

第 1 章 电路和基尔霍夫定律

本章从实际电路出发,阐述电路研究模型化的思想,结合电路模型对电路参量的约束关系进行讨论,介绍基尔霍夫定律,它是电路分析的理论基础。

1.1 实际电路和电路模型化

1.1.1 实际电路

通常,我们需要设计一些实际电路来实现某种特定功能,比如谐振电路、调制电路和放大电路等。实际电路一般由电路器件和联接导线组成,它提供了电流流通的途径,具有传输电能、信号处理、计算和自动化控制等多个功能。有的电路非常简单,如小灯泡发光实验电路,如图 1.1 所示。

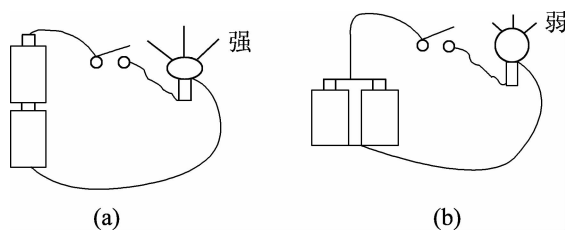


图 1.1 电源的串接与并接灯泡发光强弱比较

有的电路则很复杂,比如人们日常通信用的手机,虽然体积很小,但是它要完成信号产生、放大、调制、发送和接收等功能。一部手机处于接收状态时,基本原理图如图 1.2 所示,它由输入电路(天线)、检波电路、放大电路和扬声器等部分组成。手机的小型化得益于集成电路技术的发展,它的集成电路芯片体积很小,如图 1.3 所示。目前,超大规模集成电路的集成度越来越高,每平方厘米硅片上可容纳的元器件数目越来越多,成千上万个晶体管和器件联接在一起组成高度集成的电路系统,其电路非常复杂。

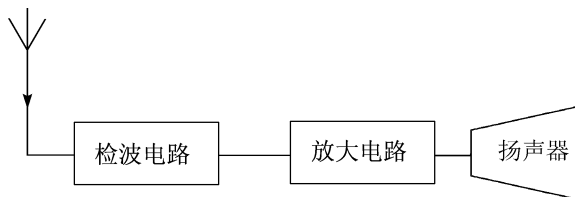


图 1.2 手机接收基本原理图



图 1.3 世界上第一枚 0.13 微米工艺的 TD-SCDMA 3G 手机基带芯片

在实际电路中,电能或电信号的发生器称为电源,用电设备称为负载。电源可以在电路中产生电压和电流,这个过程称为激励过程,因此电源也可以称为激励源。电源产生的激励通过电路变换,从电路中输出所需要的电压和电流,这个过程称为电路的响应过程。由激励而在电路中产生的电压和电流称为响应。考虑到激励对于电路来说是输入过程,而响应为输出过程,也可以把激励称为输入,把响应称为输出。电路的作用就是将激励(输入)处理成所要的响应(输出)。

从功和能的角度观察电路,可以看出,随着电流在电路中流通,电路完成了电能和其他形式的能(比如化学能、太阳能等)的转化以及电能的传输、分配和储存过程。例如,人造卫星和宇宙飞船上携带太阳能电池,可以作为激励源与其他用电设备组成电路,这时电路可以看出由电源、负载和联接导线三部分组成,电源将太阳能转化成电能供给电路,负载吸收电能,而联接导线负责电能的传输和分配。

1.1.2 模型化电路

一般来说,电路基础作为研究电路的基本理论,应该能够对各种各样的实际电路分析和设计提供指导作用,这就要求其在理论上具有可预知性。一个理论的建立,一般首先建立一个理论模型,这个模型应该能够反映事物的主要问题。根据这个模型得到的分析结果与实际测量进行比较,二者误差应在要求的范围之内。例如,计算一辆汽车的行驶距离,可以把汽车看作一个质点模型,而忽略汽车的大小形状。然而如果要分析汽车刹车时车轮的受力情况,就要考虑汽车的大小形状,才能得到比较好的结果。这个例子告诉我们模型的建立存在着前提条件的限制,要分清主次因素的影响,理论模型是否合理最终要接受实践的检验。

电路理论也是建立在理论模型基础之上的。模型建立时,首先应结合实际情况将实际电路中的电路元件分别进行模型化,然后将电路元件用模型来替代,从而得到电路模型。电路元件的模型化过程是电路模型化的关键。电路模型由模型化的电路元件联接而成,模型化的电路元件是构成电路模型的最小单元,它是在一定条件下抽象出来的足以反映实际元件电磁性质的理想器件。

在实际电路中,电源内部构成很复杂,完全搞清楚很难。但是考虑到电路模型一般主要用于计算电路中各个器件两端的电压、电流等,对于电源,我们往往考虑的是电源能够提供多大的电动势,而不考虑它的内部如何产生电动势。实际上,在电源内部存在电阻,而且电阻沿着整个电池分布。在电路模型中,我们把它抽象为一个电阻,电阻特性集总在一点上,我们把这种元件称为集总元件。这样我们可以把如图 1.1 所示的电源模型化为一个电压源 U_s 和一个电阻元件 R_s 串联。对于小灯泡,考虑到它是一个发热发光元件,主要特点是消耗电能,可以将它模型化为一个集总电阻元件。图 1.1 可以用图 1.4 所示的模型来代替。

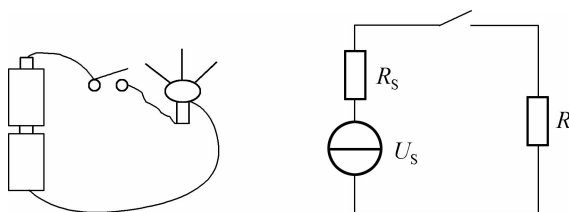


图 1.4 实际电路和电路模型比较

电路进行模型化时要具体问题具体分析。比如，一段金属导线，当用于传输直流电时，在传输距离不是很远的情况下，我们可以近似把它作为理想导线，但是当传送高频交变信号时，随着频率增加，趋肤效应越来越严重，不能再近似成理想导线。电路模型化的目的是简化实际电路的分析和设计，模型建立适当，电路的分析和计算结果就会较好地反映实际情况。判定一个模型是否可取，取决于该模型的理论分析和计算结果是否在误差范围之内。模型太复杂，会造成分析困难，计算难度大；模型太简单，又会造成很大误差。关于电路的模型化，这里只是简要阐述了一下模型化的思想，具体的模型化问题本书不作介绍。

最后指出，今后本书提到的“电路”都是模型化的电路，而非实际电路。

思考题：金属导线缠成的线圈，如果两端分别接直流电源和交流电源，线圈模型化时有何不同？

1.2 电路参量

对电路进行分析和计算时，通常是对电路中的电路参量进行求解。一般电路中主要电路参量有电流、电压、电功率、电能量、电荷和磁通等，其中我们经常计算的参量为电流、电压和电功率，本节主要介绍这三个参量。

1.2.1 电流及参考方向

在电路分析中，对某个电路元件或一部分电路进行电流分析是非常必要的，我们定义单位时间内流过元件的电荷量为该元件的电流。电路中电流不一定是恒定的，可能随时间变化而变化，我们采用小写英文字母表示随时间变化的物理量。如图 1.5 所示是电路中的一个电路元件，假设在 Δt 时间内流过元件的电荷量为 Δq ，考虑到电流变化的即时性，则由定义可得

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$



图 1.5 电路元件的电流

因为电荷总是从电路元件的一端流入，从另一端流出，即电路元件上的电流具有一定的流向，所以对电流流向的研究十分必要。但由于电流方向可能无法预知，我们往往先假定一个方向为电流方向，这个假定的方向称为电流的参考方向。在电路分析中电流的参考方向是可以任意选择的，但一旦选定，在整个分析过程中就不能改变。需要说明的是，这个参考方向并不一定是电路元件上电流的真实方向，如果计算的电流结果 $i > 0$ ，说明元件上电流方向

与参考方向相同;反之,则表示与参考方向相反。元件上的电流方向、电流参考方向以及电流 i 的大小关系如图 1.6 所示。

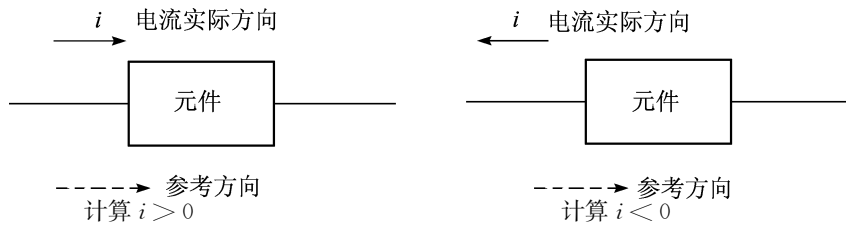


图 1.6 电流方向、电流参考方向以及电流 i 的大小关系

在国际单位制(SI)中,电量单位为库仑,简称库,用大写字母 C 表示;时间单位是秒,用小写字母 s 表示;电流单位为安培,简称安,用大写字母 A 表示。可以看出, $1A = 1C/s$ 。

思考题:一般我们规定电流的实际方向为正电荷移动的方向,在选定参考方向后,计算元件的电流时,电流可能为正,即 $i > 0$,也可能为负,即 $i < 0$,如果算得 $i = -1A$,是否说明该元件电流的大小为 $-1A$?负号的真正意义是什么?

1.2.2 电压及参考方向

当电荷流过电路元件时,如果发生电能与其他形式的能量转化,则在该元件两端存在电位差。如图 1.7 所示,如果电路元件 A 端电位高于 B 端电位,当正电荷从 A 端移动到 B 端时,电场力做正功,电荷的动能增加,这部分增加的动能有可能再通过碰撞等方式转化为其他形式的能量。这个过程说明电能与其他形式的能量发生了转化,电能被元件吸收。如果电路元件 A 端电位低于 B 端电位,当正电荷从 A 端移动到 B 端时,电场力做负功,电荷的动能减少,但它促使正电荷从低电位移到高电位,电荷的电位能增加,这个过程说明其他形式的能量转化成了电位能,增加的电能由外源提供。根据能量守恒定律,转化的能量应该等于电场力对电荷所作的功。由此推出:正电荷从 A 点移动到 B 点时,电场力所做的功:

$$W_q = qu_{AB} = q(u_A - u_B) \quad (1-2)$$

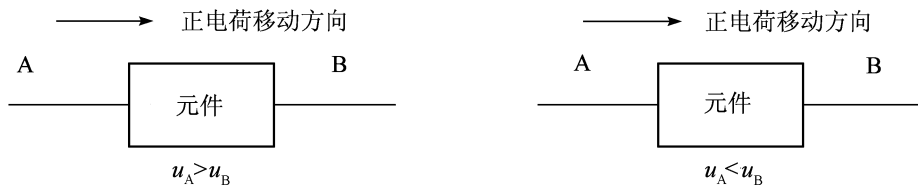


图 1.7 电路元件的功能转化

式中, u_{AB} 即为 A、B 两点间的电位差,也称为 A 点对 B 点的电压。由于做功可正可负,所以电路元件上的电压为代数量。如果 u_{AB} 为正值,那么 A 点电位高于 B 点电位;反之, A 点电位低于 B 点电位。这说明元件两端的电位有高有低,即电位存在高低极性。为了表明电路元件上的电压的真实极性,有必要选择参考极性,通常用“+”、“-”符号分别表示元件两端电位的参考极性,“+”表示该端为高电位,“-”表示该端为低电位,电压的参考方向为“+”指向“-”极性。选定参考极性后,即选定了电压的参考方向。如果对电路元件上电压的计算结果为正,则真实极性与参考极性相同;反之真实极性与参考极性相反。参考极性、真实极性与计算结果的关系如图 1.8 所示。



图 1.8 参考极性、真实极性与计算结果的关系

和电流的参考方向一样,元件上电压的参考方向也可以任意选取,而且电压和电流的参考方向可以分别独立选取。如果电流的参考方向和电压的参考方向选取满足:电流的参考方向选择为从元件的“+”流向“-”极性端,则电流参考方向与电压参考方向选择一致,把这种选择称为关联选择;如果不一致,则称为非关联选择。

需要指出的是,元件两端参考极性选择的“+”、“-”和我们日常见到的电路图中某点相对零电位“+5伏”或者“-5伏”等符号的意义不一样,前者的“+”和“-”是该元件两端电位比较的结果,而后者是和零电位比较的实际电位值。

思考题:某电路元件两端参考极性“+”和“-”的选择,是否是和电路中零电位比较得出的?计算得出的实际极性是否是和电路中零电位比较得出的?

1.2.3 电功率、电能

电路的一个重要功能就是传输和分配能量。在电路的分析和计算中,能量和功率的计算非常重要。例如,我们常用的手机,在通话时要不断收发信号,对于发送的信号,如果功率太大,不仅对电路和电源等提出更高要求(元件有额定功率的限制),同时也造成能源浪费,加重电磁污染;如果信号功率太低,则不利于接收,影响通话质量。

对电功率进行分析有助于提高能量传输效率和合理地分配能量。对于某个电路元件来说,它既可能吸收能量也可能释放能量。假设电路元件在时间 Δt 内吸收或者释放电功为 W ,则定义该元件在时间 Δt 内吸收或者发出的电功率为

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad (1-3)$$

以上计算没有考虑元件的实际做功过程,认为在时间 Δt 内做功是均匀的,这样计算得出的功率我们称之为平均功率。在实际电路中,电路元件上的电压和电流一般是随时变化的,做功并不均匀,我们有必要分析电路元件的即时功率。假设电路元件的即时功率为 $p(t)$,那么从 $t = 0$ 时刻开始,到 t_0 时刻结束这段时间内电路元件吸收或者发出的电功为

$$w = \int_0^{t_0} p(t) dt \quad (1-4)$$

事实上,考虑到电能的变化总是伴随着能量转化而出现的,由能量守恒定律知道,电场力对电荷做了多少功就有多少电能发生了转化,所以在这段时间内电路元件吸收或者发出的电功可以根据电场力对电荷做功求出。假设 t 时刻电路元件两端电压为 $u(t)$,正电荷从元件电压高端流向低端,流过的电流为 $i(t)$,如图 1.9 所示。

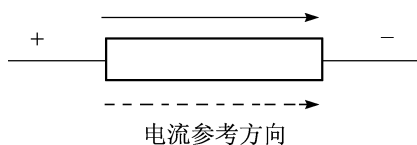


图 1.9 电路元件电流和电压参考方向

从 t 时刻开始我们取无限小时间间隔 dt , 可以认为在无限小的时间间隔 dt 内, $i(t)$ 、 $u(t)$ 保持不变, 这样就可以应用恒流电路的理论了。所以, 在时间间隔 dt 内流过的正电量为

$$dq = i(t)dt \quad (1-5)$$

dt 内电场力对电荷所做的正功为

$$d\omega = u(t)dq = u(t)i(t)dt \quad (1-6)$$

由功能关系可知, 电场力做正功, 电能减少, 减少的电能被电路元件吸收而转化为其他形式的能量或者储存起来。例如, 如果元件是电阻, 消耗的电能转化为焦耳热。所以, 从 $t = 0$ 时刻开始到 t_0 时刻结束这段时间内, 电路元件吸收的电功为

$$\omega = \int_0^{t_0} d\omega = \int_0^{t_0} u(t)i(t)dt \quad (1-7)$$

将式(1-4)和式(1-7)比较, 很容易得到

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (1-8)$$

由式(1-8)可以看出, 即时功率 $p(t)$ 与 t 时刻的电压和电流密切相关。由于在电路分析中, 电流和电压都为代数量, 它们的正负由实际方向与参考方向的关系决定。式(1-8)的推导前提是电流和电压的参考方向为关联选择, $i(t)$ 和 $u(t)$ 相乘表示元件吸收功率, 如果二者相乘后结果为正数, 即 $p(t) > 0$, 那么表明元件确实吸收了电能; 如果 $p(t) < 0$, 则表明元件确实释放了电能。

以上分析是在电压和电流参考方向选取为关联选择的情况下进行的。如果是非关联选择, $i(t)$ 和 $u(t)$ 相乘则表示元件释放电功率, 若二者相乘后结果为正数, 即 $p(t) > 0$, 则表明元件确实释放了电能; 若 $p(t) < 0$, 则表示元件确实吸收了电能。

在国际单位制中, 电流的单位为 A, 电压的单位为 V, 能量的单位为焦耳, 英文表示为 J, 功率的单位为瓦特, 英文表示为 W, $1W = 1J/s = 1V \cdot A$ 。

例 1.2.1 如图 1.10(a) 所示电路, 已知电阻元件两端电压 $u = 3V$, a 点电位高于 b 点电位, 电阻元件 $R = 5\Omega$, 试求电阻 R 和电压源 U_s 的功率。

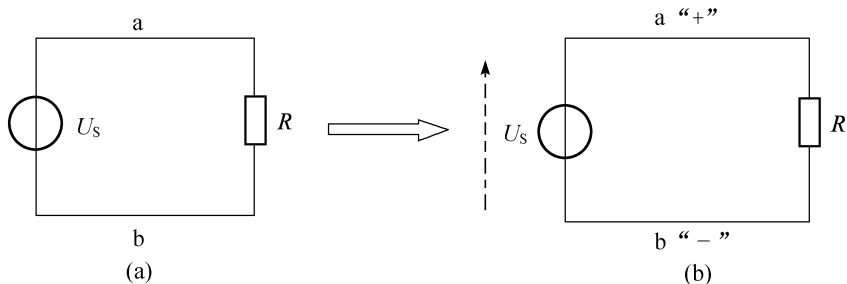


图 1.10 例 1.2.1 用图

解(一) 选择 a 为“+”极性, b 为“-”极性, 流过元件 R 和 U_s 的电流参考方向如图 1.10(b) 中虚线箭头所示。

(1) 对于元件 R :

$u = 3V$, 且电压和电流参考方向相关, 由题意知: $i = \frac{3V}{5\Omega} = 0.6A$ 。代入式(1-8)得到:

$p = iu = 1.8W$, $p > 0$, 表示元件 R 实际吸收电能。

(2) 对于元件 U_s :

$u = 3V$, 且电压和电流参考方向非相关, 由题意知: $i = \frac{3V}{5\Omega} = 0.6A$ 。代入式(1-8)得到:

$p = iu = 1.8\text{W}$, $p > 0$, 表示元件 U_S 实际发出电能。

从本例看出元件 U_S 和 R 发出和吸收的电功率恰好相等, 符合能量守恒定律, 事实上, 本例可以看作是一个理想电源给一个电阻供电的过程。

解(二) 选择 a 为“-”极性, b 为“+”极性, 流过元件 R 和 U_S 的电流参考方向如图 1.10(c) 中虚线箭头所示。

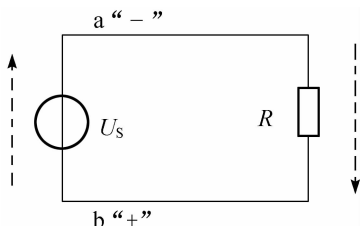


图 1.10(c) 例 1.2.1 用图

(1) 对于元件 R :

$u = -3\text{V}$, 且电压和电流参考方向非相关, 由题意知: $i = \frac{3\text{V}}{5\Omega} = 0.6\text{A}$ 。代入式(1-8)得到: $p = iu = -1.8\text{W}$, $p < 0$, 表示元件 R 实际吸收电功。

(2) 对于元件 U_S :

$u = -3\text{V}$, 且电压和电流参考方向相关, 由题意知: $i = \frac{3\text{V}}{5\Omega} = 0.6\text{A}$ 。代入式(1-8)得到: $p = iu = -1.8\text{W}$, $p < 0$, 表示元件 U_S 实际发出电功。

从解(二)看出元件 U_S 和 R 发出和吸收的电功率计算结果与解(一)不同, 但实质是一致的, 说明元件两端电压的极性是可以任选的, 不会影响实际结果。

思考题: 如果将解(一)中的电压源元件上的电流参考方向改为反向, 试求元件 R 和 U_S 的功率。并检验电流参考方向的任意选取是否会改变电路元件的计算结果和实际结果。

1.3 基尔霍夫定律

前面介绍了电路分析和计算的一些基本思想, 但并没有涉及复杂的电路求解。对于一个电路计算问题, 我们首先要清楚: 电路的性能取决于电路本身的几何结构和支路特性, 而与支路在空间的位置无关。如图 1.11 所示两个电路尽管空间位置放置不同, 但是几何结构相同, 电路性能相同。其次我们要尽量采用电阻串、并联原理将电路化简, 如图 1.12 所示的电阻电路, 电流 I 可以通过电路化简求得。

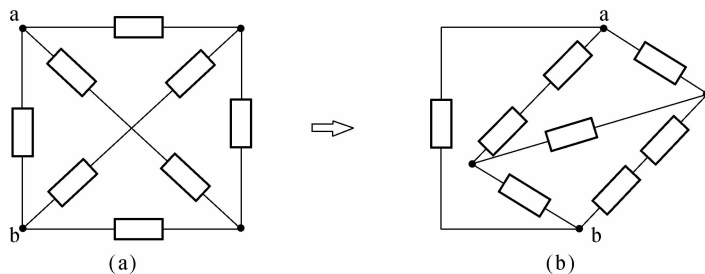


图 1.11 两个几何结构相同的电路

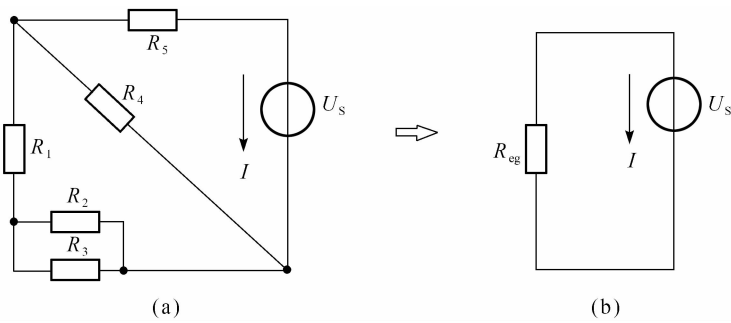
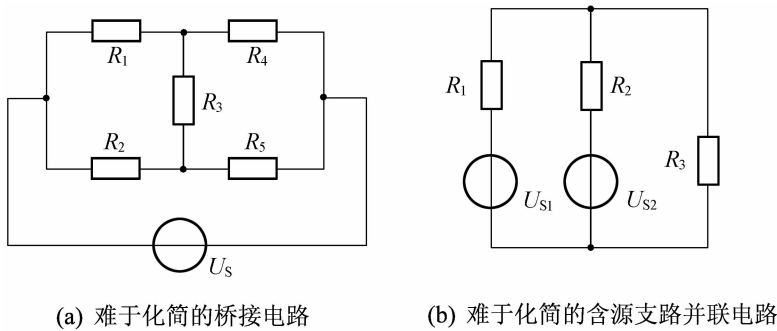


图 1.12 要求得(a)中的电流 I 可以简化为(b)求解

由于实际电路种类繁多,总存在难以化简的情况,比如,多个电阻联接的桥接电路就难以化简,含源支路并联电路也难以化简,如图 1.13 所示。



(a) 难于化简的桥接电路

(b) 难于化简的含源支路并联电路

图 1.13 难于化简的电路

通常我们把这种难以化简的电路称为复杂电路,基尔霍夫对复杂电路进行了总结,提出了基尔霍夫电流定律(简称 KCL)和基尔霍夫电压定律(简称 KVL),也称为基尔霍夫第一定律和第二定律。为了说明基尔霍夫定律,要先弄清电路中支路、结点和回路的概念。

