数学考前冲刺模拟试卷(一)

第Ⅰ卷　选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.对每小题的命题作出判断,对的选 A,错的选 B)

1. 已知集合 $A=\{-1,0\}$,集合 $B=\{-1,1,2\}$,则 $A\cap B=A$.　　(A　B)

2. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ 的定义域是 $(0,+\infty)$.　　(A　B)

3. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=3n-2$,则该数列为等差数列.　　(A　B)

4. 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ 的焦点在 y 轴上.　　(A　B)

5. 直线 $l_1:x+y+1=0$ 与 $l_2:2x+2y+1=0$ 是相互平行的两条直线.　　(A　B)

6. 若 $\cos(\pi-\alpha)=\frac{1}{5}$ 且 $\tan\alpha>0$,则 $\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.　　(A　B)

7. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}$.　　(A　B)

8. 若 $\log_{0.4}a<\log_{0.4}4$,则 $a>4$.　　(A　B)

9. 从 0,1,2,3,4 这 5 个数中任取两个数,其和为奇数的概率为 $\frac{2}{5}$.　　(A　B)

10. $(x+1)^6$ 的展开式的第 4 项的系数为 20.　　(A　B)

二、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

11. 函数 $y=\lg x$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,+\infty)$　　B. $[0,+\infty)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

12. $\log_3 9$ 的值为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

13. 已知锐角 α 的终边经过点 $(1,1)$,那么角 α 为(　　).

A. 30°　　B. 90°　　C. 60°　　D. 45°

14. 已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$,若 $f(2)>f(3)$,则函数 $f(x)$ 在定义域内(　　).

A. 单调递增　　B. 单调递减　　C. 有最大值　　D. 有最小值

15. 已知 l 是一条直线,α,β 是两个不同的平面,那么下列命题中正确的是(　　).

A. 若 $l\perp\alpha,\alpha\perp\beta$,则 $l/\!/\beta$　　B. 若 $l/\!/\alpha,\alpha/\!/\beta$,则 $l/\!/\beta$

C. 若 $l\perp\alpha,l\perp\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$　　D. 若 $l\perp\alpha,l\perp\beta$,则 $\alpha\perp\beta$

16. 若实数 a,b,c,d 满足 $a>b>0,c>d$,则下列命题正确的是(　　).

A. $ac>bc$　　B. $c^3>d^3$　　C. $a-c>b-d$　　D. $\frac{1}{c}<\frac{1}{d}$

17. 已知 $\boldsymbol{a}=(2,-3),\boldsymbol{b}=(3,1)$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$(　　).

A. 0　　B. -9　　C. 3　　D. 11

18. 实轴长为 6,离心率为 $\frac{5}{3}$,焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　B. $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$

C. $\frac{y^2}{64}-\frac{x^2}{36}=1$　　D. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

第Ⅱ卷　非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

19. $\cos 300^\circ=$__________.

20. 设 $a=x^2+2x,b=x^2+x+2$,若 $x>2$,则 a、b 的大小关系是__________.

21. 已知直线的斜率为 3,在 y 轴上的截距为 4,则直线的方程为__________.

22. 圆柱的底面半径为 2,体积为 4π,则高为__________.

23. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle B=\frac{\pi}{4}$,$AC=1$,$BC=\sqrt{2}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为__________.

24. 甲、乙两名链球运动员在比赛中各投掷 5 次,成绩如下表:(单位:米)

甲	78	80	77	81	84
乙	76	80	85	82	77

$s_{甲}^2$,$s_{乙}^2$ 分别表示甲、乙两人比赛成绩的方差,则 $s_{甲}^2$,$s_{乙}^2$ 的大小关系是 $s_{甲}^2$__________$s_{乙}^2$.(用“>”“<”或“=”连接)

四、解答题(本大题共 6 小题,25~28 小题每小题 8 分,29~30 小题每小题 9 分,共 50 分.解答应写出过程或步骤)

25. 已知 $\boldsymbol{a}=(-3,5),\boldsymbol{b}=(-15,m)$.

