

第一章

集合与充要条件



1.1 集合的概念



1.1.1 集合与元素



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练叙述集合与元素的概念及二者的关系.
2. 通过阅读、总结并掌握集合与元素及其关系的数学符号.
3. 通过小组讨论总结集合的分类,掌握几个常见数集的符号.
4. 通过训练能运用元素的属性解决有关问题.



课前——知识·梳理

1. 集合的概念:将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合,简称集;组成集合的对象叫这个集合的元素.
2. 集合与元素的符号:一般用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素.
3. 集合与元素的关系有:属于和不属于,分别用符号 $\in$ 和 $\notin$ 表示.
 a 是集合 A 的元素,记作 $a \in A$,读作 a 属于 A .
 a 不是集合 A 的元素,记作 $a \notin A$,读作 a 不属于 A .
4. 常见的数集的符号:实数集 $\mathbf{R}$;有理数集 $\mathbf{Q}$;整数集 $\mathbf{Z}$;正整数集 $\mathbf{N}^*$;自然数集 $\mathbf{N}$.
5. 含有有限个元素的集合叫做有限集;含有无限个元素的集合叫做无限集.
6. 把不含任何元素的集合叫做空集,记作 $\emptyset$.
7. 集合中的元素的属性有:确定性、互异性和无序性.
(1)确定性:是指组成集合的对象是确定的,即对于任何一个具体的对象,它或者属于这个集合,或者不属于这个集合,二者必居其一;
(2)互异性:是指同一集合中不能出现相同的元素;
(3)无序性:是指集合中的元素没有一定的顺序.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

4 _____ $\mathbf{R}$ -2.5 _____ $\mathbf{Q}$ 2.1 _____ $\mathbf{Z}$ 3 _____ $\mathbf{N}$
 0 _____ $\emptyset$ 3.14 _____ $\mathbf{R}$ 1.5 _____ $\mathbf{Q}$ -1 _____ $\mathbf{N}$

2. 用“有限集、无限集或空集”填空.

由元素 a, b 组成的集合是 _____;



所有大于 -4 小于 0 的实数组成的集合是_____；

所有大于 -4 小于 0 的整数组成的集合是_____；

所有大于 -4 小于 0 的自然数组成的集合是_____.

3. $1, 2, 3, 4$ 与 $4, 3, 2, 1$ 构成的集合是否是同一个集合?

答:_____, 根据的是元素的_____性.

4. 由 $-1, -2, 0, 2, 3, 0, -2, 3$ 构成的集合的元素个数是 8 吗?

答:_____, 根据的是元素的_____性, 共有_____个元素.

5. 判断下列各组对象是否能构成集合.

- (1) 比较大的数;
- (2) 大于 $10\ 000$ 的自然数;
- (3) 接近 0 的实数;
- (4) 同学们喜欢的书.

归纳探究

小组讨论 $0, \{0\}$ 与 $\emptyset$ 的区别与联系:



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列关系正确的是 ()

A. $-2 \in \mathbf{N}$	B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$	C. $5 \notin \mathbf{Q}$	D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$
------------------------	---------------------------------	--------------------------	---------------------------------
2. 下列关系不正确的是 ()

A. $0 \in \mathbf{N}$	B. $-4 \in \mathbf{R}$	C. $2.1 \in \mathbf{Q}$	D. $1.5 \in \mathbf{Z}$
-----------------------	------------------------	-------------------------	-------------------------
3. 下列关系正确的是 ()

A. $0 \notin \emptyset$	B. $0 \in \emptyset$	C. $\{0\} \in \emptyset$	D. $1 \in \emptyset$
-------------------------	----------------------	--------------------------	----------------------
4. 下列对象构成的集合是无限集的是 ()

A. 高一年级身高超过 1.75 cm 的学生	B. 方程 $x^2=1$ 的解
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数	D. 所有大于 3 的实数
5. 下列对象构成的集合是有限集的是 ()

A. 小于 3 的有理数	B. $-1, 0, 1$
C. 所有的梯形	D. 不等式 $x \geq 2$ 的解
6. 下列对象构成的集合是空集的是 ()

A. 大于 1 的所有整数	B. $x^2=9$ 的实数解
-----------------	-----------------





C. 大于 0 小于 4 的有理数

7. 下列对象能构成集合的是

A. 商场里漂亮的衣服

C. 比较大的实数

8. 下列各组对象不能构成集合的是

A. 所有的三角形

C. 方程 $2x+1=0$ 的解

9. 下列集合不是空集的是

A. 绝对值小于 0 的实数

C. $x^2 < 0$ 的解集

10. 下列说法正确的是

A. 集合 $\mathbf{N}$ 是有限集

C. $\emptyset$ 含有 0 个元素

D. 大于 -4 小于 0 的自然数

()