1.3.1 支路、结点和回路

电路可以认为是由集总元件相互联接而成的,图 1.14 描述了一个最简单的电路,它是无分支电路。一般电路都比较复杂,往往存在若干个分支,每个分支叫做一条支路。一条支路可以包含多个元件,但要求同一支路中的元件只能串联而不能再有分支。如图 1.15 所示为三条支路的电路,支路分别为 $a - \text{元件} 1 - U_{s1} - b$ 、 $a - \text{元件} 2 - b$ 和 $a - \text{元件} 3 - U_{s2} - b$,其中,第一条和第三条都包含两个电路元件。在图中可以看到支路与支路之间具有联接点,我们把三条或三条以上支路的联接点叫做结点。图 1.15 存在 a 和 b 两个结点。在这里说明一下,有的教材把组成电路的每一个二端元件都称为一条支路,两条或两条以上支路的联接点叫做结点,这样图 1.15 存在 4 个结点。支路数变成 5 条,定义的结果是增加了支路数和结点数,同时方程数也会增加,但两种定义的计算结果是一致的。在图中我们发现,有些支路(如 $a - \text{元件} 1 - U_{s1} - b$ 和 $a - \text{元件} 2 - b$)在局部可以构成闭合路径,我们把这种由支路构成的闭合路径称为回路。图中共有三条回路,分别为回路 I、回路 II 和回路 III。这说明一个电路可以包含多个回路,但它们并不一定都是独立的,我们把回路中至少包含一条其他回路所不包含的支路的回路称为独立回路。图 1.15 中独立回路只有两条,当三条回路一起考虑时它们不是独立的,因为构成它们的两条支路都被其他回路所利用。所以,讨论回路的独立性应该

是相对而言的,我们不能孤立地讨论某个回路是否独立。

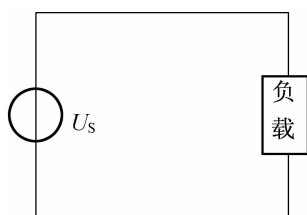


图 1.14 无分支电路

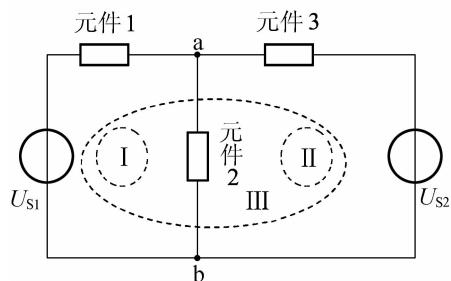


图 1.15 三条支路的电路

如果一个完整电路的支路数取为 p , 结点数为 n , 独立回路数为 m , 借助网络拓扑学可以推出三者之间满足一个确定关系:

$$p = m + n - 1 \quad (1-9)$$

在图 1.15 中, $p = 3, n = 2$, 可以推知 $m = 2$ 。

例 1.3.1 某电路如图 1.16 所示, 试分析该电路的支路数、结点数和独立回路数。

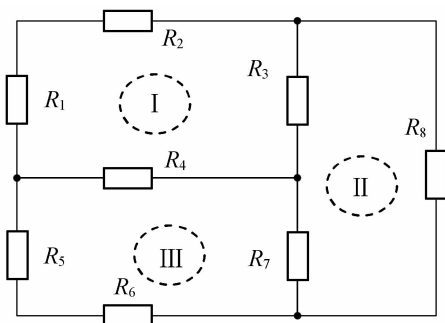


图 1.16 例 1.3.1 用图

解 按照定义, 该电路共有 $n = 4$ 个结点, $p = 6$ 个支路, 代入式(1-9), 得到 $m = 3$, 即独立回路数为 3, 如图 1.16 中虚线所示。注意这只是独立回路的一种选择。

1.3.2 基尔霍夫定律概述

对于包含多个支路和回路的复杂电路, 各个支路的电流和电压都可能相互制约, 这些制约关系主要体现在两个方面: 一方面是电路元件本身各具有特性, 在局部要符合元件自身特性, 比如电容的隔直作用和充放电等特性, 线性电阻元件上电压电流要符合欧姆定律等; 另一方面是电路元件组成电路时, 各个支路间会自动构成某种拓扑关系, 比如会出现多少结点、多少支路、多少独立回路等。前者由构成元件的物理或化学等因素决定, 而后的制约关系主要体现在基尔霍夫定律中。

1. 基尔霍夫电流定律(KCL)

基尔霍夫电流定律是针对电路中各个结点提出的, 考虑到结点是多个支路的联接点, 在结点处, 不同支路电流可能要流进或者流出结点。基尔霍夫电流定律指出: 任一瞬间, 流入电路任一结点的电流等于从该结点流出的电流。前面指出, 在电路分析和计算时, 组成电路的元件上的电压和电流都可能是未知的, 我们要先选定一个参考方向, 然后再计算, 这样求得

的电压和电流都是代数量,所以基尔霍夫电流定律又可以描述为:任一瞬间电路中流出任一结点的各支路电流代数和为零。数学表述为

$$\sum i = 0 \quad (1-10)$$

我们规定,构成结点的支路中,电流参考方向离开结点的支路电流求和时取“+”号,参考方向指向结点的取“-”号。设某结点参考方向如图 1.17 所示,根据基尔霍夫电流定律,则有如下关系:

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0 \quad (1-11)$$

值得注意的是,式(1-11)中的“+”和“-”是根据支路电路流入和流出结点的参考方向决定的,但支路电流 i_1 、 i_2 、 i_3 和 i_4 都还是代数量,比如 $i_3 = -2\text{A}$,这个“-”表示的是第一条支路的实际电流方向与支路电流的参考方向不一致,和式(1-11)中的正负号意义不一样。

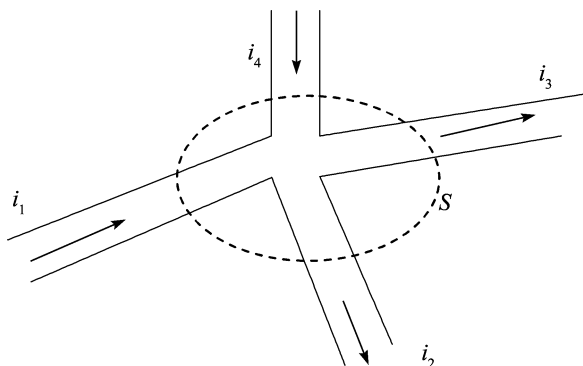


图 1.17 参考方向与电流代数表示

例 1.3.2 已知如图 1.18(a) 所示的桥式电路中 $i_1 = 1\text{A}$, $i_2 = -2\text{A}$,求解图中电流 i_3 。

解 对于结点 a,由支路电流的参考方向和基尔霍夫电流定律得

$$i_3 - i_1 - i_2 = 0$$

所以求得

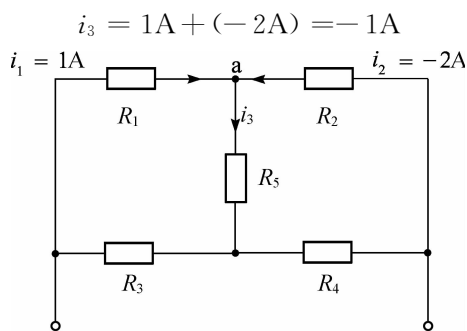


图 1.18(a) 例 1.3.2 用图

通过本例计算可以看到,由基尔霍夫电流定律列方程时,各支路电流取“+”或“-”由结点处支路电流的参考方向决定,“+”或“-”只表示流出或者流入结点,而题给条件 $i_1 = 1\text{A}$, $i_2 = -2\text{A}$ 和计算得出的 $i_3 = -1\text{A}$ 中的“+”和“-”则表示支路中实际电流方向与参考电流方向的关系。本例的真实电流方向如图 1.18(b) 所示。

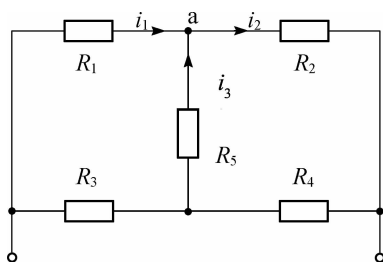


图 1.18(b) 电流的真实方向

基尔霍夫电流定律不仅适合电路中任一结点,也适合于电路中的任一闭合面。这一点很容易证明。假设任意电路,我们在这个电路中选取了任意的一个闭合曲面 S ,有些支路可能被完全包围,也有些支路可能被包围一部分。这样,被部分包围的支路就成为电荷流进或者流出闭合面 S 的通道,这些通道也是闭合面内的电路与面外电路联系的窗口,如图 1.19 所示。

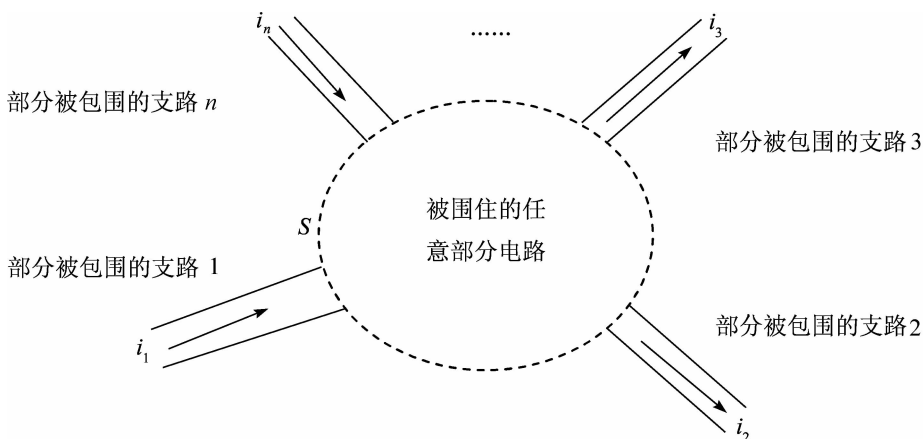


图 1.19 任意曲面包围电路模型

根据电荷守恒定律,在任意时刻,流入闭合面 S 的电量必须等于流出闭合面 S 的电量,或者说流入的电流必须等于流出的电流,这就是电流的连续性定理。闭合曲面这时可以等效为一个结点,这样我们得到:

$$\sum i_n = 0 \quad (1-12)$$

例 1.3.3 已知如图 1.20 所示电路中 $i_1 = 1\text{A}$, $i_2 = -3\text{A}$,求解图中电流 i_3 。

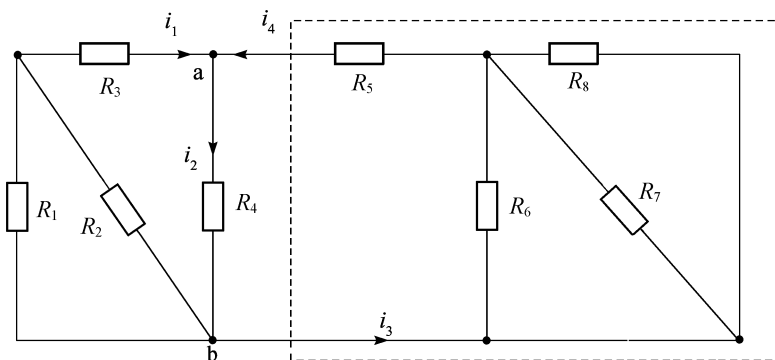


图 1.20 例 1.3.3 用图

解 选闭合面 S 如图 1.20 中虚线所示,这个闭合面有两个通道让电流流入或者流出,即 i_3 和 i_4 ,根据基尔霍夫电流定律得

$$-i_3 + i_4 = 0$$

对结点 a 再应用基尔霍夫电流定律得

$$-i_1 + i_2 - i_4 = 0$$

$$i_3 = i_4 = i_2 - i_1 = -3\text{A} - 1\text{A} = -4\text{A}$$

这里,符号的意义与前面相同。

2. 基尔霍夫电压定律(KVL)

基尔霍夫电流定律是关于结点的方程,而基尔霍夫电压定律则是关于回路的方程。基尔霍夫电压定律指出:任一瞬间,沿电路中任一闭合回路的各支路电压的代数和为零。即

$$\sum u = 0 \quad (1-13)$$

基尔霍夫电压定律也称回路定律,和电流定律一样也存在符号选择问题,规则如下:任意选定一个绕行回路的方向(叫做绕行方向),当支路电压的参考方向(参考极性)与回路的绕行方向一致时,该电压前面取“+”号,当支路电压的参考方向(参考极性)与回路的绕行方向相反时,该电压前面取“-”号。

例如图 1.21 所示的电路,对回路 I 我们选择顺时针方向为绕行方向,对回路 II 选择逆时针方向为环绕方向,电路元件的电压参考极性如图所示,绕行方向用虚线和箭头表示。

对回路 I,根据基尔霍夫电压定律得

$$u_{S1} + u_1 - u_2 + u_4 + u_{S2} = 0 \quad (1-14)$$

即

$$u_2 = u_{S1} + u_1 + u_4 + u_{S2} \quad (1-15)$$

对回路 II,根据基尔霍夫电压定律得

$$u_{S3} + u_6 - u_2 + u_3 = 0 \quad (1-16)$$

即

$$u_2 = u_{S3} + u_6 + u_3 \quad (1-17)$$

由式(1-15)和式(1-17)看出,在图中由 a 点出发到 b 点,经路径 a— u_2 —b、路径 a— u_4 — u_{S2} — u_{S1} — u_1 —b 和路径 a— u_3 — u_{S3} — u_6 —b 产生的电压值相等,这说明基尔霍夫定律反映了任意两点间的电压与路径无关这一性质。

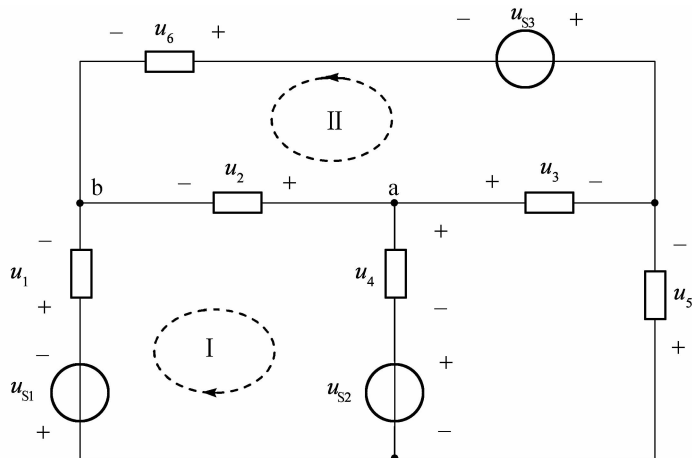


图 1.21 基尔霍夫电压定律说明图

例 1.3.4 如图 1.22 所示电路中,已知 $u_1 = 2 + 7t\text{V}$, $u_4 = -4 + \sin t\text{V}$ 和 $u_5 = 3 + e^{-t}\text{V}$, 求 u_2 和 u_3 。

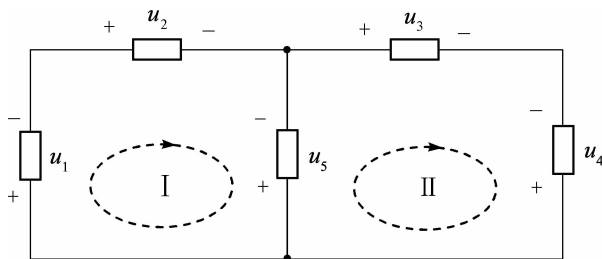


图 1.22 例 1.3.4 用图

解 由电路图知,支路数 $p = 3$,结点数 $n = 2$,所以独立回路数 $m = p - n + 1 = 2$,我们选择如图中所示的两个独立回路,支路的电压参考方向和回路绕行方向如图 1.22 所示。

对回路 I 和 II 分别应用 KVL,得

$$u_1 + u_2 - u_5 = 0 \quad \text{①}$$

$$u_3 - u_4 + u_5 = 0 \quad \text{②}$$

由方程 ① 得

$$u_2 = u_5 - u_1 = 1 + e^{-t} - 7t\text{V}$$

由方程 ② 得

$$u_3 = u_4 - u_5 = \sin t - e^t - 7\text{V}$$

1.3.3 基尔霍夫定律的应用举例

前面我们对定律进行分析时,并没有对电路中的元件特性等进行特殊限制,这说明两个定律适用于所有元件,可以很好地解决复杂电路的分析、计算和设计等问题。由于基尔霍夫电流定律和电压定律分别体现的是电荷守恒定律和任意两点间的电压与路径无关的性质,而电荷守恒定律和任意两点间的电压与路径无关的性质对所有电磁场(包括时变和非时变场)都成立,这说明基尔霍夫定律对所有电路都适用。它是解决电路问题的基础。

在应用两个定律时,可以参照以下步骤:

(1) 首先对各结点和支路编号,找到结点并数出结点数 n ,然后对各支路给出电流的参考方向,应用 KCL 列出任意其中 $(n - 1)$ 个独立的结点方程。

(2) 数出支路个数 p ,应用 $m = p - n + 1$ 求出独立回路数,然后对各支路电路元件指定电压的参考方向,选择利于解决问题的独立回路并指定绕行方向,应用 KVL 以列出 $m = p - n + 1$ 个独立的回路方程。

(3) 最后对所列的方程联立求解。

可以看出,对所有电路应用基尔霍夫定律,最多可以列出: $(n - 1) + m = (n - 1) + (p - n + 1) = p$ 个方程,当然解题时并不一定列出所有的方程。

下面我们通过几个例题进一步体会这两个定律的应用。

例 1.3.5 如图 1.23 所示电路中,已知 $u_1 = u_3 = 1\text{V}$, $u_2 = -3\text{V}$,求 u_x 和 u_y 。

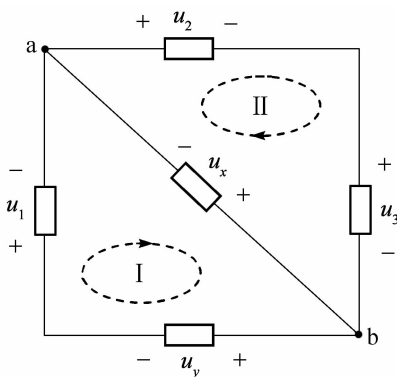


图 1.23 例 1.3.5 用图

解 本例中共有 $n = 2$ 个结点,即结点 a、b; $p = 3$ 个支路,可以构成 3 个回路,但独立回路数 $m = p - n + 1 = 2$ 个,选定如图 1.23 所示的两个回路 I 和 II,绕行方向如图所示,结合支路电压的参考方向与绕行方向的关系,我们可以列出两个回路的 KVL 方程如下:

$$\begin{aligned} u_1 - u_x + u_y &= 0 \\ u_2 + u_3 + u_x &= 0 \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} u_x &= -u_2 - u_3 = 2\text{V} \\ u_y &= u_x - u_1 = 1\text{V} \end{aligned}$$

本例提示,若电路中有 m 个独立回路,我们只能列出 m 个独立的 KVL 方程。计算中一般选取元件较少的回路,计算往往简便。

下面给出两个 KCL、KVL 综合应用的例子。

例 1.3.6 如图 1.24 所示电路为惠斯登通电桥,这个电路可以用于测量电阻等,试推导电桥中电流计、电源和各臂电阻的关系。

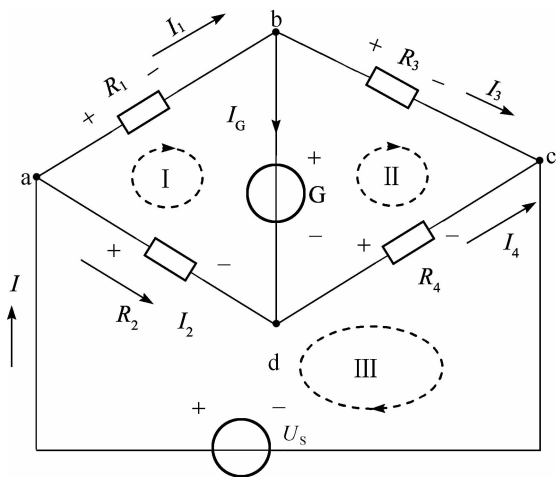


图 1.24 例 1.3.6 用图

解 本例中共有 $n = 4$ 个结点,即结点 a、b、c 和 d; $p = 6$ 个支路,可以构成独立回路数 $m = p - n + 1 = 3$ 个,选定如图 1.24 所示的三个回路 I、II 和 III,绕行方向如图所示。

(1) 结合结点,可以列出 $n-1=3$ 个独立的 KCL 方程,考虑支路电流的参考方向,可以列出 3 个结点 a、b、c 的 KCL 方程分别为

$$\text{a: } I_1 + I_2 - I = 0$$

$$\text{b: } -I_1 + I_G + I_3 = 0$$

$$\text{c: } -I_3 - I_4 + I = 0$$

(2) 本例中共有 $m=3$ 个独立回路,按如图选定的独立回路,结合绕行方向和支路电压的参考方向的符号关系,可以列出三个回路的 KVL 方程为

$$\text{回路 I: } I_1 R_1 + I_G R_G - I_2 R_2 = 0$$

$$\text{回路 II: } I_3 R_3 - I_G R_G - I_4 R_4 = 0$$

$$\text{回路 III: } -U_S + I_2 R_2 + I_4 R_4 = 0$$

6 个方程联立解得

$$I_G = \frac{(R_2 R_3 - R_1 R_4) U_S}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3) + R_G (R_1 + R_3) (R_2 + R_4)}$$

容易看出, $I_G = 0$ 的条件是

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

由于上述求解过程是可逆的,上式条件就成为电桥平衡的充分必要条件。这个条件可以用来精确地测量电阻,由于电流计灵敏度很高,电桥微小的不平衡都会被测量出来,如果我们把其中一臂的电阻,比如 R_3 换成未知电阻 R_x ,通过调整电桥其余三臂的阻值,即可实现平衡。此时 $I_G = 0$,有

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_4}$$

即

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_4$$

从而得到未知电阻 R_x 的阻值。由于上式的平衡条件与电源无关,对电源的要求不高,不像万用表那样在测量过程中会因为电源使用的原因造成测量误差。

由此例可知,在电路工程中,基尔霍夫定律对电路的分析和设计具有重要的指导意义。

本章小结

1. 电路理论是建立在理论模型基础上的,电路模型是从实际电路中抽象出来的理想化模型。构成电路模型的电路元件是在一定条件下抽象出来的足以反映实际元件电磁性质的理想器件,它把电路特性集总在同一点,故被称为集总元件。模型化的目的是简化实际电路的分析和设计,电路进行模型化时要具体问题具体分析。

2. 在电路分析中,定义单位时间内流过元件的电荷量为该元件的电流。

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

元件上的电流方向、电流参考方向以及电流 i 的大小关系如图 1.25 所示。

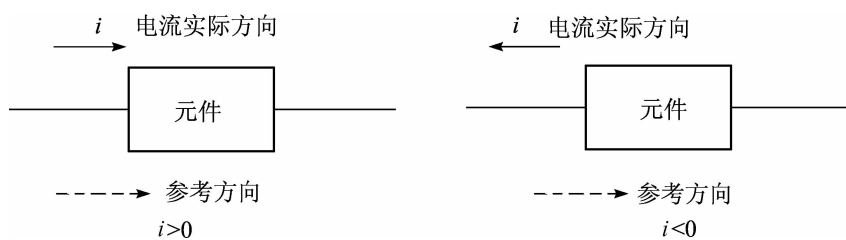


图 1.25 电流参考方向及实际方向关系图

3. 电路元件两端存在电位差,称为电压。电压的参考极性、真实极性与计算结果的关系如图 1.26 所示。



图 1.26 电压参考方向及实际方向关系图

电压和电流的参考方向可以分别任意选取。电流参考方向与电压参考方向选择一致,称为关联选择;如果不一致,则称为非关联选择。

4. 电路一个重要的功能就是传输和分配能量。对电功率进行分析有助于提高能量传输效率和合理地分配功率。电路元件的即时功率 $p(t)$ 与 t 时刻的电压和电流密切相关:

$$p(t) = u(t)i(t)$$

如果电流和电压的参考方向为关联选择, $i(t)$ 和 $u(t)$ 相乘表示元件吸收功率, $p(t) > 0$, 元件确实吸收电能, $p(t) < 0$, 元件确实释放电能。如果是非关联选择, $p(t) > 0$, 元件确实释放电能, $p(t) < 0$, 元件确实吸收电能。

5. 基尔霍夫电流定律(KCL)是关于结点的方程,它指出:任一瞬间,流入电路任一结点的电流等于从该结点流出的电流。还可以描述为:任一瞬间电路中流出任一结点的各支路电流代数和为零,其数学表述为

$$\sum i = 0$$

基尔霍夫电流定律不仅适合于电路中任一结点,也适合于电路中的任一闭合面。闭合曲面可以等效为一个结点,有

$$\sum i_n = 0$$

基尔霍夫电压定律是关于回路的方程,它指出:任一瞬间沿电路中任一闭合回路的各支路电压的代数和为零,即

$$\sum u = 0$$

6. 基尔霍夫电流定律和电压定律分别体现的是电荷守恒定律和任意两点间的电压与路径无关的性质,说明基尔霍夫定律对所有电路都成立。它是解决电路问题的基础。在应用两个定律时参照以下步骤:

(1) 找到结点并数出结点数 n ,结合选定的电流参考方向,应用 KCL 可列出任意其中

$(n-1)$ 个独立的结点方程。

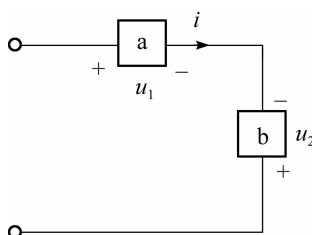
(2) 数出支路个数 p , 应用 $m = p - n + 1$ 求出独立回路数, 结合电压的参考方向和独立回路的绕行方向, 应用 KVL 可以列出 $m = p - n + 1$ 个独立的回路方程。

(3) 最后对所列的方程联立求解。

(4) 最多可以列出 $(n-1) + m = (n-1) + (p-n+1) = p$ 个方程, 解题时并不一定列出所有的方程。

习题 1

1.1 如图题 1.1 所示电路中, 已知元件 a 的电压 $u_1 = 10\text{V}$, 吸收功率 $p_1 = 6\text{W}$, 元件 b 的电压 $u_2 = 15\text{V}$, 求元件 b 的功率。

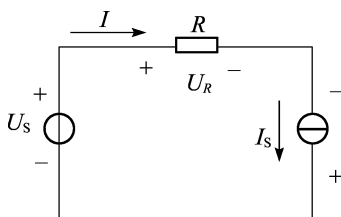


图题 1.1

1.2 如图题 1.2 所示电路中, 已知 $U_s = 16\text{V}$, $R = 5\Omega$, $I_s = 1\text{A}$ 。

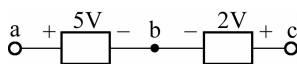
求: (1) 电流源的端电压 U ;

(2) 各元件的功率。



图题 1.2

1.3 如图题 1.3 所示为某电路中的一条支路, 试分别求 a、b、c 为参考点时各点的电压。

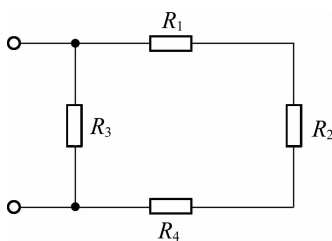


图题 1.3

1.4 在 1.5V 的干电池上加上 200Ω 的电阻时, 通过电阻的电流为多少毫安?

