

# 第一章 集 合

## 第一节 集合的概念

### 一、主要内容

本节主要学习有关集合的一些基本概念.

(1) **集合**: 由某些指定的对象集在一起所组成的整体就叫作集合, 简称集.

(2) **元素**: 组成集合的每个对象称为元素.

(3) **空集**: 不含任何元素的集合叫作空集.

(4) **有限集、无限集**: 含有有限个元素的集合叫作有限集; 含有无限个元素的集合叫作无限集.

(5) **数集**: 由数所组成的集合称作数集.

**自然数集**: 所有非负整数所组成的集合叫作自然数集, 记作  $\mathbf{N}$ .

**正整数集**: 所有正整数所组成的集合叫作正整数集, 记作  $\mathbf{N}^*$ .

**整数集**: 所有整数组成的集合叫作整数集, 记作  $\mathbf{Z}$ .

**有理数集**: 所有有理数组成的集合叫作有理数集, 记作  $\mathbf{Q}$ .

**实数集**: 所有实数组成的集合叫作实数集, 记作  $\mathbf{R}$ .

### 二、巩固训练

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1)  $0 \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$ ;

(2)  $3.14 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$ ;

(3)  $\pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$ ;

(4)  $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$ ;

(5)  $a \underline{\hspace{1cm}} \{a, b, c\}$ ;

(6)  $3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$ ;

(7)  $\frac{2}{3}$  \_\_\_\_  $\mathbf{N}^*$  ;

(8)  $\sqrt{5}$  \_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .

2. 下列集合中哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

(1)  $\{x \mid x^2=1, x \in \mathbf{R}\}$  ;

(2)  $\{x \mid x>1, x \in \mathbf{R}\}$  ;

(3)  $\{(x, y) \mid y=2x, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$  ;

(4)  $\{x \mid |x|<0, x \in \mathbf{R}\}$  ;

(5)  $\{x \mid x^2-x-2=0, x \in \mathbf{R}\}$ .

3. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 在自然数中, 小于 10 的所有偶数组成的集合;

(2) 方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的解集;

(3) 绝对值小于 5 的所有实数组成的集合;

(4) 大于 -1 小于 1 的所有实数组成的集合.

### 三、自我检测

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1)  $0$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;            (2)  $1$  \_\_\_\_\_  $\{1\}$ ;            (3)  $3.14$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;

(4)  $\{0\}$  \_\_\_\_\_  $\emptyset$ ;            (5)  $2$  \_\_\_\_\_  $\{x \mid x^2 + 4 = 0\}$ ;

(6)  $-2$  \_\_\_\_\_  $\{x \mid |x| - 2 = 0\}$ .

2. 分别指出下列集合中哪些是空集、有限集、无限集?

(1)  $\{x \mid x^2 - 2x - 8 = 0\}$ ;            (2)  $\{x \mid |x - 4| < 0\}$ ;

(3)  $\{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ;            (4)  $\{(x, y) \mid y = x - 1\}$ .

3. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 大于 11 且小于 21 的偶数组成的集合;

(2)绝对值大于 10 的所有实数组成的集合；

(3)方程  $x^2 - 6x - 7 = 0$  的解集；

(4)不小于 15 且不大于 20 的实数组成的集合；

(5)由大于 0 而小于 10 的偶数组成的集合；

(6)绝对值小于 6 的所有实数组成的集合；

(7)不等式  $3x+6<0$  的解集.

4. 用列举法表示下列集合：

(1)  $\{x \mid x^2 - x = 0\}$ ;

(2) 由大于 0 而小于 10 的奇数组成的集合；

5. 用描述法表示集合  $P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ .

6. 已知 1 是由  $|a+1|, a+2$  组成的集合中的元素, 求实数  $a$  的值.

7. 已知集合  $A = \{0, 1, a-3\}$ , 求由  $a$  的取值组成的集合.

## 第二节 集合之间的关系

### 一、主要内容

本节主要学习子集和真子集的基本概念.

(1) **子集**: 如果集合  $A$  中的任意一个元素都是集合  $B$  的元素, 那么集合  $A$  就叫作集合  $B$  的**子集**, 记作  $A \subseteq B$  或  $B \supseteq A$ .

