

数学考前冲刺模拟卷(一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题). 考生作答时, 须将答案答在答题卡上, 在本试题卷、草稿纸上答题无效. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟. 考试结束后, 将本试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题, 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑.
2. 第 I 卷共 1 个大题, 15 个小题. 每个小题 4 分, 共 60 分.

一、选择题(每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

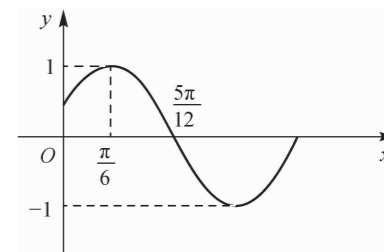
1. 全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 则 $\complement_U(M \cup N)$ 等于().
A. $\{a\}$ B. $\{a, b\}$ C. $\{b, c, e\}$ D. \emptyset
2. 已知向量 $\mathbf{a} = (4, -2)$, $\mathbf{b} = (m, 8)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ ().
A. 4 B. -4 C. -16 D. 16
3. 不等式 $(x^2 - 4x - 5)(x^2 + 8) < 0$ 的解集是().
A. $\{x | -1 < x < 5\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$
C. $\{x | 0 < x < 5\}$ D. $\{x | -1 < x < 0\}$
4. “ $(1-x)(3+x) < 0$ ”是“ $x < -4$ ”的().
A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分又不必要条件
5. 将 4 个培训指标分给 3 所学校, 则不同的分法有().
A. 12 种 B. 81 种 C. 24 种 D. 3 种
6. 函数 $y = \lg|x|$ ().
A. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增
B. 是偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
C. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增
D. 是奇函数, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减
7. 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品. 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为().
A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1

8. $(x - \frac{1}{x})^6$ 的二次展开式中, x^2 项的系数为().
A. -20 B. 20 C. 15 D. -15
9. 圆 $x^2 + y^2 - 10y = 0$ 的圆心到直线 $3x + 4y - 5 = 0$ 的距离等于().
A. $\frac{2}{5}$ B. 3 C. $\frac{5}{7}$ D. 15
10. 设 α, β 是两个不同的平面, l 是一条直线, 以下命题正确的是().
A. 若 $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \subset \beta$
B. 若 $l // \alpha, \alpha // \beta$, 则 $l \subset \beta$
C. 若 $l \perp \alpha, \alpha // \beta$, 则 $l \perp \beta$
D. 若 $l // \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b = 2, c = 1, A = 60^\circ$, 则 $\sin C$ 的值是().

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 1

12. 已知 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图像如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式为().



- A. $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{3})$
- B. $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$
- C. $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$
- D. $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$

13. 若某对数函数的图像过点 $(4, 2)$, 则该对数函数的解析式为().

- A. $y = \log_2 x$
- B. $y = 2 \log_4 x$
- C. $y = \log_2 x$ 或 $y = 2 \log_4 x$
- D. 不确定

14. 直线 $l: x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 的位置关系是().

- A. 相离
- B. 相切
- C. 相交不过圆心
- D. 相交且过圆心

15. 双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$ 的渐近线方程是().

- A. $y = \pm 3x$
- B. $y = \pm \frac{1}{3}x$
- C. $y = \pm \sqrt{3}x$
- D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

注意事项:

1. 非选择题必须用0.5毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答. 作图题可先用铅笔绘出,确认后再用0.5毫米黑色墨迹签字笔描清楚. 答在试题卷上无效.

2. 第Ⅱ卷共2个大题,11个小题,共90分.

二、填空题(本大题共5个小题,每小题4分,共20分)

16. 经过两条直线 $2x-y+3=0$ 和 $4x+3y+1=0$ 的交点,且垂直于直线 $2x-3y+4=0$ 的直线方程为_____.

17. 直二面角 $\alpha-l-\beta$ 棱上取一点 P ,过 P 点分别在 α, β 两个平面内作与棱成 45° 的斜线,那么这两条斜线的交角为_____.