1.5 一个 100Ω 、 1W 的电阻, 在使用时电流、电压值不得超过多大?

1.6 如图题 1.6 所示, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 8\Omega$, 求这个支路的总电阻为多少。



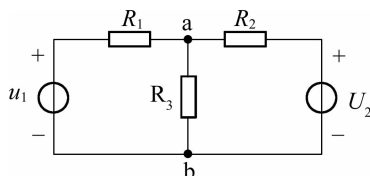
图题 1.6

1.7 有一电池,在外电阻为 4Ω 时供给的电流为 $0.2A$;如果外电阻改为 7Ω ,则电池供给的电流为 $0.14A$ 。电池短路时将产生多大的短路电流?

1.8 如图题 1.8 所示, $R_1 = 2\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 6\Omega, u_1 = 10V, u_2 = 12V$ 。

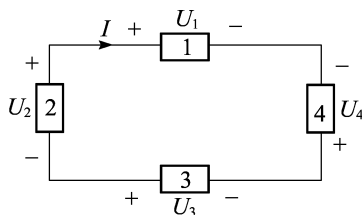
(1) 电路中有多少支路?多少结点?多少回路?

(2) 流过 R_3 的电流是多少安?



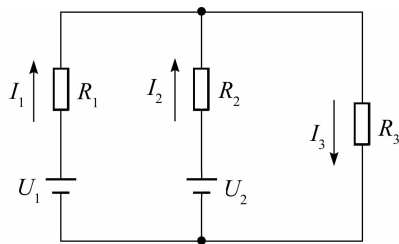
图题 1.8

1.9 在如图题 1.9 所示电路中,每个一端口网络可能是负载,也可能是电源,参考方向如图所示。已知 $I = 2A, U_1 = 1V, U_2 = -3V, U_3 = 8V, U_4 = -4V$,试分析每个一端口网络的功率情况。



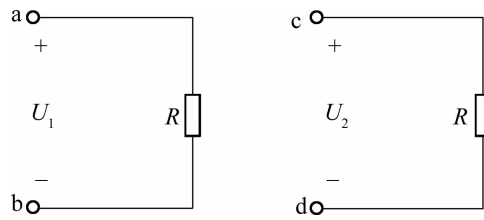
图题 1.9

1.10 如图题 1.10 所示电路中,支路电流分别为 I_1, I_2 及 I_3 ,若已知 $U_1 = 40V, U_2 = 35V, R_1 = 2\Omega, R_2 = 1\Omega, R_3 = 20\Omega$,求各支路电流。



图题 1.10

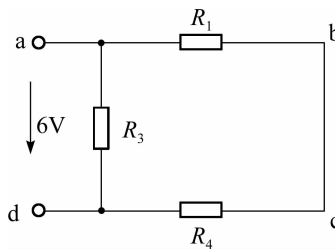
1.11 如图题 1.11 所示,在已选定的电压参考方向下, $U_1 = 40V, U_2 = -35V$ 。试求 $U_{ab}, U_{ba}, U_{cd}, U_{dc}$ 各为多少。



图题 1.11

1.12 当某元件的电压方向一定时,其电流可表示为 $I = 2A$ 或 $I = -2A$ 。试问这两种表示方式有何不同?

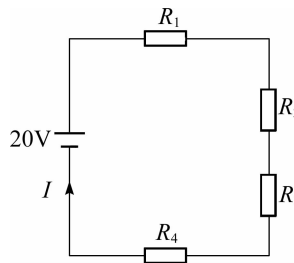
1.13 图题 1.13 中若以 c 为参考点,各点电位和电压 $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \varphi_d$ 和电压 U_{ab}, U_{bc}, U_{cd} 各为多少伏?将参考点改为 d 点再求上述各量。



图题 1.13

1.14 试述基尔霍夫定律的内容,说明其应用条件和范围。

1.15 如图题 1.15 所示电路中, $I = 100mA, R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$ 及 $R_4 = 100\Omega$, 求 R_3 的阻值。



图题 1.15

第 2 章 电阻电路及其分析方法

电阻是最简单最常用的电路元件,而电阻电路则是最基本的电路。本章首先介绍电阻电路,然后阐述等效变换的概念,最后讨论简单的线性网络电路的分析方法。

2.1 电路元件

构成电阻电路的元件主要包括电阻元件和电源元件,掌握这两种元件及其特性对电阻电路的分析非常重要。

2.1.1 电阻元件

电阻元件一般分为线性非时变、线性时变和非线性时变电阻元件,它们的伏安特性如图 2.1 所示。图 2.1(a) 表示线性非时变电阻元件,它是最简单的电阻元件,本章我们主要讨论由该电阻元件构成的线性电阻电路。图 2.1(b) 和图 2.1(c) 描述的非线性电阻元件比较复杂,这里不作讨论。

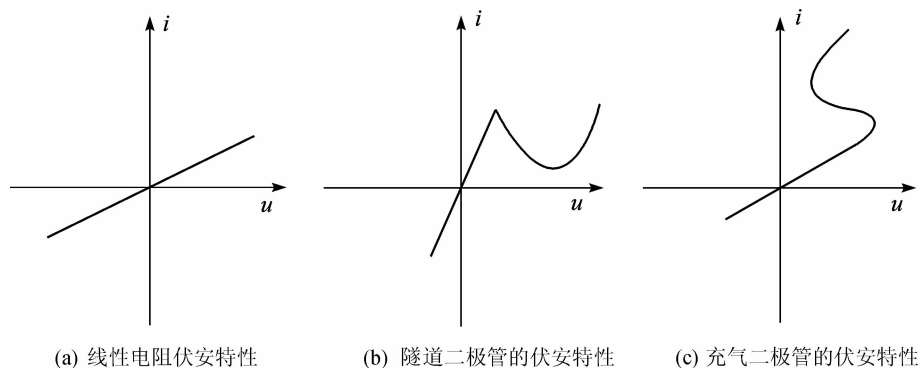


图 2.1 电阻元件的伏安特性曲线

线性非时变电阻元件简称线性电阻,是一种理想元件。当电压和电流取关联参考方向时,在任意时刻线性电阻两端的电压和电流满足欧姆定律:

$$u = Ri \quad (2-1)$$

式中, R 称为元件的电阻,它是一个正实数。在国际单位制中,电压和电流的单位分别为伏特(V) 和安培(A),电阻 R 的单位为欧姆(简称欧,用符号“ Ω ”表示)。1 欧 = 1 伏/安。

如果令 $G = \frac{1}{R}$, 式(2-1) 变为

$$i = Gu \quad (2-2)$$

上式为欧姆定律的另一种表示形式,式中 G 称为电阻元件的电导。电导的单位为西门子(简称西,用符号“S”表示),1 西 = 1 安/伏。在这种表示形式下,线性电阻的伏安特性曲线如

图 2.2 所示。在电路中,线性电阻的图形符号如图 2.3 所示。

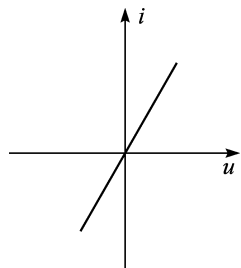


图 2.2 线性电阻的伏安特性

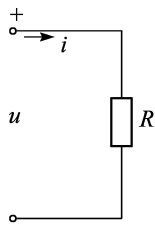


图 2.3 线性电阻的符号表示

根据电功率的定义,电阻元件吸收的电功率为

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 \quad (2-3)$$

由于 R 和 G 都为正实数, i^2 和 u^2 总是正值,因此 $p > 0$ 。这表明电阻元件吸收功率,即电阻总是消耗电能,它是一个耗能元件。

工程上利用电阻消耗电能转化为热能的效应制成各种各样的电热器,如电熨斗、电饭锅等。但是,电阻元件的发热效应在实际中并不总是有利的,比如组成计算机的电路元件发热,就要求使用风扇降温,否则会导致计算机不能正常工作。所以在设计电子电路时,有时必须考虑散热问题。

由于制作材料的电阻率与温度有关,实际电阻元件的电阻值总是随温度变化而变化,因此,实际电阻元件的伏安特性总存在非线性因素。但是,如果在一定条件下,实际电阻元件的伏安特性近似为一条直线,则可以在误差范围内把实际电阻用线性电阻来模型化。

思考题:如果电压和电流参考方向采用非关联选择,是否会影响电阻元件的耗能特性?

2.1.2 电源元件

实际电源向电路提供电能,如电池、发电机和信号源等。在电路分析中,要把实际电源进行模型化。电压源和电流源就是从实际电源中抽象出来的电路模型,它们是二端有源元件。

1. 电压源

最简单的线性电阻电路由电源和外电路两部分组成,如图 2.4 所示。如果实际电源两端开路,则电源输出电流为零,但电源两端存在电压,这个电压被称为源电压(也称为电源的电动势),这里用 U_s 来表示,如图 2.5 所示。当电源与外电路联接形成闭合回路时,电路中将流过电流 i ,但这时电源两端的电压也可能发生变化,这个电压称为路端电压,用 U 表示,如图 2.6 所示。

如果电源元件路端电压与流过的电流无关,即

$$u = u_s \quad (2-4)$$

则称这种电源为理想电压源,其图形符号如图 2.7(a) 所示。理想电压源具有以下两个特点:

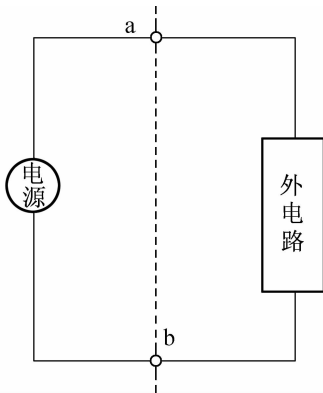


图 2.4 简单的线性电阻电路

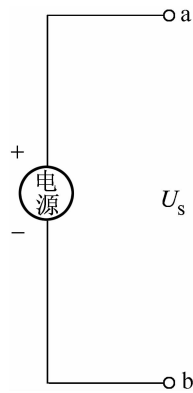


图 2.5 电源两端开路

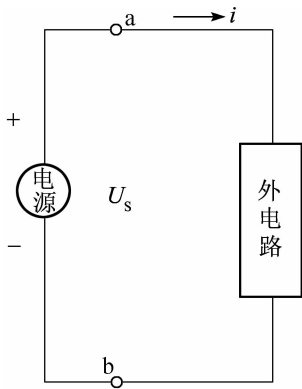


图 2.6 电源两端接外电路

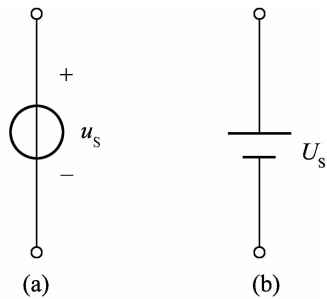


图 2.7 电压源

- (1) 理想电压源路端电压 u 与外接电路无关；
- (2) 理想电压源的电流 i 随外接电路不同而改变。

当 u_s 为恒定值时，电压源又被称为恒定电压源。可以用图 2.7(b) 所示符号表示。其中长线端表示电源的“+”极，电压值用 U_s 表示。

恒压源是从实际电源中抽象出来的一种理想电源。实际电源内部总存在一定的电阻，这个电阻被称为电源内阻，用 R_s 表示。电源内阻像其他电路元件一样，当电流流过时，电阻上会产生电压降，这导致实际电源的路端电压随着输出电流的增加而降低。实际上，当电源外接电路而构成闭合回路时，源电压 u_s 、电流 i 和路端电压 u 满足下式：

$$u = u_s - R_s i \tag{2-5}$$

这个关系式称为含源电路欧姆定律。显然，当电源短路时， $u = 0, i = \frac{u_s}{R_s}$ ，电压全部降在电源内阻上。当电源开路时， $i = 0, u = u_s$ ，即路端电压等于源电压，这为实际工程测量源电压提供了一种参考方法。当 $R_s = 0$ ，即忽略电源内阻时，不论电流如何变化， $u \equiv u_s$ ，这就是前面提出的理想电压源。以上分析可以用伏安特性曲线来直观地表示，如图 2.8 所示。一个实际电源可以用一个理想电压源与一个电阻 R_s 串联而组成的电路模型来表示，如图 2.9 所示，称为电压源电路。

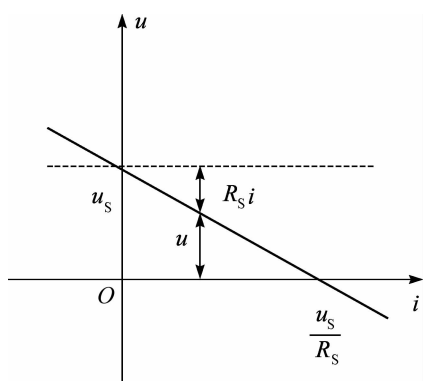


图 2.8 电压源的伏安特性

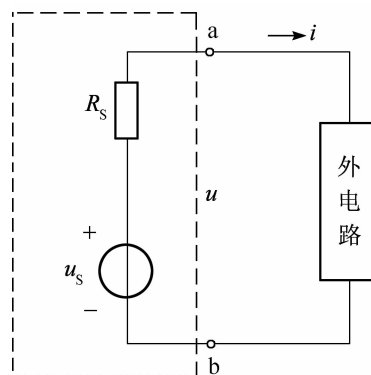


图 2.9 电压源电路模型

2. 电流源

电流源是另一种电源模型。如果实际电源两端短路，则路端电压为零，但电源输出最大电流，这个电流被称为源电流，这里用 i_s 来表示，如图 2.10 所示。当电源与外电路联接形成闭合回路时，路端电压为 u ，电路中流过电流 i ，如图 2.11 所示。

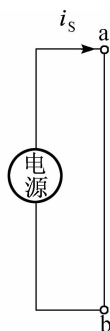


图 2.10 电源两端短路

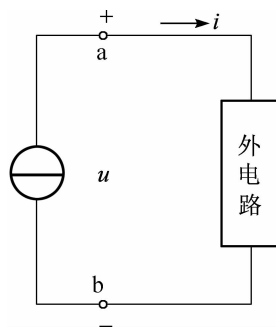


图 2.11 电源两端接外电路

如果电源元件输出的电流与路端电压无关，即

$$i = i_s \quad (2-6)$$

则称这种电源为理想电流源，其图形符号如图 2.12 所示。理想电流源具有以下两个特点：

(1) 理想电流源输出的电流 i 与外接电路无关。

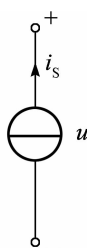


图 2.12 理想电流源

(2) 理想电流源的路端电压 u 随外接电路不同而改变。

当 i_s 为恒定值时，电流源又被称为恒定电流源。恒流源是从实际电源中抽象出来的一种理想电源。实际上，电源内部总存在一定的内电导，称为电源的内电导，用 G_s 表示。电源内电

导在路端电压作用下产生一个内部电流,这导致实际电源的输出电流随着路端电压增加而降低。当电源外接电路而构成闭合回路时,源电流 i_s 、电流 i 和路端电压 u 满足下式:

$$i = i_s - G_s u \quad (2-7)$$

显然,一个实际电源可以用一个理想电流源与一个内电导 G_s 并联而组成的电路模型来表示,如图 2.13 所示,称为电流源电路。其伏安特性曲线如图 2.14 所示。

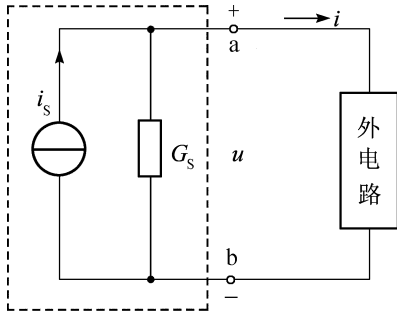


图 2.13 电流源电路模型

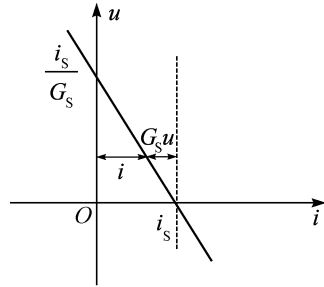


图 2.14 电流源的伏安特性

最后指出,电压源模型和电流源模型都是实际电源的抽象模型。一个实际电源究竟应该采用什么模型,可根据它的外部电压或电流特点来定。一般来说,一个实际电源既可以采用电压源模型表示,又可以采用电流源模型表示,两者可以进行等效互换。有些常见电源(如干电池、发电机等),其工作机理比较接近于电压源,一般采用电压源模型来表示,而像光电池等实际电源比较接近于电流源,一般采用电流源模型来表示。

2.2 简单电阻电路分析

构成电路的无源元件均为线性电阻元件的电路称为简单的电阻电路。如果电压源或者电流源为直流电源,这类电路也称为直流电路。电阻电路是电路中最简单的电路,对电阻电路分析是电路分析的基础。

2.2.1 电阻的串联及分压原理

线性电阻是一个二端元件,如果将 n 个电阻 $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$ 一个一个联接起来,在第一个电阻的始端和最后一个电阻的末端加上电源,这种联接方式称为电阻串联,形成的电路称为电阻串联电路。这种电路的突出特点有两个:一是通过串联电路各个电阻的电流相同;二是路端电压按比例分配于各个电阻之上,即电阻具有分压作用,各个电阻上电压的代数和等于路端电压。这两点很容易由基尔霍夫定律推出。

图 2.15(a) 所示电路表示 n 个电阻 $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$ 组成的串联电路。图 2.15(b) 为等效电路。当电压和电流参考方向取关联选择时,由 KVL,有

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_i + \dots + u_n \quad (2-8)$$

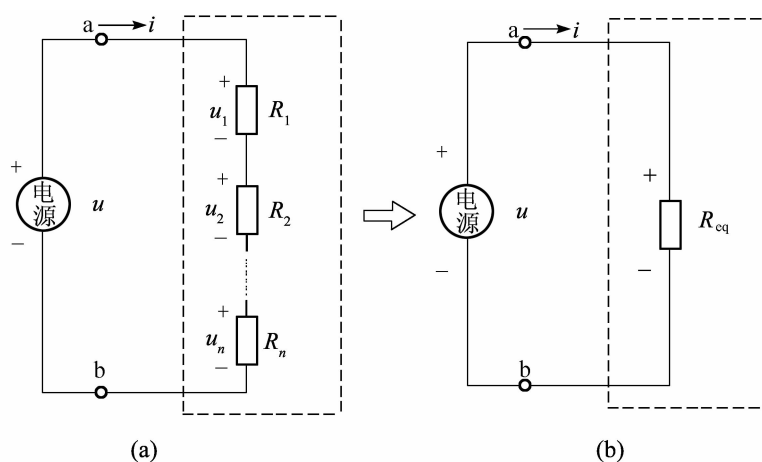


图 2.15 电阻的串联及其等效变换

由于回路单一,流过各个电阻的电流相等,有

$$i = i_1 = i_2 = \cdots = i_i = \cdots = i_n \quad (2-9)$$

对各个电阻应用欧姆定律,有

$$u_1 = R_1 i, u_2 = R_2 i, \cdots, u_i = R_i i, \cdots, u_n = R_n i \quad (2-10)$$

代入式(2-8),得到

$$u = (R_1 + R_2 + \cdots + R_i + \cdots + R_n) i = R_{\text{eq}} i \quad (2-11)$$

式中, R_{eq} 为等效变换后电阻,它是所有串联电阻之和。

将式(2-10)代入式(2-9),有

$$\frac{u_1}{R_1} = \frac{u_2}{R_2} = \cdots = \frac{u_i}{R_i} = \cdots = \frac{u_n}{R_n} = \frac{u}{R_{\text{eq}}} \quad (2-12)$$

这就是串联电阻电路的分压公式。此式表明:在串联电阻电路中每个电阻上的电压与其电阻大小成正比,称为串联电阻电路的分压原理。

例 2.2.1 如图 2.16 所示的电路是一个串联分压电路, $R = 1\text{k}\Omega$, 电位器 $W = 2\text{k}\Omega$, 路端输入电压 $u_1 = 9\text{V}$, 求输出端 u_2 的变化范围。

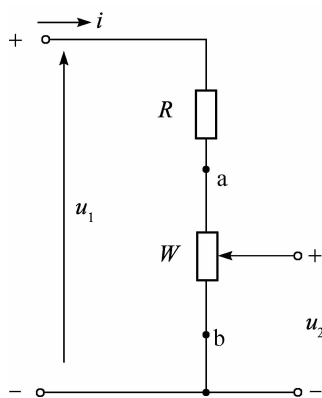


图 2.16 可调分压电路

解 电位器 W 是一个可变电阻器,当滑动端移到 a 端时,电位器的全部电阻对分压有贡献,输出分压最大。

$$u_2 = \frac{u_1}{R+W} \cdot W = 6V$$

当滑动端移动到 b 端时,此时输出端无分压电阻对应,输出最小电压。

$$u_2 = 0V$$

因此,调节电位器时,可以实现输出端电压在 0 到 6V 之间变化。

这个例子说明,利用可变电阻分压可以设计出连续可调的分压器。

例 2.2.2 已知一个测量直流的表头(电流计)如图 2.17 所示,满偏电流为 I_{gm} ,表头内阻为 R_g ,若将其改装成可测量程(最大可测电压)为 U_m 的直流电压表,如图 2.18 所示,求需串入的电阻 R 。

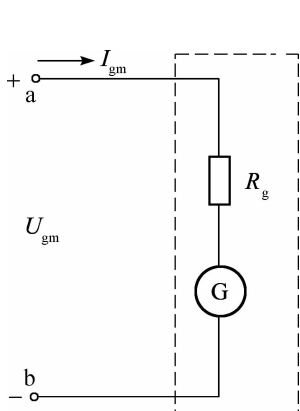


图 2.17 改装前的表头电路模型

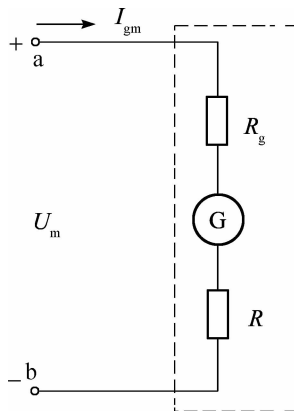


图 2.18 改装后的电压表电路模型

解 当测量电压为最大电压(即量程)时,表头指针应指向满偏电流。表头在改装前,可以测量的最大电压。

$$U_{gm} = R_g I_{gm}$$

改装成电压表后,由于串入分压电阻 R ,当表头指向满偏电流时,加在电压表测量端的电压为量程电压 U_m ,此时流过的电流为满偏电流 I_{gm} ,有

$$\frac{U_m}{R_g + R} = I_{gm}$$

所以需要串入的分压电阻为

$$R = \frac{U_m}{I_{gm}} - R_g$$

假设表头 $I_{gm} = 100\mu A$, $R_g = 2k\Omega$,则改装前只能测量最大电压 $U_{gm} = 0.2V$ 。如果将其改装成 $U_m = 3V$ 的电压表,则需要串入分压电阻 $R = 28k\Omega$ 。

从这个例子可以看出,串联电阻的分压原理可以应用于电压表的改装。上面的例子是单量程电压表的设计,对于多量程电压表,设计原理类似。

思考题:如果用上面的表头设计一个 3V 和 6V 两个量程的电压表,应如何设计?

