf{b}=(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ C. $\mathbf{c}=(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ D. $\mathbf{d}=(1, 0)$

24. 设 $a > 0$, 则下列算式正确的是(\quad).

- A. $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}=a$ B. $a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{2}{3}}=a$
C. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}=a$ D. $a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}=a$



第 21 题图

25. 设 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 且 α 为锐角, 则 $\sin(\pi - \alpha) =$ ().

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

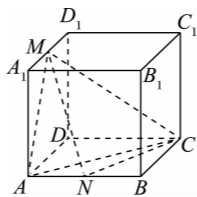
26. 已知函数 $f(x) = \log_{0.3} x$, 则 ().

- A. $f\left(\frac{1}{2}\right) < 0 < f(2)$ B. $f(2) < 0 < f\left(\frac{1}{2}\right)$

- C. $0 < f\left(\frac{1}{2}\right) < f(2)$ D. $f(2) < f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$

27. 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 1, 点 M, N 分别是棱 A_1D_1, AB 的中点, 则三棱锥 $M-ANC$ 的体积为 ().

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$



第 27 题图

28. 设点 $P(0, \sqrt{3})$ 在椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$ 上, F_1, F_2 是该椭圆的两个焦点, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 ().

- A. 4 B. 6 C. $2\sqrt{3}+2$ D. $2\sqrt{3}+4$

29. 已知二次函数 $y = x^2 - ax + \frac{1}{4}$ 图像的顶点在第四象限, 设函数 $f(x) = a^x - a + 1$, 则 ().

- A. $f(x)$ 是增函数, 其图像与 x 轴有一个交点
 B. $f(x)$ 是增函数, 其图像与 x 轴没有交点
 C. $f(x)$ 是减函数, 其图像与 x 轴有一个交点
 D. $f(x)$ 是减函数, 其图像与 x 轴没有交点

30. 过点 $P(\sqrt{3}, 1)$ 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} =$ ().

- A. 0 B. 3 C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

31. $\ln 3 + \ln \frac{e}{3} =$ ().

- A. 1 B. 0 C. e D. $\ln\left(3 + \frac{e}{3}\right)$

32. 已知某圆的圆心在 x 轴正半轴且圆心到原点的距离为 4, 原点在圆上, 则该圆的方程为 ().

- A. $x^2 + (y+4)^2 = 16$ B. $x^2 + (y-4)^2 = 16$
 C. $(x-4)^2 + y^2 = 16$ D. $(x+4)^2 + y^2 = 16$

33. 下列函数中, 不是单调函数的是 ().

- A. $y = x + 1$ B. $y = \sqrt{x}$ C. $y = x^3 + 1$ D. $y = \sin x + 1$

34. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 + a_9 = 16, a_4 = 1$, 则 $a_{12} =$ ().

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

35. 下列区间中, 函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 单调递增的是 ().

- A. $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ C. $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ D. $\left(\frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}\right)$

36. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n > 0, a_1 = 2, a_3 = 18$, 则公比 $q =$ ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

37. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = 2, c = 5, B = 45^\circ, A = 30^\circ$, 则 $b =$ ().

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

38. 已知 $f(x) = -x^3 + a$ 为奇函数, 则 $f(-2) =$ ().

- A. 8 B. -8 C. 4 D. -4

39. 若向量 $\mathbf{a} = (3, 2), \mathbf{b} = (9, y)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $y =$ ().

- A. 4 B. -4 C. 6 D. -6

40. 若大球的表面积是小球表面积的 4 倍, 则大球体积是小球体积的 ().

- A. 2 倍 B. 4 倍 C. 6 倍 D. 8 倍

41. 过点 $(3, -3)$ 和点 $(4, 6)$ 的直线方程为 ().

- A. $x + y - 6 = 0$ B. $9x + y - 30 = 0$
 C. $x - y - 6 = 0$ D. $9x - y - 30 = 0$

42. 已知 α 是第一象限角, $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ().

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

43. 某中学全校共有 3 000 名学生, 高一 1 000 人, 高二 800 人, 高三 1 200 人, 现计划采用分层抽样的方法从中抽取 600 名学生选拔参加全校大合唱, 则高三被抽中的学生人数为 ().

- A. 240 B. 200 C. 150 D. 180

44. 抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点坐标为 ().

- A. $(1, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, -1)$

45. 若圆 $(x-a)^2 + y^2 = 4$ 经过点 $(-1, 2)$, 则圆心坐标为 ().

- A. $(-1, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, -1)$

46. 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的最小正周期为 π 且经过点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$, 则 $f(x) =$ ().

