

# 数学全真模拟冲刺卷(一)

## 第 I 卷(共 50 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内,错选、多选或未选均无分)

1. 已知集合  $A = \{x | (x+1)(x-4) < 0\}$ ,  $B = \{x | x > 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
A.  $(-1, 4)$       B.  $(-1, 2)$       C.  $(2, 4)$       D.  $(-1, 3)$
2. 已知  $a = 3^{0.2}$ ,  $b = 0.2^{-3}$ ,  $c = 3^{-0.2}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是( ).  
A.  $a > b > c$       B.  $b > a > c$       C.  $c > a > b$       D.  $b > c > a$
3. 下列各组向量中,共线的是( ).  
A.  $\mathbf{a} = (-2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (4, 6)$       B.  $\mathbf{a} = (2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 2)$   
C.  $\mathbf{a} = (1, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (7, 14)$       D.  $\mathbf{a} = (-3, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (6, -4)$
4. 以点  $(1, -2)$  为圆心且与直线  $x - y - 1 = 0$  相切的圆的方程是( ).  
A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$       B.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$   
C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$       D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$
5. 若一个圆锥的高是  $\sqrt{3}$ , 底面半径是 1, 则该圆锥的体积为( ).  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$       B.  $\frac{2}{3}\pi$       C.  $\sqrt{3}\pi$       D.  $2\pi$
6. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $A_1D$  与  $BD_1$  所成的角为( ).  
A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$
7. 已知  $\sin \alpha < 0$  且  $\tan \alpha > 0$ , 则角  $\alpha$  所在的象限是( ).  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
8. 下列命题正确的是( ).  
A. 分别在两个平行平面内的两条直线是异面直线  
B. 分别通过两个平行平面内的两个平面平行  
C. 分别在两个平行平面内的两条直线平行  
D. 分别在两个平行平面内的两条直线平行或异面
9. 函数  $f(x)$  在定义域  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数, 且对任意的实数  $x$  恒有  $f[f(x) - x^3 - x + 1] = 2$

成立, 则  $f(-1) =$  ( ).

- A.  $-1$       B.  $-2$       C.  $-3$       D.  $-4$

10. 某五所大学进行自主招生, 同时向一所重点中学的五位学习成绩优秀, 并在某些方面有特长的学生发出提前录取通知单. 若这五名学生都乐意进这五所大学中的任意一所就读, 则仅有两名学生录取到同一所大学(其余三人从其他学校中各选一所不同的大学)的概率是( ).

- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{24}{125}$       C.  $\frac{96}{125}$       D.  $\frac{48}{125}$

## 第 II 卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分, 请在每小题的空格中填上正确答案, 错填、不填均无分)

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 1 \\ f(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $f(\log_2 5) =$  \_\_\_\_\_.

12. 计算:  $\frac{2\cos 10^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} =$  \_\_\_\_\_.

13. 某电影院放映厅共有 6 排座位, 第 1 排座位数为 10, 后面每排座位数比前面一排多 2, 则该电影院放映厅的座位总数为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 3 小题, 第 14 小题 12 分, 第 15、16 小题各 13 分, 共 38 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

14. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 若  $a_1 = 1, a_3 = a_2 + a_1$ .

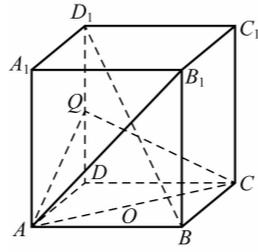
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

(2) 设  $b_n = a_n + \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

15. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $Q$  是  $DD_1$  的中点.

求证: (1)  $BD_1 \parallel$  平面  $QAC$ .

(2)  $BD_1 \perp AB_1$ .



16. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , 短轴的一个端点到右焦点的距离为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 设过点  $(0, 2)$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$ , 若  $\angle AOB$  为锐角, 求直线  $l$  的斜率  $k$  的取值范围.