2.2.2 电阻的并联及分流原理

如果将 n 个电阻 $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$ 的一端联接在一个结点上,它们的另一端联接在另一个结点上,这种联接方式称为电阻并联。若在两个结点间加上电源,形成的电路称为电阻并联电路。这种电路的突出特点有两个:一是并联电路各个电阻上电压相同;二是电流按

比例分配于各个电阻之上,即电阻具有分流作用,各个电阻上电流的代数和等于电路总电流。这两点可由基尔霍夫定律推出。

图 2.19(a) 所示电路表示 n 个电阻 $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n$ 组成的并联电路,图 2.19(b) 为其等效电路。当电压和电流参考方向取关联选择时,对结点 a 应用 KCL,有

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_i + \dots + i_n \quad (2-13)$$

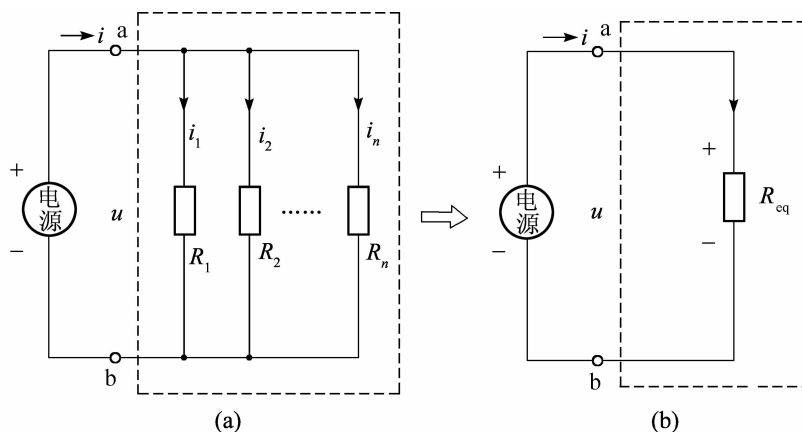


图 2.19 电阻的并联及其等效变换

对于任意电阻,其上电压都为 a 点和 b 点间电位差,即各个电阻的电压相等,有

$$u_1 = u_2 = \dots = u_i = \dots = u_n = u \quad (2-14)$$

对各个电阻应用欧姆定律,有

$$u_1 = R_1 i_1, u_2 = R_2 i_2, \dots, u_i = R_i i_i, \dots, u_n = R_n i_n, u = R_{\text{eq}} i \quad (2-15)$$

将式(2-14)和式(2-15)代入式(2-13),得

$$\frac{u}{R_{\text{eq}}} = \left(\frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_i} + \dots + \frac{u}{R_n} \right) \quad (2-16)$$

即电阻并联时,等效变换电阻与各个并联电阻满足:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_i} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (2-17)$$

以电导($G = \frac{1}{R}$)形式表示为

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + \dots + G_i + \dots + G_n = \sum_{i=1}^n G_i \quad (2-18)$$

对于第 i 个电阻,由式(2-15)容易得

$$i_i = \frac{R_{\text{eq}}}{R_i} i \quad (2-19)$$

这就是并联电阻电路的分流公式。此式表明,并联电阻电路中流过每个电阻的电流大小与其电阻大小成反比,称为并联电阻电路的分流原理。

例 2.2.3 直流电流表是由电流计改装而成,如图 2.20 假设一个电流计满偏电流 $I_{\text{gm}} = 100\mu\text{A}$, $R_{\text{g}} = 2\text{k}\Omega$, 如果将其改装成 $I_{\text{m}} = 100\text{mA}$ 的电流表,求需要并入的分流电阻 R 。

解 如图 2.20(a) 所示,改装前电流计最大测量电流为 $I_{\text{gm}} = 100\mu\text{A}$,若要测量 100mA 的电流,可以采用并联电阻分流原理,如图 2.20(b) 所示。

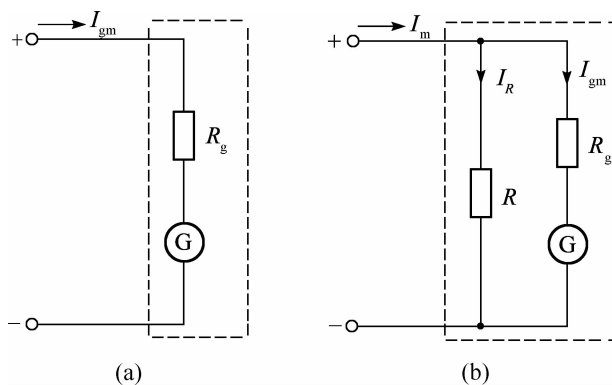


图 2.20 改装前的表头和改装后的电流表

当电流表量程为 $I_m = 100\text{mA}$, 有

$$I_m = I_{gm} + I_R$$

得

$$R = \frac{I_{gm}}{I_m - I_{gm}} R_g = 2.02\Omega$$

从这个例子可以看出, 电流表并入的电阻要比电流计的内阻小很多, 这是由分流原理决定的, 即分流大小与其阻值成反比。

思考题: 如果把上例表头改装成双量程直流电流表, 量程分别为 10mA 和 100mA , 将如何改装?

2.2.3 电阻的混联

当电阻的连接既有串联又有并联时, 称为电阻混联。例如, 如图 2.21 所示的梯形电路, 就是一种混联电路。

经过图示变换过程, 得

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 \left[R_3 + \frac{R_4(R_5 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6} \right]}{R_2 + \left[R_3 + \frac{R_4(R_5 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6} \right]}$$

以上分析可以看出, 虽然混联电路与串联电路或者并联电路比较略为复杂, 但是它仍然具有串、并联的特点, 可以根据串、并联原理进行等效变换, 最终化为简单电路。

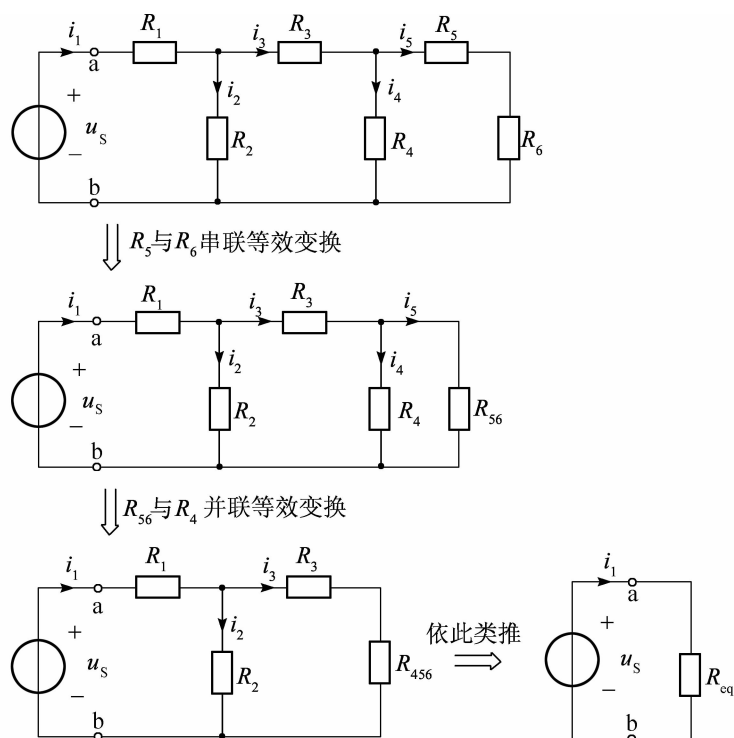


图 2.21 梯形混联电阻电路等效变换

2.3 电阻电路的等效变换

我们进行电路分析时,经常要用到等效变换。选取电路中的某一部分电路作为研究对象,这部分电路与其他部分电路通过端子进行联接,当被选取的部分电路变换成另一种联接形式时,各个端子处的电压和电流与变换前一致,则称选取电路部分的变换为等效变换。如图 2.22 所示等效电路,选中部分电路形式简化,可以很容易求出 i_1 。等效变换的目的就是简化电路分析。

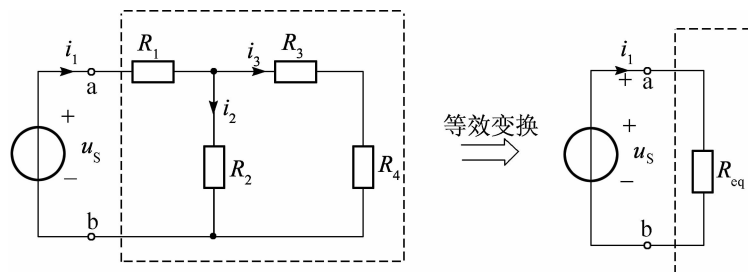


图 2.22 混联电路的等效变换

2.3.1 电阻的三角形、星形联结及等效变换

在电路分析中,有时会遇到复杂电路。如图 2.23(a) 所示桥接电路就是复杂电路,其中的电阻既不是串联也不是并联。图 2.23(a) 中所选部分电阻联接构成一个三角形,称为 Δ (三角

形) 联结, 图 2. 23(b) 中所选部分电阻有一端接在一个公共点上, 另一端分接到三个端子上, 称为 Y(星形) 联结。

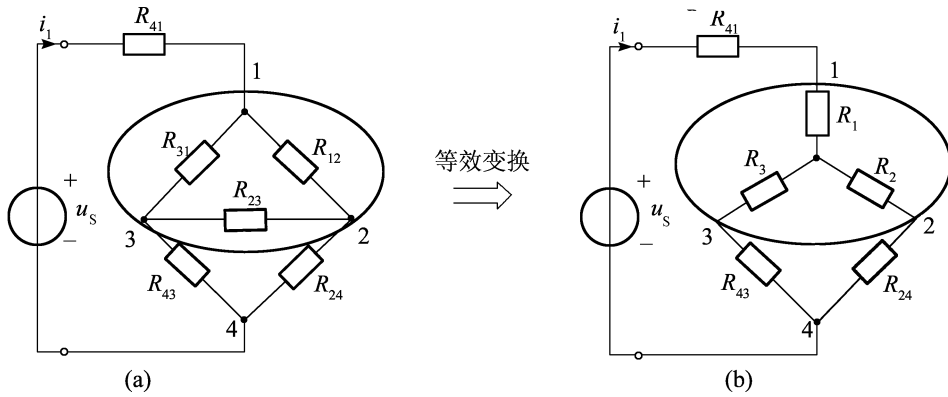


图 2. 23 桥接电路 Δ 联接 \rightarrow Y 联接等效变换

这类电路不能直接利用电阻串、并联原理进行化简。但是, 假如我们求解含源支路的电流 i_1 , 可以将所选 Δ 联结部分等效变换为 Y 联结, 如图 2. 23(b) 所示, 整个电路将变为混联电路, 可以很容易求出含源支路的电流 i_1 。

下面将所选部分电路隔离分析。在图 2. 24(a) 中 Δ 联结有 3 个端子与整个电路的其余部分相接, 所选部分对外部电路的影响表现为通过 3 个端子对外部电路提供电流和电位。如果变换后 3 个端子处的电流和电位与变换前一样, 则对于外部电路来说, 图 2. 24(a) 和(b) 效果一样, 这种变换称为 Δ -Y 等效变换。等效条件为: 两个电路互换时, 必须使电路没有参加变换的部分的参量状态保持不变。

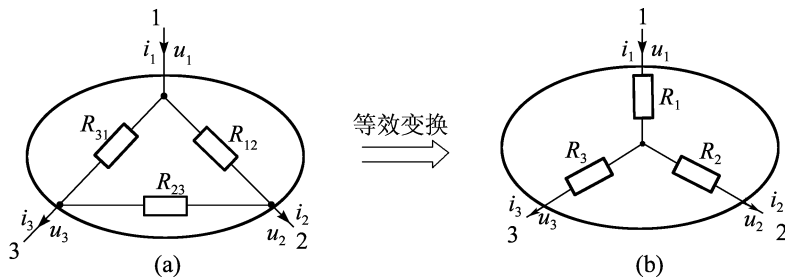


图 2. 24 Δ -Y 等效变换

应用等效条件和基尔霍夫定律可以求出图 2. 24 变换中两种不同联接的对应电阻满足特定关系:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

和

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

所以,互换公式归纳为

$$Y \text{ 联结电阻} = \frac{\Delta \text{ 联结相邻电阻的乘积}}{\Delta \text{ 联结电阻之和}} \quad (2-22)$$

$$\Delta \text{ 联结电阻} = \frac{Y \text{ 联结电阻两两乘积之和}}{Y \text{ 联结不相邻电阻}} \quad (2-23)$$

例 2.3.1 证明:在图 2.24 中进行 Δ -Y 等效变换时,只要两种电路中有一种电路对称,则变换后另一种电路也对称。

证 (1) 如果 Δ 联结对称, $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta}$, 代入式(2-20), 得

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{1}{3} R_{\Delta}$$

即变换后的 Y 联结电路三个阻值相等, 电路对称。

(2) 如果 Y 联结对称, $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$, 代入式(2-21), 得

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = 3R_Y$$

即变换后的 Δ 联结电路三个阻值相等, 电路对称。

例 2.3.2 试应用 Δ -Y 等效变换求解例 1.3.6 所示的电桥平衡条件。

解 如图 2.25(a) 所示, 将所选三角部分做等效变换如图 2.25(b)。由式(2-22) 得

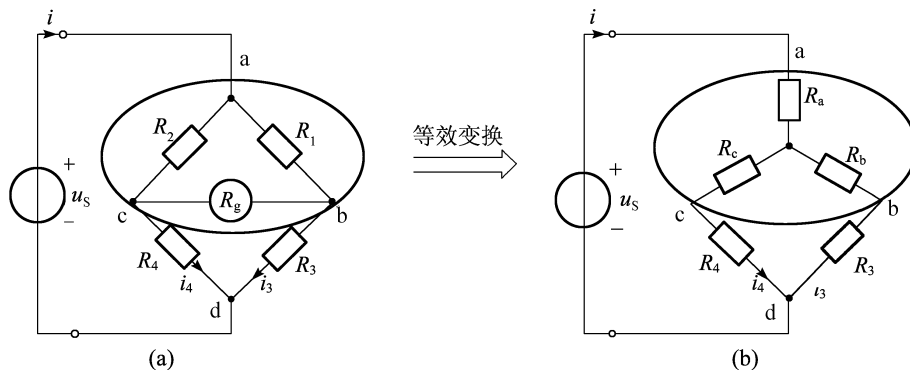


图 2.25 电桥平衡 Δ -Y 等效变换

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_g}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_2 + R_g}$$

$$R_c = \frac{R_2 R_g}{R_1 + R_2 + R_g}$$

由图 2.25(b) 应用串、并联原理得

$$i = \frac{u_S}{R_a + \frac{(R_4 + R_c)(R_3 + R_b)}{R_4 + R_c + R_3 + R_b}}$$

$$i_3(R_3 + R_b) = i_4(R_4 + R_c)$$

$$i_3 + i_4 = i$$

所以
$$i_3 = \frac{R_4 + R_c}{R_4 + R_c + R_3 + R_b} i, i_4 = \frac{R_3 + R_b}{R_4 + R_c + R_3 + R_b} i$$

若以 d 点为电位参照点, 则

$$u_b = i_3 R_3$$

$$u_c = i_4 R_4$$

$$u_{bc} = i_3 R_3 - i_4 R_4 = \left[\frac{R_4 + R_c}{R_4 + R_c + R_3 + R_b} \cdot R_3 - \frac{R_3 + R_b}{R_4 + R_c + R_3 + R_b} \cdot R_4 \right] \cdot i$$

即
$$u_{bc} = \frac{R_c R_3 - R_4 R_b}{R_4 + R_c + R_3 + R_b} \cdot i$$

因为测量时 i 不能为零, 若电桥平衡, $u_{bc} = 0$, 则必有

$$R_c R_3 - R_4 R_b = 0$$

即
$$\frac{R_2 R_g R_3}{R_1 + R_2 + R_g} - \frac{R_1 R_g R_4}{R_1 + R_2 + R_g} = 0$$

平衡条件为

$$R_2 R_3 = R_1 R_4$$

此结果与例 1.3.6 结果一样, 这充分说明了这种变换的合理性。

2.3.2 电压源与电流源电路的等效变换

在电路分析中, 经常遇到多个电源联接的问题。如图 2.26(a) 所示的电压源串联, 为了分析方便, 可以把它们等效为一个电压源, 如图 2.26(b) 所示, 等效电压源电压为

$$u_S = u_{S1} + u_{S2} + \cdots + u_{Si} + \cdots + u_{Sn} = \sum_{i=1}^n u_{Si} \quad (2-24)$$

上式中各个电压源的电压的参考方向与等效电压源电压的参考方向一致时, 在其前面取“+”号, 否则取“-”号。

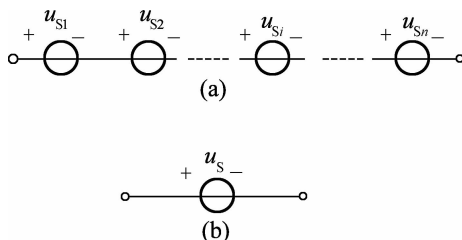


图 2.26 电压源的串联等效变换

容易看出, 只有电压相等极性一致的电压源才可以并联, 否则违背基尔霍夫电压定律。并联的电压源等效电压为任一电压源电压, 但向外电路输出的电流在各个电压源中的分配无法确定。

图 2.27(a) 为 n 个电流源的并联, 可以把它们等效为一个电流源, 如图 2.27(b) 所示, 等效电流源电流为

$$i_S = i_{S1} + i_{S2} + \cdots + i_{Si} + \cdots + i_{Sn} = \sum_{i=1}^n i_{Si} \quad (2-25)$$

上式中各个电流源的电流参考方向与等效电流源电流的参考方向一致时, 在其前面取“+”号, 否则取“-”号。

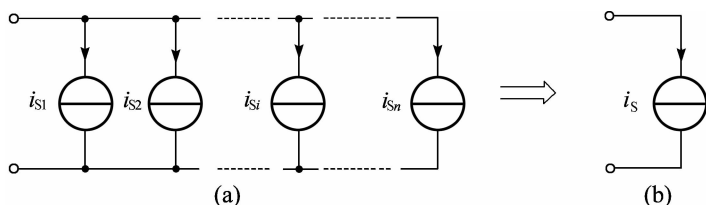


图 2.27 电压源的串联等效变换

容易看出, 只有电流相等方向一致的电流源才可以串联, 否则违背基尔霍夫电流定律。串联电流源的等效电流为任一电流源电流, 但向外电路输出的电压在各个电流源中的分配无法确定。

在电路分析中, 有时需要将电压源和电流源进行等效变换。等效条件是: 互换后必须保持电源对外电路的输出电流 i 和电压 u 相同。也就是说, 这种等效变换是相对于外部电路等效的。前面已经分析得出电压源和电流源的输出电压和电流满足:

$$u = u_S - R_S i \Rightarrow i = \frac{u_S}{R_S} - \frac{1}{R_S} u \quad (2-26)$$

$$i = i_S - G_S u \Rightarrow u = \frac{i_S}{G_S} - \frac{1}{G_S} i \quad (2-27)$$

若两式等效, 则

$$\begin{cases} i_S = \frac{u_S}{R_S} \\ G_S = \frac{1}{R_S} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} u_S = \frac{i_S}{G_S} \\ R_S = \frac{1}{G_S} \end{cases} \quad (2-28)$$

上式关系被称为两种电源对外电路等效关系。

例 2.3.3 如图 2.28(a) 所示的电压源电路, 已知 $u_S = 10\text{V}$, $R_S = 2\Omega$, 试将其等效变换为电流源电路。

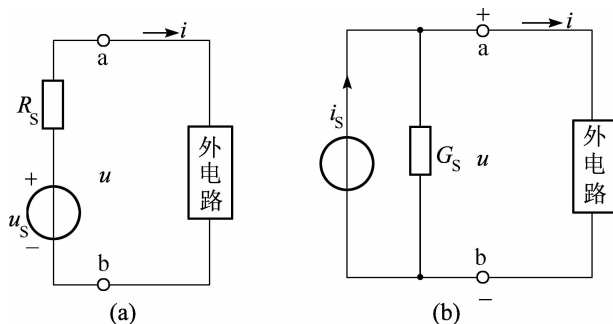


图 2.28 电压源与电流源等效变换

解 根据等效关系, 变换为电流源后, 电流源的源电流和并联电导应为

$$\begin{cases} i_s = \frac{u_s}{R_s} = \frac{10V}{2\Omega} = 5A \\ G_s = \frac{1}{R_s} = 0.5S \end{cases}$$

等效变换后的电流源如图 2.28(b) 所示。

例 2.3.4 如图 2.29 求电路的电流 i 。

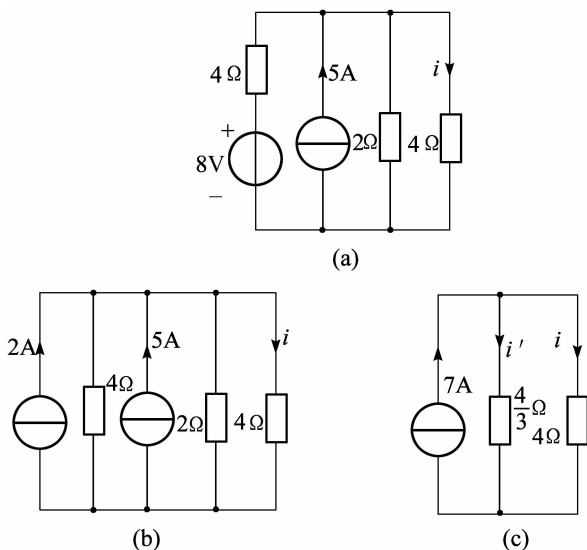


图 2.29 电路化简

解 考虑电源是并联, 适合电流源模型, 故将图 2.29(a) 的电压源等效变换为图 2.29(b) 的电流源。

$$\begin{cases} i_s = \frac{u_s}{R_s} = \frac{8V}{4\Omega} = 2A \\ G_s = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{4\Omega} = 0.25S \end{cases}$$

应用电流源和电阻并联原理, 图 2.29(b) 进一步等效变换为图 2.29(c)。

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} = 2A + 5A = 7A$$

$$R_s = \frac{4\Omega \times 2\Omega}{4\Omega + 2\Omega} = \frac{4}{3}\Omega$$

最后, 应用并联分流原理求得

$$i + i' = 7A$$

$$\frac{4}{3}i' = 4i$$

$$i = \frac{7}{4}A$$

从本例看出, 在进行电源等效变换时, 要考虑电源的联接方式, 再选择变换方式。

思考题: 电压源和电流源等效变换后, 对电源内部来说是否也等效?

