

第一章 集 合

第一节 集合(一) 集合的概念及表示方法

一、选择题

- 下列条件中能构成集合的是().
 - 世界著名的数学家
 - 在数轴上与原点非常近的点
 - 所有的等腰三角形
 - 全年级成绩优异的同学
- 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是().
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- 用列举法表示集合 $\{x|x^2-3x-4=0\}$ 的结果是().
 - $(-1, 4)$
 - $-1, 4$
 - $\{-1, -4\}$
 - 以上都不是

三、解答题

14. 下列集合中哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

(1) $\{x \mid x^2=1, x \in \mathbf{R}\}$;

(2) $\{x \mid x>1, x \in \mathbf{R}\}$;

(3) $\{(x, y) \mid y=2x, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$;

(4) $\{x \mid |x|<0, x \in \mathbf{R}\}$;

(5) $\{x \mid x^2-x-2=0, x \in \mathbf{R}\}$.

15. 已知 1 是由 $|a+1|$ 、 $a+2$ 组成的集合中的元素, 求实数 a 的值.

16. 求集合 $\{x \in \mathbf{R} \mid 1, x, x^2\}$ 中元素 x 所满足的条件.

17. 分别用列举法和描述法表示“由 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 组成的集合”.

第一节 集合(二) 集合的运算

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为().

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; (2) $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; (3) $0 \in \mathbf{N}^*$; (4) $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

2. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $(0, 2)$
B. $[0, 2]$
C. $\{0, 2\}$
D. $\{0, 1, 2\}$

3. 已知全集 $U = \{0, 1, 2\}$, 且 $\complement_U A = \{2\}$, 则集合 A 的子集共有()个.

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

4. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有真子集的个数为().

- A. 3
B. 6
C. 7
D. 8

5. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B$ 为().

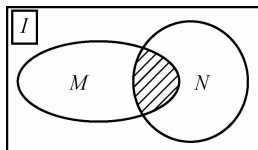
- A. $\{0, 2, 3, 6\}$
B. $\{0, 3, 6\}$
C. $\{1, 2, 5, 8\}$
D. \emptyset

6. 设集合 $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{2a \leq x \leq a+3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $[1, 3]$
B. $[3, +\infty)$
C. $[1, +\infty)$
D. $(1, 3)$

7. 集合 $M = \{x \mid x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x \mid x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合为().

- A. $\{x \mid x \leq 1\}$
B. $\{x \mid x < 2\}$
C. $\{x \mid -2 < x < 2\}$
D. $\{x \mid -2 < x \leq 1\}$



16. 设集合 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|2\leq x<4\}$, $B=\{x|x\geq 3\}$. 求: $A\cap B$, $(\complement_U A)\cup B$.

17. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2<0\}$, $B=\{x|1<x<a\}$ (a 为常数).

(1) 若 $a=\frac{3}{2}$, 求 $A\cap B$;

(2) 若 $B\subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

第二节 充要条件

一、选择题

- “ $x=2$ ”是“ $(x-1)(x-2)=0$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- “ $x=y$ ”是“ $|x|=|y|$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- “ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $x < -1$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 在 $\triangle ABC$ 中,“ $\sin 2A = \sin 2B$ ”是“ $A=B$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: |3x-5| < 4, q: (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 是 q 的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 若 a 与 b 均为实数, 则 $|a|=|b|$ 是 $a=b$ 成立的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

- 如果 $p \Rightarrow q$, 说明_____.

10. “ $x = -3$ ”, 是“ $x^2 - 9 = 0$ ”的_____条件.
11. “ a 是自然数”是“ a 是正整数”的_____条件.
12. “ $\triangle ABC$ 的三条边的长度都相等”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的_____条件.
13. $\triangle ABC$ 为等边三角形的_____条件是 $\triangle ABC$ 的每个内角都是 60° .

三、解答题

14. 条件“ $a > b > 0$ ”是结论“ $|a| > |b|$ ”的什么条件?

15. 条件“ $a + b > 6$ ”是结论“ $a > 2, b > 4$ ”的什么条件?

16. 条件“ $a = 5, b = 3$ ”是结论“ $(a - 5)^2 + (b - 3)^2 = 0$ ”的什么条件?