# 数学全真模拟冲刺卷(二)

## 第 I 卷(共 50 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内,错选、多选或未选均无分)

1. 设集合  $A=\{1,2,3\}$ ,  $B=\{3,4\}$ , 则  $A\cup B=(\quad)$ .  
A.  $\{3\}$                       B.  $\{3,4\}$                       C.  $\{1,2,3\}$                       D.  $\{1,2,3,4\}$
2. 如果  $f(x)$  的定义域为  $(-1,2)$ , 则  $f(x+2)$  的定义域为  $(\quad)$ .  
A.  $(-1,2)$                       B.  $(-3,0)$                       C.  $(0,3)$                       D.  $(1,4)$
3. 已知  $(a+2b)\cdot a=0$ , 则  $(\quad)$ .  
A.  $a\perp b$                       B.  $a\parallel b$                       C.  $(a+2b)\perp a$                       D.  $(a+2b)\parallel a$
4. 函数  $y=x^2-2x$  的单调增区间是  $(\quad)$ .  
A.  $(-\infty,1]$                       B.  $[1,+\infty)$                       C.  $(-\infty,2]$                       D.  $[0,+\infty)$
5. 若将函数  $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$  的图像变为函数  $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$  的图像, 则需将第一个函数的图像  $(\quad)$ .  
A. 向左平移  $\frac{5\pi}{12}$  个单位                      B. 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位  
C. 向右平移  $\frac{5\pi}{12}$  个单位                      D. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位
6.  $\lg 5+\lg 2$  的值是  $(\quad)$ .  
A.  $\lg 7$                       B. 3                      C. 2                      D. 1
7. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $2a\cos B=c$ , 则  $\triangle ABC$  必定是  $(\quad)$ .  
A. 等腰三角形                      B. 等边三角形  
C. 直角三角形                      D. 等腰直角三角形
8. 不等式  $|x-3|<1$  的解集为  $(\quad)$ .  
A.  $(1,3)$                       B.  $(2,4)$   
C.  $(1,4)$                       D.  $(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$
9. 小明所在班级举行毕业会时, 设置了一个抽奖环节, 抽奖箱中有 6 个完全相同的红球, 3 个完全相同的黄球, 红球与黄球除颜色外完全相同, 抽奖时从箱子中同时摸出两个球, 若摸出的球正

好为一红一黄, 则可获得礼品, 那么小明可获礼品的概率为  $(\quad)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{2}{9}$

10. 已知直线  $l:3x-4y+m=0$  与圆  $C:(x-1)^2+(y+2)^2=9$  相切, 则  $m$  等于  $(\quad)$ .

- A.  $-4$                       B.  $-26$  或  $4$                       C.  $4$                       D.  $-4$  或  $26$

## 第 II 卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分, 请在每小题的空格中填上正确答案, 错填、不填均无分)

11. 已知向量  $a=(1,2)$ ,  $b=(3,4)$ ,  $c=(11,16)$ , 且  $c=xa+yb$ , 则  $x+y=$ \_\_\_\_\_.
12. 若圆锥的底面半径为 2, 母线长为 5, 则圆锥的侧面积等于\_\_\_\_\_.
13. 方程  $\frac{x^2}{3-k}+\frac{y^2}{k+3}=1$  表示椭圆, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

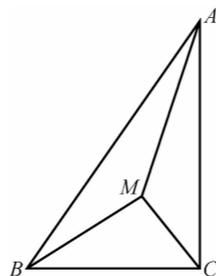
三、解答题(本大题共 3 小题, 第 14 小题 12 分, 第 15、16 小题各 13 分, 共 38 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

14. 已知数列  $\{a_n\}$  是首项为 1, 公比为 2 的等比数列.  
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.  
(2) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_n=63$ , 求  $n$ .

15. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, $\angle ACB=90^\circ$ , $\angle ABC=60^\circ$ , $BC=2$ , $M$  为  $\triangle ABC$  内一点, $\angle BMC=90^\circ$ ,且  $MC=1$ .

(1) 求  $AM$  的长.

(2) 求  $\sin\angle AMB$  的值.



16. 已知抛物线  $C:y^2=2px$  的焦点为  $F(2,0)$ .

(1) 求抛物线  $C$  的方程.

(2) 过点  $M(1,2)$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点,且  $M$  为  $AB$  的中点,求直线  $l$  的方程.