18. 抛物线 $y=ax^2 (a<0)$ 的焦点坐标为_____.

19. 已知向量 $\mathbf{a}=(2,x), \mathbf{b}=(3,4)$,且 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为锐角,则 x 的取值范围是_____.

20. 《九章算术》之后,人们进一步用等差数列求和公式来解决更多的问题,《张丘建算经》卷上第22题为:今有女善织,日益功疾,且从第2天起,每天比前一天多织相同量的布,若第1天织5尺布,现在一月(按30天计)共织390尺布,则每天比前一天多织_____尺布.(不做近似计算)

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. 设数列 $\{a_n\} (n=1,2,3,\dots)$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=2a_n-a_1$,且 a_1, a_2+1, a_3 成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n ,求 T_n .

22. 甲、乙两人同时破解一密码,甲能独立破解的概率为0.7,乙能独立破解的概率为0.8.

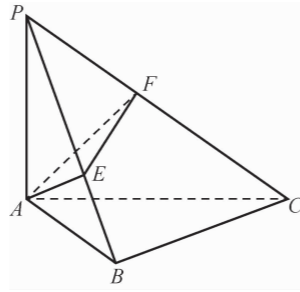
(1) 求密码能被破解的概率;

(2) 求破解出这个密码的人数 X 的分布列、期望及方差.

23. 如图,三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA=AB=1$, $BC=\sqrt{3}$, $AC=2$.

(1) 求证: $BC \perp$ 平面 PAB .

(2) 若 $AE \perp PB$ 于点 E , $AF \perp PC$ 于点 F ,求四棱锥 $A-BCFE$ 的体积.



24. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, 直线 $l: ax + y + 2a = 0$.

(1) 求 a 为何值时, 直线 l 与圆 C 相切;

(2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 时, 求直线 l 的方程.

25. 已知平面上的三点 $A(4,0)$ 、 $B(-2,2)$ 和 $C(2,4)$, D 为线段 AB 的中点.

(1) 若向量 $\mathbf{a}=(2,1+k)$ 与 \overrightarrow{CD} 平行, 求 k 的值;

(2) 若向量 $\mathbf{a}=(2,1+k)$ 与 \overrightarrow{CD} 的夹角为钝角, 求 k 的取值范围.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为 A, B, C 的对边, 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{2}+1$, 且 $\sin A + \sin B = \sqrt{2} \sin C$.

(1) 求 c ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{6} \sin C$, 求 $\angle C$ 的度数.

数学考前冲刺模拟卷(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题). 考生作答时, 须将答案答在答题卡上, 在本试题卷、草稿纸上答题无效. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟. 考试结束后, 将本试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题, 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑.
2. 第 I 卷共 1 个大题, 15 个小题. 每个小题 4 分, 共 60 分.

一、选择题(每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
 C. $\{x | x \leq 2\}$ D. $\{x | x \geq -1\}$
2. 设向量 $a = (2, -1)$ 与 $b = (x, 3)$ 平行, 则 $x =$ ().
 A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$
 C. -6 D. 6
3. 设 $p: x^2 - x - 20 \leq 0$, $q: |x| - 4 < 0$, 则 p 是 q 的 ().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列函数中既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ().
 A. $y = 2x - 1$ B. $y = \cos x$
 C. $y = x^2 + 3$ D. $y = x^{-2}$
5. 不等式 $(x-1)(2-x) > 0$ 的解集是 ().
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(2, +\infty)$
 C. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ D. $(1, 2)$
6. 圆 $(x-4)^2 + y^2 = 4y$ 与直线 $4y = 3x + 1$ 的位置关系是 ().
 A. 相交 B. 相切
 C. 相离 D. 不能判断

7. 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 前三项的和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ().
 A. 33 B. 72
 C. 84 D. 189

8. 函数 $y = 2x + 1, x \in \{1, 2, 3\}$ 的值域是 ().
 A. \mathbf{R} B. $[1, 3]$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{3, 5, 7\}$

9. 方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则 k 的取值范围是 ().
 A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

10. 下面四个命题:

- (1) 如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线, 那么这条直线与这个平面垂直.
- (2) 过空间一定点有且只有一条直线与已知平面垂直.
- (3) 一条直线垂直于一个平面内的两条直线, 则这两条直线垂直于这个平面.
- (4) 垂直于同一平面的两条直线互相平行.