(2) **真子集**: 如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集, 且集合  $B$  中至少有一个元素不属于集合  $A$ , 那么集合  $A$  叫作集合  $B$  的**真子集**, 记作  $A \subsetneq B$  或  $B \supsetneq A$ .



## 二、巩固训练

1. 用符号“ $\subsetneq$ ”“ $\supsetneq$ ”“ $=$ ”填空：

(1)  $\emptyset$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{0\}$ ;

(2)  $\{x \mid x > 1\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{2, 4, 6\}$ ;

(3)  $\{x \mid x^2 - 8x + 15 = 0, x \in \mathbf{R}\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{3, 5\}$ ;

(4)  $\{a, b, c\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{c, b, a\}$ .

2. 写出集合  $\{-3, -1, 1, 3\}$  的所有子集, 并指出哪些是真子集.

## 三、自我检测

1. 用适当的符号 ( $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $=$ ) 填空：

(1)  $3$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{(2, 3)\}$ ;

(2)  $\{1, 2, 3, 5, 6\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{Z}$ ;

(3)  $\pi$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{Q}$ ;

(4)  $6$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{x \mid 2 \leq x < 6\}$ ;

(5)  $-2$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{-2, -4\}$ ;

(6)  $\{-3, 3\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{x \mid x^2 = 9\}$ .

2. 写出集合  $\{x \mid x^2 - 3x - 10 = 0\}$  所有子集和真子集.

3. 写出集合  $\{x \mid x^2 - 2x - 8 = 0\}$  所有子集, 并指出其中的真子集.

4. 判断集合  $A$  与集合  $B$  之间的关系:

(1)  $A = \{0, 1, 2\}, B = \{x \mid -1 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\};$

(2)  $A = \{(x, y) \mid 3x - y = 0\}, B = \{(0, 0), (2, 6)\};$

$$(3) A = \{0, 1\}, B = \{x \mid x - 1 = 0\};$$

$$(4) A = \{(x, y) \mid x + y = 1\}, B = \{(2, -1), (0, 1)\}.$$

5. 已知集合  $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$ ,  $B = \{1, n, n^2\}$ , 其中,  $m, n \in \mathbf{R}$ , 若  $A = B$ , 求  $m, n$  的值.

6. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 + bx + c = 0\} = \{1, 2\}$ , 求实数  $b, c$  的值.

7. 已知集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ , 集合  $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$ , 求集合  $B$ , 并判断集合  $A$  与集合  $B$  之间的关系.

8. 若集合  $A = \{1, 4, x\}$ ,  $B = \{1, x^2\}$ , 且  $B \subseteq A$ , 求实数  $x$  的值.

### 第三节 集合的运算

#### 一、主要内容

本节主要掌握交集、并集和补集的概念及相关运算.

##### 1. 基本概念

(1)**交集**:对于给定的两个集合  $A, B$ ,由既属于  $A$  又属于  $B$  的所有共同元素构成的集合叫作集合  $A$  与  $B$  的**交集**,记作  $A \cap B$ .

(2)**并集**:对于给定的两个集合  $A, B$ ,由集合  $A$  和集合  $B$  的所有元素组成的集合叫作集合  $A$  和集合  $B$  的**并集**,记作  $A \cup B$ .

(3)**补集**:如果给定某一集合  $A$  是全集  $U$  的一个子集,则  $U$  中不属于  $A$  的所有元素组成的集合叫作  $A$  在全集  $U$  中的**补集**,记作  $\complement_U A$ .

##### 2. 重要公式

(1)根据并集的定义,对于任意两个集合  $A, B$ ,都有

$$A \cup B = B \cup A;$$

$$A \cup A = A, A \cup \emptyset = A;$$

$$A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B.$$

(2)根据补集的定义,对于任意集合  $A$ ,都有

$$A \cup \complement_U A = U, A \cap \complement_U A = \emptyset, \complement_U(\complement_U A) = A.$$

#### 二、巩固训练

1. 在每小题的空格上填上合适的集合:

(1)  $Q \cup R =$  \_\_\_\_\_,  $N \cup Z =$  \_\_\_\_\_;

(2) 已知集合  $A = \{1, 2, 4, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_,  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_;

(3) 已知全集  $U = \{\text{小于 } 10 \text{ 的所有自然数}\}$ , 集合  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_;

(4) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid -5 \leq x < 8\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.

2. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x < 0\}$ ,  $B = \{x \mid -3 \leq x < 5\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, \complement_U A, \complement_U B, (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .

3. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 5\}$ , 集合  $A = \{1, |m-3|, 5\}$ ,  $\complement_U A = \{3\}$ , 求  $m$  的值.

### 三、自我检测

1. 填空题:

(1) 设  $A = \{(x, y) \mid y = 2x - 3\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid y = 3x - 2\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

(2) 设集合  $A = \{2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ ,  $C = \{2, 3, 4\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$  \_\_\_\_\_.

(3) 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 集合  $A = \{2, 4, 6\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.

(4) 设全集为  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid -3 < x < 4\}$ , 则  $\complement_{\mathbf{R}} A =$  \_\_\_\_\_.

2. 选择题:

(1) 集合  $\{b, c, d\}$  含有元素  $b$  的子集有( )个.

A. 2                      B. 4                      C. 6                      D. 8

(2) 如果  $A = \{x | x^2 - 16 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$ .

A. 4                      B.  $\{4\}$                       C.  $\emptyset$                       D.  $\{-4, -1, 4\}$

(3) 如果  $A = \{x | -2 < x \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x < -1\}$ , 则  $A \cup B = ( \quad )$ .

A.  $\{x | x < -2\}$                       B.  $\{x | x \geq -1\}$   
 C.  $\{x | x \leq 0\}$                       D.  $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x > 0\}$

(4) 设全集为  $\mathbf{Z}$ , 集合  $A = \{\text{偶数}\}$ ,  $B = \{\text{奇数}\}$ , 则(     ).

A.  $A \subseteq B$                       B.  $A \cup B = \mathbf{Z}$                       C.  $A \supseteq B$                       D.  $A = B$

3. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x \leq 1\}$ , 求  $\complement_U A$ ,  $\complement_U B$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ .

4. 若集合  $A = \{2, 3, a^2 + 4a + 2\}$ ,  $B = \{0, 7, 2 - a, a^2 + 4a - 2\}$ , 且  $A \cap B = \{3, 7\}$ , 求  $a$  的值及  $A \cup B$ .

5. 已知集合  $A = \{-1, 1\}$ ,  $B = \{x \mid mx = 1\}$ , 且  $A \cup B = A$ , 求  $m$  的值.

6. 设全集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ , 若集合  $A = \{b, 2\}$ ,  $\complement_U B = \{5\}$ , 求实数  $a, b$  的值.

7. 设全集  $U = \{\text{小于9的正整数}\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , 求  $A \cup B, \complement_U(A \cup B)$ .



8. 设集合  $A = \{x | x^2 + mx + n = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - mx - 2n = 0\}$ , 若  $A \cap B = \{1\}$ , 求实数  $m, n$  的值以及  $A \cup B$ .

## 第四节 逻辑关系

### 一、主要内容

(1) 用语言、符号或式子表达的, 可以判断真假的陈述句称为命题. 判断为真的语句称为真命题; 判断为假的语句称为假命题.

(2) 如果原命题为“若  $p$ , 则  $q$ ”, 那么它的逆命题为“若  $q$ , 则  $p$ ”; 否命题为“ $\neg p$ , 则  $\neg q$ ”; 逆否命题为“若  $\neg q$ , 则  $\neg p$ ”.

(3) 如果两个命题互为逆否命题, 那么它们具有相同的真假性(即同为真命题或同为假命题); 如果两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性没有关系.

也就是说, 如果原命题为真, 它的逆否命题一定为真, 而它的逆命题和否命题不一定为真, 但逆命题和否命题之间具有相同的可能性.

(4) “ $p$  且  $q$ ”记作“ $p \wedge q$ ”.

当  $p, q$  都是真命题时,  $p \wedge q$  是真命题; 当  $p, q$  两个命题中有一个命题是假命题时,  $p \wedge q$  是假命题.

(5) “ $p$  或  $q$ ”记作“ $p \vee q$ ”.