2.3.3 电源供电及输出最大功率条件

当电源与负载电阻组成闭合回路后,对于理想电压(或电流)源,由于其输出的端电压(或电流)不变,当负载 $R \rightarrow 0$ (或 $R \rightarrow \infty$)时,将导致电源输出无穷大电功率。但对于实际电源,由于电源内部存在内电阻或内电导,不可能出现这种情况。下面以电压源为例讨论实际电源向负载供电的问题。

如图 2.30 所示,电压源存在内电阻 R_s ,如果电源选定,则电源向负载供电满足:

$$p_{\text{出}} = i^2 R = \left(\frac{u_s}{R_s + R} \right)^2 R \quad (2-29)$$

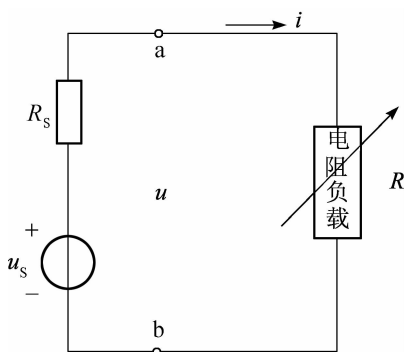


图 2.30 电源向负载供电

由上式容易看出,如果电源选定时,电源输出功率将随外电路负载阻值变化而变化。当 $R = 0$,即短路时, $p_{\text{出}} = 0$ 。当 $R \rightarrow \infty$ 时,即开路时, $p_{\text{出}} \rightarrow 0$ 。这些结果和理想电源输出结果截然不同。将式(2-29)变形为

$$p_{\text{出}} = \left(\frac{u_s}{R_s + R} \right)^2 R = \frac{u_s^2}{\left(\frac{R_s}{R} + \sqrt{R} \right)^2} = \frac{u_s^2}{\left(\frac{R_s}{R} - \sqrt{R} \right)^2 + 4R_s} \leq \frac{u_s^2}{4R_s}$$

当 $R = R_s$ 时,上面的等式成立,即电源向负载输出最大功率。

2.4 简单的受控电源电路分析

前面我们分析的电压源(电流源)的源电压(源电流)是由电源本身决定的,这类电源称为独立电源。但在电路分析中,经常遇到一些受控元件,例如晶体三极管的基极电流可以控制集电极电流,其实质是用某一部分电路的电路参量来控制另一部分电路的电路参量。受控部分电路参量的变化会激励和它相联接的电路参量发生变化,这实际上起到了电源的作用,所以我们把这类受控元件称为受控电源。

2.4.1 受控电源

受控电源也分为受控电压源和受控电流源。受控电源一般有两对端子,一对为控制端,一对为受控端。因而,受控电源又因控制量和受控量分别是电压或电流而分为四种:电压控制电压源(VCVS)、电压控制电流源(VCCS)、电流控制电压源(CCVS)和电流控制电流源(CCCS)。四种受控源的图形符号如图 2.31 所示。

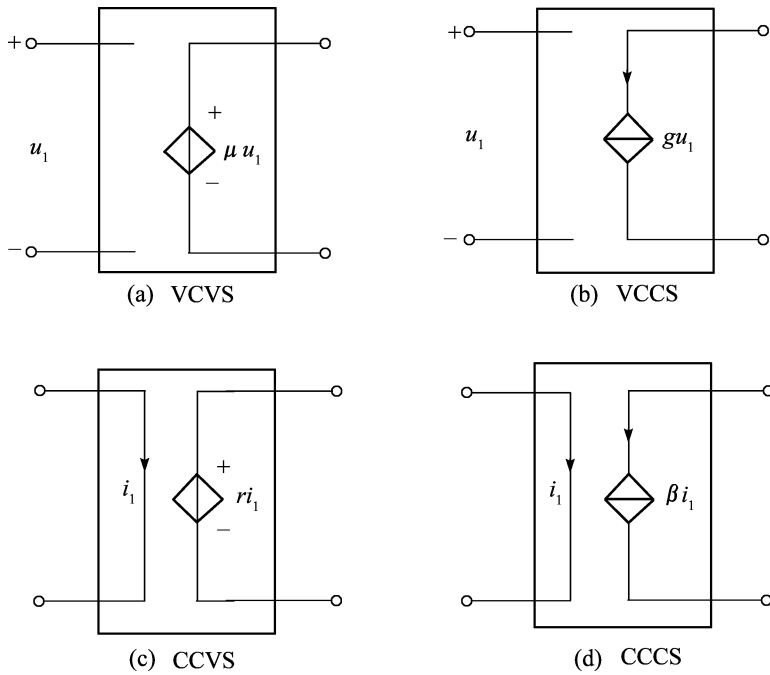


图 2.31 受控电源分类

图 2.31 中用菱形符号区分独立电源与受控电源, u_1 和 i_1 分别表示控制端电压和电流。图 2.31(a) 表示电压控制电压源(VCVS), 控制系数 μ 为无量纲量; 图 2.31(b) 表示电压控制电流源(VCCS), 当控制端电压为 u_1 时, 输出端输出电流为 gu_1 , 控制系数 g 具有电导量纲; 图 2.31(c) 表示电流控制电压源(CCVS), 当控制端电流为 i_1 时, 输出端输出电压为 ri_1 , 控制系数 r 具有电阻量纲; 图 2.31(d) 表示电流控制电流源(CCCS), 控制系数 β 无量纲。四种受控电源的控制系数一般都是常数, 这样控制端与输出端满足线性关系, 故这类受控电源也被称为线性受控电源, 以后遇到的受控电源都是线性的。

2.4.2 简单电路分析

独立电源和受控电源虽然都是电源, 但还是有区别的。主要表现在: 独立电源是外界对电路的作用, 激励整个电路; 受控电源实质是电路中某部分电路参量控制另一部分电路参量。求解受控电源电路时, 虽然可以像独立电源那样来化简, 但是必须注意控制参量的影响。

例 2.4.1 如图 2.32 所示 VCVS 电路, 已知理想电流源 i_s , 受控电源控制端可变电阻为 R , 输出端电压为 $u_2 = \mu u_1$, 负载电阻为 R_L , 试求解负载电流 i_L 与 i_s 的关系。

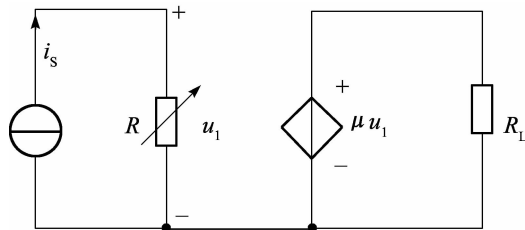


图 2.32 例 2.4.1 用图

解 根据欧姆定律,有

$$u_1 = i_S R$$

根据 VCVS 控制原理,有

$$u_2 = \mu u_1 = \mu R i_S$$

再应用欧姆定律得

$$i_L = \frac{u_2}{R_L} = \frac{\mu R i_S}{R_L}$$

结果表明,负载电阻的电流与可变电阻 R 成正比,这充分说明受控电源要受到控制端电路参量的控制。另外,如果合理选择参量,可以使 $i_L > i_S$,从而可以实现电流放大。

例 2.4.2 如图 2.33 所示 CCCS 电路,已知控制电流端接信号源,输出端接负载电阻为 R_L ,试求解输出电压 u_L 与信号电压 u_S 的关系。

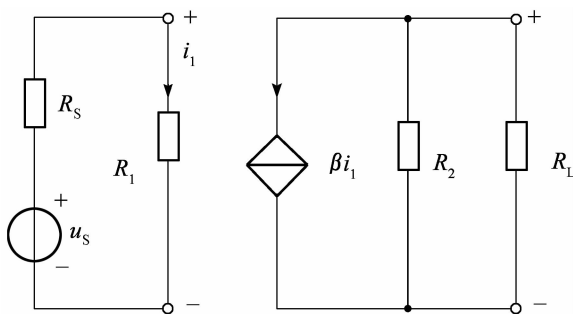


图 2.33 例 2.4.2 用图

解 根据欧姆定律,有

$$u_S = i_1 (R_1 + R_S)$$

根据 CCCS 控制原理和并联电路,有

$$\beta i_1 = - \left(\frac{u_L}{R_2} + \frac{u_L}{R_L} \right)$$

整理得

$$u_L = - \frac{\beta R_2 R_L}{(R_1 + R_S)(R_2 + R_L)} u_S$$

结果表明,负载电阻的电压 u_L 与 u_S 成正比,合理选择参量,可以使 $u_L > u_S$,从而可以实现电压放大。

例 2.4.3 如图 2.34 所示电路,已知 $u_S = 10\text{V}$, $i_1 = 2\text{A}$, $R_1 = 4.5\Omega$, $R_2 = 1\Omega$,求 i_2 。

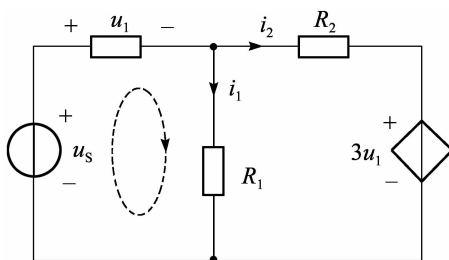


图 2.34 例 2.4.3 用图

解 根据 KVL, 有

$$-u_S + u_1 + i_1 R_1 = 0$$

根据 VCVS 控制原理和并联电路, 有

$$3u_1 + i_2 R_2 = i_1 R_1$$

整理得

$$i_2 = \frac{4i_1 R_1 - 3u_S}{R_2} = 6A$$

2.5 线性网络电路及其分析方法

在实际电路分析中, 会遇到一些复杂电路, 这些电路往往包含多条支路和多个结点, 几何结构复杂, 呈网状分布, 称为网络电路。由线性元件组成的网络电路称为线性网络电路。我们前面所接触的电路都属于线性网络电路。下面以线性网络电路为例介绍网络电路分析的一般方法——网络分析法。

2.5.1 支路电流法

支路电流法就是以各支路电流作为未知量, 直接应用基尔霍夫定律对网络来求解。前面已经指出, 如果网络电路包含 n 个结点、 p 条支路, 应用基尔霍夫电流和电压定律可以列出 p 个独立方程。例如图 2.35(a) 所示电路, $n = 4, p = 6$, 即有 6 个独立方程。

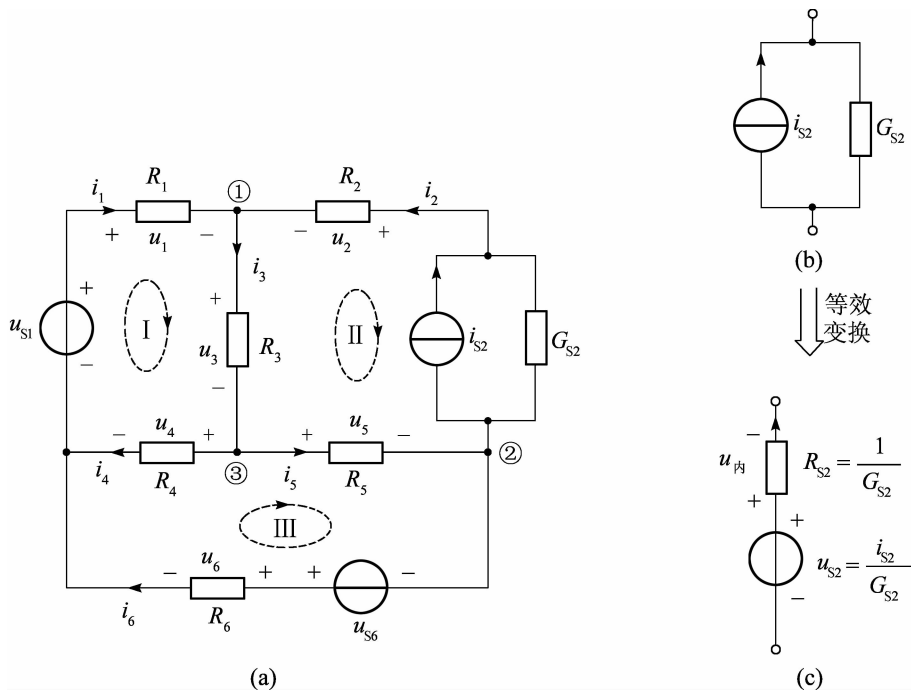


图 2.35 含源支路电流法

其中对独立结点 ①、②、③ 列出 3 个独立的 KCL 方程。

$$\left. \begin{aligned} -i_1 - i_2 + i_3 &= 0 \\ i_2 + i_6 - i_5 &= 0 \\ -i_3 + i_4 + i_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-30)$$

在列 KVL 方程时,考虑回路 II 包含电流源,可先将电流源等效变换为电压源,如图 2.35(b)、(c) 所示。对独立回路 I、II、III 列出 3 个独立的 KVL 方程。

$$\left. \begin{aligned} -u_{S1} + u_1 + u_3 + u_4 &= 0 \\ -u_2 - u_{S2} + u_5 - u_3 &= 0 \\ -u_4 + u_5 - u_{S6} + u_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-31)$$

如果对式(2-31)中的电阻元件应用欧姆定律,方程将变为以支路电流为参量的方程。

$$\left. \begin{aligned} i_1 R_1 + i_3 R_3 + i_4 R_4 &= u_{S1} \\ -i_2 R_2 - i_2 R_{S2} - i_5 R_5 - i_3 R_3 &= -i_{S2} R_{S2} \\ -i_4 R_4 + i_5 R_5 + i_6 R_6 &= u_{S6} \end{aligned} \right\} \quad (2-32)$$

以上共 6 个方程,6 个支路电流,恰好求解。

例 2.5.1 如图 2.36 所示电路,求各支路电流。

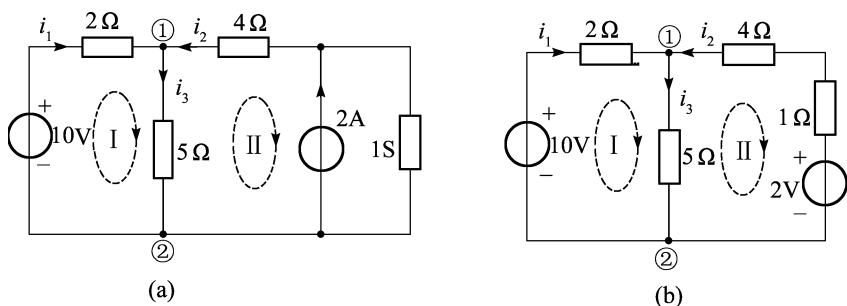


图 2.36 例 2.5.1 用图

解 由于电路中存在电流源,先将其等效变换为电压源,如图 2.36(b) 所示。容易看出图中共有 3 条支路,应用支路电流法:

$$\begin{aligned} -i_1 - i_2 + i_3 &= 0 \\ 2i_1 + 5i_3 &= 10 \\ -4i_2 - 1i_2 - 5i_3 &= -2 \end{aligned}$$

解得: $i_1 = 2\text{A}$, $i_2 = -0.8\text{A}$, $i_3 = 1.2\text{A}$ 。

本例中电流源电压和电流参考方向选择为非关联选择, $p = ui$ 表示释放电功率,题中电流源 $p = ui < 0$,表明电流源吸收电功率。本题结果可以通过第三个没有用到的回路进行校验,选回路方向为顺时针方向,有

$$-10 + 2i_1 - 4i_2 - 1i_2 + 2 = 0$$

将 i_1 和 i_2 结果代入,恰好满足方程,故答案正确。

支路电流法的理论依据就是基尔霍夫定律和电路元件的电压和电流关系(简称 VCR)。它是分析电路最基本的方法。

2.5.2 网孔电流法

如果把网络电路画在一个平面上,电路中的各条支路除联接点外不再交叉,称该电路为

平面网络电路。如图 2.37(a) 所示的电路就是一个平面网络电路,如果把电路的每条支路用一条线来表示,如图 2.37(b) 所示,图 2.37(b) 称为图 2.37(a) 电路的平面图。平面图突出了网络电路的空间几何结构,在网络电路分析中经常采用。

对平面网络电路进行分析可以采用网孔分析法。所谓网孔,是指在平面图中由支路构成的一个闭合孔,在它限定的区域内不再有支路。在图 2.37(b) 中,支路(1,2)、(2,3) 围成的孔都是网孔,但是由支路(1,3) 围成的孔不是网孔。如果电路的支路数为 p ,结点数数为 n ,则网孔个数为 $m = p - n + 1$,这和电路的独立回路数恰好相同。

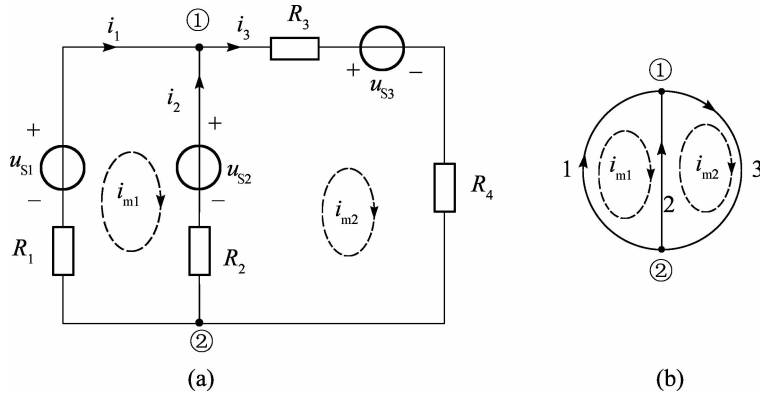


图 2.37 平面网络电路及网孔电流

网孔电流法是网孔分析法中一种常用的分析方法,但这种方法仅适合平面电路分析。它以网孔电流作为电路的独立变量建立方程,称为网孔方程。在图 2.37(a) 中,假想有 2 个电流 $i_{m1} (= i_1)$ 和 $i_{m2} (= i_3)$ 分别在两个网孔边界连续流动,这些假想电流称为网孔电流。由于支路 1 只有 i_{m1} 流动,故 $i_{m1} = i_1$;支路 3 只有 i_{m2} 流过,故 $i_{m2} = i_3$;但支路 2 由于网孔共用而不存在这种简单关系, i_{m1} 和 i_{m2} 都流过,故有 $i_2 = i_{m2} - i_{m1}$ 。这说明各支路电流和相关网孔电流存在代数和关系,只要求得网孔电流就可以求出各支路电流。在求解网孔电流时,由于网孔数和独立回路数恰好相等,而每一条独立回路都满足一个 KVL 方程,即网孔电流数和独立的 KVL 方程数相等。若以网孔电流为未知量,根据 KVL 列出全部网孔方程,然后求解,这种方法就称为网孔电流法。

对于图 2.37 所示电路,网孔电流绕行方向如图所示,对两个网孔分别列出 KVL 方程,有

$$\left. \begin{aligned} -u_{S1} + R_1 i_{m1} + u_{S2} - R_2 i_2 &= 0 \\ i_2 R_2 - u_{S2} + R_3 i_{m2} + u_{S3} + R_4 i_{m2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-33)$$

将式中电流都用网孔电流表示,整理后有

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2) i_{m1} - R_2 i_{m2} &= u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3 + R_4) i_{m2} &= u_{S2} - u_{S3} \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

上式可以写成线性方程组的形式

$$\left. \begin{aligned} R_{11} i_{m1} + R_{12} i_{m2} &= u_{S11} \\ R_{21} i_{m1} + R_{22} i_{m2} &= u_{S22} \end{aligned} \right\} \quad (2-35)$$

式(2-35) 称为网孔电流方程。其中, $R_{11} = R_1 + R_2$, 它是网孔 1 对应的所有电阻之和,称为网孔 1 的自阻。 $R_{22} = R_2 + R_3 + R_4$, 表示网孔 2 的自阻。而 R_{12} 和 R_{21} 分别表示网孔 1 和网孔 2 的互阻, $R_{12} = R_{21} = -R_2$ 。 u_{S11} 和 u_{S22} 则分别表示网孔 1 和网孔 2 的全部电压源的代

数和,若绕行方向从“-”极到“+”极,电压源取正号;反之则取负号。例如本例中 $u_{S1} = +u_{S1} - u_{S2}$ 。

应用网孔电流法分析电路时,可按以下步骤进行:

- (1) 在网孔中标明网孔电流及其参考方向;
- (2) 依据 KVL 列出各个网孔方程;
- (3) 求解方程得到网孔电流,并利用网孔电流与各支路电流关系求得各支路电流;
- (4) 利用 VCR 求得各个电压。

例 2.5.2 如图 2.38(a) 所示电桥电路,试应用网孔电流法求解电桥平衡条件。

解 电路的平面图如图 2.38(b) 所示,在本例中,网络结点数 $n = 4$,支路数 $p = 6$,网孔个数为 $m = p - n + 1 = 3$,其中支路(2,4,6)、(1,2,5)和(3,4,5)围成网孔。

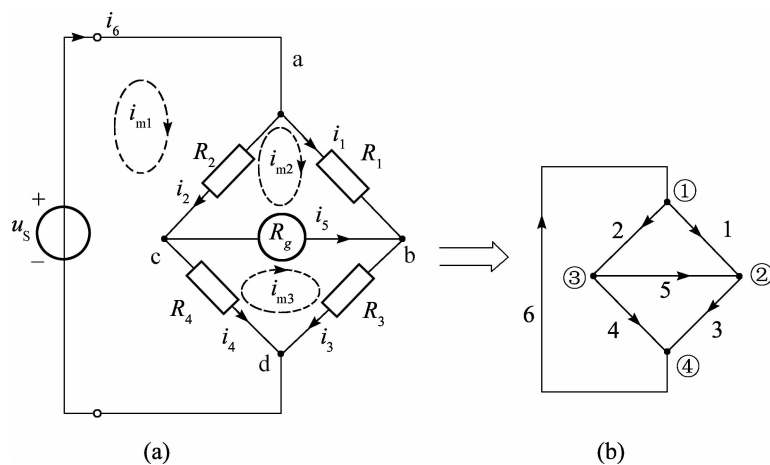


图 2.38 电桥电路及网孔电流

选择网孔电流和支路电流参考方向如图 2.38(a) 所示。以网孔电流为未知量,对 3 个网孔分别列出 KVL 方程,有

$$\begin{aligned} (R_2 + R_4)i_{m1} - R_2i_{m2} - R_4i_{m3} &= u_S \\ -R_2i_{m1} + (R_1 + R_2 + R_g)i_{m2} - R_gi_{m3} &= 0 \\ -R_4i_{m1} - R_gi_{m2} + (R_3 + R_4 + R_g)i_{m3} &= 0 \end{aligned}$$

在后两式中消去 i_{m1} ,得

$$[R_4(R_1 + R_2 + R_g) + R_2R_g]i_{m2} = [R_4R_g + R_2(R_3 + R_4 + R_g)]i_{m3}$$

考虑电桥平衡时, $i_5 = i_{m3} - i_{m2} = 0$,得到平衡条件为

$$R_1R_4 = R_2R_3$$

此结果和前面结果相同,说明解法正确。在本例中没有解出各个网孔电流,而是结合题给条件简化了运算过程,如果具体求解每个网孔电流,则很复杂。

例 2.5.3 用网孔电流法求解如图 2.39 所示电路各支路电流。

解 选择网孔电流和支路电流参考方向如图所示。以网孔电流为未知量,对 2 个网孔分别列出 KVL 方程,有

$$\begin{aligned} R_{11} &= 1\Omega + 1\Omega = 2\Omega \\ R_{22} &= 1\Omega + 2\Omega = 3\Omega \\ R_{12} &= R_{21} = -1\Omega \end{aligned}$$

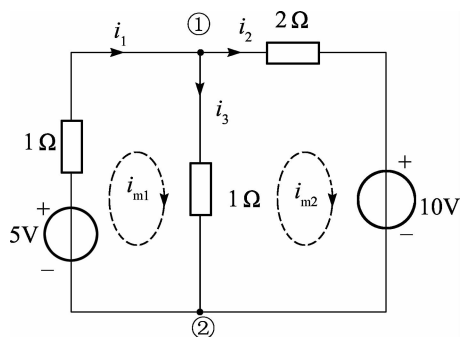


图 2.39 例 2.5.3 用图

$u_{S11} = 5V$ (若绕行方向从“-”极到“+”极,电压源取正号;反之则取负号)。

$$u_{S22} = -10V$$

故网孔电流方程为

$$\left. \begin{aligned} 2i_{m1} - i_{m2} &= 5 \\ -i_{m1} + 3i_{m2} &= -10 \end{aligned} \right\}$$

解得

$$\left. \begin{aligned} i_{m1} = i_1 &= 1A \\ i_{m2} = i_2 &= -3A \\ i_3 = i_{m1} - i_{m2} &= 4A \end{aligned} \right\}$$