(1)当实数 m 为何值时,$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$;

(2)当实数 m 为何值时,$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

26. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_2=3$,$a_{n+2}+a_n=2a_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

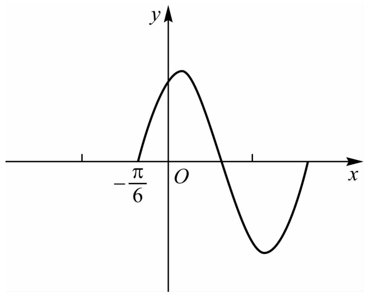
(1)求a_3,a_4的值;

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

27. 已知函数$f(x)=2\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$在一个周期内的图象如图所示.

(1)求函数$f(x)$的解析式.

(2)当$x\in[0,\pi]$时,求$f(x)$的单调递减区间.

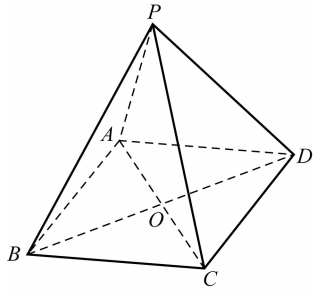


28. 已知函数$f(x)=x^2-|x|$.

(1)判断函数$f(x)$的奇偶性,并证明;

(2)求函数$f(x)$的值域.

29. 如图,在正四棱锥P-$ABCD$中,求证:$BD\perp$平面PAC.



30. 已知圆C:$x^2+y^2-8y+12=0$,直线l:$ax+y+2a=0$.

(1)求a为何值时,直线l与圆C相切;

(2)当直线l与圆C相交于A,B两点,且$|AB|=2\sqrt{2}$时,求直线l的方程.

数学考前冲刺模拟试卷(二)

第Ⅰ卷　选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.对每小题的命题作出判断,对的选 A,错的选 B)

1. 集合$\{1,2,3\}$的真子集有 7 个.　(A　B)

2. $\sin\frac{17\pi}{6}=\frac{1}{2}$.　(A　B)

3. 设 a,b 是正实数,不等式$\sqrt{2(a^2+b^2)}\geqslant a+b$ 恒成立.　(A　B)

4. 若数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=5^n$,则该数列为等比数列.　(A　B)

5. 若 $\log_5 a<\log_5 3$,则 $a<3$.　(A　B)

6. 函数 $f(x)=x^2-x-6$ 的单调增区间是$[3,+\infty)$.　(A　B)

7. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,1)$,$\boldsymbol{b}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.　(A　B)

8. 直线$\sqrt{3}x-3y+3=0$ 的倾斜角是 $30°$.　(A　B)

9. 椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率 $e=\frac{3}{5}$.　(A　B)

10. 若圆柱的轴截面是边长为 2 的正方形,则该圆柱的侧面积为 4π.　(A　B)

二、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

11. 双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ 的虚轴长为(　　).

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 9

12. 函数 $f(x)=\ln(2-x^2)$的定义域为(　　).

A. $[-2,2]$　　B. $(-2,2)$　　C. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　D. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

13. 已知集合 $A=\{y\,|\,y=\sin x\}$,那么(　　).

A. $2\in A$　　B. $1\in A$　　C. $A=\varnothing$　　D. $-1\notin A$

14. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为$(-1,2)$,则 $\frac{b+c}{a}=$(　　).

A. -3　　B. -4　　C. 1　　D. 2

15. 已知函数 $f(x+1)$的定义域为$[-2,3]$,则 $f(x)$的定义域为(　　).

A. $[-2,3]$　　B. $[-1,4]$　　C. $[-3,2]$　　D. $[-2,2]$

16. 同时抛掷两枚均匀的硬币,出现两个反面的概率是(　　).

