第二章　不　等　式

一、教学要求

不等式是初等数学的重点内容，它具有广泛、变换灵活的特点，是研究数量大小关系的必备知识，与中学数学的分支内容都有密切的联系，同时它也是学习高等数学的基础和工具.

<table>
<tr><th>本章内容</th><th>认知要求</th><th>说　明</th></tr>
<tr><td>第一节　不等式的概念与性质</td><td>理解不等式的基本性质</td><td rowspan="6">(1)注意与初中不等式内容的衔接，在复习的基础上进行新知识的教学
(2)通过对一元二次不等式的讲授，培养学生的计算技能
(3)重点是一元二次不等式的解法</td></tr>
<tr><td>第二节　区间</td><td>掌握区间的概念</td></tr>
<tr><td>第三节　一元二次不等式及解法</td><td>掌握一元二次不等式及解法</td></tr>
<tr><td>第四节　分式不等式和绝对值不等式</td><td>了解含分式和绝对值的不等式的解法</td></tr>
<tr><td>第五节　线性规划的有关概念</td><td>理解线性规划问题的有关概念</td></tr>
<tr><td>*第六节　二元线性规划问题的解法</td><td>理解解线性规划问题的图解法和表格法</td></tr>
</table>

二、教材说明

本章主要从回顾初中所学的不等式出发，从比较两个实数的大小入手，进一步学习不等式的基本性质，结合不等式的实际应用问题，体验数学知识的应用. 首先结合不等式的数轴表示，建立了区间的概念，将集合和区间有机地结合起来. 接着介绍了一元二次不等式的图像解法. 并在此基础上了介绍了含有分式和绝对值的不等式的解法. 最后介绍了线性规划的基本概念和两个常用的求解方法——图解法和表格法.

本章教材共分六节：

第一节　不等式的概念与性质

本节通过对不等式的概念、比较两个实数大小的介绍与回顾，使学生理解不等式的三个基本性质，并应用它们研究不等关系.

第二节　区间

本节结合不等式解集的数轴表示，介绍了区间的概念，通过对几种不等式解集的研究，使学生掌握开区间、闭区间、左半开区间与右半开区间的概念.

第三节　一元二次不等式及解法

本节回顾了一次函数、一元一次方程与一元一次不等式的关系，回顾并研究了一元二次函数的图像特征，介绍了一元二次不等式的图像解法.

第四节　分式不等式和绝对值不等式

本节在第三节内容的基础上，使学生了解含分式和绝对值的不等式的解法. 教学重点是通过应用“变量替换”方法，使学生了解不等式 $|ax+b|<c$ 和 $|ax+b|>c$ 的解法.

第五节　线性规划的有关概念

本节通过两个问题，引出线性规划问题的有关概念，对照问题进行概念的介绍，再用两个类似的例子来强化新知识.

*第六节　二元线性规划问题的解法

本节通过具体例子，用作图的方法介绍了二元一次不等式所表示的平面区域，随后给出了求解二元线性规划问题的方法——图解法和表格法.

三、本章的重点、难点

1. 本章的重点

(1)区间的概念和用区间表示数集的方法.

(2)一元二次不等式的图像解法.

(3)理解线性规划问题的有关概念，能对简单的实际问题进行分析并建立线性规划模型.

2.本章的难点

(1)用区间表示数集的方法.

(2)一元二次不等式的图像解法.

(3)含绝对值的不等式的解法.

(4)针对实际问题建立线性规划模型.

(5)用表格法解线性规划问题.

四、教学内容及课时安排建议

1.本章教学内容的结构框图

本章教学内容的结构框如图2-1所示.