- A. $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ B. $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

- C. $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ D. $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

47. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2x - 5$, 则 $f(1) + f(-2) =$ ().

- A. 4 B. -4 C. -12 D. 12

48. 在一个不透明的袋子里有 2 只相同的袜子和 1 只不同的袜子, 小明取出 2 只袜子, 正好能凑成一双的概率为 ().

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

49. 直线 l_1 和 l_2 所组成的平面为 α, l_3 为平面外的一条直线, 则下列说法中正确的是 ().

- A. 若 $l_3 \parallel l_2$, 则 $l_3 \parallel l_1$ B. 若 $l_3 \perp l_2$, 则 $l_3 \perp l_1$
 C. 若 $l_3 \parallel \alpha$, 则 $l_3 \parallel l_1$ D. 若 $l_3 \perp \alpha$, 则 $l_3 \perp l_1$

50. 已知函数 $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) 与直线 $y = ax$ 的交点坐标为 (x_1, y_1) , 则下列说法中正确的是 ().

- A. $x_1 > 1, y_1 > 0$ B. $x_1 < 1, y_1 > 0$
 C. $x_1 < 1, y_1 < 0$ D. $x_1 > 1, y_1 < 0$

数学冲刺模拟试卷(十六)

一、单选题(本大题共 10 小题,每小题 6 分,共 60 分)

1. 已知集合 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ B. $\{2, 3, 4\}$

C. $\{2, 4, 5\}$ D. \emptyset

2. 设 x, y 都是实数, 则 $x^2 + y^2 = 0$ 是 $xy = 0$ 的()条件.

A. 充分不必要

B. 必要不充分

C. 充要

D. 既不充分也不必要

3. 已知 $f(x) = 3x - 5$, 则 $f(2) =$ ().

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 是().

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

D. 既是奇函数又是偶函数

5. 函数 $f(x) = x^2 + 1$ 的单调递减区间为().

A. $(0, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(-\infty, 0)$

D. $(-\infty, 1)$

6. $|x - 1| > 3$ 的解集为().

A. $(-\infty, -2)$

B. $(-2, 4)$

C. $(4, +\infty)$

D. $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

7. $(5x)' =$ ().

A. $5x$

B. 0

C. 5

D. x

8. $\cos 90^\circ =$ ().

A. 1

B. 0

C. 不存在

D. -1

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $BC = \frac{1}{2}AB$, 则 $\angle A =$ ().

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 75°

10. 若圆的标准方程为 $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$, 则其半径等于().

A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

二、判断题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分. 正确的填 T, 错误的填 F)

11. 函数 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 的定义域为全体实数. ()

12. $\log_5 5 = 0$. ()

13. $\{a\} \in \{a, b, c\}$. ()

14. 若 $a < b < 0$, 则 $ab < 0$. ()

15. 若 $x^4 = 81$, 则 $x = 3$. ()

16. 已知数列通项公式为 $a_n = n^2 + 2$, 那么它的第 4 项 $a_4 = 28$. ()

17. 若 $\cos \theta > 0$, 则角 θ 是第一象限角. ()

18. 两个数 2 和 8 的等比中项是 ± 4 . ()

19. 两直线 $2x - 5y + 6 = 0$ 与 $5x + 2y + 5 = 0$ 的位置关系是垂直. ()

20. 甲、乙两台机床, 它们因故障停机的概率分别为 0.01 和 0.02, 则这两台机床同时因故障停机的概率为 0.03. ()

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 6 分,共 24 分)

21. $\frac{7\pi}{6} =$ _____.

22. 函数 $y = 2^x$ 在闭区间 $[2, 4]$ 上的最大值为_____.

23. 4 个人站成一排, 其中某甲必须站在排尾, 共有_____种站法.

24. 已知一个样本的 5 个个体分别为 4, 6, 5, 3, 4, 7, 5, 5, 4, 则这个样本的均值为_____.

四、计算题(从以下二题中任选一题进行作答,共 16 分)

25. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1=2, a_5=10$.

(1)求公差 d ;

(2)求前 5 项的和 S_5 .



26. 过曲线 $y=x^3$ 上一点 $P(1,1)$ 作曲线的切线.

(1)求此切线的斜率;

(2)求此切线的方程.