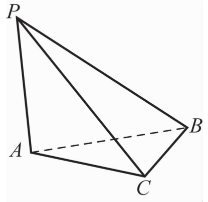
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{5}$

17. 设椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个焦点分别是 F_1、F_2,AB 是经过 F_1 的弦,则$\triangle ABF_2$ 的周长是(　　).

A. $2\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{5}$　　C. $2\sqrt{5}+2$　　D. $4\sqrt{5}+2$

18. 如图,直线 PA 垂直于直角三角形 ABC 所在的平面,且$\angle ABC=90°$,在$\triangle PAB$,$\triangle PBC$,$\triangle PAC$ 中,直角三角形的个数是(　　).

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3



第Ⅱ卷　非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

19. 函数 $y=\cos 2x$ 的最小正周期为____________.

20. 椭圆$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 的右焦点坐标为____________.

21. 已知正方体的表面积是 54 cm^2,则它的体积是____________ cm^3.

22. 已知双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$,则它的离心率是____________.

23. 一个单位有职工 160 人,其中业务人员 80 人,管理人员 48 人,后勤人员 32 人,为了了解职工身体情况,要从中抽取一个容量为 20 的样本,如采用分层抽样,则管理人员应抽到____________人.

24. 二项式$\left(3x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式的常数项是____________.

四、解答题(本大题共 6 小题,25～28 小题每小题 8 分,29～30 小题每小题 9 分,共 50 分.解答应写出过程或步骤)

25. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,0)$,$\boldsymbol{b}=(-1,\sqrt{3})$.

(1)求向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$;

(2)求$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|$.

26.已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,公比$q>0$,且$S_8=255$,$S_4=15$,求a_n.

27.10张奖券中有2张能中奖,甲、乙先后各不放回地抽取一张.

(1)求甲、乙都中奖的概率;

(2)求乙中奖的概率.

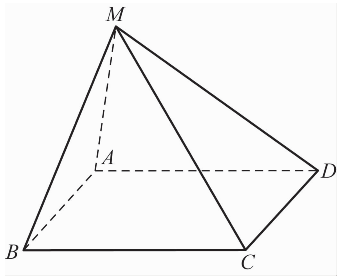
28.$\triangle ABC$的三边分别为a,b,c,且满足$b^2+c^2=a^2+bc$,求证:$\angle A=\frac{\pi}{3}$.

29.如图,已知矩形$ABCD$,$MA\perp$平面$ABCD$,若$AB=MA=1$,$AD=\sqrt{3}$.

(1)求异面直线MB与CD所成的角的大小;

(2)证明:$CD\perp$平面MAD;

(3)求二面角M-CD-A的大小.



30.已知点$A(8,0)$,B、C两点分别在y轴和x轴上运动,且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BP}=0$,$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CP}$.

(1)求动点P的轨迹方程;

(2)若过点A的直线l与P的轨迹交于不同两点M、N,$\overrightarrow{QB}\cdot\overrightarrow{QN}=97$,其中$Q(-1,0)$,求直线$l$的方程.

数学考前冲刺模拟试卷(一)参考答案及解析

第Ⅰ卷　选择题

一、是非选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. B　**解:** 因为集合 $A=\{-1,0\}$,集合 $B=\{-1,1,2\}$,则 $A\cap B=\{-1\}$.

2. B　**解:** 根据题意可知,$x-1\geqslant 0$ 且 $x\neq 0$,所以函数的定义域是$[1,+\infty)$.

3. A　**解:** 该数列从它的第2项起,每一项与它的前一项的差都等于3,即公差是3,则这个数列是等差数列.

4. B　**解:** 因为$\frac{x^2}{4}$的系数为正值,所以这个双曲线的焦点在 x 轴上.

5. A　**解:** 直线 l_2:$2x+2y+1=0\Leftrightarrow x+y+\frac{1}{2}=0$,与直线 l_1:$x+y+1=0$ 的斜率相同但纵截距不同,所以这两条直线相互平行.

6. A　**解:** 因为 $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha=\frac{1}{5}$ 且 $\tan\alpha>0$,则 α 是第三象限角,所以根据同角三角函数的关系式可得 $\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