其中真命题的个数为 ().

- A. 1 个 B. 2 个
 C. 3 个 D. 4 个

11. 袋子中装有 4 个红球, 3 个黄球和 2 个黑球, 从中任取 2 个球, 则取到 2 个不同颜色球的取法种数为 ().

- A. 9 种 B. 24 种
 C. 26 种 D. 29 种

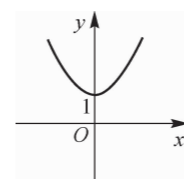
12. 若 $(x - \frac{1}{x})^n$ 展开式的第 4 项为含 x^3 的项, 则 n 等于 ().

- A. 8 B. 9
 C. 10 D. 11

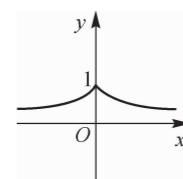
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 5$, 则此三角形是 ().

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形
 C. 锐角三角形 D. 钝角三角形

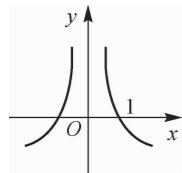
14. 设 $a > 1$, 函数 $y = a^{|x|}$ 的图像大致是 ().



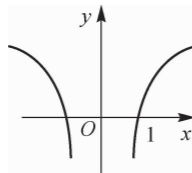
A



B



C



D

15. 设 O 为坐标原点, 抛物线 $y^2 = 4x$ 与过焦点的直线交于 A, B 两点, 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ ().

A. $-\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. -3

D. 3

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

注意事项:

1. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答. 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚. 答在试题卷上无效.

2. 第 II 卷共 2 个大题, 11 个小题, 共 90 分.

二、填空题(本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

16. 首项是 4、公差是 4 的等差数列前 5 项的和为_____.

17. 若 $\tan(\pi - \alpha) = 2$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

18. $\lg \frac{5}{2} + 2\lg 2 - (\frac{1}{2})^{-1} =$ _____.

19. 平面 α 截球 O 的球面所得圆的半径为 1, 球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$, 则此球的表面积为_____.

20. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的渐近线方程为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. 某厂生产某种零件, 每个零件的成本为 40 元, 出厂单价定为 60 元, 该厂为鼓励销售商订购, 决定当一次订购量超过 100 个时, 每多订购一个, 订购的全部零件的出厂单价就降低 0.02 元, 但实际出厂单价不能低于 51 元.

(1) 设一次订购量为 x 个, 零件的实际出厂单价为 P 元, 写出 $P = f(x)$ 的函数表达式;

(2) 当销售商一次订购 500 个零件时, 该厂获得的利润是多少元? 如果订购 1 000 个, 利润又是多少? (工厂售出一个零件的利润 = 实际出厂单价 - 成本)

22. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 2, S_6 = 15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

23. 已知 $\triangle ABC$, D 是边 BC 上的一点, $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $AB = 2AD = 2AC$, 求 $\cos \angle ADB$ 的值.

24. 某射击运动员一次击中目标的概率为 $\frac{4}{5}$, 该运动员连续射击 2 次, 设 X 表示击中目标的次数.

- (1) 求 X 的概率分布;
- (2) 求 X 的期望和方差.

25. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 长轴长是 4.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设过点 $(0, -2)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 以线段 AB 为直径作圆. 试问: 该圆能否经过坐标原点? 若能, 请写出此时直线 l 的方程, 并证明你的结论; 若不能, 请说明理由.

26. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 ABC , $PA \perp PB$, M, N 分别为 AB, PA 的中点.

(1) 求证: $PB \parallel$ 平面 MNC .

(2) 若 $AC = BC$, 求证: $PA \perp$ 平面 MNC .