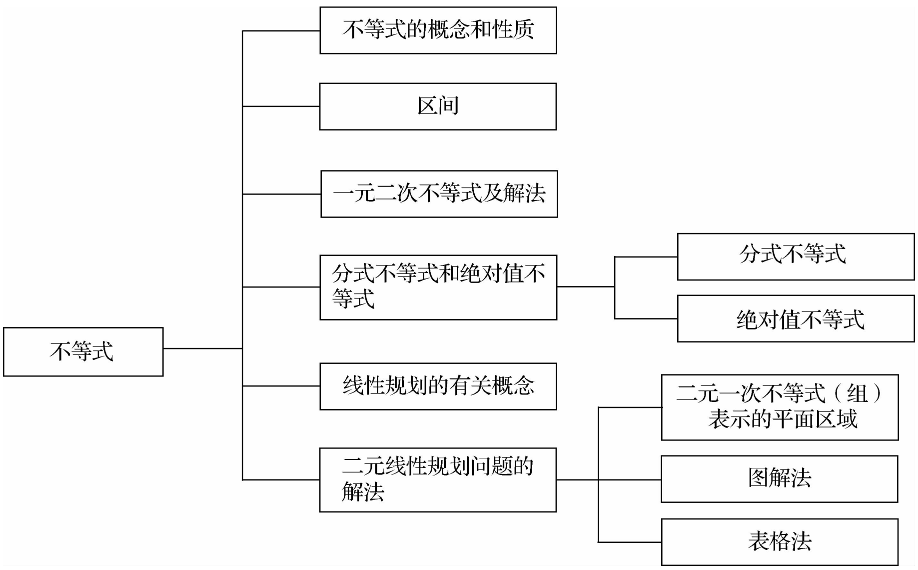

图2-1

2.本章课时安排建议

本章总共建议安排12课时,具体分配建议如下(仅供参考):

第一节	不等式的概念与性质	约1课时
第二节	区间	约2课时

第三节　一元二次不等式及解法　　约 2 课时

第四节　分式不等式和绝对值不等式　　约 2 课时

第五节　线性规划的有关概念　　约 2 课时

*第六节　二元线性规划问题的解法　　约 2 课时

练习题与复习题　　约 1 课时

五、教学建议

第一节　不等式的概念与性质

1. 本节主要内容是比较实数大小的方法与不等式的基本性质，教学重点是不等式的基本性质，通过对不等式关系实际应用问题的研究，培养学生分析与解决问题的能力.

2. 本节回顾了初中学习过的不等式的知识给出了不等式的概念：用不等号（$>$，$\geqslant$，$<$，$\leqslant$，$\neq$）连接两个代数式所成的式子叫作不等式. 并通过例 1 进行了说明.

3. 例 2 是比较代数式的大小，由于不是具体数字，故判断差的符号需要一定的技巧，最常用的方法是先将代数式的差进行因式分解，然后根据乘法的符号来进行判断. 这种方法体现出较高的要求，因此本例题属于标有星号的较高要求题目，根据学生的情况进行选用，教学中不再进行拓展.（建议教师讲完“实数大小的比较后”再讲解例 2.）

4. 本节通过实例介绍差值比较的作用，引出比较两个实数大小的方法. 教材通过例 3，一方面巩固这种方法，另一方面复习分数的运算，做好补习衔接.

5. 本节在以上内容的基础上给出了不等式的三条基本性质，并对基本性质给出了证明.

性质 1（传递性）　如果 $a>b$，且 $b>c$，则 $a>c$.

性质 2（可加性）　如果 $a>b$，则 $a+c>b+c$.

性质3(可乘性)　　如果 $a>b$，$c>0$，则 $ac>bc$；如果 $a>b$，$c<0$，则 $ac<bc$.

6.例4是不等式性质的基本应用，是解不等式的基础.教学时可以通过不等式来强化知识.例5是利用不等式的性质证明推论，属于较高的要求.

7.例6是不等关系的实际应用问题.通过“设未知数，列出不等式，应用性质解出不等式”一系列解决问题的过程，让学生体验数学知识的实际应用，培养其分析与解决问题的能力.

第二节　区间

1.本节主要内容是区间的概念及各种区间的应用.教学重点是区间的概念，难点是区间“是否包含端点”，目的是通过数形结合的方法让学生认识区间，培养学生的观察能力.

2.本节依照由浅入深的原则，分为“有限区间”与“无限区间”两部分来进行知识介绍.