B. 非常接近 0 的实数

D. 绝对值小于 5 的自然数

()

B. 中国的四大发明

D. 高一年级帅气的男孩

()

B. $2x+1=0$ 的解集

D. 小于 0 的自然数

()

B. 0 是空集的元素

D. 方程 $x^2=0$ 的解集是空集

二、填空题

1. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

-5 _____ $\mathbf{Z}$ $\frac{1}{4}$ _____ $\mathbf{Q}$

0.5 _____ $\mathbf{Z}$ -3 _____ $\mathbf{N}$

$\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{R}$ π _____ $\mathbf{R}$

$\sqrt{6}$ _____ $\mathbf{Q}$ 0 _____ $\mathbf{N}^*$

2. 用“有限集、无限集或空集”填空.

由元素 0, 1, 2 组成的集合是_____;

由第一象限的点组成的集合是_____;

由方程 $x^2-2x+1=0$ 的解组成的集合是_____;

由方程 $x^2=-1$ 的实数解组成的集合是_____;

由不等式 $2x-4 < 0$ 的解组成的集合是_____.

3. 用元素的确定性, 可判定下列各组对象中能构成集合的是_____.

① 所有大于 4 的有理数;

② 比较大的自然数;

③ 同学们喜欢的体育项目;

④ 方程 $3x+2=0$ 的解;

⑤ 比较接近 0 的实数.

4. (1) 若集合 M 由 $-2, a$ 两个元素组成, 且 $0 \in M$, 则 $a =$ _____;

(2) 若集合 P 由 $-2, a^2$ 两个元素组成, 且 $1 \in P$, 则 $a =$ _____.

三、解答题

1. 如果关于 x 的方程 $x^2-4x+a=0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.



2. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.

3. 若集合 A 由 $x-2, x^2, 5$ 三个元素组成, 且 $0 \in A$, 试列出集合 A 中的所有元素.

1.1.2 集合的表示法



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述列举法与描述法的概念.
2. 通过小组讨论总结并掌握列举法与描述法正确的书写格式.
3. 通过训练了解列举法与描述法的适用范围.



课前 —— 知识 · 梳理

1. 列举法: 是指将集合中的元素一一列出, 用逗号分隔, 再用花括号括为一个整体的方法. 一般格式为 $\{a, b, c, \dots\}$. 例如, 小于 3 的所有自然数组成的集合, 可用列举法表示为 $\{0, 1, 2\}$.

2. 描述法: 利用集合中元素的特征性质来表示集合的方法, 叫描述法. 一般形式为 $\{\text{代表元素及其取值范围} | \text{元素的特征性质}\}$. 例如, 小于 3 的所有实数组成的集合, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x < 3\}$.

注: 在不致混淆的情况下, 可以省去竖线及左边部分, 如, 所有直角三角形构成的集合可以表示为 $\{\text{直角三角形}\}$.



课中——练习·探究

当堂检测

分别用列举法和描述法表示下列集合,并比较哪种表示方法较为合适;然后分别指出是有限集、无限集还是空集.

- (1)小于3的自然数组成的集合;
- (2)大于2且小于6的所有整数组成的集合;
- (3)所有的偶数组成的集合.

归纳探究

试指出各组中的区别与联系:

1. $(1,2)$, $\{1,2\}$ 与 $\{(1,2)\}$.

2. $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$.

3. $\mathbf{N}$ 与 $\{\mathbf{N}\}$.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 若 $A=\{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 若 $A=\{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 下列集合是用列举法表示的是 ()
 A. $\{\text{绝对值小于2的实数}\}$ B. $\{a, b\}$
 C. $\{x|x^2<0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x<1\}$
4. 下列集合是用描述法表示的是 ()
 A. $\{0\}$ B. $\{\text{梯形}\}$ C. $\mathbf{R}$ D. $\emptyset$
5. 下列集合是无限集的是 ()
 A. $\{\text{负数}\}$ B. $\{x|x^2-2x+1=0\}$