当  $p, q$  两个命题中有一个命题是真命题时,  $p \vee q$  是真命题; 当  $p, q$  两个命题都是假命题时,  $p \vee q$  是假命题.

(6) “非  $p$ ”即  $p$  的否定, 记作“ $\neg p$ ”.

若  $p$  是真命题, 则  $\neg p$  必是假命题; 若  $p$  是假命题, 则  $\neg p$  必是真命题.

(7) **充分条件**: 如果由条件  $p$  成立可推出结论  $q$  成立, 则说条件  $p$  是结论  $q$  的充分条件, 记作“ $p \Rightarrow q$ ”.

(8) **必要条件**: 如果由结论  $q$  成立可推出条件  $p$  成立, 则说条件  $p$  是结论  $q$  的必要条件, 记作“ $q \Rightarrow p$ (或  $p \Leftarrow q$ )”.

(9) **充要条件**: 如果  $p \Rightarrow q$ , 且  $p \Leftarrow q$ , 那么  $p$  是  $q$  的充分且必要条件, 简称充要条件, 记作“ $p \Leftrightarrow q$ ”.

## 二、巩固训练

1. 用符号“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”“ $\Leftrightarrow$ ”填空:

(1)  $a=0$  \_\_\_\_  $ab=0$ ;

(2)  $|a|=0$  \_\_\_\_  $a=0$ ;

(3)  $xy=0$  \_\_\_\_  $x^2+y^2=0$ ;

(4)  $\triangle ABC$  为等边三角形 \_\_\_\_  $\triangle ABC$  的每个内角都是  $60^\circ$ ;

(5)  $A \cap B = A$  \_\_\_\_  $A \subseteq B$ ;

(6)  $a \in \mathbf{Q}$  \_\_\_\_  $a \in \mathbf{R}$ .

2. 判断下列语句是不是命题? 若是命题, 它是真命题还是假命题?

(1) 交集与子集;

(2) 若整数  $m$  是质数, 则  $m$  是奇数;

(3)  $7 < x < 15$ ;

(4)  $\sqrt{(-1)^2} = 1$ ;

(5) 等边三角形有一个角是  $60^\circ$  或两个角是  $45^\circ$ ;

(6)  $107 \geq 107$ ;

(7) 方程  $x^2+1=0$  没有实数根或只有一个实数根;

(8) 3 是 18 且是 25 的约数.

3. 将下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断其真假:

- (1) 能被 2 整除的数是偶数;
- (2) 四边形的对角线互相垂直;
- (3) 空集是任何集合的子集.

4. 将命题“有两个角是  $45^\circ$  的三角形是直角三角形”改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并写出它的逆命题、否命题和逆否命题, 然后判断它们的真假.

5. 写出命题“若  $mn=0$ , 则  $m, n$  中至少有一个为零”的逆否命题, 并判断原命题和逆否命题的真假.

6. 已知  $p$  为“平行四边形的对角线互相平分”,  $q$  为“平行四边形的对角线互相垂直”, 请将它们改写成“ $p$  且  $q$ ”“ $p$  或  $q$ ”“非  $p$ ”的形式, 并判断新命题的真假.

7. 写出下列命题的否定,并判断它们的真假:

(1)  $3+5<9$ ;

(2)  $-7$  是方程  $x^2+5x-14=0$  的根;

(3)  $2n+1 (n \in \mathbf{Z})$  是奇数;

(4)  $12$  是  $3$  的倍数.

### 三、自我检测

1. 选择题:

(1) 下列语句中不是命题的是( ).

A.  $2+4<7$

B. 三角形的内角和是  $180^\circ$  吗?

C.  $\sqrt{2}$  是有理数

D. 对所有的  $x \in \mathbf{Z}, x > 0$

(2) 下列命题中正确的是( ).

A. 所有的直角三角形都相似

B. 负数没有立方根

C. 所有自然数都是整数

D. 任何数的绝对值都是正数

(3) 已知命题  $p \wedge q$  为假, “ $\neg p$ ”为真, 则以下说法正确的是( ).