3.本节通过观察实数集的数轴表示，引出区间的概念，用区间表示集合.这不是集合的第3种表示法，而是描述法的一种特例，具有简单、直观、方便的特点.区间是数轴上两点间(介于两个实数之间)的一切实数所组成的集合.在本教材中，可用区间表示的集合，一般都用区间来表示.特别是不等式的解集合利用不等式表示的集合，都要用区间来表示.

4.一般地，设 a，b 是两个实数，且 $a<b$，则表示集合 $\{x|a<x<b\}$ 的符号 (a,b) 叫作开区间(见图2-2)，即 $\{x|a<x<b\}=(a,b)$.其中，a 叫作区间 (a,b) 的左端点，b 叫作区间 (a,b) 的右端点.开区间是学习各种区间的基础，讲授时要结合不等式的数轴表示，讲清楚开区间 (a,b) 是表示集合 $\{x|a<x<b\}$ 的一个符号，与数轴上一段不包括端点的线段相对应，要强调不包括端点.

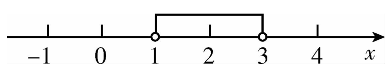

图 2-2

5. 与开区间比较对照来介绍闭区间(见图2-3)、右半开区间和左半开区间，讲授时要突出强调“包含端点用中括号，不包含端点用小括号”.

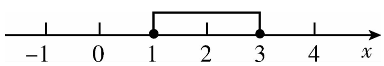

图 2-3

6. 例1是用区间表示的集合运算的知识，一方面巩固集合的运算知识，另一方面巩固开区间的知识.

7. 无限区间是指只有左端点或右端点，而没有右端点或左端点的区间(见图2-4)，通常用∞表示. 注意∞只是一个符号，要结合数轴，讲清楚“$-\infty$”与“$+\infty$”的意义，从而介绍相关的区间，$(-\infty, +\infty)$不能颠倒顺序，是因为区间中左边的数要小于右边的数，与它们在数轴上的顺序相同；并且这个区间不能用中括号表示，因为“正无穷大”与“正无穷小”都不代表一个具体的数，区间无法包含端点.

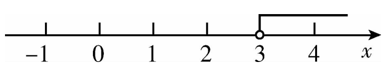

图 2-4

8. 例2是用区间表示集合运算的巩固性练习，教师要指导学生画出两个集合的数轴表示，通过观察图形得到结论，要结合例题，强调端点的归属问题.

第三节　一元二次不等式及解法

1. 本节主要内容是一元二次不等式. 教学重点是不等式的图像解法，难点是图像解法的正确使用，目的是通过本节内容的讲授，培养学生的观察能力和计算能力.

2. 教材从复习一次函数、一元一次方程与一元一次不等式的关系入手，明晰三者之间的关系，为利用二次函数图像研究一元二次不等式奠定基础.

3. 当二项式系数为负数时，不等式两边同时乘以-1，就可以将二项式系数化为正数，因此为了研究方便起见，教材首先研究$a>0$时，$ax^2+bx+c>0(\geqslant 0)$或

$ax^2+bx+c<0(\leqslant 0)$的两个不等式的解集情况，

解一元二次不等式，一般可以分成两步：

第一步：画出相应二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像简图.

第二步：观察图像(见图 2-5)，得出不等式的解集.