- C. $\{x|x^2=0\}$ D. $\{x|x^2<-1\}$
6. 用列举法表示集合 $\{x|x(x-2)=0\}$, 正确的是 ()
- A. 0, 2 B. 2, 0 C. $\{0, 2\}$ D. $\{(0, 2)\}$
7. 与它的相反数相等的数组成的集合是 ()
- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1, -1\}$ D. $\emptyset$
8. 下列集合中是空集的是 ()
- A. $\{x|x^2-1=0\}$ B. $\{x|x^2\geq 0\}$
- C. $\{x|x^2=0\}$ D. $\{x|x^2=-1\}$
9. 下列四个命题中, 正确的是 ()
- A. 集合 $\{0, 1, 2, 0\}$ 是由四个元素组成的集合
- B. $\{x|x^2<0\}$ 可用列举法表示为 $\{0\}$
- C. 集合 $\{x\in\mathbf{N} | x<10\}$ 有 9 个元素构成
- D. $\{x|x^2=4\}=\{-2, 2\}$

二、填空题

1. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

$$0 \underline{\quad} \{0, 1\} \quad 2 \underline{\quad} \{0, 1\} \quad -2 \underline{\quad} \emptyset$$

$$-1 \underline{\quad} \{x | x^2=1\} \quad 1 \underline{\quad} \{x | x^2=-1\}$$

2. 绝对值等于 2 的实数构成的集合是_____.

三、解答题

1. 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数构成的集合;
- (2) 小于 100 的自然数构成的集合;
- (3) 奇数集;
- (4) 方程 $2x-1=0$ 的解集.

2. 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的实数构成的集合;
- (2) 偶数集;
- (3) x 轴上所有点构成的集合;
- (4) 第一象限内所有点的集合.



1.2 集合之间的关系



1.2.1 子集



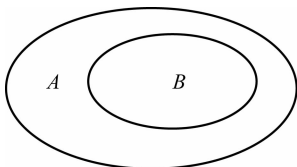
学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述子集的概念及读法.
2. 通过阅读掌握子集正确的书写格式及读法.
3. 通过小组讨论总结出集合子集的个数与所含元素个数的关系.



课前——知识·梳理

1. 子集的定义:一般地,如果集合 B 的元素都是集合 A 的元素,那么集合 B 叫集合 A 的子集.
2. 符号:记作 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$.
3. 读法:读作 B 包含于 A ,或 A 包含 B .
4. 用文恩图表示为:



5. 任何一个集合都是它本身的子集,记作 $A \subseteq A$.
6. 空集是任何集合的子集,记作 $\emptyset \subseteq A$.
7. 符号 $\in$ 、 $\notin$ 与 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 的区别:
 $\in$ 与 $\notin$ 表示的是元素与集合的关系; $\subseteq$ 与 $\supseteq$ 表示的是集合与集合的关系.



课中——练习·探究

当堂检测

用符号 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 或 $\supseteq$ 填空.

- | | | |
|-----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 0 _____ $\{0,1\}$ | $\{0\}$ _____ $\{0,1\}$ | $\{0,1\}$ _____ $\{0,1\}$ |
| a _____ $\{a\}$ | $\{a\}$ _____ $\{a,b,c\}$ | $(0,2)$ _____ $\{0,2\}$ |
| $\emptyset$ _____ $\{0\}$ | $\emptyset$ _____ $\{0,1\}$ | 0 _____ $\emptyset$ |
| $\emptyset$ _____ $\mathbf{N}$ | $\mathbf{Q}$ _____ $\mathbf{R}$ | $\mathbf{Z}$ _____ $\mathbf{R}$ |
| $\mathbf{N}^*$ _____ $\mathbf{Z}$ | $\mathbf{R}$ _____ $\mathbf{N}$ | $\frac{1}{4}$ _____ $\mathbf{Z}$ |





$\{0,1,3,5\}$ _____ $\mathbf{Z}$ $\{0,1,3,5\}$ _____ $\mathbf{Q}$
 3 _____ $\{x|x \geq 0\}$ $\{3\}$ _____ $\{x|x \geq 0\}$
 $\{x|x \geq 6\}$ _____ $\mathbf{R}$ $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ $\mathbf{R}$
 $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x|0 \leq x \leq 4\}$ $\{x|-1 \leq x \leq 0\}$ _____ $\{x|x \leq 2\}$
 $\mathbf{Z}$ _____ $\{x|x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\{\sqrt{3}\}$ _____ $\mathbf{R}$

归纳探究

分别写出下列集合所有的子集、子集的个数及所含元素的个数.