A.  $q$  为假

B.  $q$  为真

C.  $p$  或  $q$  为真

D.  $p$  或  $q$  不一定为真

2. 将下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并写出它的逆命题、否命题和逆否命题, 然后判断它们的真假.

(1) 菱形的对角线相等;

(2) 奇数的平方是偶数;

(3) 线段的垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等;

(4) 平行于同一直线的两条直线互相平行.

3. 已知命题“若方程  $x^2 + q = 0$  有实数根, 则  $q \leq 0$ ”, 写出该命题的逆命题、否命题和逆否命题, 然后判断它们的真假.

4. 根据原命题与逆否命题的真假性之间的关系,证明:若  $a^2 + b^2 = 0$ , 则  $a = b = 0$ .

5. 设  $p$ : 实数  $x$  满足  $1 < x < 3$ ,  $q$ : 实数  $x$  满足  $-2 \leq x \leq 3$ . 若 “ $p \wedge q$ ” 为真, 求实数  $x$  的取值范围.

6. 写出下列命题的否定,并判断它们的真假:

(1)0 不是自然数;

(2) $75^\circ$ 是锐角;

(3)2 是 9 的约数;

(4) $\pi < 3$ .

7. 指出下列各组条件与结论中,条件  $p$  是结论  $q$  的什么条件.

(1) $p: a > b > 0, q: |a| > |b|$ .

(2) $p: a + b > 6, q: a > 2, b > 4$ .



$$(3) p: a=5, b=3, q: (a-5)^2 + (b-3)^2 = 0.$$

## 第五节 全称量词与存在量词

### 一、主要内容

(1)“对所有的”“对任意一个”等短语在逻辑中通常称为全称量词,并用符号“ $\forall$ ”表示.含有全称量词的命题,称为全称命题.

全称命题“对  $M$  中任意一个  $x$ ,有  $p(x)$  成立”可用符号简记为“ $\forall x \in M, p(x)$ ”,读作“对任意  $x$  属于  $M$ ,有  $p(x)$  成立”.

(2)“存在一个”“至少有一个”等短语在逻辑中通常称为存在量词,并用符号“ $\exists$ ”表示.含有存在量词的命题,称为特称命题.

特称命题“存在  $M$  中的一个  $x_0$ ,使  $p(x_0)$  成立”可用符号简记为“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”,读作“存在一个  $x_0$  属于  $M$ ,使  $p(x_0)$  成立”.

(3)含有一个量词的全称命题的否定:

“ $\forall x \in M, p(x)$ ”的否定为“ $\exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$ ”.

(4)含有一个量词的特称命题的否定:

“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”的否定为“ $\forall x \in M, \neg p(x)$ ”.

## 二、巩固训练

1. 判断下列命题是全称命题还是特称命题,并判断它们的真假:

- (1)所有的四边形都是正方形;
- (2)有些自然数大于  $\pi$ ;
- (3)对每一个负数  $x$ ,  $x^3$  也是负数;
- (4)有一个实数  $x_0$ ,使  $x_0^2 + 2x_0 + 2 = 0$ .

2. 判断下列命题的真假:

- (1)  $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 4x + 4 > 0$ ;
- (2)  $\exists x_0 \in \mathbf{Z}, x_0^2 = 11$ ;
- (3)所有的偶数是整数;
- (4)有些整数小于零.

3. 写出下列命题的否定:

(1) 所有的奇数都是正数;

(2)  $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - 7x_0 + 12 > 0$ ;

(3) 有的三角形是等边三角形;

(4) 所有能被 2 整除的整数都是偶数.

### 三、自我检测

1. 选择题:

(1) 给出下面四个命题:

①  $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 > x$ ; ②  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 > 0$ ; ③  $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^3 < 1$ ; ④  $\exists x_0 \in \mathbf{Q}, x_0^3 = 2$ .

其中是真命题的有( )个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

(2) 命题“所有自然数的平方都是正数”的否定为( ).

A. 所有自然数的平方都不是正数

B. 有的自然数的平方是正数

C. 至少有一个自然数的平方是正数

D. 至少有一个自然数的平方不是正数

2. 已知一次函数  $y = kx + 1$ , 且  $\forall x \in [0, 1], y \leq 1$  成立, 求实数  $k$  的取值范围.