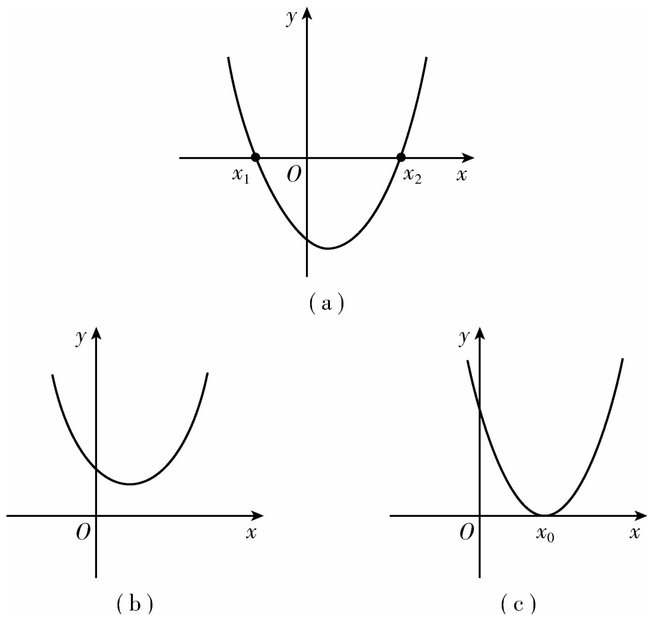

图 2-5

教师可以根据学生的具体情况，决定是否需要对一元二次函数的图像、解一元二次方程等知识进行补习，但至少要进行复习回顾，考虑到这些内容是学生初中三年级学过的知识，教材中没有写出作图过程，教师可以带领学生用“描点法”做出一元二次函数的图像，也可以利用绘图软件(如几何画板等).

4. 例 1～例 4 是解一元二次不等式的知识巩固性题目. 例 1 是对应方程有两个不同解的情况，解出方程，直接写出解集；例 3 则需要先利用不等式的性质进行转化. 例 2 和例 4 则是一元二次不等式在判别式计算时的应用，注意判别式不小于 0 和大于 0 的区别.

第四节　分式不等式和绝对值不等式

1. 本节的主要内容是分式不等式和含绝对值的不等式. 教学重点是求解不等式$|ax+b|>c$与$|ax+b|<c(c>0)$,难点是“变量替换”思想的理解与应用,目的是通过本节内容的讲授,培养学生的计算技能与数学思维能力.

2. 分式不等式是指在不等式中含有分式. 在进行求解分式不等式时将其转化为不等式组的形式求解.

3. 例1和例2是分式不等式的基本练习,教师在讲解时要按照教材中的解题步骤进行. 尤其要注意例2这类不等式的右边不为0的情况,在进行转化前,应先进行移项,然后进行求解.

4. 通过对绝对值的几何意义的复习,观察数轴得到$|x|<a(a>0)\Leftrightarrow -a<x<a$与$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow x<-a$或$x>a$,这种类型不等式的解,如图2-6所示.

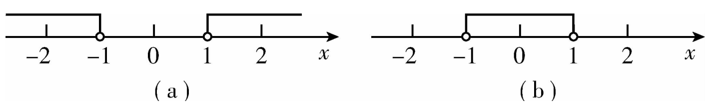

图 2-6

5. 例3是绝对值不等式的基本练习,教师在讲解时需要提醒学生要将给定的不等式转化为$|x|>a$或$|x|<a(\mathrm{a}>0)$的形式,然后求解,解集要用区间表示.

6. 在不等式$|x|>a$或$|x|<a(\mathrm{a}>0)$的基础上,通过不等式$|2x+1|<1$来提出问题,进而推导出$|ax+b|>c$或$|ax+b|<c(\mathrm{c}>0)$不等式的解集. 注意:教师在讲授时,一定要先写出变量替换过程,学生理解后再省略.

7. 例4是$|ax+b|>c(c>0)$型不等式解法的练习,教师指导学生利用绝对值不等式$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow x<-a$或$x>a$,将$|ax+b|>c$型转换为$ax+b>c$或$ax+b<-c$,解此不等式组,就得到原不等式的解集,例5是$|ax+b|<c(c>0)$型不等式解法的练习,教师在讲解时要按照教材的解题步骤进行. 要强调解集的表

现形式,用区间表示集合.

第五节　线性规划的有关概念

1. 本节主要内容是线性规划的有关概念. 教学重点是线性规划的基本概念,难点是建立线性规划模型.

2. 通过两个引例,引出线性规划的基本概念:决策变量、约束条件和目标函数,以及线性规划的可行解、可行域和最优解. 在此基础上,要让学生初步建立起数学模型的概念,教师要向学生归纳建立线性规划模型的一般方法:确定决策变量—写出目标函数—写出约束条件—根据问题确定是求满足约束条件的目标函数的最大值还是最小值.