集合	子集	元素个数	子集个数
$\emptyset$	$\emptyset$		
$\{1\}$	$\emptyset, \{1\}$		
$\{1,2\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$		
$\{1,2,3\}$	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\},$ $\{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$		

小组讨论:若集合 A 含有 n 个元素,则它有 _____ 个子集.



课后——巩固·提升

一、填空题

- 若集合 $A = \{0,1,2,4\}$, 则集合 A 共有 _____ 个子集.
- 用符号 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 或 $\supseteq$ 填空.
 1 _____ $\{0,1\}$ $\{1\}$ _____ $\{0,1\}$ $\{2,1\}$ _____ $\{1,2\}$
 $\{6,7,8,9\}$ _____ $\mathbf{Z}$ $\{0,2,4,8\}$ _____ $\mathbf{Q}$ 7 _____ $\{x|x \geq 4\}$
 $\{5\}$ _____ $\{x|x \geq 0\}$ $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ _____ $\{x|-1 \leq x \leq 4\}$
 $\{x|-1 \leq x \leq 5\}$ _____ $\{x|x \leq 5\}$

二、解答题

已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 2 \leq x \leq 4\}$.

- 用列举法表示集合 A ;
- 写出集合 A 所有的子集.



1.2.2~1.2.3 真子集和集合的相等



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述真子集与集合的相等的定义.
2. 通过阅读掌握真子集与相等正确的书写格式与读法.
3. 通过小组讨论探讨总结子集与真子集、相等的关系.



课前——知识·梳理

1. 真子集

(1) 定义:一般地,如果集合 B 是集合 A 的子集,且 A 中至少有一个元素不属于 B ,那么把 B 叫 A 的真子集.

(2) 符号:记作 $B \subsetneq A$ 或 $A \supsetneq B$.

(3) 读法:读作 B 真包含于 A 或 A 真包含 B .

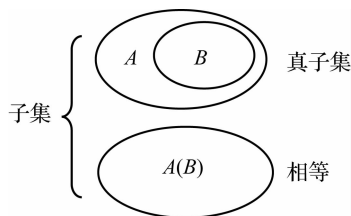
(4) 空集是任何非空集合的真子集.

2. 集合的相等

(1) 定义:一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么就说这两个集合相等.

(2) 符号与读法:记作 $A=B$,读作 A 等于 B .

3. 子集与真子集、相等的关系



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$ 或 $=$ 填空.

$\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\}$

$\{0,1\} \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\}$

$\{a\} \underline{\hspace{1cm}} \{a,b,c\}$

$\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$

$\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\}$

$\{-1,1\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x^2=1\}$

$\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{Q} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{Z} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$

$\mathbf{R} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$

$\mathbf{N}^* \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$

$\{0,1,3,5\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$

$\{0.5,1,3,5\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$

$\{x|1 \leq x \leq 3\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$

$\{\sqrt{7}\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$

$\{x|1 \leq x \leq 3\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|0 \leq x \leq 4\}$

$\{x|-1 \leq x \leq 0\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x \leq 2\} \quad \mathbf{Z} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$

$\{-2\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x^2=4\}$



2. 设 $A = \{0, 1\}$, 试写出集合 A 的所有的真子集, 并指出非空的真子集.

归纳探究

设集合 A 含有 $n (n \neq 0)$ 个元素, 则集合 A 的真子集有 _____ 个; 非空真子集有 _____ 个.



课后 —— 巩固 · 提升

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的子集个数为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 若集合 A 由 4 个元素构成, 则集合 A 的非空真子集的个数为 ()
A. 13 B. 14 C. 15 D. 16
- 空集的子集个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 不确定
- 下列四个关系中不正确的是 ()
A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $\{0\} \subsetneq \{0, 1\}$
C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $\{-2, 2\} = \{x | x^2 = 4\}$
- 下列四个命题中正确的是 ()
A. 空集没有子集 B. 空集是任何集合的真子集
C. 0 是空集的一个元素 D. 空集没有真子集
- 下列各组中表示同一集合的是 ()
A. $\{3, 14\}$ 与 $\{\pi\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$
C. $\emptyset$ 与 $\{0\}$ D. $\{(-1, 1)\}$ 与 $\{x | x^2 = 1\}$
- 下列关系错误的是 ()
A. $\mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbf{N}$
C. $\mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N}$
- 下列表示数集的关系中正确的是 ()
A. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$
C. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$

二、填空题

1. 用 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$ 或 $=$ 填空.