第一章自测题

一、选择题

- 已知集合 $A = \{(x, y) | (x+y)\sqrt{x} = 0\}$, $B = \{(x, y) | |y| = 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $\{(-1, 1), (1, -1)\}$
 B. $\{(1, -1)\}$
 C. $\{(-1, 1), (0, -1), (0, 1), (1, -1)\}$
 D. $\{(-1, 1), (0, -1), (0, 1)\}$
- 设集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.
 A. $\{x | x > -2\}$
 B. $\{x | x > -1\}$
 C. $\{x | -2 < x < -1\}$
 D. $\{x | -1 < x < 2\}$
- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 \geq 1\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$.
 A. $(-\infty, 1)$
 B. $(-1, 1)$
 C. $(1, +\infty)$
 D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 下列六个关系式: (1) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; (2) $\{a, b\} = \{b, a\}$; (3) $0 = \emptyset$; (4) $0 \in \{0\}$; (5) $\emptyset \in \{0\}$; (6) $\emptyset \subseteq \{0\}$. 其中正确的个数为().
 A. 6
 B. 5
 C. 4
 D. 少于 4
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是().
 A. \emptyset
 B. $\{4, 6, 8\}$
 C. $\{3, 5, 7\}$
 D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 若 a 与 b 均为实数, 则“ $a^2 = b^2$ ”是“ $a = b$ ”成立的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- “ $x < -1$ ”是“ $x < -1$ 或 $x > 1$ ”的().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知集合 $A = \{x | x \neq -1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x \neq 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cup B$ 写成区间的形式为().
 A. $\{x | x \neq -1 \text{ 且 } x \neq 2, x \in \mathbf{R}\}$

B. $(-\infty, +\infty)$

C. $\{x|x \neq -1 \text{ 或 } x \neq 2, x \in \mathbf{R}\}$

D. $(-\infty, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, +\infty)$

9. 已知 $U = \{1, 2, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a - 2|, 2\}$, $\complement_U A = \{0\}$, 则 a 的值为().

A. -3 或 1

B. 2

C. 3 或 1

D. 1

10. 满足条件 $\{a, b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 M 的个数为().

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

11. 已知集合 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cap B$ 等于().

A. $\{3, 4, 5, 6\}$

B. $\{4, 5\}$

C. $\{3, 6\}$

D. \emptyset

12. “ $x=3$ ”是“ $(x-1)(x-3)=0$ ”的().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

13. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B$ 等于().

A. $\{4, 5, 6\}$

B. $\{1, 4, 5, 6\}$

C. $\{1, 4\}$

D. $\{4\}$

14. “ $x=y$ ”是“ $x^2=y^2$ ”的().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

15. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\{1, 2\}$

B. $\{3, 4\}$

C. $\{5\}$

D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

二、填空题

16. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

17. 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|1 \leq x < 3\}$, $B = \{a-1 \leq x \leq 2a-3\}$, 若 $(\complement_U A) \subseteq (\complement_U B)$, 则实数 a 的取值范围为_____.

18. 设命题甲为 $0 < x < 5$, 命题乙为 $|x-2| < 3$, 那么甲是乙的_____条件.

19. 一个集合 M 中元素 m 满足 $m \in \mathbf{N}^*$, 且 $8-m \in \mathbf{N}^*$, 则集合 M 的元素个数最多为_____.

20. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

21. 已知集合 $A = \{x | x^2 + (2+a)x + 1 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x > 0\}$, 试问是否存在实数 a , 使得 $A \cap B = \emptyset$? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. 设全集 $U = \{x | 0 < x < 8, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 2, 5, 7\}$, $B = \{3, 4, 7\}$, 求: $A \cap B$, $\complement_U(A \cup B)$.

23. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

24. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 \geq 0\}$, $B = \{x | |x + a| < 2\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

25. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合 C .

26. 设全集 $U = \{1, 8, a^2 - a + 1\}$, $A = \{1, |a| + 7\}$, $\complement_U A = \{3\}$, 求实数 a 的值.

4. 如果 $a > 5$, 则下列各项中正确的是().

A. $a - 2 > 5$

B. $a + 2 > 5$

C. $-a > -5$

D. $a > 6$

5. 下列推断正确的是().

A. $a > b, c \in \mathbf{R} \Rightarrow ac > bc$

B. $a > b > 0 \Rightarrow a^2 > b^2$

C. $a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $a > b, c < d \Rightarrow a + c > b + d$

6. 若集合 $A = (-1, 5], B = (0, +\infty)$, 则 $A \cup B = ($).

A. $(-1, 0)$

B. $(-1, +\infty)$

C. $(-1, 5]$

D. $[-1, +\infty)$

7. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = (-\infty, 3]$, 则 $\complement_U A = ($).

A. $(-\infty, 3]$

B. $(-\infty, 3)$

C. $(3, +\infty)$

D. $[3, +\infty)$

8. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $\complement_U A = (-\infty, -1)$, 则集合 $A = ($).

A. $[-1, +\infty)$

B. $(-1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1]$

D. $[-1, -\infty)$

二、填空题

9. 当 $a > 0$ 时, $(a-1)^2$ _____ $a^2 + 1$;

10. $(2a+1)(a-3)$ _____ $(2a+7)(a-6)$.

11. 集合 $\{x \mid x \geq 1\}$ 可用区间表示为_____.

12. 把 $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{6}$ 从小到大排列:_____.

13. $ax^2 - 2x + 2$ _____ 1.