7. B　**解:** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DE}$.

8. A　**解:** 设对数函数为 $y=\log_{0.4}x$,因为 $0<$底数<1,所以对数函数 $y=\log_{0.4}x$ 是单调递减函数,又因为 $\log_{0.4}a<\log_{0.4}4$,所以 $a>4$.

9. B　**解:** 两个数的和是奇数,则这两个数中一个一定为奇数,另一个一定为偶数,所以 $P=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$.

10. A　**解:** $(x+1)^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}1^r$,由 $r+1=4$,解得 $r=3$,所以第4项的系数为 $C_6^3=20$.

二、单项选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分)

11. C　**解:** 根据对数函数的定义可知,$x>0$,所以函数 $y=\lg x$ 的定义域是$(0,+\infty)$.

12. B　**解:** $\log_3 9=\log_3 3^2=2$.

13. D　**解:** 45°角的终边经过点$(1,1)$.

14. B　**解:** 因为 $f(2)>f(3)$,所以函数 $f(x)=\log_a x$ 单调递减.

15. C　**解:** 略.

16. B　**解:** 若 $a>b>0$,$c\leqslant 0$,则 $ac\leqslant bc$,故选项 A、D 错误;因为 c,d 正负不确定,所以选项 C 错误. 故选 B.

17. C　**解:** $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\times 3+(-3)\times 1=3$.

18. B　**解:** 实轴长为 6,则 $a=3$,离心率为 $\frac{5}{3}$,即 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$,解得 $c=5$,则 $b^2=c^2-a^2=16$,所以双曲线的标准方程为 $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$. 故选 B.

第Ⅱ卷　非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

19. $\frac{1}{2}$　**解:** $\cos 300^\circ=\cos(-60^\circ)=\frac{1}{2}$.

20. $a>b$　**解:** 因为 $a-b=x^2+2x-(x^2+x+2)=x-2$,当 $x>2$ 时,$x-2>0$,所以 $a>b$.

21. $3x-y+4=0$　**解:** 根据直线的斜截式方程可得 $y-4=3(x-0)$,解得 $3x-y+4=0$.

22. 1　**解:** 根据圆柱的体积公式为 $\pi r^2 h=4\pi$,解得 $h=1$.

23. $\frac{1}{2}$　**解:** 根据正弦定理得 $\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}$,即 $\frac{1}{\sin\frac{\pi}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{\sin A}$,解得 $\sin A=1$,则 $\angle A=\frac{\pi}{2}$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\times AB=\frac{1}{2}$.

24. $<$　**解:** 因为 $\bar{x}_{甲}=\frac{78+80+77+81+84}{5}=80$,所以 $s_{甲}^2=\frac{1}{5}[(78-80)^2+(80-80)^2+(77-80)^2+(81-80)^2+(84-80)^2]=6$,因为 $\bar{x}_{乙}=\frac{76+80+85+82+77}{5}=80$,所以 $s_{乙}^2=\frac{1}{5}\times[(76-80)^2+(80-80)^2+(85-80)^2+(82-80)^2+(77-80)^2]=10.8$,所以 $s_{甲}^2<s_{乙}^2$.

四、解答题(本大题共 6 小题,25～28 小题每小题 8 分,29～30 小题每小题 9 分,共 50 分)

25. **解:** (1) 当 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 时,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.

即 $(-3)\times(-15)+5m=0$,解得 $m=-9$.

(2) 当 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 时,则 $-3m=5\times(-15)$,解得 $m=25$.

26. **解:** (1) 因为 $a_1=1$,$a_2=3$,$a_{n+2}+a_n=2a_{n+1}n\in\mathbf{N}^*$,

所以 $a_3=2a_2-a_1=5, a_4=2a_3-a_2=7$.

(2)因为 $a_{n+2}+a_n=2a_{n+1}$，即 $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$，

所以$\{a_n\}$为等差数列.