高职院校单独招生考试总复习
数学冲刺模拟试卷
参考答案及解析

目 录

数学冲刺模拟试卷(一)参考答案及解析	1
数学冲刺模拟试卷(二)参考答案及解析	4
数学冲刺模拟试卷(三)参考答案及解析	8
数学冲刺模拟试卷(四)参考答案及解析	12
数学冲刺模拟试卷(五)参考答案及解析	15
数学冲刺模拟试卷(六)参考答案及解析	18
数学冲刺模拟试卷(七)参考答案及解析	22
数学冲刺模拟试卷(八)参考答案及解析	26
数学冲刺模拟试卷(九)参考答案及解析	29
数学冲刺模拟试卷(十)参考答案及解析	33
数学冲刺模拟试卷(十一)参考答案及解析	36
数学冲刺模拟试卷(十二)参考答案及解析	40
数学冲刺模拟试卷(十三)参考答案及解析	43
数学冲刺模拟试卷(十四)参考答案及解析	47
数学冲刺模拟试卷(十五)参考答案及解析	51
数学冲刺模拟试卷(十六)参考答案及解析	54
数学冲刺模拟试卷(十七)参考答案及解析	56
数学冲刺模拟试卷(十八)参考答案及解析	58
数学冲刺模拟试卷(十九)参考答案及解析	60
数学冲刺模拟试卷(二十)参考答案及解析	63

数学冲刺模拟试卷(一)参考答案及解析

一、选择题(本大题共 30 道小题,每小题 3 分,共 90 分)

1. A 解析:可通过绘制数轴得到 $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 1\}$. 故选 A.

2. D 解析:选项 A 中,一元一次函数 $y=2x-1$ 既不是奇函数又不是偶函数. 选项 B 中,余弦函数 $y=\cos x$ 是偶函数,在 $(0, +\infty)$ 上具有周期性. 选项 C 中,函数 $y=x^2+3$ 是偶函数,在 $(0, +\infty)$ 上单调递增. 选项 D 中,函数 $y=x^{-2}$ 是偶函数,在 $(0, +\infty)$ 上单调递减. 故选 D.

3. C 解析:向量 $m=(x_1, y_1)$, $n=(x_2, y_2)$ 平行的充要条件为 $x_1y_2=x_2y_1$, 所以 $2 \times 3 = (-1)x$, 解得 $x=-6$. 故选 C.

4. B 解析:根据正弦定理可知, $\triangle ABC$ 的三边之比为 $a:b:c=3:4:5$. 设 $a=3, b=4, c=5$, 则 $c^2=a^2+b^2$, 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形. 故选 B.

5. D 解析: $(x-1)(3-x) > 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Rightarrow 1 < x < 3$. 故选 D.

6. A 解析: $(x-4)^2+(y-2)^2=4$, 圆心为 $C(4, 2)$, 半径为 $r=2$, 点 C 到直线 $3x-4y+1=0$ 的距离 $d = \frac{|12-8+1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = 1$, 因为 $d < r$, 所以相交. 故选 A.

7. D 解析:将方程化为标准形式为 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{\frac{2}{k}} = 1$, 因为椭圆焦点在 y 轴上, 所以 $\frac{2}{k} > 2$, 解得 $0 < k < 1$. 故选 D.

8. C 解析:设“甲分得红球”为事件 A , “乙分得红球”为事件 B . 根据题意可知, A 与 B 不可能同时发生, 但 A 不发生时, B 有可能发生, 也有可能不发生. 故选 C.

9. C 解析:根据题意得 $a_1+a_1q+a_1q^2=21$, 解得 $q=-3$ 或 $q=2$, 因为数列各项都为正数, 所以 $q=-3$ 舍去, 只取 $q=2$. 所以 $a_3+a_4+a_5=a_1q^2+a_1q^3+a_1q^4=(a_1+a_2+a_3)q^2=21 \times 4=84$. 故选 C.

10. B 解析:因为 $\sin A + \sin B = \sqrt{2} \sin C$, 所以根据正弦定理可知 $a+b=\sqrt{2}c$. 由 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2}+1$ 可知, $a+b=\sqrt{2}+1-c$, 根据上述两个方程解得 $c=1$.

11. D

12. B 解析: $f\left(\frac{1}{10}\right) = \lg \frac{1}{10} = -1 = t, f(t) = f(-1) = 10^{-1} = \frac{1}{10}$.

13. B 解析: 根据题意可知, $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin \frac{7\pi}{6} = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

14. B 解析: $P = 0.8 \times 0.7 \times 0.6 = 0.336$. 故选 B.

15. D 解析: 函数 $y = x - 1, x \in \{1, 2, 3\}$, 当 $x = 1$ 时, $y = 1 - 1 = 0$; 当 $x = 2$ 时, $y = 2 - 1 = 1$; 当 $x = 3$ 时, $y = 3 - 1 = 2$. 所以函数的值域为 $\{0, 1, 2\}$. 故选 D.

