

数学考前冲刺模拟卷(一)

一、选择题(每小题3分,共30分.每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

1. 已知集合 $M = \{x | x > 1\}$, $N = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 则集合 M, N 的关系是().
A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$ C. $M = N$ D. $M \supseteq N$
2. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $\frac{b+c}{a} =$ ().
A. -3 B. -4 C. 1 D. 2
3. 已知函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-2, 3]$, 则 $f(x)$ 的定义域为().
A. $[-2, 3]$ B. $[-1, 4]$ C. $[-3, 2]$ D. $[-2, 2]$
4. 下列函数中既是奇函数又是增函数的是().
A. $y = -x^3$ B. $y = \frac{1}{x^2}$ C. $y = x$ D. $y = \log_2 x$
5. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知前 13 项和 $S_{13} = 65$, 则 $a_7 =$ ().
A. 10 B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. 15
6. 函数 $f(x) = 1 + \sin\left(\frac{x}{3}\right)$ 的最小正周期是().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. 3π D. 6π
7. 在空间里, 下列命题中正确的是().
A. 垂直于同一直线的两条直线平行 B. 平行于同一直线的两个平面平行
C. 垂直于同一平面的两个平面平行 D. 垂直于同一平面的两条直线平行
8. 已知 $\mathbf{a} = (2, -3)$, $\mathbf{b} = (3, 1)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ().
A. 0 B. -9 C. 3 D. 11
9. 实轴长为 6, 离心率为 $\frac{5}{3}$, 焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程为().
A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ C. $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$ D. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$
10. 用 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字, 组成无重复数字的三位数, 其中奇数有()个.
A. 12 B. 24 C. 36 D. 48

二、填空题(每小题3分,共24分)

11. 已知 $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$, 则 $f[f(1)] =$ _____.
12. 不等式 $(x+1)(x-3) < 0$ 的解集为 _____.
13. 若 $\tan(\pi - \alpha) = 2$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.
14. 已知 $\mathbf{a} = (4, x)$, $\mathbf{b} = (6, 12)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ _____.
15. 已知直线的斜率为 3, 在 y 轴上的截距为 4, 则该直线的方程为 _____.
16. 一个圆柱的底面半径为 2, 体积为 4π , 则它的高为 _____.
17. 一个单位有职工 160 人, 其中业务人员 80 人, 管理人员 48 人, 后勤人员 32 人, 为了了解职工的身体情况, 要从中抽取一个容量为 20 的样本, 如采用分层抽样, 则管理人员应抽到 _____ 个.
18. 二项式 $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项是 _____.

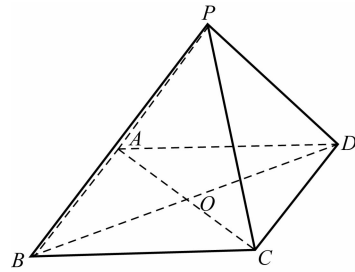
三、计算题(每小题8分,共24分)

19. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 2$, $a_5 = 16$, 求该数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和.
20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 一个顶点的坐标为 $(2, 0)$. 求椭圆 C 的标准方程.
21. 10 张奖券中有 2 张中奖券, 甲、乙先后各不放回地抽取一张.
(1) 求甲、乙都中奖的概率.
(2) 求乙中奖的概率.

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 且满足 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$, 求证: $A = \frac{\pi}{3}$.

23. 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 求证: $BD \perp$ 平面 PAC .



五、综合题(共 10 分)

24. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, 直线 $l: ax + y + 2a = 0$.

(1) 求 a 为何值时, 直线 l 与圆 C 相切.

(2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 时, 求直线 l 的方程.

数学考前冲刺模拟卷(二)

一、选择题(每小题3分,共30分.每小题中只有一个选项是正确的,请将正确选项涂在答题卡上)

- 集合 $M=\{a,c,d\}$, $N=\{b,e,f\}$, 则 $M \cap N$ 等于().
A. $\{a\}$ B. $\{a,b\}$ C. $\{b,c,e\}$ D. \emptyset
- 已知 $a < 0, b < -1$, 下列不等式中恒成立的是().
A. $a > \frac{a}{b} > \frac{a}{b^2}$ B. $\frac{a}{b^2} > \frac{a}{b} > a$ C. $\frac{a}{b} > \frac{a}{b^2} > a$ D. $\frac{a}{b} > a > \frac{a}{b^2}$
- 函数 $f(x) = \log_2 x (x \in [1, 8])$ 的值域为().
A. $[0, 4]$ B. $[0, 3]$ C. $[1, 4]$ D. $[1, 3]$
- 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 前三项的和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ().
A. 33 B. 72 C. 84 D. 189
- 下列函数中为偶函数的是().
A. $y = x^2 \sin x$ B. $y = x^2 \cos x$
C. $y = |\ln x|$ D. $y = 2^x$
- 一条直线和直线外两点可以确定的平面有().
A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 1个或2个
- 在正数组成的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 a_8 = 100$, 则 $a_5 =$ ().
A. 10 B. 20 C. 50 D. 100
- 已知向量 $\mathbf{a} = (3, -1)$ 与 $\mathbf{b} = (-1, 2)$, 则 $-3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} =$ ().
A. $(7, 1)$ B. $(-7, -1)$
C. $(-7, 1)$ D. $(7, -1)$
- 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线方程为().
A. $y = \pm \frac{3}{4}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}x$
- 将 5 个培训指标全部分配给 3 所学校, 每所学校至少有 1 个指标, 则不同的分配方案有()种.
A. 5 B. 6 C. 10 D. 12

二、填空题(每小题3分,共24分)

- 不等式 $(x-2)(x-3) > 0$ 的解集为_____.
- 函数 $f(x) = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为_____.
- 函数 $f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期为_____.
- 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.
- 圆 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的圆心到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离为_____.
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, B_1D_1 与 BC_1 所成的角为_____.
- 二项式 $(1+\sqrt{x})^8$ 的展开式中项 x^3 的系数为_____.
- 已知甲打中靶心的概率为 0.8, 乙打中靶心的概率为 0.9, 两人各独立打靶一次, 则两人都打不中靶心的概率为_____.

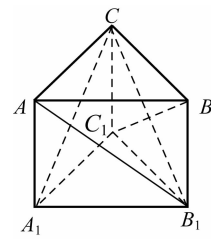
三、计算题(每小题8分,共24分)

- 设 $f(x-1) = x^2 - 2x$.
(1)求函数 $f(x)$ 的表达式.
(2)判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_3 = -3$.
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
(2)若数列 $\{a_n\}$ 的前 k 项和 $S_k = -35$, 求 k 的值.
- 在 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字中任取两个数.
(1)求取出的两个数均为奇数的概率.
(2)求取出的两个数之和为偶数的概率.

四、证明题(每小题 6 分,共 12 分)

22. 证明: $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

23. 如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $BC = BB_1$.
求证: $BC_1 \perp$ 平面 AB_1C .



五、综合题(共 10 分)

24. 已知抛物线的顶点在坐标原点,对称轴在 x 轴,抛物线上一点 $P(2, m)$ 到焦点的距离为 3, 一条直线 l 过抛物线的焦点交抛物线于 A, B 两点.

(1) 求抛物线的方程.

(2) 若直线 l 的倾斜角为 45° , 求 $\triangle ABO$ 的面积.