3. 判断下列命题是全称命题还是特称命题, 并判断其真假:

- (1) 有些三角形相似;
- (2) 平行四边形的内角和为  $180^\circ$ ;
- (3) 有的正整数的平方根比原数要大;
- (4) 任何自然数的绝对值都等于其本身.

4. 判断下列命题的真假:

(1) 等边三角形都是直角三角形;

(2)  $\forall n \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{Q}$ ;

(3)  $|x_0| > x_0^2$ ;

(4) 等腰梯形的对角线相等.

5. 判断下列命题的真假, 并写出这些命题的否定:

(1)  $\forall x \in \mathbf{Q}, x^2 - 3 \neq 0$ ;

(2)  $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| = 0$ ;

(3) 每个一次函数的图像都与  $x$  轴相交;

(4)  $\forall x \in \mathbf{N}, \sqrt{x} > 0$ .

## 单元自测题

### 一、填空题

1. 已知集合  $A = \{x \mid x < -1\}$ ,  $B = \{x \mid x < 5\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x \leq -2\}$ ,  $B = \{x \mid 0 \leq x < 10\}$ , 则  $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解集可表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 方程组  $\begin{cases} 2x - 3y = -5, \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$  的解集为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 已知全集为  $U$ , 集合  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $\complement_U A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ,  $\complement_U B = \{0, 1, 2, 8\}$ , 则集合  $B = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B$  满足  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ , 则符合条件的集合  $B$  有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个.

### 二、选择题

1. 集合  $\{a, b, c\}$  的真子集共有( ).  
 A. 5 个  
 B. 6 个  
 C. 7 个  
 D. 8 个
2. 设集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ,  $B = \{0\}$ , 则下列关系中正确的是( ).  
 A.  $B \in A$   
 B.  $B$  为  $\emptyset$   
 C.  $B \ni A$   
 D.  $B \subseteq A$
3. 下列关系中正确的是( ).  
 A.  $a \subseteq \{a, b, c\}$   
 B.  $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$   
 C.  $\{a\} \in \{a, b, c\}$   
 D.  $\{a, b, c\} = \{a, b, c\}$
4. 已知集合  $A = \{(x, y) \mid 3x - 2y + 1 = 0\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid 2x + 3y - 8 = 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
 A.  $\emptyset$   
 B.  $\{(1, 2)\}$   
 C.  $(1, 2)$   
 D.  $\{1, 2\}$

5. 下列叙述中不正确的有( )个.

①  $\emptyset \in \{0\}$ ;

② 若集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 2, 1\}$ , 则  $A \neq B$ ;

③ 空集是任意一个集合的真子集.

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

6. 已知  $p: x > 5$ ,  $q: |x| > 5$ , 则( ).

A.  $p$  是  $q$  的充分非必要条件

B.  $p$  是  $q$  的必要非充分条件

C.  $p$  是  $q$  的充要条件

D.  $p$  既不是  $q$  的充分条件, 也不是  $q$  的必要条件

7. 实数  $x, y$  满足  $|x| - |y| = 0$  的充要条件是( ).

A.  $x = y$

B.  $x^2 = y^2$

C.  $x = -y$

D.  $x = 0, y = 0$

8. 已知集合  $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid x > a\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围为( ).

A.  $a < -1$

B.  $a > 3$

C.  $-1 < a < 3$

D.  $a < 3$

9. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 集合  $A = \{2, 4, 6\}$ , 集合  $B = \{1, 3, 5\}$ , 则  $\complement_U A \cup B =$ ( ).

A.  $\emptyset$

B.  $U$

C.  $A$

D.  $B$

10. 如果集合  $A = \{x \mid x < 1\}$ , 则下列正确的是( ).

A.  $\emptyset \in A$

B.  $0 \subseteq A$

C.  $\{0\} \in A$

D.  $\{0\} \subseteq A$

### 三、解答题

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ , 试写出  $A \cap B$  的所有子集, 并指出其中的真子集.

2. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid 0 \leq x < 5\}$ , 试求  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $\complement_U A$ ,  $\complement_U B$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ .



3. 试判断集合  $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$  与集合  $B = \{x \mid |x| - 2 = 0\}$  的关系.