16. B 解析: p 可改写为 $-4 \leq x \leq 5, q$ 可改写为 $-4 < x < 4$. 因为 $q \Rightarrow p, p \not\Rightarrow q$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

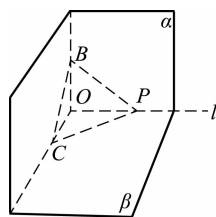
17. D 解析: 由题意得点 D 的坐标为 $(1, 1), \overrightarrow{CD} = (-1, -3)$, 因为向量 $a = (2, 1+k)$ 与 \overrightarrow{CD} 平行, 所以 $-1 \times (1+k) - 2 \times (-3) = 0$, 解得 $k = 5$. 故选 D.

18. B 解析: ②④正确. 故选 B.

19. A 解析: 设隔墙的长度为 x m, 那么矩形的面积为 $S = \left(\frac{24-4x}{2}\right)x = -2x^2 + 12x$. 当 $x = 3$ 时, 矩形面积 S 最大. 故选 A.

20. A 解析: 设等差数列为 $\{a_n\}, a_1 = 5, n = 30, S_n = 390$, 由 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$, 得 $390 = 30 \times 5 + \frac{30 \times (30-1)}{2}d$, 解得 $d = \frac{16}{29}$. 故选 A.

21. C 解析: 如图所示, 由题意知, $\angle BPO = \angle CPO = 45^\circ, \angle POB = \angle POC = \angle BOC = 90^\circ$, 则 $OB = OC = OP$, 可知 $BC = CP = BP$, 所以 $\triangle BCP$ 为正三角形, 即 $\angle BPC = 60^\circ$. 故选 C.



22. D 解析: $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. 故选 D.

23. C 解析: 由题意可知, $2p = 2$, 解得 $p = 1$, 故抛物线的准线方程为 $x = -\frac{1}{2}$. 故选 C.

24. C 解析: 选项 A 在其定义域内既有递增区间又有递减区间, 选项 B、D 在其定义域内递减, 选项 C 可化为 $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$, 因为 $\frac{5}{3} > 1$, 所以该函数在其定义域内单调递增. 故选 C.

25. B 解析: 因为 α 为第三象限角, 所以 $\cos \alpha < 0, \tan \alpha > 0$, 则点 P 在第二象限. 故选 B.

26. A 解析: 联立 $\begin{cases} 2x-y+3=0, \\ 4x+3y+1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \end{cases}$ 所以两条直线 $2x-y+3=0$ 和 $4x+3y+1=0$ 的交点为 $(-1,1)$. 设垂直于直线 $2x-3y+4=0$ 的直线方程为 $3x+2y+c=0$, 把点 $(-1,1)$ 代入得 $-3+2+c=0$, 计算得出 $c=1$, 所以所求直线方程为 $3x+2y+1=0$. 故选 A.

27. D

28. B

29. A 解析: 由题意得抛物线的标准方程为 $x^2=\frac{y}{a}$, 所以抛物线的焦点坐标为 $(0, \frac{1}{4a})$. 故选 A.

30. A

二、判断题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 正确的填 T, 错误的填 F)

31. T 解析: 直线 $l_2: 2x+2y+1=0 \Leftrightarrow x+y+\frac{1}{2}=0$, 与直线 $l_1: x+y+1=0$ 的斜率相同但纵截距不同, 所以这两条直线相互平行.

32. T 解析: 因为 $\cos(\pi-\alpha)=-\cos \alpha=\frac{1}{5}$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则 α 是第三象限角, 所以根据同角三角函数的关系式可得 $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

33. F 解析: $\vec{AB}-\vec{AD}+\vec{BE}=\vec{DB}+\vec{BE}=\vec{DE}$.

34. T 解析: 设对数函数为 $y=\log_{0.4} x$, 因为 $0 < 0.4 < 1$, 所以对数函数 $y=\log_{0.4} x$ 是单调递减函数. 又因为 $\log_{0.4} a < \log_{0.4} 4$, 所以 $a > 4$.

35. F 解析: 两个数的和是奇数, 则这两个数中一个一定为奇数, 另一个一定为偶数, 所以 $P = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5}$.

三、填空题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

36. $\frac{1}{2}$ 解析: $\cos 300^\circ = \cos(-60^\circ) = \frac{1}{2}$.

37. $a > b$ 解析: 因为 $a-b=x^2+2x-(x^2+x+2)=x-2$, 当 $x > 2$ 时, $x-2 > 0$, 所以 $a > b$.

38. $3x-y+4=0$ 解析: 根据直线的斜截式方程可得 $y-4=3(x-0)$, 解得 $3x-y+4=0$.

39. 1 解析: 根据圆柱的体积公式为 $\pi r^2 h = 4\pi$, 解得 $h=1$.