又因为 $d=a_2-a_1=2$，

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$，

从而 $S_n=\dfrac{n(a_n+a_1)}{2}=n^2$.

27. **解:**(1)依题意 $2\times\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+\varphi=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

又因为$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，则 $f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(2)由 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\leqslant 2x+\dfrac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$ 得 $k\pi+\dfrac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{7\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，

所以当 $x\in[0,\pi]$时，$f(x)$的单调递减区间为$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$.

28. **解:**(1)函数 $f(x)$是偶函数.

函数 $f(x)=x^2-|x|$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，

又因为 $f(-x)=(-x)^2-|-x|=x^2-|x|=f(x)$，

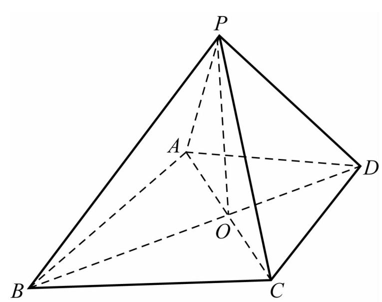
所以函数 $f(x)$是偶函数.

(2)当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=x^2-x=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\geqslant-\dfrac{1}{4}$，

又因为函数 $f(x)$是偶函数，

所以函数 $f(x)$的值域是$\left[-\dfrac{1}{4},+\infty\right)$.

29. **证明:**如图，连接 PO，P-$ABCD$ 为正四棱锥，所以 $PO\perp$平面 $ABCD$，故 $PO\perp BD$.



又因为 $ABCD$ 为正方形，所以 $AC\perp BD$.

由于 PO 和 AC 是平面 PAC 内的两条相交直线，

所以 $BD\perp$平面 PAC.

30. **解:**圆 C:$x^2+y^2-8y+12=0$ 的圆心为$(0,4)$，半径为 2.

(1)若直线 l 与圆 C 相切，则有$\dfrac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}=2$，计算得出 $a=-\dfrac{3}{4}$.

(2)当直线 l 与圆 C 相交于 A，B 两点时，则有$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$，

因为$|AB|=2\sqrt{2}$，$r=2$，

所以 $d=\frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}=\sqrt{2}$,

化简得$(4+2a)^2=2(a^2+1)$,

解得 $a=-7$ 或 $a=-1$.

故直线 l 的方程是 $7x-y+14=0$ 或 $x-y+2=0$.

数学考前冲刺模拟试卷(二)参考答案及解析

第Ⅰ卷　选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. A　**解:**集合$\{1,2,3\}$的真子集有 $2^3-1=7$(个).

2. A　**解:**$\sin\frac{17\pi}{6}=\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$.

3. A　**解:**因为 a,b 是正实数,$\sqrt{2(a^2+b^2)}\geqslant\sqrt{a^2+b^2+2ab}=|a+b|=a+b$.

4. A　**解:**该数列从它的第 2 项起,每一项与它的前一项的比都等于 5,即公比是 5,则这个数列是等比数列.

5. A　**解:**设对数函数为 $y=\log_5 x$,因为底数>1,所以对数函数 $y=\log_5 x$ 是单调递增函数,又因为 $\log_5 a<\log_5 3$,则 $a<3$.

6. B　**解:**函数 $f(x)=x^2-x-6=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$,对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$,当 $x\geqslant\frac{1}{2}$ 时,函数单调递增,所以函数的单调增区间是$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$.

7. A　**解:**因为 $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$,所以 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

8. A　**解:**直线$\sqrt{3}x-3y+3=0$ 的斜率是$\frac{\sqrt{3}}{3}$,又因为 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以直线$\sqrt{3}x-3y+3=0$ 的倾斜角是 30°.