3. 在讲解内容时,要注意对以表格的形式表示各种已知条件的含义的讲解,让学生逐步养成用表格来表示问题中各种量之间的关系,从而在建立约束条件和目标函数时能一目了然.

4. 例 1 和例 2 是用线性规划方法解决实际问题的应用. 建立数学模型按照一般方法即可. 需要注意的是,在这两个例题中,我们会想到产品的产品不能为小数,但在教材中并未提及决策变量为整数,只是简单地要求为非负而已,这主要是考虑到便于讲解(如讲可行域),学生便于接受.

* 第六节　二元线性规划问题的解法

1. 本节主要内容是二元线性规划问题的解法,重点是二元一次不等式(组)表示的平面区域及二元线性规划问题的解法:图解法和表格法. 教学难点是图解法和表格法.

2. 本节在讲解图解法和表格法之前,先介绍了二元一次不等式(组)表示的平面区域,也就是二元一次不等式(组)的几何意义. 二元一次不等式(组)所表示的区域就是各不等式所表示区域的公共部分. 在讲解该内容时,可结合点集的概念讲解. 在判定直线 $Ax+By+C\leqslant 0$(或$\geqslant 0$)所表示的平面区域时,除了用教材中所

归纳的方法以外，还可以用任取直线一侧的点代入不等式.验证是否满足不等式，若满足则该侧的区域即为所求的平面区域；否则，是另一侧.

3. $Ax+By+C\leqslant 0$ 与 $Ax+By+C<0$ 表示的平面区域的区别在于平面区域“含”或“不含”边界直线.

4. 在用图解法解线性规划问题时，我们发现线性规划问题可行域是一个凸多边形(或凸的区域，即若有任意两点在区域内，那么这两点所连线段也在该区域内)，从而使问题的最优解可在凸多边形的顶点处找到.因此，我们可以通过比较各顶点处的目标函数值来确定最优解.

5. 利用图解法解二元线性规划问题的步骤是：

(1)确定决策变量，在平面上建立直角坐标系.

(2)由线性约束条件，在平面直接坐标系中画出可行域.

(3)过原点画出目标函数的 0 等值线，即目标函数值等于 0 的直线.

(4)将目标函数的 0 等值线平行移动，观察确定可行域最优解的位置，一般最优解在可行区域的某个边界点取得.

(5)将最优解的坐标代入目标函数得到目标函数的最值.

6. 表格法是解线性规划问题的另一种常用方法，教材中将其过程归纳为五个步骤.其中，初始表格中初始解组的确定是关键，一般取松弛变量即可，但当标准型中没有这样的变量满足初始解组的要求时，通常要通过添加人工变量来解决(本教材中没有就这方面的问题进行深入讨论，教师在教学时让学生了解即可).

7. 表格在转换时，教材中提到用加减消元法来转轴，教师可就这部分内容做适当的讲解.

六、典型例题

例 1 x 是什么实数时，$\sqrt{3x^2-x-2}$有意义？

解 根据题意，要使 $\sqrt{3x^2-x-2}$有意义，须使 $3x^2-x-2\geqslant 0$，解方程 $3x^2-$

$x-2=0$ 可得

$$x_1=-\frac{2}{3},x_2=1.$$

因为二次项系数 $3>0$,所以不等式 $3x^2-x-2\geqslant 0$ 的解集为

$$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup[1,+\infty),$$

即当 $x\in\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup[1,+\infty)$时,$\sqrt{3x^2-x-2}$有意义.

例 2 关于 x 的方程 $x^2-(m+3)x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根,求实数 m 取值的集合.

解 要使方程 $x^2-(m+3)x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根,须使

$$\Delta=[-(m+3)]^2-4(m+3)>0,$$

即 $$m^2+2m-3>0.$$

解方程 $m^2+2m-3=0$ 可得

$$m_1=-3,m_2=1.$$

所以不等式 $m^2+2m-3>0$ 的解集为

$$(-\infty,-3)\cup(1,+\infty),$$

即要使方程 $x^2-(m+3)x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根,实数 m 取值的集合为$(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$.

七、课后习题答案

练习题 2-1

1. (1)$>$;(2)$<$;(3)$>$;(4)$<$.