40. $\frac{1}{2}$ 解析:根据正弦定理得 $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$, 即 $\frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sin A}$, 解得 $\sin A = 1$, 则 $\angle A =$

$\frac{\pi}{2}$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times AB = \frac{1}{2}$.

四、计算题(本大题共 2 道小题,每小题 15 分,共 30 分)

41. 解:(1)因为函数 $f(x)$ 为偶函数,所以 $f(-x) = f(x)$.

即 $2x^2 + ax + b = 2x^2 - ax + b$, 则 $a = 0$.

又因为 $f(1) = 4$, 所以 $2 + b = 4$, 因此 $b = 2$.

故函数的解析式为 $f(x) = 2x^2 + 2$.

(2)函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内为减函数.

令 x_1, x_2 是 $(-\infty, 0)$ 上的任意两个实数,且 $x_1 < x_2$, 则 $x_1 - x_2 < 0, x_1 + x_2 < 0$.

于是 $f(x_2) - f(x_1) = 2x_2^2 + 2 - (2x_1^2 + 2) = 2(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) < 0$.

即 $f(x_1) > f(x_2)$.

所以函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内为减函数.

42. 解:(1)因为 $S_5 = \frac{1}{2}(a_1 + a_5) \times 5 = 55, a_5 = 5$, 所以 $a_1 = 17$, 又 $a_1 + 4d = a_5$, 所以 $d = -3$.

故 $a_n = -3n + 20$.

(2)因为当 $a_n \geq 0$ 且 $a_{n+1} < 0$ 时,这个数列的前 n 项的和最大,即 $-3n + 20 \geq 0$, 解得 $n \leq \frac{20}{3}$. 所以当 $n = 6$ 时, $S_6 = 6a_1 + \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times (-3) = 57$.

所以当 $n = 6$ 时,前 6 项的和最大值为 57.

数学冲刺模拟试卷(二)参考答案及解析

一、选择题(本大题共 30 道小题,每小题 3 分,共 90 分)

1. D 解析:因为集合 $M = \{a, c, d\}, N = \{b, e, f\}$, 所以两集中没有相同的元素,即 $M \cap N = \emptyset$. 故选 D.

2. A 解析:根据题意得 $4 \times m + (-2) \times 8 = 0$. 解得 $m = 4$. 故选 A.

3. A 解析: 因为 x^2+8 恒大于零, 所以求原不等式的解集就相当于求不等式 $x^2-4x-5 < 0$ 的解集. 不等式 $x^2-4x-5=(x-5)(x+1) < 0$, 解得 $-1 < x < 5$. 故选 A.

4. B 解析: 圆 $x^2+(y-5)^2=25$ 的圆心坐标为 $(0, 5)$, 根据点到直线的距离公式, 圆心到已知直线的距离 $d=\frac{5 \times 4 - 5}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$. 故选 B.

5. C 解析: 在 $\triangle ABC$ 中, $b=2, c=1, A=60^\circ$, 由余弦定理可得 $a^2=b^2+c^2-2bccos A=4+1-4 \times \frac{1}{2}=3$, 得 $a=\sqrt{3}$, 所以 $a^2+c^2=b^2$, 由此知 $\triangle ABC$ 为直角三角形, $B=90^\circ$, 所以 $C=180^\circ-A-B=30^\circ$, 则 $\sin C=\frac{1}{2}$. 故选 C.

6. A 解析: 根据等差数列的性质可知, $a_1+a_{11}=a_2+a_{10}=15$. 故选 A.

7. B 解析: $\frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2}=0.6$. 故选 B.

8. D 解析: 由图像可知, $\frac{T}{4}=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}$. 因为 $T=\frac{2\pi}{\omega}$, 解得 $\omega=2$. 故选 D.

9. A 解析: 因为函数 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(-x)=-f(x)$, 又 $f(1)=2$, 所以 $f(-1)=-f(1)=-2$. 故选 A.

10. B 解析: 根据题意可知, 圆 $C: x^2+y^2=4$ 的圆心 $C(0, 0)$, 半径 $r=2$, 则圆心 C 到直线 $l: x+\sqrt{3}y-4=0$ 的距离 $d=\frac{|-4|}{\sqrt{1+3}}=2=r$, 所以直线 l 与圆 C 相切. 故选 B.

11. C

12. B 解析: 由函数 $f(-x)=\lg|-x|=\lg|x|$, 可知函数 $y=\lg|x|$ 为偶函数; 由对数函数的性质可知, 函数 $y=\lg|x|$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数. 故选 B.