9. B　**解:**因为 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5-3}=\sqrt{2}$,所以 $e=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

10. A　**解:**因为圆柱的轴截面是边长为 2 的正方形,则底面半径为 1,高为 2,所以该圆柱的侧面积为 $S_{圆柱侧}=2\pi rh=2\pi\times1\times2=4\pi$.

二、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

11. C **解:**因为双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$的 $a=2,b=3$,所以其虚轴长为 6.

12. D **解:**$2-x^2>0\Leftrightarrow x^2<2$,解得$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$.

13. B **解:**因为$-1\leqslant\sin x\leqslant1$,所以 $1\in A$,$-1\in A$. 集合 A 中有元素,所以集合 A 不是空集.

14. A **解:**根据题意可知,$ax^2+bx+c=0$ 的两解为 $x_1=-1$,$x_2=2$,根据韦达定理得 $-1+2=-\frac{b}{a}$,$(-1)\times2=\frac{c}{a}$,得$\frac{b}{a}=-1$,$\frac{c}{a}=-2$,从而$\frac{b+c}{a}=-3$.

15. B **解:**$f(x+1)$的定义域是$[-2,3]$,即$-2\leqslant x\leqslant3$,则$-1\leqslant x+1\leqslant4$,所以 $f(x)$的定义域为$[-1,4]$. 故选 B.

16. C **解:**抛掷一枚均匀的硬币,出现反面的概率是$\frac{1}{2}$;同时抛掷两枚均匀的硬币,出现两个反面的概率是$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

17. B **解:**根据题意可知,椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$,$a=\sqrt{5}$,$b=2$,所以$\triangle ABF_2$ 的周长$=4a=4\sqrt{5}$.

18. D **解:**因为直线 PA 垂直于直角三角形 ABC 所在的平面,所以$\triangle PAB$ 和$\triangle PAC$ 是直角三角形. 因为$\angle ABC=90°$,即 $AB\perp BC$,又因为 $PA\perp BC$,PA 与 AB 交于 A,所以 $BC\perp$ 平面 PAB, $BC\perp PB$,则$\triangle PBC$ 是直角三角形,故$\triangle PAB$,$\triangle PBC$,$\triangle PAC$ 都是直角三角形.

第Ⅱ卷 非选择题

三、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

19. π **解:**$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

20. $(4,0)$ **解:**因为椭圆$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$的 $a^2=36$,$b^2=20$,所以 $c^2=a^2-b^2=36-20=16$,那么椭圆的右焦点坐标为$(4,0)$.

21. 27 **解:**设正方体的棱长是 a cm,因为 $S_{正方体表面积}=6a^2=54$,则 $a=3$,所以 $V_{正方体}=a^3=3\times3\times3=27$.

22. $\frac{5}{4}$ **解:**双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的 $a=4$,$b=3$,那么 $c=\sqrt{a^2+b^2}=5$,所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$.

23. 6 **解:**样本容量与总体容量的比为$\frac{20}{160}=\frac{1}{8}$,所以管理人员应抽到的人数为$\frac{1}{8}\times$

48=6.

24.2 160 **解:**二项式$\left(3x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$展开式为 $T_{r+1}=C_6^r(3x^2)^{6-r}\cdot\left(\dfrac{2}{x}\right)^r=C_6^r3^{6-r}\cdot 2^r\cdot x^{12-2r-r}=C_6^r3^{6-r}\cdot 2^r\cdot x^{12-3r}$.令 $12-3r=0$ 得 $r=4$.则 $T_5=3^{6-4}\cdot 2^4C_6^4=2\ 160$.

四、解答题(本大题共 6 小题,25～28 小题每小题 8 分,29～30 小题每小题 9 分,共 50 分)

25.**解:**(1)因为 $\boldsymbol{a}=(2,0)$,$\boldsymbol{b}=(-1,\sqrt{3})$,

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\times(-1)+0\times\sqrt{3}=-2$,

所以 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=-\dfrac{1}{2}$,则向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的夹角为$=120°$.

(2)$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{4-8+16}=2\sqrt{3}$.

26.**解:**因为 $S_8=255$,$S_4=15$,所以 $q\neq1$.