2. 李红的年龄为 17 岁.

3. ac 与 bd 的大小不能确定. 例如,若 $a=2,b=-2,c=-2,d=-3$时,满足 $a>b,c>d$,此时 $ac<bd$;若 $a=2,b=1,c=-1,d=-3$ 时,满足 $a>b,c>d$,此时

$ac>bd$.

练习题 2-2

1. (1)$(3,9)$；(2)$[1,5)$；(3)$(-\infty,-1]$；(4)$(5,+\infty)$.

2. $A\cup B=[-1,3]$，$A\cap B=(0,2)$.

3. $A\cup B=(-\infty,+\infty)$，$A\cap B=(1,3)$.

4. (1)$A\cup B=(-\infty,+\infty)$，$A\cap B=[-5,-1]$.

(2) $\complement_A=(-1,+\infty)$，$\complement_B=(-\infty,-5)$.

(3)$A\cap\complement_B=(-\infty,-5)$，$B\cap\complement_A=(-1,+\infty)$.

练习题 2-3

1.

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$的根	有两相异实根 x_1、$x_2(x_1<x_2)$	有两个相等的实数根 x_0	无实根
一元二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$的图像	与 x 轴有两个交点	与 x 轴有一个交点	与 x 轴无交点
一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a>0)$的解集	$(-\infty,x_1)\cup(x_2,+\infty)$	$(-\infty,x_0)\cup(x_0,+\infty)$	$\mathbf{R}$
一元二次不等式 $ax^2+bx+c\geqslant 0(a>0)$的解集	$(-\infty,x_1]\cup[x_2,+\infty)$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$
一元二次不等式 $ax^2+bx+c<0(a>0)$的解集	(x_1,x_2)	$\varnothing$	$\varnothing$
一元二次不等式 $ax^2+bx+c\leqslant 0(a>0)$的解集	$[x_1,x_2]$	x_0	$\varnothing$

2. (1)$(-\infty,-4)\cup(1,+\infty)$.

(2)$\left(-1,\dfrac{4}{3}\right)$.

(3)$[-1,3]$.

(4)$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup[3,+\infty)$.

(5)$\mathbf{R}$.

(6)$\varnothing$.

3.因为一元二次方程 $x^2-(m+2)x+4=0$ 有两个不相等的正实数根 x_1,x_2,所以

$$\Delta=[-(m+2)]^2-(4\times4)=m^2+4m-12>0$$

$$x_1+x_2=m+2>0$$

$$x_1\cdot x_2=4>0$$

则可解得实数 m 取值的集合为$(2,+\infty)$.

练习题 2-4

(1)$\left(-\frac{7}{3},\frac{7}{3}\right)$;

(2)$(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$.

(3)$\left(-1,\frac{11}{5}\right)$.

(4)$\left(-\infty,-\frac{21}{2}\right]\cup\left[\frac{9}{2},+\infty\right)$.

(5)$\left[-\frac{11}{4},\frac{9}{4}\right]$.

(6)$(-4,-2)$.

练习题 2-5

1.设动物饲料 x kg,谷物饲料 y kg,则线性约束条件为

$$\begin{cases}\dfrac{x+y}{0.5}\geqslant 10\ 000,\\ 0\leqslant y\leqslant 12\ 500,\\ x\geqslant 0,\\ \dfrac{x}{x+y}\geqslant\dfrac{1}{5},\end{cases}$$

求目标函数的最大值为

$$Z_{\max}=2.7x+1.5y.$$

2.设制造 x 张书桌,y 个书橱.则线性约束条件为

$$\begin{cases} 0 \leqslant 0.1x + 0.2y \leqslant 90, \\ 0 \leqslant 2x + y \leqslant 600, \\ x \geqslant 0, \\ y \geqslant 0, \end{cases}$$

求目标函数的最大值

$$Z_{\max} = 80x + 120y.$$

3. 设需要 A 型车厢 x 个，B 型车厢 y 个，则线性约束条件为

$$\begin{cases} x + y = 51, \\ 35x + 25y \geqslant 1530, \\ 15x + 35y \geqslant 1190, \\ x > 0, y > 0, \end{cases}$$