13. A 解析: 由题意可知 $\begin{cases} a_3=a_1+2d=2, \\ S_6=6a_1+15d=15, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1=0, \\ d=1, \end{cases}$ 所以公差 $d=1$. 故选 A.

14. D 解析: 根据等差数列前 n 项和公式 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$, 可得 $S_5=5 \times 4 + \frac{5 \times 4}{2} \times 3=50$. 故选 D.

15. B 解析: 从 64 人中抽取容量为 8 的样本, 则分段的间隔为 $64 \div 8=8$. 故选 B.

16. B 解析: 不等式 $(1-x)(3+x) < 0$ 的解集为 $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$. 因为“ $x < -3$ 或

$x > 1$ ”不能推出“ $x < -4$ ”，但是“ $x < -4$ ”可以推出“ $x < -3$ 或 $x > 1$ ”，所以“ $(1-x)(3+x) < 0$ ”是“ $x < -4$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

17. D **解析**: 根据题意可知, 被开方数要大于等于零, 所以 $2x-1 \geq 0$, 解得 $x \geq \frac{1}{2}$. 故选 D.

18. A **解析**: 由对数函数的概念可设该函数的解析式为 $y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1, x > 0$), 则 $2 = \log_a 4 = \log_a 2^2 = 2 \log_a 2$, 即 $\log_a 2 = 1$, 计算得出 $a = 2$, 所以所求对数函数的解析式为 $y = \log_2 x$. 故选 A.

19. A **解析**: 由 $\tan(\pi - \alpha) = 2$ 得 $\tan \alpha = -2, \sin \alpha = -2 \cos \alpha$. 因为 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 所以 $4 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 解得 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -4 \cos^2 \alpha = -\frac{4}{5}$. 故选 A.

20. D **解析**: 在 $\triangle ABD$ 中, 由正弦定理得 $\frac{AD}{\sin B} = \frac{AB}{\sin \angle ADB}$, 即 $\frac{AD}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{2AD}{\sin \angle ADB}$, 所以 $\sin \angle ADB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 又因为 $AD = AC$, 所以 $\triangle ADC$ 为等腰三角形, $\angle ADB$ 是钝角. 所以 $\cos \angle ADB = -\sqrt{1 - \sin^2 \angle ADB} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. 故选 D.

21. D **解析**: 由题意得, 球 O 的半径为 $\sqrt{1 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$. 故球 O 的表面积为 $4\pi \times (\sqrt{3})^2 = 12\pi$. 故选 D.

22. D **解析**: 函数的顶点坐标为 $(1, 2)$, 故当 $x \in [0, 3]$ 时, $y \in [2, 6]$. 故选 D.

23. C **解析**: 双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$ 的标准形式为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$, 其渐近线方程是 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{1}x$, 整理得 $y = \pm \sqrt{3}x$. 故选 C.

24. B **解析**: $4 \times 6 + 12x = 0$, 解得 $x = -2$. 故选 B.

25. C **解析**: 因为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 长轴长是 4, 故 $a = 2$, $c = \sqrt{3}$, 所以 $b = 1$. 所以椭圆的方程是 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. 故选 C.

26. B **解析**: $\lg \frac{5}{2} + 2 \lg 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \lg \frac{5}{2} + \lg 2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \lg \left(\frac{5}{2} \times 4\right) - 2 = 1 - 2 = -1$.

故选 B.

27. C 解析: $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \frac{6}{9}$. 因为 α 是第二象限角, 所以 $\cos\alpha < 0$, 故 $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$. 故选 C.

28. C 解析: 根据题意可知, $c = \sqrt{4+5} = \pm 3$, 即双曲线的焦点坐标为 $(\pm 3, 0)$. 故选 C.

29. D

30. D 解析: 由题意可知, $e^a = 2, e^b = 5, e^{2a+b} = e^{2a}e^b = 20$. 故选 D.

二、判断题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 正确的填 T, 错误的填 F)

31. T 解析: 设对数函数为 $y = \log_5 x$, 因为底数 > 1 , 所以对数函数 $y = \log_5 x$ 是单调递增函数, 又因为 $\log_5 a < \log_5 3$, 则 $a < 3$.

32. F 解析: 函数 $f(x) = x^2 - x - 6 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$, 对称轴为直线 $x = \frac{1}{2}$, 当 $x \geq \frac{1}{2}$ 时, 函数单调递增, 所以函数的单调增区间是 $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

33. T 解析: 因为 $a = -2b$, 所以 $a \parallel b$.

34. T 解析: 直线 $\sqrt{3}x - 3y + 3 = 0$ 的斜率是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 又因为 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以直线 $\sqrt{3}x - 3y + 3 = 0$ 的倾斜角是 30° .