2.5.3 结点电压法

对网孔较少的网络电路,采用网孔电流法分析时,由于方程数较少会很简便。但对于网孔较多结点较少的电路,采用网孔电流法分析会变得复杂。对这种电路进行分析,一般采用结点电压法。结点电压法就是以各结点电压为变量来列写 KCL 方程,先求出各个结点电压,再求各支路电压的电路分析方法。

在电路中任选某一个结点为参照点,其他结点与此参照点之间的电压称为结点电压。显然,一个电路若有 n 个结点,则有 $n-1$ 个结点电压。由于任意支路都联接在两个结点上,所以支路电压就等于两个结点电压之差。如图 2.40(a) 所示电路,其中电路结点数为 3,支路数为 5。图 2.40(b) 为图 2.40(a) 的平面图。电路中结点和支路的编号及其参考方向均示于图中。

选结点 ① 为电压参照点,用 u_{n1} 和 u_{n2} 分别表示结点 ① 和结点 ② 的结点电压。分别对结点 ① 和结点 ② 列写 KCL 方程,有

$$\left. \begin{aligned} -i_1 - i_2 + i_3 &= 0 \\ i_2 - i_3 + i_4 - i_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-36)$$

将支路电流分别用有关结点电压表示:

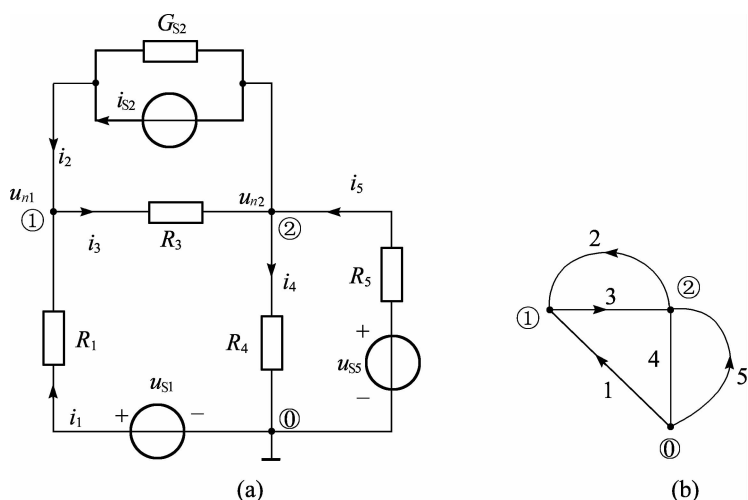


图 2.40 结点电压法

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{u_{S1} - u_{n1}}{R_1} = G_1(u_{S1} - u_{n1}) \\ i_2 &= G_{S2}(u_{n2} - u_{n1}) + i_{S2} \\ i_3 &= \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_3} = G_3(u_{n1} - u_{n2}) \\ i_4 &= \frac{u_{n2}}{R_4} = G_4 u_{n2} \\ i_5 &= \frac{u_{S5} - u_{n2}}{R_5} = G_5(u_{S5} - u_{n2}) \end{aligned} \right\} \quad (2-37)$$

将支路电流表达式(2-37)代入式(2-36)并整理得

$$\left. \begin{aligned} (G_1 + G_{S2} + G_3)u_{n1} - (G_{S2} + G_3)u_{n2} &= G_1 u_{S1} + i_{S2} \\ -(G_{S2} + G_3)u_{n1} + (G_{S2} + G_3 + G_4 + G_5)u_{n2} &= G_5 u_{S5} - i_{S2} \end{aligned} \right\} \quad (2-38)$$

式中, G_1, G_{S2}, G_3, G_4 和 G_5 分别为支路 1, 2, 3, 4 和 5 的电导。写成一般形式为

$$\left. \begin{aligned} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} &= i_{S11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} &= i_{S22} \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

上式称为结点电压方程。式中 $G_{11} = G_1 + G_{S2} + G_3, G_{22} = G_{S2} + G_3 + G_4 + G_5$, 分别为结点 ① 和 ② 的自电导, 它们总是正的, 它等于联接于各结点的所有支路电导之和; $G_{12} = -(G_{S2} + G_3)$ 和 $G_{21} = -(G_{S2} + G_3)$ 分别为结点 ① 和 ② 之间的互电导, 互电导总是负的。它等于联接于两结点间支路电导之和的负值; 方程右方的 i_{S11} 和 i_{S22} 分别表示结点 ① 和 ② 的注入电流。注入电流等于流入结点的源电流的代数和, 流入结点的源电流前面取“+”号, 反之取“-”号。

从以上分析可见, 结点电压法给出的结点方程很有规律, 可以通过观察电路图的方法列出结点方程, 从而解得结点电压, 并根据 VCR 求得各支路电流。

例 2.5.4 用结点电压法求解如图 2.41 所示电路中两结点间电压。

解 (1) 图中只有两个结点, 选定参照点 ③, 设结点 ① 的结点电压为 u_{n1} 。源电流和支路电流参考方向如图所示。以结点电压 u_{n1} 为变量, 对结点 ① 列出结点方程, 有

$$G_{11}u_{n1} = i_{S11}$$

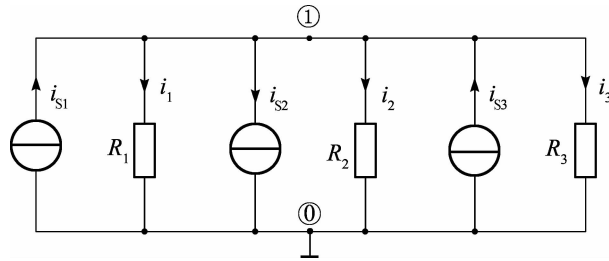


图 2.41 例 2.5.4 用图

其中

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$i_{S11} = i_{S1} - i_{S2} + i_{S3} \text{ (流入结点的源电流前面取“+”号,反之取“-”号)}$$

解得

$$u_{n1} = \frac{i_{S1} - i_{S2} + i_{S3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (2-40)$$

本例题电路属于典型的网孔多结点少的电路,适合采用结点电压法求解。式(2-40)称为弥尔曼定理。弥尔曼定理表明,在多个电流源和多个电阻组成的电路中,两结点之间的电压等于流入高电位结点的电流源电流代数之和除以所有支路电阻倒数之和。这个例子如果用网孔电流法分析要复杂得多。

例 2.5.5 用结点电压法求解如图 2.42 所示电路的结点电压。

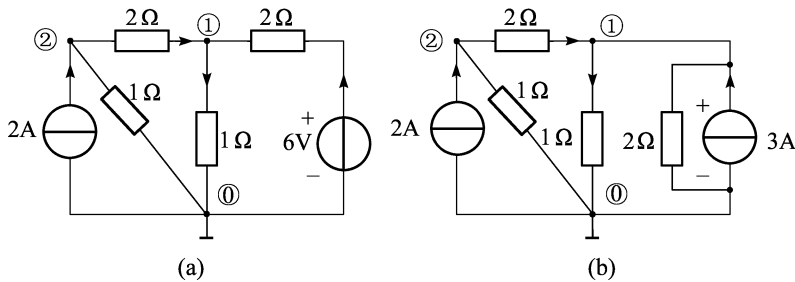


图 2.42 例 2.5.5 用图

解 图 2.42(a) 中有三个结点,选定参考点 ②,设结点 ① 和 ③ 的结点电压分别为 u_{n1} 和 u_{n2} 。源电流和支路电流参考方向如图所示。以结点电压 u_{n1} 和 u_{n2} 为变量,对结点列出结点方程。有

$$\left. \begin{aligned} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} &= i_{S11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} &= i_{S22} \end{aligned} \right\}$$

其中

$$G_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 2\text{S}$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{2}\text{S} = -0.5\text{S}$$

$$G_{22} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 1.5\text{S}$$

$$i_{S11} = 3\text{A}(\text{流入结点的源电流前面取“+”号})$$

$$i_{S22} = 2\text{A}$$

解得

$$u_{n1} = u_{n2} = 2\text{V}$$

至此,对于线性网络电路的分析计算,我们介绍了支路电流法、网孔电流法和结点电压法,这些方法各有特点。就方程数目来说,支路电流法方程数为支路数 p ;网孔电流法方程数为独立回路数 $m = p - n + 1$;结点电压法方程数为 $n - 1$ (n 为结点数);三者以支路电流法方程数最多。支路电流法的理论依据是基尔霍夫定律和 VCR,易于理解,但要求支路电压以支路电流来表示,使该方法应用受到一定限制,例如对于单独由理想电流源组成的支路(也叫无伴电流源),求解就需要另行处理。应用网孔电流法时,选取独立回路简便、直观,能减少方程数,但它仅适用于平面电路。结点电压法的优点是结点电压容易选择,不存在选取回路问题,尤其适合分析结点少、回路多的电路,但对于存在由理想电压源单独组成支路(也称无伴电压源)或受控源时,需要另行处理。书中在求解电桥平衡问题时,选择了几种方法进行了分析,读者可以自行体会。

电路分析方法各种各样,就基本原理来说都离不开基尔霍夫定律和 VCR。究竟选用哪种方法,往往要结合实际问题和具体电路来确定。

2.6 实践应用

对电路分析的目的是为了更好设计电路和在电路的各个部分合理地分配电能。理论与实践相结合非常重要。线性电阻电路是常见电路,下面我们结合实践对线性电阻电路的应用做简要介绍。

2.6.1 电路的工作状态

1. 开路

实践中经常要判定某一部分电路是否连通或者短接。当一个线性电阻元件的端电压不论为何值时,流过它的电流恒为零,则称其为开路,如图 2.43(a) 所示。开路时相当于电阻元件 $R = \infty$ 或 $G = 0$ 。开路电路的这种特性可用于判定电路是否连通或者元件是否损坏。比如焊接电路时,可能出现虚焊,这时如果把焊点部分看作为一个电阻元件,用万用表测量,若测得 $R = \infty$,则表示此处虚焊。

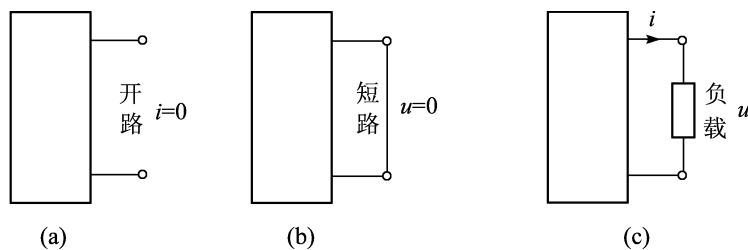


图 2.43 开路、短路和有载

2. 短路

当流过一个线性电阻元件的电流不论为何值时,它的端电压恒为零,则称其为短路。如

图 2.43(b) 所示。短路时相当于电阻元件 $R = 0$ 或 $G = \infty$ 。短路电路的这种特性可用于判定电路是否连通等。比如焊接电路时,如果把焊点部分看作为一个电阻元件,用万用表测量,若测得 $R = 0$,则表示焊点连通。短路可以通过把两个端子用理想导线直接联接而实现。

3. 有载

当电路两个端子之间接负载,称其为有载工作状态。如图 2.43(c) 所示。这时负载吸收功率 $p = ui$,该功率由电路提供,并受能量守恒定律约束。

4. 额定功率

实践中经常要判定某一电路元件是否过载或者轻载等,这要根据元件的额定功率来判定。一个电路元件正常工作时对应的功率称为该元件的额定功率。电路元件一般都存在额定功率。这是由于电路元件是由特定材料构成的,而材料本身具有自身特性的缘故。在额定功率条件下,电路元件的工作效率最高。比如一个白炽灯泡,额定值标为 220V、100W,表示该灯泡在 220V 电压下,消耗电功率为 100W,灯泡正常发光。若在大于 220V 的电压下工作,虽然灯泡发光会更强,但寿命会大大缩短,灯丝发热变大,甚至会直接烧断,这种情况称为过载。如果该灯泡在低于 220V 的电压下使用,则亮度不够,效果不能充分发挥,这种情况称为轻载。当电路元件工作在额定值时,称为满载。

2.6.2 应用举例

实际中,电阻电路的应用非常多,下面介绍几种常见电阻电路的应用。

1. 电压表的测量误差

前面指出,利用电阻的串联分压原理可以将电流计改装成电压表,如图 2.18 所示。当用改装后的电压表测量电路元件的端电压时,会不可避免地出现误差。测量时测量电路如图 2.44(a) 所示。

当测量电阻 R_2 的端电压时,电压表要与电阻并联,并联结果相当于在 a、b 两点间多了一条支路,这导致端电压重新在 R_1 和 R_2 上分配。从而引起测量误差。

从图 2.44(a) 容易得到,测量前, R_2 上的电压为

$$u_{R_2} = R_2 \frac{U}{R_1 + R_2} \quad (2-41)$$

测量时, R_2 上的电压为

$$u_{R_2}' = R_2 \frac{U}{(R_1 + R_2) + \frac{R_1 R_2}{R_{\text{内}}}} \quad (2-42)$$

式中, $R_{\text{内}} = R_g + R$,容易看出,测量值比实际值减小。相对误差为

$$\Delta = \frac{u_{R_2} - u_{R_2}'}{u_{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_{\text{内}}(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

可见, $R_{\text{内}}$ 越大,误差越小,当 $R_{\text{内}} \rightarrow \infty$ 时, $\Delta \rightarrow 0$ 。当电压表量程一定时,根据

$$\frac{U_m}{R_g + R} = I_{\text{gm}}$$

有

$$R_{\text{内}} = \frac{U_m}{I_{\text{gm}}}$$

因此,当电压表量程相同时,在实用中应尽可能使用 I_{gm} 较小的电压表。

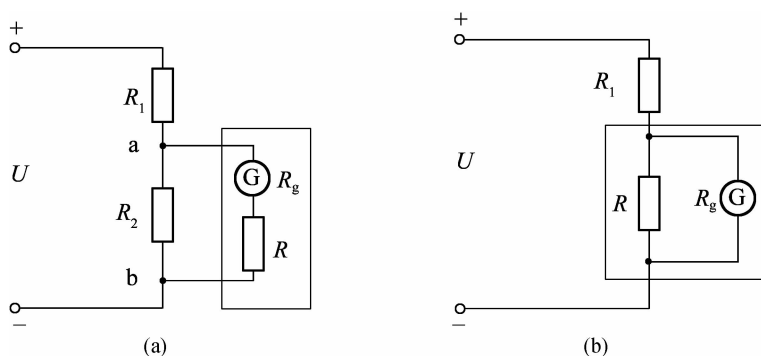


图 2.44 电压表和电流表测量原理

2. 电流表的测量误差

利用电阻的并联分流原理可以将电流计改装成电流表,如图 2.20 所示。当用改装后的电流表测量电路元件的电流时,也会出现误差。测量时测量电路如图 2.44(b) 所示。

当测量电阻 R_1 的电流时,电流表要与电阻串联,串联结果相当于在电路中多了一个分压元件,这导致端电压重新在 R_1 和电流表上分配,从而引起测量误差。

从图 2.44(b) 容易得到,测量前, R_1 上的电流为

$$i_{R_1} = \frac{U}{R_1} \quad (2-43)$$

测量时, R_1 上的电流为

$$i_{R_1}' = \frac{U}{R_1 + R_{\text{内}}} \quad (2-44)$$

式中, $R_{\text{内}} = \frac{R_g R}{R_g + R}$,容易看出,测量值比实际值减小。相对误差为

$$\Delta = \frac{i_{R_1} - i_{R_1}'}{i_{R_1}} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_{\text{内}}}}$$

可见, $R_{\text{内}}$ 越小,误差越小,当 $R_{\text{内}} \rightarrow 0$ 时, $\Delta \rightarrow 0$ 。当电流表量程一定时,在实用中应尽可能使用内阻较小的表头改装的电流表。

3. 电阻的测量

在实际中经常遇到测量电阻的问题。电阻测量一般可以采用伏安法、欧姆表和电桥法。

下面主要对前两种方法进行简要分析,关于电桥法,读者可以参阅第一章例 1.3.8。

(1) 伏安法

伏安法测量电阻一般采用直流电路,其基本原理是欧姆定律,即

$$R = \frac{U}{I} \quad (2-45)$$

测量时,将待测电阻接入电路,用电压表和电流表同时测量其端电压和流过的电流,如图 2.45 所示。图 2.45(a)、(b) 分别为外接和内接电路,不同联接方法产生的误差不一样。

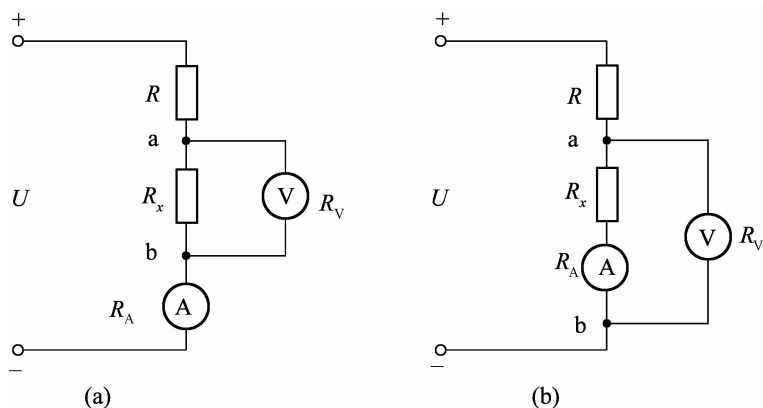


图 2.45 伏安法测电阻时外接和内接

当采用外接测量时,容易看出电压表读出的测量值确实是此时待测电阻 R_x 的端电压。但电流表测量值不准确,此时有

$$I_A = I_x + I_V \tag{2-46}$$

式中, I_x 、 I_V 和 I_A 分别表示流过待测电阻、电压表和电流表的电流。这样, R_x 的真实值为

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_V}{I_x} \tag{2-47}$$

而测量值为

$$R_x' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_x}{I_x + I_V} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_V}} \tag{2-48}$$

很明显,测量值与真实值比较偏小。相对误差为

$$\Delta = \frac{R_x - R_x'}{R_x} = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R_x}} \tag{2-49}$$

电压表内阻与待测电阻之比 $\frac{R_V}{R_x}$ 决定相对测量误差。 $\frac{R_V}{R_x}$ 比值越大,测量越准确,即测量小电阻时使用大内阻电压表,采用外接测量时测量误差小。

当采用内接测量时,从图 2.45(b) 容易看出电流表读出的测量值确实是此时流过待测电阻 R_x 的电流。但电压表测量值不准确,此时有

$$U_V = U_x + U_A \tag{2-50}$$

式中, U_x 、 U_V 和 U_A 分别表示待测电阻、电压表和电流表的端电压。这样, R_x 的真实值为

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_x}{I_A} \tag{2-51}$$

而测量值为

$$R_x' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_x + U_A}{I_x} = R_x + R_A \tag{2-52}$$

很明显,测量值与真实值比较偏大。相对误差为

$$\Delta = \frac{R_x - R_x'}{R_x} = -\frac{R_A}{R_x} \tag{2-53}$$

电流表内阻与待测电阻之比 $\frac{R_A}{R_x}$ 决定相对测量误差。 $\frac{R_A}{R_x}$ 比值越小,测量越准确,即测量

大电阻时使用小内阻电流表,采用内接测量时误差小。

(2) 欧姆表测量电阻

欧姆表是测量电阻的仪表。如图 2.46 所示是欧姆表测量原理图。图中方框内为欧姆表的内部简图。

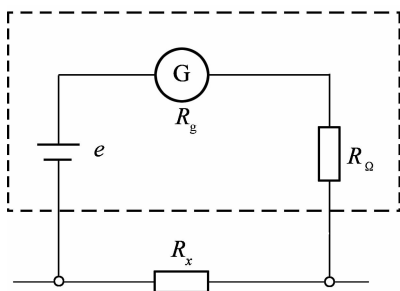


图 2.46 欧姆表原理电路

当被测量电阻接入后,流过表头的电流为

$$I = \frac{U}{R_{\Omega} + R_g + R_x} \quad (2-54)$$

式中, U 为干电池电源 e 提供的端电压。上式表明,电流 I 与 R_x 形成一一对应关系,因此由表头指针位置可以知道 R_x 的大小。如果事先在刻度盘上把 R_x 的值标在表头指针所对应的位置,就做成欧姆表。可以直接对待测电阻进行测量。下面对欧姆表刻度盘进行简要分析。

假设电流计表头满偏电流为 I_{mG} ,对于图 2.46 所示欧姆表,当 $R_x = 0$ 时,整个回路电阻最小,回路电流最大,表头指针应指向满偏。即

$$I = I_{mG}$$

将此式代入式(2-54),有

$$I_{mG} = \frac{U}{R_{\Omega} + R_g} \quad (2-55)$$

和式(2-54)联立,并消去 U ,有

$$\frac{I}{I_{mG}} = \frac{R_{\Omega} + R_g}{(R_{\Omega} + R_g) + R_x} \quad (2-56)$$

式中, $(R_{\Omega} + R_g)$ 是常数, $\frac{I}{I_{mG}}$ 和 R_x 一一对应。 $\frac{I}{I_{mG}}$ 这个数值可以用来确定欧姆表刻度盘,它可以唯一决定指针在刻度盘上的位置。例如,当 $\frac{I}{I_{mG}} = 1$ 时,指针指在最右端满偏位置, $R_x = 0$,刻度应标为零;当 $\frac{I}{I_{mG}} = \frac{1}{2}$ 时, $R_x = (R_{\Omega} + R_g)$,指针指在中间位置,刻度值标为 $R_x = (R_{\Omega} + R_g)$;当 $\frac{I}{I_{mG}} = \frac{3}{8}$ 时, $R_x = \frac{5}{3}(R_{\Omega} + R_g)$,即指针指在 $\frac{3}{8}$ 比例位置处,刻度值标应为 $\frac{5}{3}(R_{\Omega} + R_g)$ 等等;每个位置刻度都可以依此原理标定。可以看出不论哪个标度,都和 $(R_{\Omega} + R_g)$ 值相关。由于 $R_x = (R_{\Omega} + R_g)$ 时指针在中间位置,故 $(R_{\Omega} + R_g)$ 这个电阻被称为欧姆表的中值电阻。中值电阻唯一地决定了欧姆表的刻度。

欧姆表刻度盘具有以下特点:

- ① R_x 越小, I 越大,即欧姆表刻度盘刻度值左边大,右边小;
- ② 由于电流 I 与 R_x 不是正比关系,导致欧姆表刻度不均匀,越往左刻度越密;

③ 所有欧姆表的量程都是从 0 到 ∞ 。

思考题:所有欧姆表的量程都是从 0 到 ∞ , 是不是说每个欧姆表都具有相同的刻度? 具有相同刻度的欧姆表中值电阻是不是相等?