$\emptyset$ _____ $\{0, 1, 3\}$; $\emptyset$ _____ $\{x \in \mathbf{R} | x^2 = -1\}$; $\{\text{三角形}\}$ _____ $\{\text{直角三角}\}$





形};

$\{1, 3, 5, \dots\}$ _____ $\{\text{正奇数}\}$ _____ $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$;

$\{\dots - 4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$ _____ $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$.

2. 集合 $\{x | x^2 < 0\}$ 的子集有 _____ 个.

3. 集合 $\{x | x^2 = 9\}$ 的真子集有 _____ 个.

4. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有 _____ 个.

三、解答题

1. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 集合 $B = \{0, 3, a^2\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求 a 的值.

2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 3\}$.

(1) 用列举法表示集合 A ;

(2) 写出集合 A 所有的子集;

(3) 写出集合 A 所有的非空真子集.

3. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $B = \{(0, 2), (1, 1)\}$, 试判断集合 A 与 B 的关系.





1.3 集合的运算



1.3.1 交集



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述交集的定义.
2. 通过小组讨论总结并掌握交集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练进一步掌握交集的运算.

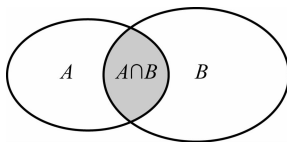


课前——知识·梳理

1. 定义: 对于给定的集合 A 、 B , 由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合叫 A 与 B 的交集. 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”.

2. 用描述法表示为: $\{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

3. 用文恩图表示为:



4. 性质

(1) $A \cap B = B \cap A$;

(2) $A \cap A = A$;

(3) $A \cap \emptyset = \emptyset$;

(4) $A \cap B \subseteq A$;

(5) $A \cap B \subseteq B$.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 若集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{0, 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
5. 若集合 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
6. 若集合 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.



7. 若集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

8. 若集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x < -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

归纳探究

若集合 $A = \{x | 1 \leq x < 3\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 4\}$, 则用描述法表示 $A \cap B =$ _____.



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. 0, 2 B. 0, 1, 2 C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\mathbf{N}$
- 若集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x | -2 < x < 4\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
- 若集合 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, d\}$, 则 $A \cap B$ 所有的真子集的个数为 ()
A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
- 若集合 $A = \{(x, y) | x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. (2, 1) B. $\{(2, 1)\}$ C. $\{2, 1\}$ D. $\{x = 2, y = 1\}$
- 下列四个命题错误的是 ()
A. $A \cap A = A$ B. $A \cap \emptyset = A$ C. $(A \cap B) \subseteq A$ D. $(A \cap B) \subseteq B$
- 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x^2 - x = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\emptyset$
- 若集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a =$ ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 不能确定

二、填空题

- 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C =$ _____.
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 若集合 $A = \{x | x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d\}$, 且 $(A \cap B) \subseteq C$, 则 C 中至少有 _____ 个元素.

三、解答题

- 若集合 $A = \{x | 2x - 1 < 5\}$, $B = \{x | 3x + 1 \geq 4\}$, 求 $A \cap B$.





2. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq m\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 m 的取值范围.

1.3.2 并 集



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述并集的定义.
2. 通过小组讨论总结并掌握并集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练进一步掌握并集的运算.

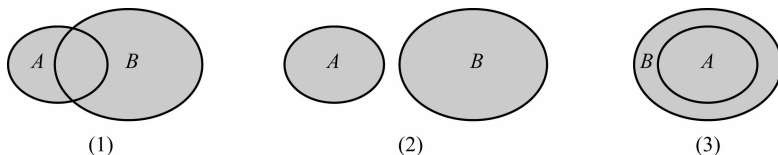


课前 —— 知识 · 梳理

1. 定义: 对于给定的集合 A, B , 由集合 A, B 的所有元素所组成的集合叫 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”.

2. 用描述法表示为: $\{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

3. 用文恩图表示为:



4. 性质

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| (1) $A \cup B = B \cup A$; | (2) $A \cup A = A$; | (3) $A \cup \emptyset = A$; |
| (4) $A \cup B \supseteq A$; | (5) $A \cup B \supseteq B$; | (6) $A \cap B \subseteq A \cup B$. |



课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{5, 2\}$, $B = \{5, 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
4. 若集合 $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
5. 若集合 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{正三角形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
6. 若集合 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.