35. F 解析: 因为 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5 - 3} = \sqrt{2}$, 所以 $e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

三、填空题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

36. π 解析: $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

37. $(4, 0)$ 解析: 因为椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 的 $a^2 = 36, b^2 = 20$, 所以 $c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 20 = 16$, 那么椭圆的右焦点坐标为 $(4, 0)$.

38. 27 解析: 设正方体的棱长是 a , 因为 $S_{\text{正方体表面积}} = 6a^2 = 54$, 则 $a = 3$, 所以 $V_{\text{正方体}} = a^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

39. $\frac{5}{4}$ 解析: 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的 $a = 4, b = 3$, 那么 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5$, 所以 $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$.

40.6 解析: 样本容量与总体容量的比为 $\frac{20}{160} = \frac{1}{8}$, 所以管理人员应抽到的人数为 $\frac{1}{8} \times 48 = 6$.

四、计算题(本大题共 2 道小题, 每小题 15 分, 共 30 分)

41. 解: (1) 令 $t = x - 1$, 则 $x = t + 1$. $f(t) = (t+1)^2 - 2(t+1) = t^2 - 1$, $f(x) = x^2 - 1$.

(2) $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 关于原点对称, 且 $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$,

所以 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是偶函数.

42. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $a_n = a_1 + (n-1)d$.

由 $a_1 = 1, a_3 = -3$ 可得 $1 + 2d = -3$, 解得 $d = -2$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times (-2) = 3 - 2n$.

(2) 由 (1) 可知 $a_n = 3 - 2n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n[1 + (3 - 2n)]}{2} = 2n - n^2$.

进而由 $S_k = -35$ 代入得 $k^2 - 2k - 35 = 0$, 解得 $k = 7$ 或 $k = -5$ (舍去).

数学冲刺模拟试卷(三) 参考答案及解析

一、选择题(本大题共 30 道小题, 每小题 3 分, 共 90 分)

1. B 解析: 根据集合交集的运算可得 $A \cap B = \{b\}$. 也可通过绘制 Venn 图得到. 故选 B.

2. D 解析: 因为 $y = f(x)$ 是减函数且 $f(|a| + 1) < f(2)$, 所以 $|a| + 1 > 2$, 解得 $a > 1$ 或 $a < -1$, 即 a 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$. 故选 D.

3. A 解析: 根据题意可知, 该直线 l 的斜率为 $k = \tan \alpha = \frac{1-0}{1-0} = 1$, 所以倾斜角为 $\alpha = 45^\circ$. 故选 A.

4. A 解析: 因为 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = (3, 4) - (-1, 2) = (4, 2)$. 故选 A.

5. A 解析: 因为 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$, 所以 $\tan \alpha =$

$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$. 所以 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{7}$. 故

选 A.

6. B 解析: 函数 $y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$. 故选 B.

7. A 解析: 由题意可设直线方程为 $2x-3y+b=0$, 由于所求直线过点 $P(1,3)$, 解得 $b=7$. 故选 A.

8. C 解析: 将双曲线 $9y^2-16x^2=144$ 化为标准方程 $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$, 则 $a=4, b=3$, 所以该双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{4}{3}x$. 故选 C.

9. B 解析: 由图像可知 $T=2\left(\frac{7\pi}{8}-\frac{3\pi}{8}\right)=\pi$, 所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$. 又因为 $2\times\frac{3\pi}{8}+\varphi=\pi$, 所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$. 故选 B.

10. A 解析: 因为 a_2, a_4 是方程 $x^2-x-2=0$ 的两个实数根, 所以 $a_2+a_4=1$, $S_5=\frac{(a_1+a_5)\times 5}{2}=\frac{(a_2+a_4)\times 5}{2}=\frac{5}{2}$. 故选 A.

11. D

12. C 解析: $|3x-2|>1$ 即 $3x-2>1$ 或 $3x-2<-1$, 解得 $x>1$ 或 $x<\frac{1}{3}$. 故选 C.

13. D

14. A 解析: 因为 $a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}>3^{\frac{2}{3}}=b, c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}>4^{\frac{2}{3}}=a$, 所以 $b<a<c$. 故选 A.

15. A 解析: 因为 $\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以 $\cos C=2\cos^2\frac{C}{2}-1=2\times\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-1=-\frac{3}{5}$. 由余弦

定理可得 $AB=\sqrt{BC^2+AC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C}=4\sqrt{2}$. 故选 A.