本章小结

1. 电阻电路的分析是电路分析的基础。要掌握电阻电路的分析方法, 必须弄清电路元件的特性和线性电阻电路的基本概念。

2. 电路元件主要包括电阻和电源元件, 两种元件都是模型化的元件。线性电阻元件是组成电阻电路的基本元件; 电源的模型化应根据它的外部电压或电流特点来定。一个实际电源既可以采用电压源模型表示, 又可以采用电流源模型表示, 两者可以进行等效互换。

3. 电阻联接主要包括串联、并联和混联。混联电路可以根据串、并联原理进行等效变换而化简为简单电路。

4. 等效变换概念是电路分析的一个基本概念。两个电路互换时, 必须使电路没有参加变换部分的参量状态保持不变。对于电阻, 要掌握 Δ -Y 等效变换; 对于电源, 要掌握电压源和电流源间的等效变换。

5. 电源分为独立电源和受控电源。受控电源可以像独立电源那样来化简, 但必须注意控制参量的影响。

6. 网络分析法是分析线性网络电路的基本方法, 主要包括支路电流法、网孔电流法和结点电压法。

支路电流法是以各支路电流作为未知量, 直接应用基尔霍夫定律来对网络求解。

支路电流法的理论依据是基尔霍夫定律和电路元件的电压和电流关系(简称 VCR)。它是分析电路最基本的方法。

网孔电流法以网孔电流作为电路的独立变量建立网孔方程。其理论依据是 KVL。

结点电压法是以各结点电压为变量来列写 KCL 方程的, 先求出各个结点电压, 再求各支路电压, 应用时要选择电压参照点。结点电压法特别适合结点少网孔多的电路。

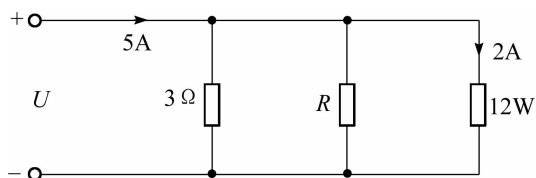
7. 支路电流法、网孔电流法和结点电压法各有特点。支路电流法方程数为支路数 p ; 网孔电流法方程数为独立回路数 $m = p - n + 1$; 结点电压法方程数为 $(n - 1)$ (n 为结点数)。支路电流法方程数最多但易于理解; 网孔电流法选取独立回路简便、直观, 能减少方程数, 但它仅适用于平面电路; 结点电压法的优点是结点电压容易选择, 不存在选取回路的问题, 尤其适合分析结点少、回路多的电路, 但对无伴电压源或受控源电路需另行处理。

总之, 电路分析方法各种各样, 就基本原理来说都离不开基尔霍夫定律和 VCR。究竟选用哪种方法, 往往要结合实际问题和具体电路来确定。

8. 实践应用时掌握电路分析理论的重要环节, 理论与实践相结合非常重要。

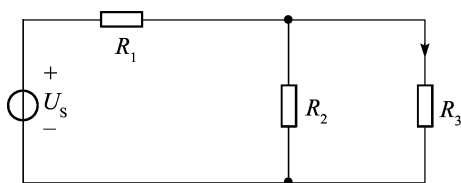
习题 2

2.1 试求如图题 2.1 所示电路中的电压 U 和电阻 R 的值。



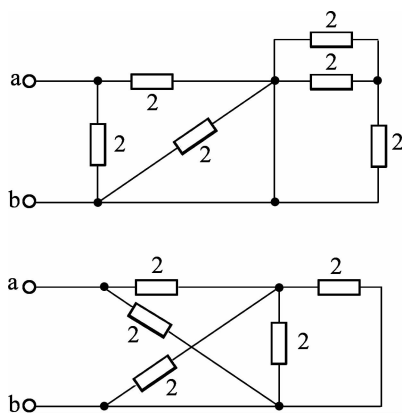
图题 2.1

2.2 如图题 2.2 所示电路,已知 R_1 消耗的功率 $P_1 = 5\text{W}$, R_2 的端电压 $U_2 = 2\text{V}$, $R_3 = 10\Omega$, $U_s = 7\text{V}$, 试求 R_1 和 R_2 。



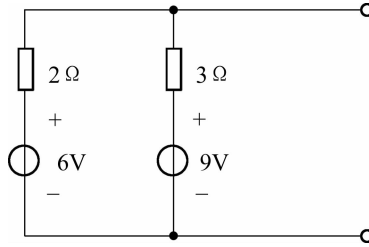
图题 2.2

2.3 如图题 2.3 所示各电阻的阻值单位均为欧姆,求输入电阻 R_{ab} 的阻值。



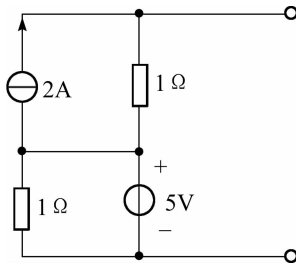
图题 2.3

2.4 将如图题 2.4 所示电路转化为等效电流源电路。



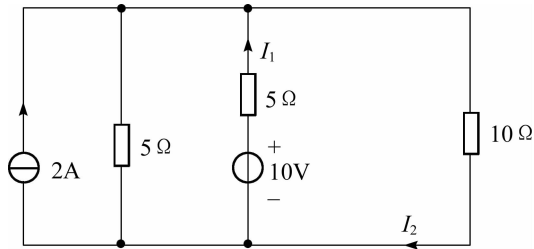
图题 2.4

2.5 将如图题 2.5 所示电路转化为等效电压源电路



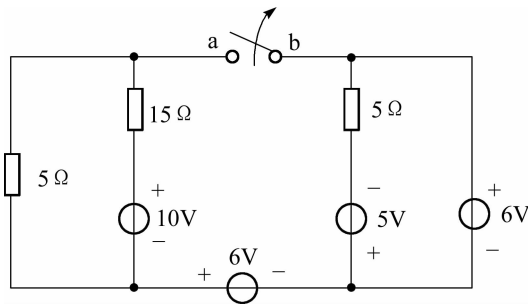
图题 2.5

2.6 用网孔电流法求如图题 2.6 中各支路电流。



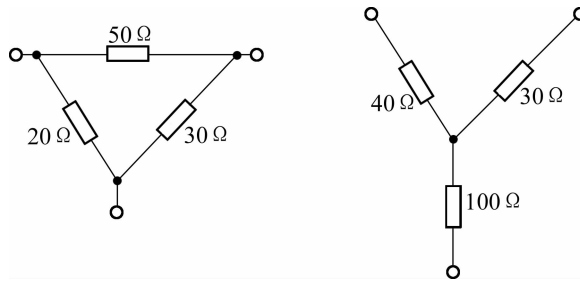
图题 2.6

2.7 如图题 2.7 所示电路有几个结点?几个网孔?试列写一个结点的电流方程和一个网孔的回路电压方程;若开关 S 断开,电压 U_{ab} 为多少?



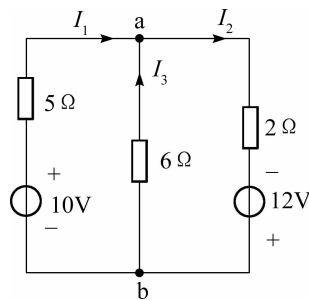
图题 2.7

2.8 如图题 2.8 所示电路中的星形电阻网络和三角形电阻网络进行等效变换。



图题 2.8

2.9 用结点电压法求如图题 2.9 所示各支路的电流。



图题 2.9

第 3 章 线性网络定理

对于线性网络电路,由于其组成电路的元件皆为线性元件,因此,网络电路蕴含着一些简单关系。这些关系被概括为几个线性网络定理,主要包括叠加定理、替代定理、戴维南定理、诺顿定理和最大功率传输定理等。本章主要介绍这些定理,它们可以使电路分析进一步简化。

3.1 叠加定理

叠加定理是线性网络电路的一个重要定理,它体现了线性网络电路的基本性质——叠加性。下面以一个简单例子来说明。

如图 3.1(a) 所示电路为一个双激励源输入电路,现求解 u_2 和 i_1 。

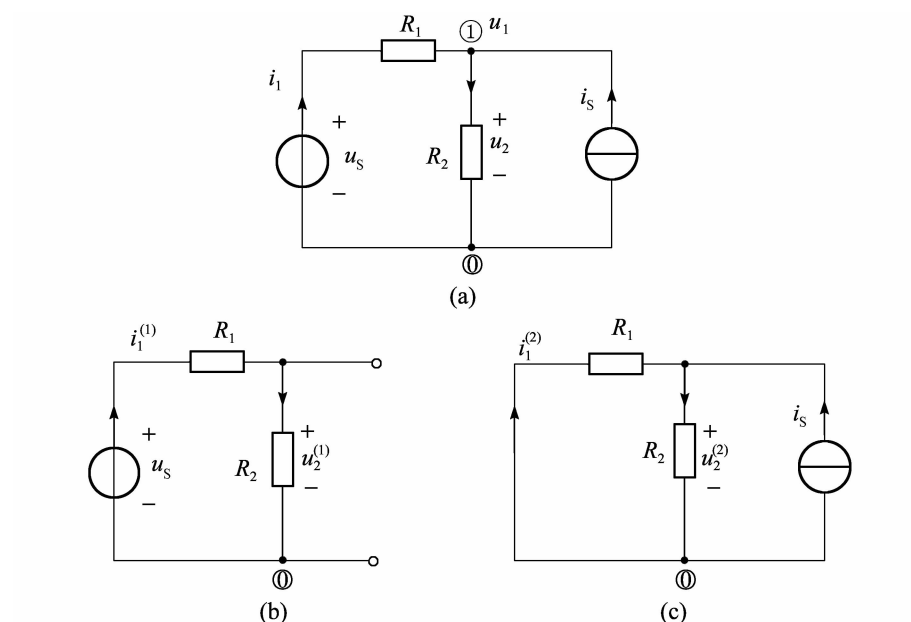


图 3.1 叠加定理

根据结点电压法,有

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{3-1}$$

$$G_{11} u_1 = \frac{u_s}{R_1} + i_s$$

解得

$$u_2 = u_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_s$$

$$i_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} u_s - \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s \quad (3-2)$$

由式(3-2)容易看出 u_2 和 i_1 皆为两项之和,且分别和两个激励源相关,这种相关是一种线性叠加关系。可以将式(3-2)改写为

$$\begin{aligned} u_2 &= u_2^{(1)} + u_2^{(2)} \\ i_1 &= i_1^{(1)} + i_1^{(2)} \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中

$$\begin{aligned} u_2^{(1)} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s = u_2 \Big|_{i_s=0} \\ u_2^{(2)} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_s = u_2 \Big|_{u_s=0} \\ i_1^{(1)} &= \frac{1}{R_1 + R_2} u_s = i_1 \Big|_{i_s=0} \\ i_1^{(2)} &= -\frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s = i_1 \Big|_{u_s=0} \end{aligned}$$

式中, $u_2^{(1)}$ 和 $i_1^{(1)}$ 对应 $i_s = 0$, 相当于将电流源开路, 由独立电压源单独激励电路时, 在两个元件上分别产生的电压和电流如图 3.1(b) 所示。 $u_2^{(2)}$ 和 $i_1^{(2)}$ 对应 $u_s = 0$, 相当于将电压源短路, 由独立电流源单独激励电路时, 在两个元件上分别产生的电压和电流如图 3.1(c) 所示。这样, 两个独立电源在电路中共同产生的响应等于每个独立电源单独激励所产生的响应之和。这个结论非常重要, 它反映了线性网路电路中内在的线性叠加关系, 可以推广到多个独立电源共同作用的线性电路中。

叠加定理: 线性电阻电路中, 任一电压或电流都是电路中各个独立电源单独作用时在该处产生的电压或电流的叠加。

叠加定理是分析线性电路的基础, 它可以简化电路分析。在应用叠加定理时, 应注意以下几点:

① 叠加定理不适用于非线性电路。

② 选定一个激励的独立电源后, 其他支路的独立电压源全部置零, 用短路线替代电源, 但保留串联的电源内电阻, 支路中其他电阻全部不予更动; 其他支路的独立电流源全部置零, 用开路线替代电流源, 但保留并联的电源内电导, 支路中其他电阻全部不予更动; 受控电源应保留在分电路中, 不能作为独立电源处理。

③ 原电路的功率不满足叠加关系。

例 3.1.1 如图 3.2(a) 所示电路图, 求 i_1 。

解 两个独立电源分别作用, 如图 3.2(b)、(c) 所示, 有

$$\begin{aligned} i_1^{(1)} &= \frac{10\text{V}}{4.5\Omega} = \frac{20}{9}\text{A} \\ i_1^{(2)} &= -\frac{5}{7} \times \frac{2\text{V}}{\frac{45}{7}\Omega} = -\frac{2}{9}\text{A} \end{aligned}$$

所以
$$i_1 = i_1^{(1)} + i_1^{(2)} = \frac{20}{9}\text{A} - \frac{2}{9}\text{A} = 2\text{A}$$

这个结果与例 2.5.1 结果一致, 比较两种解法可以看出, 应用叠加定理解题很直观, 方程简单。

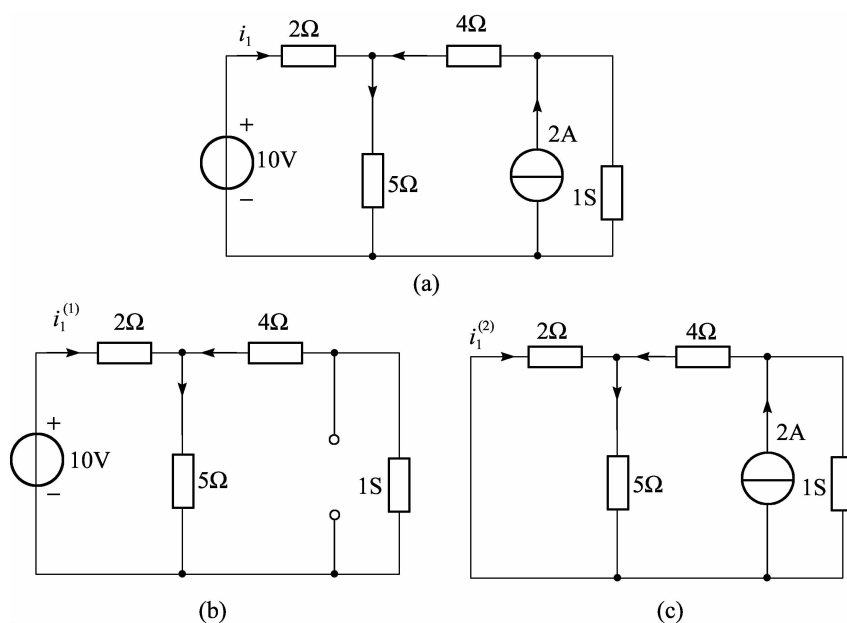


图 3.2 例 3.1.1 用图

例 3.1.2 如图 3.3(a) 所示电路图,求 i 。

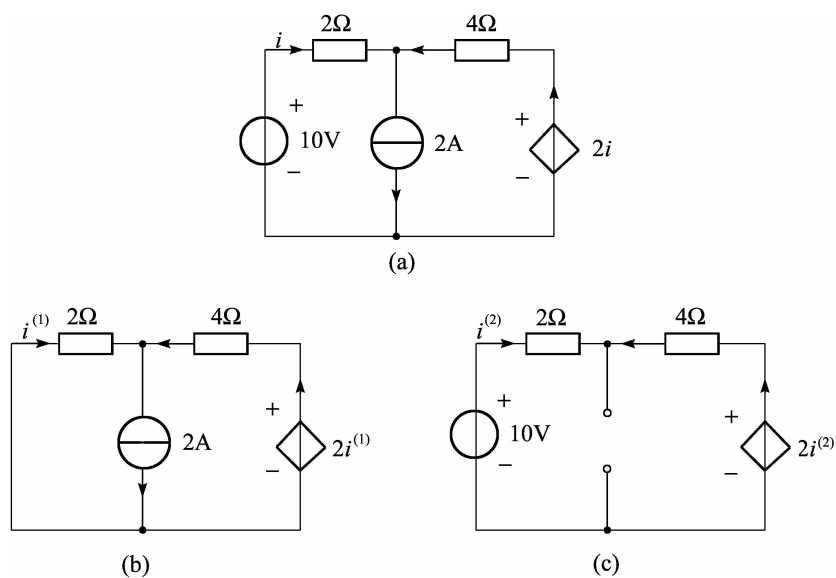


图 3.3 例 3.1.2 用图

解 两个独立电源分别作用,如图 3.3(b)、(c) 所示。对图 3.3(b) 有 KVL 方程:

$$2i^{(1)} - 4(2 - i^{(1)}) + 2i^{(1)} = 0$$

得

$$i^{(1)} = 1\text{A}$$

对图 3.3(c) 有 KVL 方程:

$$-10\text{V} + 2i^{(2)} - 4(-i^{(2)}) + 2i^{(2)} = 0$$

得

$$i^{(2)} = \frac{5}{4}\text{A}$$

所以

$$i = i^{(1)} + i^{(2)} = \frac{9}{4} \text{ A}$$

本例是含受控源线性电路,读者可体会在应用叠加定理时受控源的处理方法。

* 3.2 替代定理

对于任意网络电路(线性和非线性),如果某条支路的电压 u_k 或 i_k 已知,则此支路可以用一个源电压 $u_S = u_k$ 的电压源或一个源电流 $i_S = i_k$ 的电流源替代,替代除对该支路产生影响外,对网路中其余支路均无影响,这就是替代定理。如图 3.4 所示,图 3.4(a) 表示第 k 支路电压或电流已知的网路电路,图 3.4(b)、(c) 分别表示用电压源和电流源分别替代后的网路电路。

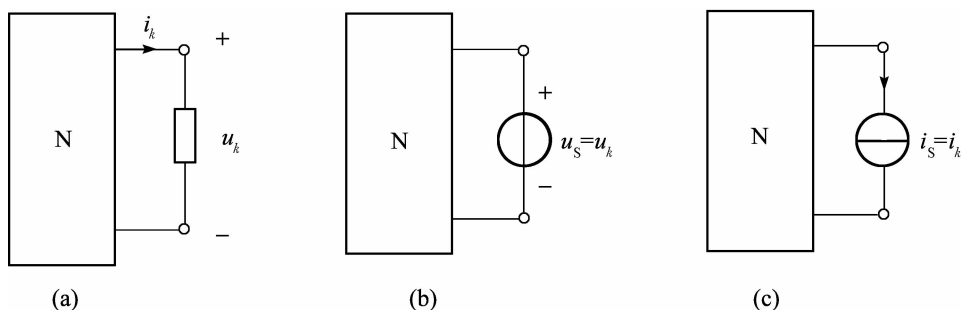


图 3.4 替代电路

例 3.2.1 如图 3.5 所示电路,求 u 。

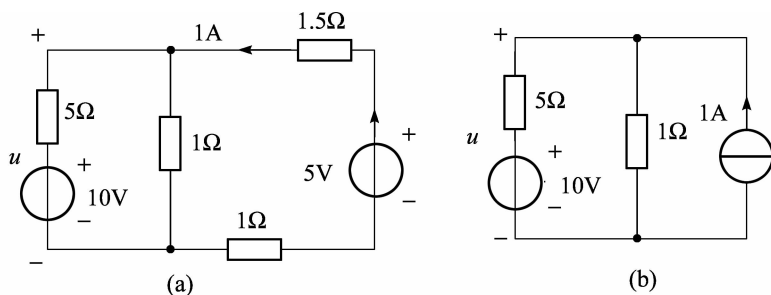


图 3.5 例 3.2.1 图

解 根据替代定理可得图 3.5(b), 所以

$$u = \frac{3\text{ A}}{1.2\text{ S}} = 2.5\text{ V}$$

3.3 二端口线性网络理论简介

在实际电路分析中,有时只关心电路中某一条支路的电流或者电压,如果列出各条支路方程联立求解则很繁琐。如果将待分析的支路从网络电路的其他部分分离,网络电路的其余部分只是由两个端子与该支路联接,则称其余部分电路组成网络为二端口网络。

上述二端口网络概念可以扩展。分离出来的不一定总是一条支路,也可以是一部分电

路。把电路中任意划出来的有两个引出端的部分叫做二端网络。如图 3.6 所示,图中 N_1 和 N_2 部分都是二端网络。若网络内部含电源,则称为有源二端网络(如 N_1),否则称为无源二端网络(如 N_2)。图中电流 i 称为二端口网络电流。端口的输入和输出电流必然等值反向。二端口网络两个端子之间的电压称为二端网络的电压。电压和电流是二端口与外界发生作用的两个参量。

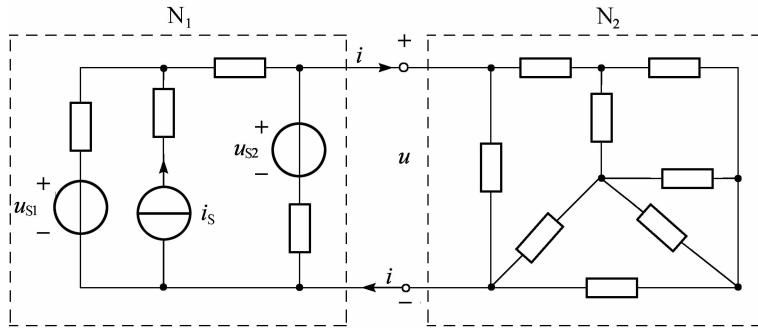


图 3.6 有源二端网络和无源二端网络

对于无源二端网络,最简单的二端网络是由电阻元件组成的网络,其电压和电流满足欧姆定律:

$$u = R_{eq} i$$

式中, R_{eq} 为网络的等效电阻。

对于有源二端网络,其简化分析要用到戴维南定理和诺顿定理。

3.4 戴维南定理和诺顿定理

有源二端网络对于外电路来说具有电源特性。戴维南定理指出:任何线性有源二端网络,就其外部特性而言,都可以用一个电压源和电阻的串联组合电路等效替代,其中源电压等于有源二端网络的开路电压,串联内电阻等于有源二端网络内部独立电源全部置零时在输出端求得的等效电阻。戴维南定理可以由替代定理和叠加定理推出。

如图 3.7 所示,图 3.7(a) 中 N 表示一个有源二端口网络,假设外接电阻为 R_0 ,网络输出电流和电压分别为 i 和 u ,根据替代定理,替代后电路如图 3.7(b) 所示。应用叠加定理分析图 3.7(b),得到图 3.7(c) 和图 3.7(d),其中 u_{oc} 为二端网络开路时两端口之间的电压;图 3.7(d) 中 N_0 表示网络内部所有独立电源置零后的二端网络,假设其等效电阻为 R_{eq} ,则 $u^{(2)} = -R_{eq} i$ 。由此得

$$u = u^{(1)} + u^{(2)} = u_{oc} - R_{eq} i$$

即图 3.7(a) 二端口网络可以等效为图 3.7(e),定理得证。

戴维南定理还存在一个对偶定理——诺顿定理。诺顿定理指出:任何线性有源二端网络,就其外部特性而言,都可以用一个电流源和电导的并联组合电路等效替代,其中源电流等于有源二端网络的短路电流,并联内电导等于有源二端网络内部的独立电源全部置零时在输出端求得的等效电导。诺顿定理也可以由替代定理和叠加定理推出。

如图 3.8 所示为诺顿定理证明过程。只是在替代时用电压源来替代。根据替代定理和叠加定理,有

$$i = i^{(1)} + i^{(2)} = i_{sc} - G_{eq} u$$

式中, i_{sc} 和 G_{eq} 分别为二端网络输出端短路时, 电流和网络内部的独立电源全部置零时, 在输出端求得的等效电导。这样, 图 3.7(a) 二端口网络可以等效为图 3.7(e), 诺顿定理得证。

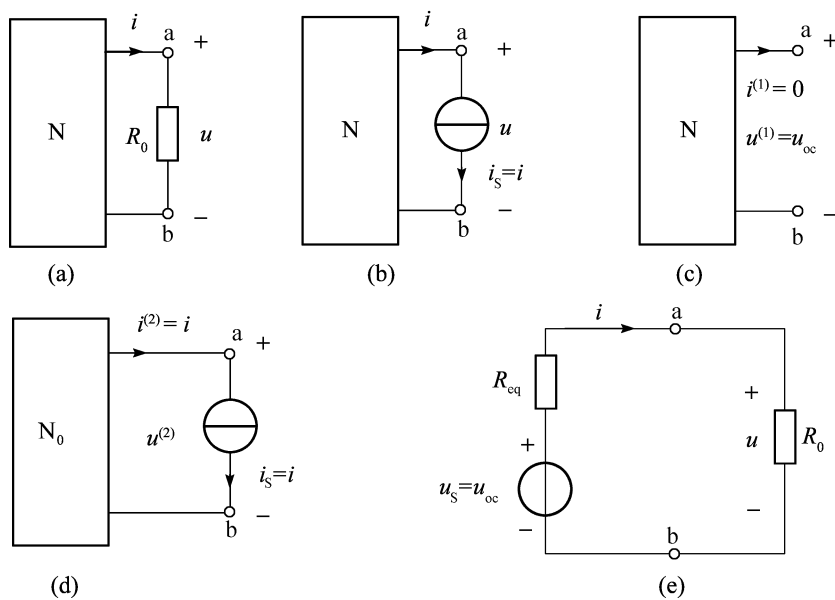


图 3.7 戴维南定理

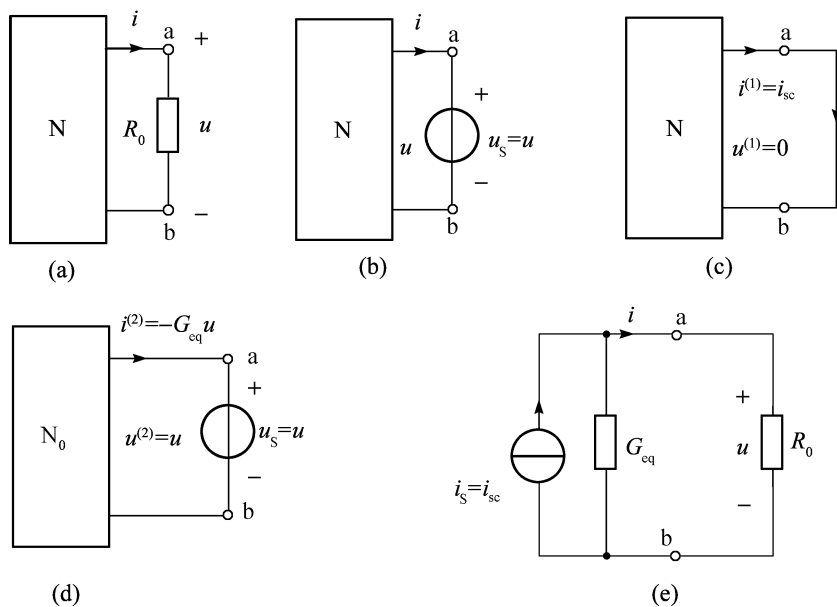


图 3.8 诺顿定理

戴维南定理和诺顿定理是分析线性二端网络的重要定理。两者可以通过电源的等效变换得到。即, $i_{sc} = \frac{u_{oc}}{R_{eq}}, G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}}$ 。应用两个定理的关键是求解有源二端口网络的 u_{oc} 、 i_{sc} 和等效电阻 R_{eq} , 注意到 $i_{sc} = \frac{u_{oc}}{R_{eq}}$, 故只需求两个参量即可。下面举例说明两个定理的应用。