7. 若集合 $A = \{x | x < 7\}$, $B = \{x | x \geq -2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

8. 若集合 $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x < -1\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

归纳探究

若集合 $A = \{x | 0 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 则用描述法表示 $A \cup B =$ _____.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $0, 3$ B. $0, 1, 3$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1, 3\}$

2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 4\}$ D. $\mathbf{N}$

3. 若集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | -1 < x \leq 5\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 3\}$
C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 5\}$

4. 若集合 $A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup B$ 所有的真子集的个数为 ()

A. 3 B. 4 C. 15 D. 16

5. 若集合 $A = \{(x, y) | 3x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $(1, 0)$ B. $\{(1, 0)\}$
C. $\{1, 0\}$ D. $\{(x, y) | 3x + y = 3 \text{ 或 } x - y = 1\}$

6. 下列四个命题错误的是 ()

A. $A \cup A = A$ B. $A \cup \emptyset = A$ C. $(A \cup B) \supseteq A$ D. $A \cup B \subseteq B$

7. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\emptyset$

8. 若集合 $A = \{0, x^2\}$, $B = \{1, 4\}$, 则 $A \cup B = \{0, 1, 4\}$, 则 $x =$ ()

A. ± 1 B. 2 C. ± 1 或 ± 2 D. 不能确定

二、填空题

1. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.

2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

3. 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

4. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 6\}$, 且 $(A \cup B) \supseteq C$, 则 C 中最多有 _____ 个元素.

三、解答题

已知集合 $A = \{x | -4 < x < m\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq -1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.





1.3.3 补集



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述补集的定义.
2. 通过小组讨论总结并掌握补集正确的书写格式及读法.
3. 通过训练进一步掌握补集的运算.



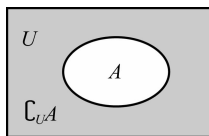
课前——知识·梳理

1. 全集:在研究某些集合时,这些集合常常是一个给定的集合的子集,这个给定的集合叫做全集,常用 U 表示. 在研究数集时,经常把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

2. 补集: 如果集合 A 是全集 U 的子集,那么由全集 U 中不属于 A 的所有元素组成的集合叫做 A 在 U 中的补集. 记作 $\complement_U A$, 读作“ A 在 U 中的补集”.

用描述法表示为: $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

用文恩图表示为:



3. 性质

$$(1) A \cap \complement_U A = \emptyset; (2) A \cup \complement_U A = U; (3) \complement_U (\complement_U A) = A; (4) \complement_U U = \emptyset, \complement_U \emptyset = U.$$



课中——练习·探究

当堂检测

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 设集合 $U = \{\text{三角形}\}$, 集合 $A = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
3. 设全集 $U = \{\text{某职业学校的学生}\}$, 集合 $A = \{\text{某职业学校的女学生}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
4. 若 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq -1\}$, 用双色笔在数轴上分别表示出 A 与 $\complement_U A$, B 与 $\complement_U B$, 并求出 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 若集合 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, $A = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U A =$ _____ ()
 A. $\{5\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 7\}$ D. $\{1, 3, 5, 7\}$





2. 若集合 $A = \{x | x < 3\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A =$ ()
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | x \leq 3\}$ C. $\{x | x > 3\}$ D. $\{x | x \geq 3\}$
3. 若集合 $U = \mathbf{R}, A = \{x | 0 < x \leq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{x | 0 \leq x < 4\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$
 C. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$
4. 若集合 $U = \{\text{小于6的自然数}\}, A = \{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空真子集的个数为 ()
 A. 2 B. 3 C. 6 D. 7
5. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, 集合 $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{2, 5\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{2, 5, 6\}$ D. $\{2, 3, 5, 6, 8\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
 A. $A \cap \complement_U A = \emptyset$ B. $A \cup \complement_U A = \emptyset$ C. $\complement_U (\complement_U A) = A$ D. $\complement_U \emptyset = U$

二、填空题

1. 若集合 $U = \{0, 1, 2, 3\}, A = \{1, 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 若集合 $U = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}, A = \{1, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
3. 若集合 $U = \mathbf{R}, A = \{x | x \geq 4\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
4. 若集合 $U = \mathbf{R}, A = \{x | x < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
5. 若 $U = \mathbf{R}, A = \{x | 0 \leq x < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
6. 若 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 则 $A =$ _____.