16. B

17. A 解析: $x>0\Rightarrow x\neq 0$, 而 $x\neq 0\Rightarrow x>0$. 故选 A.

18. D

19. A 解析: 由题意可知, 该函数的对称轴为直线 $x=1$ 且开口向上, 故其递减区间为 $(-\infty, 1)$. 故选 A.

20. C 解析: 由题意可列方程组
$$\begin{cases} PF_1-PF_2=2, \\ PF_1^2+PF_2^2-2PF_1\cdot PF_2\cos\angle F_1PF_2=16, \end{cases}$$
 化简可得

$PF_1 \cdot PF_2 = 12$, 则 $S_{\triangle F_1PF_2} = \frac{1}{2}PF_1 \cdot PF_2 \sin \angle F_1PF_2 = 3\sqrt{3}$. 故选 C.

21. C **解析**: 设球的半径为 r . 由题意可知, $2\pi r = 4\pi$, 大圆的半径等于球的半径, 即 $r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$. 故球的体积为 $\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$.

22. A **解析**: 根据题意和正弦定理可知, $3\sin A \cos C = 2\sin C \cos A$, 即 $3\tan A \cos C = 2\sin C$. 因为 $\tan A = \frac{1}{3}$, 所以 $\cos C = 2\sin C$, $\tan C = \frac{1}{2}$. $\tan(A+C) = 1$, 则 $A+C = 45^\circ$, 所以 $B = 135^\circ$.

23. C **解析**: 因为数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 所以 $S_1 = a_1$, $S_2 = 2a_1 + d$, $S_4 = 4a_1 + 6d$. 因为 S_1, S_2, S_4 成等比数列, 所以 $S_1 S_4 = S_2^2$. 所以 $a_1(4a_1 + 6d) = (2a_1 + d)^2$, 整理得 $2a_1 d = d^2$. 因为公差 $d \neq 0$, 所以 $d = 2a_1$, 故 $q = \frac{S_2}{S_1} = \frac{4a_1}{a_1} = 4$. 故选 C.

24. D

25. D

26. A

27. B **解析**: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

28. B

29. C

30. B **解析**: 因为 $y = \log_b x$ 为增函数, 所以 $b > 1$. 因为 $y = a^x$ 为减函数, 所以 $0 < a < 1$.

二、判断题(本大题共 5 道小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 正确的填 T, 错误的填 F)

31. F **解析**: 因为函数 $f(x) = x - 1$ 的定义域是 \mathbf{R} , 函数 $g(x) = (\sqrt{x-1})^2$ 的定义域是 $[1, +\infty)$, 所以这两个函数不是同一函数.

32. F **解析**: 因为 $f(-x) = -\sin(-x) = \sin x = -f(x)$, 所以函数 $y = -\sin x$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数.

33. F **解析**: 因为 $0 = \log_i 1 < a = \log_i 3 < \log_i 4 = 1$, $b = \log_3 4 > \log_3 3 = 1$, $c = \log_5 3 < \log_4 3 < 1$, 所以 $c < a < b$.

34. T **解析**: 因为 $(-3) \times 2 + 2 \times 3 = 0$, 所以 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$.

35. F 解析:由两直线互相垂直可得 $1 \times a + 2 \times (-1) = 0$, 解得 $a = 2$.

三、填空题(本大题共 5 道小题,每小题 3 分,共 15 分)

36. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 解析: $f(1) = \frac{\sqrt{1+3}}{1} = 2$, 则 $f(f(1)) = \frac{\sqrt{2+3}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

37. $(-1, 3)$ 解析: $(x+1)(x-3) = 0$ 的两解为 $x_1 = -1, x_2 = 3$. 且二次项系数为 $1 > 0$. 所以不等式 $(x+1)(x-3) < 0$ 的解集为 $-1 < x < 3$.

38. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ 解析: 因为圆的直径为 2, 所以圆的半径为 1, 所以圆心坐标为 $(2, -1)$, 半径为 1 的圆的方程为 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$.

39. 3 解析: 不等式 $|3x-8| < 2 \Leftrightarrow -2 < 3x-8 < 2 \Leftrightarrow 2 < x < \frac{10}{3}$, 所以整数解只有 $x = 3$.

40. 24 解析: 四本不同的图书, 分给四个同学, 每人一本, 则不同的分法有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (种).

四、计算题(本大题共 2 道小题,每小题 15 分,共 30 分)

41. 解: 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.

因为 $a_2 = 2, a_5 = 16$, 所以 $\begin{cases} a_2 = a_1 q = 2, \\ a_5 = a_1 q^4 = 16, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a_1 = 1, \\ q = 2. \end{cases}$

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^{n-1}$.

前 n 项和 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$.

42. 解: 由已知可得 $a = 2, \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$. 所以 $c = 1$.

由 $b^2 = a^2 - c^2$ 可得 $b^2 = 3$.

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.