# 数学全真模拟冲刺卷(三)

## 第 I 卷(共 50 分)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内,错选、多选或未选均无分)

1. 函数  $f(x) = \sqrt{1-2^x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  的定义域为( ).  
A.  $(-3, 0]$                       B.  $(-3, 1]$   
C.  $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$                       D.  $(-\infty, -3) \cup (-3, 1)$
2. 已知集合  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{0, a\}$ , 且  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 则  $a =$  ( ).  
A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3
3. 某农场有两块玉米地,其中平地有 200 亩,坡地有 50 亩,现需要抽取 10 亩玉米地进行估计,应该如何抽取样本较好? ( ).  
A. 整体抽样                      B. 简单随机抽样                      C. 系统抽样                      D. 分层抽样
4. 直线过点  $(-1, 2)$  且与直线  $2x - 3y = 0$  垂直,则直线的方程是( ).  
A.  $3x + 2y - 1 = 0$                       B.  $3x + 2y - 7 = 0$   
C.  $2x - 3y - 5 = 0$                       D.  $2x - 3y + 8 = 0$
5. 函数  $f(x) = \sin^2 x$  的最小正周期为( ).  
A.  $\pi$                       B.  $2\pi$                       C.  $3\pi$                       D.  $4\pi$
6. 如果函数  $f(x) = x^2 - ax - 3$  在区间  $(-\infty, 4]$  上单调递减,则实数  $a$  满足的条件是( ).  
A.  $a \geq 8$                       B.  $a \leq 8$                       C.  $a \geq 4$                       D.  $a \geq -4$
7. 抛物线  $y^2 = 4x$  的准线方程为( ).  
A.  $x = 1$                       B.  $x = 2$                       C.  $x = -1$                       D.  $x = -2$
8. 由数字  $1, 2, 3, \dots, 9$  组成的三位数中,各位数字按严格递增(如 156)或严格递减(如 421)顺序排列的数的个数是( ).  
A. 120                      B. 168                      C. 204                      D. 216
9. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $\frac{S_3}{3} - \frac{S_2}{2} = 1$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差是( ).  
A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D. 3

10. 某通信公司提供了三种移动电话收费方式:

方式一:收月基本费 18 元,送 120 分钟通话时间,超过 120 分钟的部分再以每分钟 0.19 元的价格按通话时间计费;

方式二:收月基本费 28 元,送 220 分钟通话时间,超过 220 分钟的部分再以每分钟 0.19 元的价格按通话时间计费;

方式三:收月基本费 38 元,送 310 分钟通话时间,超过 310 分钟的部分再以每分钟 0.19 元的价格按通话时间计费.

下列说法错误的是( ).

- A. 若通话时间少于 120 分钟,则选择方式一更省钱
- B. 若通话时间多于 310 分钟,则选择方式三更省钱
- C. 若通话时间多于 120 分钟且少于 170 分钟,则选择方式二更省钱
- D. 若通话时间多于 180 分钟且少于 270 分钟,则选择方式二更省钱

## 第 II 卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 4 分,共 12 分,请在每小题的空格中填上正确答案,错填、不填均无分)

11. 已知  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ , 且  $\alpha$  为第三象限角,则  $\tan \alpha =$  \_\_\_\_\_.
12. 如果  $\mathbf{a} = (-2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (x, -6)$ ,  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 那么  $x$  的值是\_\_\_\_\_.
13. 底面半径为 3, 高为 4 的圆锥的体积为\_\_\_\_\_.

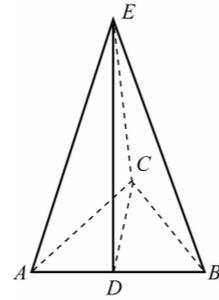
三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分,解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

14. 已知函数  $f(x) = x^2 + 3x + c$ , 其中  $c$  为常数,且函数的图像过点  $(0, 2)$ .  
(1)求函数  $f(x)$  的表达式.  
(2)求解不等式  $f(x) \leq 5x + 5$ .

15. 如图, 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$ ,  $D$  是斜边  $AB$  的中点,  $AC=6, BC=8, EC\perp$  平面  $ABC, ED=10$ .

(1) 求证: 平面  $ACE\perp$  平面  $BCE$ .

(2) 求  $ED$  与平面  $ABC$  所成的角.



16. 如图,  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上的点,  $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}, AB = 2AD = 2AC$ .

(1) 求  $\cos\angle ADB$  的值.

(2) 求  $\frac{BD}{DC}$  的值.