三、解答题

已知 $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x < 6\}, A = \{1, 3\}, B = \{2, 4\}$, 求 $\complement_U (A \cap B), \complement_U (A \cup B), (\complement_U A) \cup (\complement_U B), (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

1.4 充要条件



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述充分、必要及充要条件的意义.
2. 通过小组讨论总结并掌握充分、必要及充要条件的判定.
3. 通过训练学会利用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”“ $\Leftrightarrow$ ”解决有关问题.



课前——知识·梳理

一、命题

1. 定义: 能够判断真假的陈述句叫做命题, 经常用小写的英文字母 $p, q, r, s, \dots$ 来表示





命题.

2. 按命题的正确与否,可分为真命题和假命题.

二、充要条件

1. 如果能由 p 成立推出 q 成立,则说条件 p 是结论 q 的充分条件,记作 $p \Rightarrow q$.

2. 如果能由 q 成立推出 p 成立,则说条件 p 是结论 q 的必要条件,记作 $p \Leftarrow q$.

3. 如果 $p \Rightarrow q$ 并且 $p \Leftarrow q$,那么 p 是 q 的充分且必要条件,简称充要条件,记作 $p \Leftrightarrow q$.



课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 判断下列语句是否为命题.若是,是真命题还是假命题?

(1) 0 是自然数吗? (2) 10^{100} 可真大! (3) $x > 2$;

(4) $5 > 2$; (5) 若 $a = 0$, 则 $ab = 0$; (6) 如果 $x^2 = 1$, 那么 $x = 1$.

2. 用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”或“ $\Leftrightarrow$ ”填空,并判断下列各组命题中,条件 p 是结论 q 的什么条件.

(1) $p: x = y, q: |x| = |y|$; p _____ q , p 是 q 的 _____ 条件.

(2) $p: x < 2, q: x < 0$; p _____ q , p 是 q 的 _____ 条件.

(3) $p: x > 3, q: x > 5$; p _____ q , p 是 q 的 _____ 条件.

(4) $p: 3x > 6, q: x > 2$; p _____ q , p 是 q 的 _____ 条件.

(5) $p: x - 2 = 0, q: (x - 2)(x + 5) = 0$; p _____ q , p 是 q 的 _____ 条件.



课后 —— 巩固 · 提升

一、选择题

1. “ $a > 0$ ”是“ $a > 1$ ”的 _____ ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. “ $x = y$ ”是“ $x^2 = y^2$ ”的 _____ ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. “ $x = 0$ ”是“ $x^2 = 0$ ”的 _____ ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. “ $x \in \mathbf{R}$ ”是“ $x \in \mathbf{Q}$ ”的 _____ ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件





5. “ $a > b > 0$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的 ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 下列命题中是“ $x^2 = 4$ ”充要条件是 ()

A. $x = 2$

B. $x = -2$

C. $x = 2$ 或 $x = -2$

D. $x = 2$ 且 $x = -2$

二、填空题

1. 用“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”或“ $\Leftrightarrow$ ”填空.

(1) $x \in A$ _____ $x \in A \cup B$.

(2) 两个三角形全等 _____ 两个三角形相似.

(3) $ab = 0$ _____ $a = 0$.

(4) $x = 0$ _____ $|x| = 0$.

2. 用“充分”“必要”或“充要”填空.

(1) “ $x \in \mathbf{Z}$ ”是“ $x \in \mathbf{N}$ ”的 _____ 条件.

(2) “ x 是 4 的倍数”是“ x 是 2 的倍数”的 _____ 条件.

(3) “ $ab = 0$ ”是“ $a = 0$ 或 $b = 0$ ”的 _____ 条件.

3. 用适当的命题填空.

(1) $ab = 0 \Leftrightarrow$ _____.

(2) $a^2 = b^2 \Leftrightarrow$ _____.

(3) $(x - 2)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow$ _____.

三、解答题

p 是 q 的充分条件, p 是 s 的充要条件, 那么 s 是 q 的什么条件?



课外——拓展·阅读

集合论——悖论

一天, 萨维尔村理发师挂出了一块招牌: “村里所有不自己理发的男人都由我给他们理发, 我也只给这些人理发.” 于是有人问他: “您的头发由谁理呢?” 理发师顿时哑口无言. 因为, 如果他给自己理发, 那么他就属于自己给自己理发的那类人. 但是, 招牌上说明他不给这类人理发, 因此他不能自己理. 如果由另外一个人给他理发, 他就是不给自己理发的人. 但是, 招牌上明明说他要给所有不自己理发的男人理发, 因此, 他应该自己理. 由此可见, 不管作怎样的推论, 理发师所说的话总是自相矛盾的. 这是一个著名的悖论, 称为“罗素悖论”. 这是由英国哲学家罗素提出来的, 他关于集合论的一个著名悖论用故事通俗地表述出来.