例 3.4.1 如图 3.9(a) 所示电桥, 利用戴维南定理求解电桥中电流 i_g 。

解 将图 3.9(a) 变形得图 3.9(b), 电流计支路相当于外接电路, 而其余部分变为有源二端网络。可以利用戴维南定理将图 3.9(b) 简化为图 3.9(c)。

(1) 求 u_{oc} 。

将 b 和 c 端口开路, 其开路电压为

$$\begin{aligned} u_{oc} = u_{bc} &= u_{bd} + u_{dc} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} e_s - \frac{R_4}{R_2 + R_4} e_s \\ &= \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} e_s \end{aligned}$$

(2) 求 R_{eq} 。

将二端口网络内独立电源置零, 即电压源用短路替代, 则网络内为电阻串并混联。有

$$\begin{aligned} R_{eq} &= (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4) \\ &= \frac{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} \end{aligned}$$

(3) 求 i_g 。

由 KVL, 得

$$i_g = \frac{u_{oc}}{R_{eq} + R_g} = \frac{(R_2 R_3 - R_1 R_4) e_s}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3) + R_g (R_2 + R_4)(R_1 + R_3)}$$

如果 $R_2 R_3 = R_1 R_4$, 则电桥平衡。

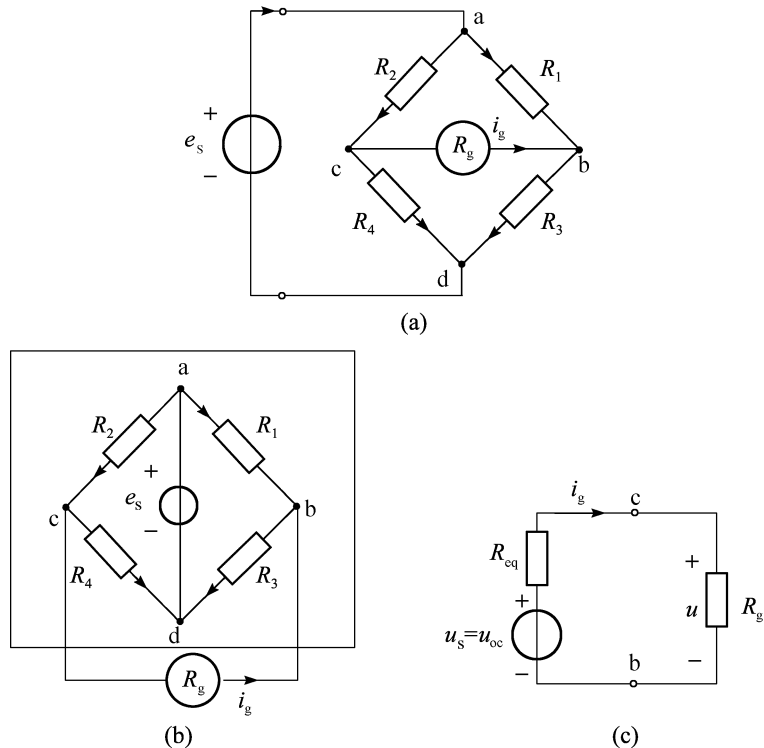


图 3.9 电桥电路

例 3.4.2 如图 3.10(a) 所示电路, 求其戴维南等效电路。

解 (1) 求 u_{oc} 。

开路时 $i = 0$, CCCS 为零, 根据 KVL, 有 $u_{oc} = 2V - 2V = 0$

(2) 求 R_{eq} 。

如图 3.10(b) 所示, 网络中电压源短路, 但要保留 CCCS, 此时端电压为 u , 电流为 i 。根据 KVL, 有

$$u = 2i + (i + 2i) \times 2 = 8i$$

$$R_{eq} = \frac{u}{i} = 8\Omega$$

这样, 戴维南等效电路如图 3.10(c) 所示。

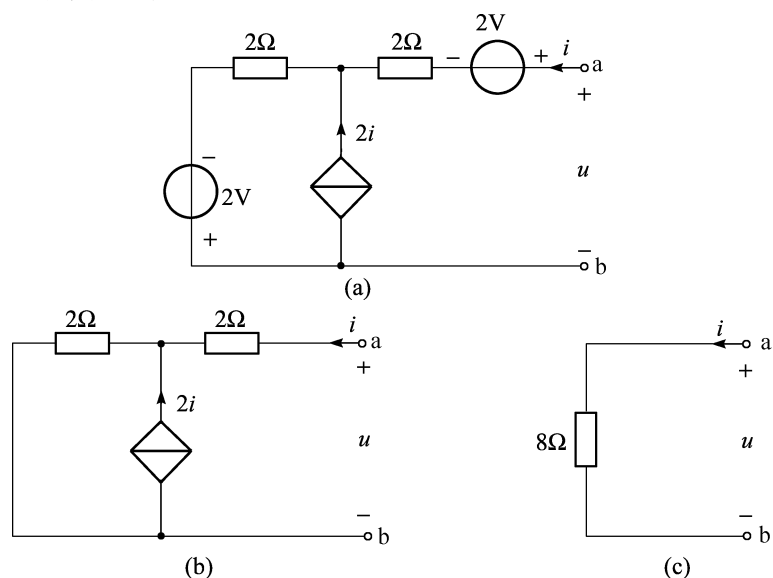


图 3.10 例 3.4.2 用图

本例包含受控源, 由于受控源是线性的, 故戴维南定理仍适用, 但受控源不能像独立电源那样置零。

例 3.4.3 如图 3.11(a) 所示电路, 求其诺顿等效电路。

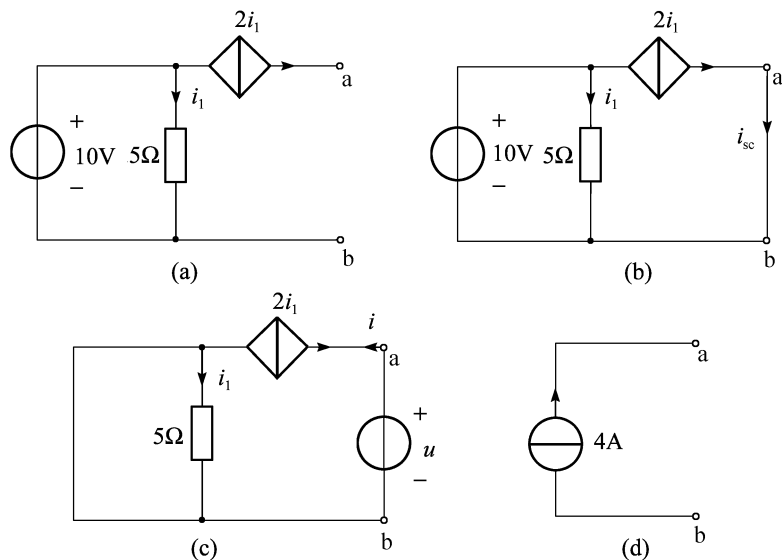


图 3.11 例 3.4.3 用图

解 (1) 求 i_{sc} 。

短路时如图 3.11(b) 所示, $i_1 = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$, CCCS 为 $4A$, 有 $i_{sc} = 4A$ 。

(2) 求 G_{eq} 。

如图 3.11(c) 所示, 网络中电压源短路, 但要保留 CCCS, 此时外加端电压为 u , 电流为 i 。

根据 VCR, 有: $i_1 = 0, i = 0, R_{eq} = \frac{u}{i} = \infty, G_{eq} = 0$ 。

这样, 诺顿等效电路如图 3.11(d) 所示, 它是理想电流源模型。本例题由于 $R_{eq} = \infty$, 求不出确定的 u_{oc} , 故它不存在戴维南等效电路。

3.5 最大功率传输定理

对于有源线性二端网络, 根据戴维南定理和诺顿定理, 可以将其等效替换为一个电源模型。如果有源二端网络端口外接负载, 对其传输功率的分析就变成了电源供电问题。在 2.3.3 节中, 已经分析了一个实际电源向负载供电的问题, 两者类比得到: 有源线性二端网络向负载供电时, 若负载 $R_L = R_{eq}$, 则有最大功率输出, 称为最大功率传输定理。满足 $R_L = R_{eq}$ 条件时, 称为最大功率匹配。其最大功率为

$$p_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}} \quad (3-4)$$

或

$$p_{\max} = \frac{i_{sc}^2}{4G_{eq}} \quad (3-5)$$

当满足最大传输功率条件时, 功率传输效率为 50%, 效率较低。对于传送微弱信号, 一般要求最大功率传输, 而不看重效率; 但对于电力传输, 则尽可能提高功率传输效率, 以便充分利用能源。

例 3.5.1 如图 3.12(a) 所示传输电路, 求:

- (1) R_L 为何值时获得最大功率;
- (2) 求获得最大功率时, 电压源的功率传输效率。

解 应用诺顿定理, 由图 3.12(b) 求得: $i_{sc} = 0.00125A = 1.25mA$, 再由图 3.12(c) 求得: $G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{1200}S$, 所以诺顿等效电路如图 3.12(d) 所示。

(1) 根据最大传输功率定理, 当 $R_L = 1200\Omega$ 时, 负载获得最大功率。

(2) 获得最大功率时, 负载吸收功率 $p_{\max} = \frac{i_{sc}^2}{4G_{eq}} = \frac{15}{32}mW$, 电源发出功率 $p_s = 119mW$,

所以, 效率 $\eta = \frac{p_{\max}}{p_s} \approx 0.4\%$ 。

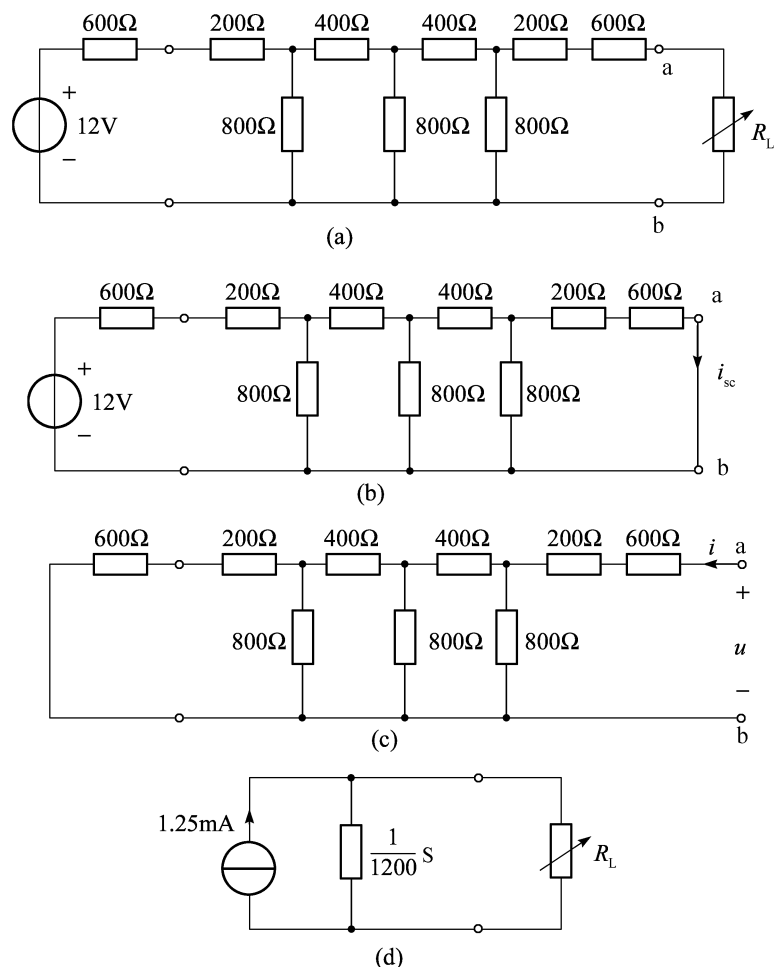


图 3.12 例 3.5.1 用图

3.6 实践应用

本章介绍的几个线性网络定理在网络电路分析中经常用到,结合实践理解定理很重要。下面举几个例子供读者参考。

例 3.6.1 例 3.4.1 中,利用戴维南定理求解电桥中电流 i_g 。在求得开路电压后,可否直接应用欧姆定律求得 $i_g = \frac{u_{oc}}{R_g}$? 当接入电流计后,网络端口电压是否还是 u_{oc} ?

解 不能直接应用 $i_g = \frac{u_{oc}}{R_g}$ 。应用戴维南定理将有源二端网络电路等效后,二端网络等效为一个具有内电阻的独立电源,电源的源电压为 u_{oc} ,内阻为 R_{eq} 。当外接电流计后,端口电压 $u = u_{oc} - i_g R_{eq}$,将发生变化。即电路的约束关系发生变化,电路参量会发生相应变化。

例 3.6.2 如图 3.13(a) 所示电路,求解 I_1 和 I_2 。

解 此电路为非线性电路,将两个二极管以外的电路组成线性网络,可应用戴维南定理等效变换。当端口 a 和 b 开路时,由于 b 端为接地端,只要得到开路时 a 端电位即可求出 U_{oc} 。有

$$U_{oc} = U_a = 12V - \frac{12V - (-24V)}{(3k\Omega + 6k\Omega)} \times 6k\Omega = -12V$$

$$R_{eq} = \frac{6k\Omega \times 3k\Omega}{6k\Omega + 3k\Omega} = 2k\Omega$$

则戴维南等效电路如图 3.13(b) 所示,由图可知

D_2 正向联接, 导通; $I_2 = \frac{12V}{2k\Omega} = 6mA$ 。

D_1 反向联接, $I_1 = 0$ 。

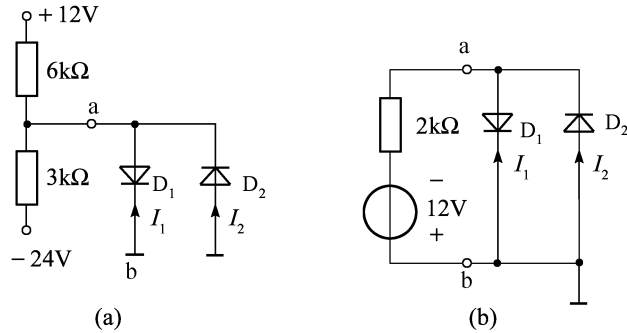


图 3.13 例 3.6.2 用图

本例题旨在说明戴维南定理应用具有灵活性。虽然戴维南等定理适用于线性二端网络,但对于非线性网络电路,只要所选二端网络部分为线性网络,在局部仍然可以运用。

在实际电路分析中,经常要分析判断二极管是否导通,尤其当二极管接在复杂电路中时,往往不易看出。本例题从图 3.13(a) 直接观察,很容易误判 D_1 导通。但采用戴维南定理将其余部分电路简化后,问题得到解决。

例 3.6.3 利用电压表测量电路的电压时,由于电压表从被测电路分流,会引起测量误差。如果我们用两个不同内阻的电压表进行测量,则从两次测得的数据及电压表的内阻可以确知被测电压的实际值。设对某电路用内阻为 $100k\Omega$ 的电压表测量,测得电压为 $45V$;若用内阻为 $50k\Omega$ 电压表测量,测得电压为 $30V$,求实际电压。

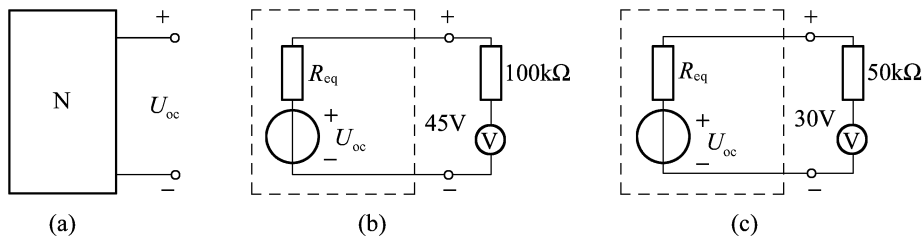


图 3.14 测量电压

解 测量电路如图 3.14 所示。由于不知道具体电路,我们用一个二端口网络表示。被测的实际电压应为网络的开路电压 U_{oc} 。应用戴维南定理将网络等效变换,如图 3.14(b)、(c) 所示。

对图 3.14(b) 应用 KVL, 有

$$45V - U_{oc} + \frac{45V}{100000\Omega} R_{eq} = 0$$

对图 3.14(c) 应用 KVL, 有

$$30\text{V} - U_{oc} + \frac{30\text{V}}{50000\Omega} R_{eq} = 0$$

解得

$$U_{oc} = 90\text{V}$$

即被测电压的实际值为 90V。本例题提供了一种精确测量电压的实验方法,同时进一步说明了戴维南定理在实际中的应用。

以上举例旨在说明理论对实践具有指导作用。其他具体的实践应用,读者可以结合实际自行体会总结。

本章小结

1. 叠加定理是分析线性电路的基础,它反映线性网络电路中内在的线性叠加关系。在线性电阻电路中,任一电压或电流都是电路中各个独立电源单独作用时,在该处产生的电压或电流的叠加。应用叠加定理应注意其适用范围。

2. 替代定理适用于任意网络电路。如果某条支路的电压 u_k 或 i_k 已知,则此支路可以用一个源电压 $u_s = u_k$ 的电压源或一个源电流 $i_s = i_k$ 的电流源替代。替代除对该支路产生影响外,对网络中其余支路均无影响。

3. 二端网络分为有源二端网络和无源二端网络。对于无源二端网络,其电压和电流满足欧姆定律。对于有源二端网络,用戴维南定理和诺顿定理等进行分析。

4. 戴维南定理指出:任何线性有源二端网络,就其外部特性而言,都可以用一个电压源和电阻的串联组合电路等效替代,其中源电压等于有源二端网络的开路电压,串联内电阻等于有源二端网络内部独立电源全部置零时,在输出端求得的等效电阻。

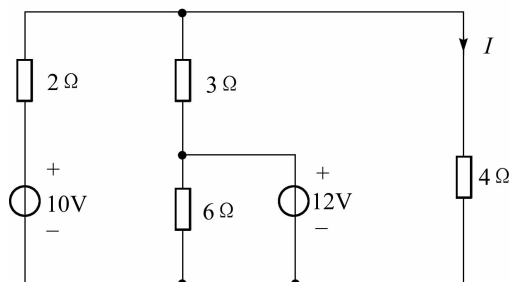
诺顿定理指出:任何线性有源二端网络,就其外部特性而言,都可以用一个电流源和电导的并联组合电路等效替代,其中源电流等于有源二端网络的短路电流,并联内电导等于有源二端网络内部的独立电源全部置零时,在输出端求得的等效电导。

5. 有源二端网络端口外接负载时,若负载 $R_L = R_{eq}$,则有最大功率输出。

6. 线性网络定理在网络电路分析中经常用到,结合实践理解定理很重要。

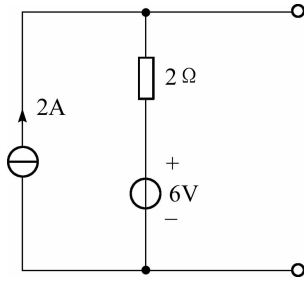
习题 3

3.1 分别用叠加定理和戴维南定理求如图题 3.1 所示电路中的电流 I 。



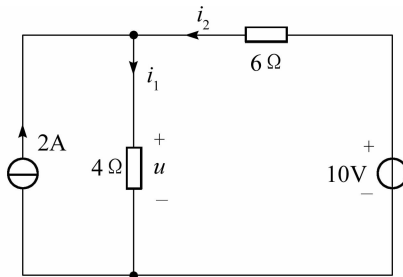
图题 3.1

3.2 求如图题 3.2 所示电路的戴维南等效电路。



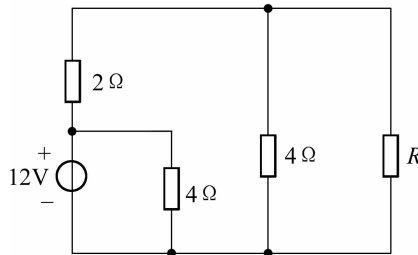
图题 3.2

3.3 用叠加定理求如图题 3.3 所示电路中的 i_1, i_2, u 。



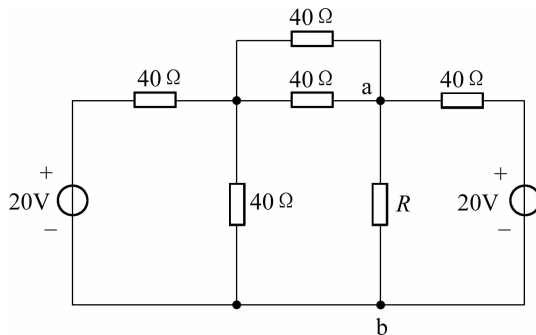
图题 3.3

3.4 在如图题 3.4 所示的电路中,电阻 R 所获得的最大功率是多少?电路传输的效率为多少?



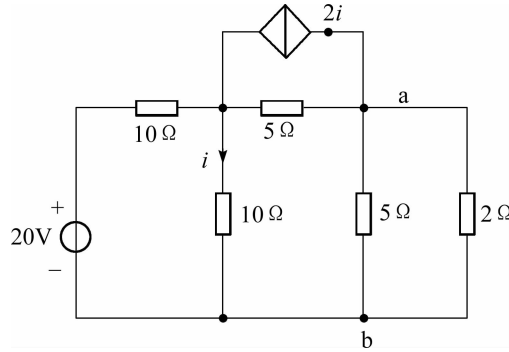
图题 3.4

3.5 如图题 3.5 所示,当电阻 R 为多大时,它所吸收的功率最大?并求该最大功率。



图题 3.5

3.6 应用诺顿定理求如图题 3.6 所示电路中 2Ω 电阻的功率。

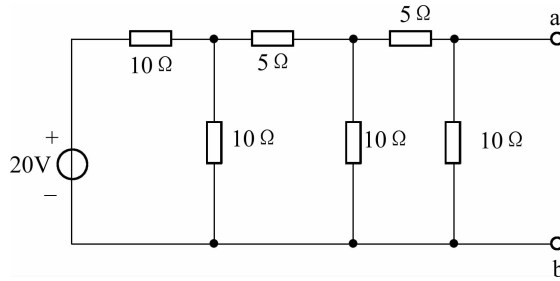


图题 3.6

3.7 试证明:对于含源二端口网络,戴维宁等效电阻等于二端口网络开路电压与短路电流之比。即

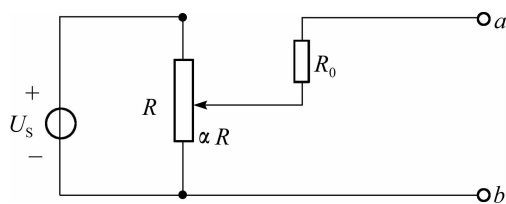
$$R_{eq} = \frac{u_{oc}}{i_{sc}}$$

3.8 求如图题 3.8 所示电路 ab 端口的戴维南等效电路。



图题 3.8

3.9 求如图题 3.9 所示分压器的等效戴维南电路。



图题 3.9