求目标函数的最大值

$$Z_{\max} = 0.5x + 0.8y.$$

练习题 2-6

1. 画出的可行域如图 2-7 所示：

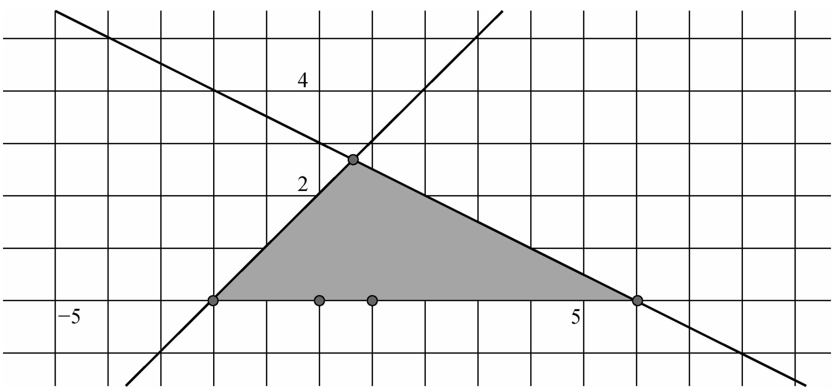

图 2-7

目标函数在 $x=6, y=0$ 取得最大值 18.

2. 画出可行域如图 2-8 所示.

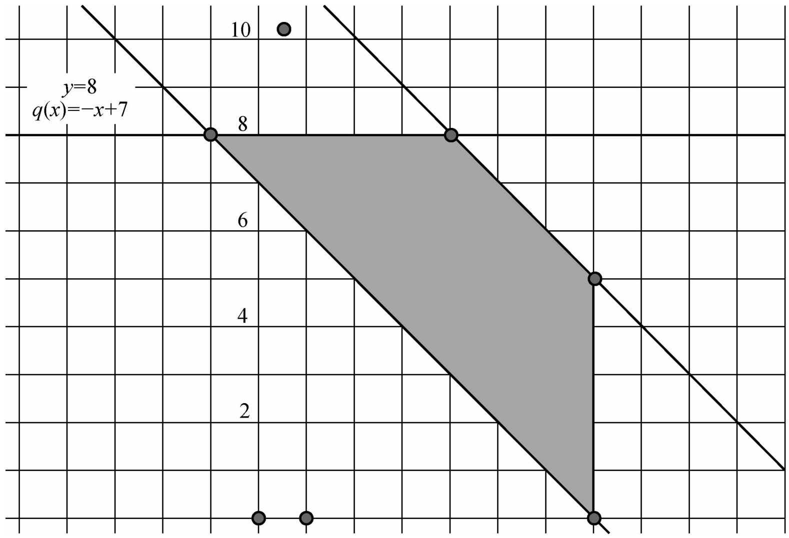

图 2-8

目标函数在 $x=0$，$y=8$ 时取得最小值 -4.

3. (1)当 $x_1=4$，$x_2=3$ 时，取得最大值 55.

(2) $x_1=0$，$x_2=120$ 时，取得最大值 3 600.

复习题 2

A　组

1. (1) $(-1,3)$，$[5,+\infty)$.

(2) $(0,5]$，$(-2,7)$，$(-\infty,-2]\cup(5,+\infty)$，$(-\infty,0]\cup[7,+\infty)$.

(3) $(-\infty,-2]\cup[-1,+\infty)$.

(4) $\varnothing$.

(5) $\left(-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right)$.

(6) $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

2. (1)C；(2)C；(3)B；(4)D.

3. (1) $(-3,2)$.

(2) $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

(3)$(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$.

(4)$(-\infty,-1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$.

4.(1)$\varnothing$.

(2)$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$.

(3)$\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right]\cup[3,+\infty)$.

(4)$(-3,2)$.

B 组

1.$A\cap B=\left(-2,-\frac{2}{3}\right)\cup(2,4)$,$A\cup B=\mathbf{R}$.