又因为 $S_8=\dfrac{a_1(1-q^8)}{1-q}=255$,$S_4=\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}=15$,

所以$\dfrac{S_8}{S_4}=\dfrac{1-q^8}{1-q^4}=1+q^4=17$,

又因为 $q>0$,故 $q=2$,由 $S_4=\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}=15a_1=15$ 得 $a_1=1$,

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

27.**解:**(1)甲先抽,其中奖的概率为$\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$,当甲中奖后,剩下 9 张奖券中只有一张是有奖的,所以乙中奖的概率为$\dfrac{1}{9}$,因此,甲、乙都中奖的概率为$\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{45}$.

(2)分两种情况:一种是甲先抽中奖,然后乙在剩下的 9 张奖券中有 1 张是有奖的情况下去抽奖,由(1)知其概率为$\dfrac{1}{45}$.另一种是甲先抽没有中奖,然后乙在剩下的 9 张奖券中有 2 张是有奖的情况下去抽奖,其概率为$\dfrac{8}{10}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{8}{45}$.故乙中奖的概率为$\dfrac{1}{45}+\dfrac{8}{45}=\dfrac{1}{5}$.

28.**证明:**根据余弦定理可得 $\cos\angle A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.

由于 $b^2+c^2=a^2+bc$,所以 $b^2+c^2-a^2=bc$.所以 $\cos\angle A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$.

在$\triangle ABC$ 中,$A\in(0,\pi)$,从而证得$\angle A=\dfrac{\pi}{3}$.

29.**解:**(1)在矩形 $ABCD$ 中,$CD/\!/AB$,故$\angle MBA$ 是异面直线 MB 与 CD 所成的角.

因为 $MA=AB=1$，$MA\perp$ 平面 $ABCD$，

所以在 $Rt\triangle MAB$ 中，$\angle MBA=45^\circ$.

即异面直线 MB 与 CD 所成的角的大小为 45°.

(2)**证明**：因为 $MA\perp$ 平面 $ABCD$，$CD\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $MA\perp CD$.

因为矩形 $ABCD$ 中，$CD\perp AD$，

又因为 $AD\cap AM=A$，

所以 $CD\perp$ 平面 MAD.

(3)**解**：因为 $MA\perp$ 平面 $ABCD$，由三垂线定理可知，$CD\perp MD$.

所以 $\angle MDA$ 为二面角 $M\text{-}CD\text{-}A$ 的平面角.

在 $\triangle MAD$ 中，$MA=1$，$AD=\sqrt{3}$，$\angle MDA=30^\circ$，即二面角 $M\text{-}CD\text{-}A$ 的大小为 30°.

30. **解**：(1)设 $B(0,b)$，$C(c,0)$，$P(x,y)$.

由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BP}=0$ 得 $-8x+b(y-b)=0$ ①，

又因为 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CP}$，所以 $y=-b$ ②.

由①②得 $y^2=-4x$.

(2)设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，直线的方程为 l：$x=my+8$，

联立列方程组 $\begin{cases} y^2=-4x \\ x=my+8 \end{cases}$，整理得 $y^2+4my+32=0$，

则 $y_1+y_2=-4m$，$y_1y_2=32$，

那么 $x_1+x_2=m(y_1+y_2)+16=-4m^2+16$，$x_1x_2=(my_1+8)(my_2+8)=m^2y_1y_2+8m(y_1+y_2)+64=64$.

所以 $\overrightarrow{QB}\cdot\overrightarrow{QN}=(x_1+1)(x_2+1)+y_1y_2=x_1x_2+(x_1+x_2)+1+y_1y_2=64-4m^2+16+1+32=-4m^2+113=97$，解得 $m=\pm2$，

综上所述，直线 l 的方程为 $x\pm2y-8=0$.

数学考前冲刺模拟试卷(三)参考答案及解析

第Ⅰ卷　选择题

一、是非选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. A　**解**：此题考查的是集合的基本运算. 集合 A 与集合 B 的并集，就是把两个集合中