第二章

不等式



2.1 不等式的基本性质



2.1.1 比较实数大小的方法



学习目标

1. 掌握利用数轴法比较实数大小的方法,培养学生的观察力,培养学生数形结合的数学思想.
2. 理解并掌握用作差法比较数及代数式大小的方法,培养学生的数学转化思想.



课前——知识·梳理

1. 数轴法比较大小:数轴上的任意两点中,右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大.

2. 作差法比较大小:对于两个任意的实数 a 和 b ,有

$$a-b<0\Leftrightarrow a<b; \quad a-b=0\Leftrightarrow a=b; \quad a-b>0\Leftrightarrow a>b.$$



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空.

$$\frac{1}{3} \text{ ————— } \frac{1}{5}$$

$$-\frac{3}{8} \text{ ————— } -\frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{3} \text{ ————— } \frac{6}{5}$$

$$a+3 \text{ ————— } a+4$$

$$2-a \text{ ————— } 5-a$$

2. 比较大小.

(1) $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{5}$; (2) $-\frac{2}{7}$ 与 $-\frac{3}{8}$; (3) a^2+2 与 $2a$.





归纳探究

判断 $\sqrt{5}$ 与 2 , $-\sqrt{3}$ 与 -2 的大小.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列关系不正确的是 ()

A. $-2 < 3$ B. $5 > 0$ C. $\frac{1}{2} > 0$ D. $\frac{1}{4} > \frac{1}{2}$

2. 已知 $a > 0, b > 0$, 下列不等式一定正确的是 ()

A. $a + b > 0$ B. $a - b < 0$ C. $ab < 0$ D. $b - a < 0$

3. 下列关系不正确的是 ()

A. $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$ B. $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$
C. $a - b \geq 0 \Leftrightarrow a > b$ D. $a - b \leq 0 \Leftrightarrow a \leq b$

4. 下列关系不正确的是 ()

A. $a^2 + 1 > 2a$ B. $a + 5 > a + 4$ C. $5 - a > 3 - a$ D. $a^2 + 1 > a^2 - 1$

5. 下列命题是假命题的是 ()

A. 两个正数之和为正数 B. 两个负数之和为负数
C. 两个正数之积为正数 D. 两个负数之积为负数

二、填空题(用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空)

-6 ____ 5 0.5 ____ -4 $\sqrt{7}$ ____ $\sqrt{5}$ $-\sqrt{3}$ ____ $-\sqrt{5}$
 $\frac{2}{5}$ ____ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{3}$ ____ $\frac{5}{4}$ $2 + 3a$ ____ $4 + 3a$ $5a - 4$ ____ $5a + 1$

三、解答题

1. 比较下列各组代数式的大小.

(1) $(x-4)(x+3)$ 与 $(x-6)(x+5)$;

(2) $a^2 - 2$ 与 $4a - 12$.





2. 当 $a < b < 0$ 时, 比较 a^2b 与 ab^2 的大小.

3. 当 $a > b > 1$ 时, 比较 $a-b$ 与 $a+b-2$ 的大小.

2.1.2 不等式的基本性质



学习目标

1. 通过阅读、理解能熟练地叙述不等式的基本性质.
2. 通过训练能熟练运用不等式的基本性质解决有关问题.
3. 体会理论联系实际的重要数学思想.



课前 —— 知识 · 梳理

1. 不等式的传递性: 如果 $a > b$ 且 $b > c$, 那么 $a > c$.

2. 不等式的加法性质: 如果 $a > b$, 那么 $a+c > b+c$, 即不等式的两边同时加上(或减)同一个数, 不等号的方向不变.

推论: 如果 $a > b$ 且 $c > d$, 那么 $a+c > b+d$; 如果 $a < b$ 且 $c < d$, 那么 $a+c < b+d$, 即同向不等式相加, 不等号的方向不变.

3. 不等式的乘法性质: 如果 $a > b$ 且 $c > 0$, 那么 $ac > bc$; 如果 $a > b$ 且 $c < 0$, 那么 $ac < bc$, 即不等式的两边同时乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式的两边同时乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

推论: 如果 $a > b > 0$ 且 $c > d > 0$, 那么 $ac > bd$; 如果 $a < b < 0$ 且 $c < d < 0$, 那么 $ac > bd$.