2.因为一元二次方程 $2x^2-4(m-1)x+m^2+7=0$ 有两个不相等的实数根,所以

$$\Delta=[-4(m-1)]^2-4\times2\times(m^2+7)=8m^2-32m-40>0,$$

则可解得实数 m 取值的集合为

$$(-\infty,-1)\cup(5,+\infty).$$

八、阅读材料

[阅读材料]

材料一:数学家柯西

柯西(Cauchy Augustin-Louis,1789—1857),法国数学家,1789 年 8 月 21 日生于巴黎.

柯西在代数学、几何学、误差理论,以及天体力学、光学、弹性力学诸方面都有出色的工作.特别是,他弄清了弹性理论的基本数学结构,为力学奠定了严格的理

论基础.

柯西还是位多产的数学家,一生共发表论文800余篇,著书7部,以《分析教程》(1821年)和《关于定积分理论的报告》(1827年)最为著名.他在纯数学和应用数学方面的功底是相当深厚的,很多数学的定理、公式都以他的名字来称呼.例如,柯西建立了一个应用非常广泛的基本不等式——柯西不等式:

$$(a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n)^2\leqslant(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+\cdots+b_n^2)$$

$$(a_i,b_i\in\mathbf{R},i=1,2,\cdots n)$$

材料二:数学家夏道行与夏氏不等式

数学家夏道行

夏道行(见右图),国际知名数学家,江苏泰州人,1950年毕业于山东大学数学系,1952年浙江大学数学系研究生毕业,1978年,担任复旦大学数学研究所副所长、教授,1980年当选为中国科学院院士(学部委员).

他长期从事数理研究,专于函数论、泛函分析与数学物理,在算子理论、线性拓扑代数理论及广义函数理论等研究领域都取得了突出成就,并独创"夏道行函数".他在泛函积分和不变测度论方面的研究成果被国际数学界称为"夏氏不等式".

夏教授的学术著作有很多,他著的《无限维空间上测度和积分论》已经被译成英文出版,在国外有较大的影响;在算子理论研究方面,夏教授的《关于非正常算子》一文是国际上这个研究方向的开创性论文之一,十多年来经常被国外学者的论文引用,他的这个研究结果已被收入美国数学家普特拉姆的《希尔柏脱空间算子交换性质》一文,其专著《线性算子谱理论》已由科学出版社出版;在线性拓扑代数理论研究方面,夏教授系统地建立了半赋范代数和局部有界代数的理论,其研究结果被收入苏联数学家奈玛依克著的《赋荡理论》一书中;在广义函数论研究方面,夏教授的关于正定广义函数的研究成果已被苏联科学院院士盖尔芳特收入他和别人合作的《广义函数论》第四卷中;此外,夏教授与严绍宗合著的《实变函数

论》和《泛函分析》等两本为高校推荐教材. 夏教授还发表数学论文 70 余篇，国内外有百余种著作、论文曾引用过.

2008 年 5 月 20 日，夏教授在山东大学做的关于数学理论的讲座中曾说过，研究数学对世界都有很大的影响，因为数学是很多研究的基础，这对大家学习数学产生了潜移默化的影响.

[趣味阅读]

猴子分桃

有两只猴子采了一堆桃，商量第二天分桃子. 一只猴子半夜醒来，把桃分两等份，多出一个，自己吃掉多出的一个再拿走自己的一份；第二只猴子醒来时，把剩余的桃子又分成两等份，也多了一个，自己吃掉多的那一个，然后拿走自己的一份；如果原有的桃子数不少于 50 个，那这堆桃子至少有多少个？

解　设第三只猴子取走了 x 个桃子，则可知第一只猴子取走后剩下的桃子数为 $2x+1$ 个，这样便可知桃子原来的总数为 $2(2x+1)+1$ 个，由题意知

$$2(2x+1)+1\geqslant 50(x\in \mathbf{Z}^{+}),$$

解得 $x\geqslant \frac{47}{4}$.

因此，可知第二只猴子至少取走了 12 个桃子，也就是说第一只猴子至少剩下了 25 个桃子，这堆桃子至少有 51 个.