三、解答题

14. 若 x, y, z 满足 $x + y < 7, z + y < 8, x + z < 9$, 求 $x + y + z$ 的取值范围.

15. $\frac{x+5}{2}$ 的值是否可以同时小于 $x-1$ 和 $\frac{x-1}{3}$ 的值? 请说明理由.

16. 若 $\frac{1}{4}+2x$ 的值不大于 $8-\frac{1}{2}x$ 的值, 求 x 的正整数解.

17. 设 a, b 为两个不相等的实数, 判断 $ab-a^2$ 与 b^2-ab 大小.

16. 若不等式 $(a-3)x^2 + (a-3)x - 5 \leq 0$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 总成立, 求实数 a 的取值范围.

17. 若不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $(2, 3)$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求不等式 $bx^2 - ax - 1 > 0$ 的解集.

第二章自测题

一、选择题

- 下列命题正确的是().
 - 若 $a > b$, 则 $ac > bc$
 - 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
 - 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
 - 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$
- 如果 $b > a > 0$, 那么().
 - $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$
 - $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$
 - $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 - $-b > -a$
- 不等式组 $\begin{cases} -x+2 < x-6 \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 4$, 那么 m 的取值范围是().
 - $m \geq 4$
 - $m \leq 4$
 - $m < 4$
 - $m = 4$
- 设不等式 $\left|x - \frac{1}{2}\right| < a$ 的解集为 $\{x \mid -1 < x < 2\}$, 则 a 等于().
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{2}$
- “ $|x+1| > 2$ ”是“ $|x| > 1$ ”的().
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- “ $ab > 0$ ”是“ $a > 0, b > 0$ ”的().
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 不等式 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 对任意的实数都成立, 则 k 的取值范围为().
 - $0 < k < 4$
 - $k < 0$ 或 $k > 4$
 - $0 \leq k < 4$
 - $k \leq 0$ 或 $k > 4$
- “ $x < -1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的().
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 不等式 $x(2-x) > 3$ 的解集是().

A. $\{x | -1 < x < 3\}$

B. $\{x | -3 < x < 1\}$

C. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

D. \emptyset

10. 不等式 $x^2 - |x| - 2 < 0 (x \in \mathbf{R})$ 的解集是().

A. $\{x | -2 < x < 2\}$

B. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

C. $\{x | -1 < x < 1\}$

D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$

11. 不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解集为().

A. $(-3, 1)$

B. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

C. $(-1, 3)$

D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

12. 若 $a < 0$, 则关于 x 的不等式 $(x-3a)(x+2a) < 0$ 的解集是().

A. $\{x | 3a < x < -2a\}$

B. $\{x | x < 3a \text{ 或 } x > -2a\}$

C. $\{x | -2a < x < 3a\}$

D. $\{x | x < -2a \text{ 或 } x > 3a\}$

13. 不等式 $|1-2x| < 3$ 的解集为().

A. $\{x | x < 2\}$

B. $\{x | x > -1\}$

C. $\{x | -2 < x < 4\}$

D. $\{x | -1 < x < 2\}$

14. 不等式 $|2x+1| > 5$ 的解集为().

A. $\{x | x > 2\}$

B. $\{x | x < -3\}$

C. $\{x | -3 < x < 2\}$

D. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 2\}$

15. 不等式 $x^2 - 5x + 6 < 0$ 的解集是().

A. $\{x | x < 2\}$

B. $\{x | x > 3\}$

C. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$

D. $\{x | 2 < x < 3\}$

二、填空题

16. 不等式 $x^2 \geq 4$ 的解集是_____.

17. 如果 $a > b$, 且 $ab > 0$, 那么 $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$.

18. 不等式 $\frac{x^2+2x-15}{x^2+1} \leq 0$ 的解集为_____. (用区间作答)

19. 不等式 $|x-1| \leq 2$ 的解集为_____. (用区间作答)

20. 若 $A = \{x | -7 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 3a-1 \leq x \leq 3a+1\}$, 且 $A \supseteq B$, 则 a 的取值范围为_____.

三、解答题

21. 解不等式: $(1-3x)^2 + (2x-1)^2 > 13(x-1)(x+1)$.

22. 已知集合 $A = \{x \mid |x-a| \leq 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x+2}{x-3} > 0\right\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

23. 已知 $f(x) = -3x^2 + a(6-a)x + 6$.

(1) 解关于 a 的不等式 $f(1) > 0$;

(2) 若不等式 $f(x) > b$ 的解集为 $(-1, 3)$, 求实数 a, b 的值.

24. 当 x 为何值时,代数式 $\frac{x-1}{3}$ 的值与代数式 $\frac{3-x}{2}$ 的之差不小于 2? 并用数轴表示.

25. 解不等式 $(2x+1)(3x+2) \geq 12$.

26. 已知函数 $f(x) = \lg(ax^2 + 2ax + 1)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 求 a 的取值范围.