

项目 2 建筑投影知识

学习目标

- ◎ 掌握投影法的分类和正投影的基本性质。
- ◎ 掌握三视图的形成、投影规律和作图步骤。
- ◎ 熟悉点、直线和平面的投影特性和图示方法。

2.1 投影的概念及特性

2.1.1 投影的概念

在日常生活中经常会看到这样的现象:物体在太阳光或灯光的照射下会在地面或墙面上映出物体的影子。这是一种投影现象,同时还发现随着光线照射角度或距离的改变,影子的位置和大小也会随之改变。人们针对影子的形状与物体间存在的这种对应关系,经过科学的抽象,总结其几何规律,提出了形成物体图形的方法,即投影法。

所谓投影法,就是投射线通过物体向选定的投影面投射,并在该面上得到图形的方法。用投影法得到的图形称为投影图或投影,如图 2-1 所示。

产生投影必须具备的三个基本条件是投射线、被投影的物体和投影面。

需要指明的是,生活中的影子和投影是有区别的,投影必须将物体的各个组成部分的轮廓全部表达出来,而影子只能表达物体的整体轮廓,而内部则看不到,如图 2-2 所示。



动画
投影的产生

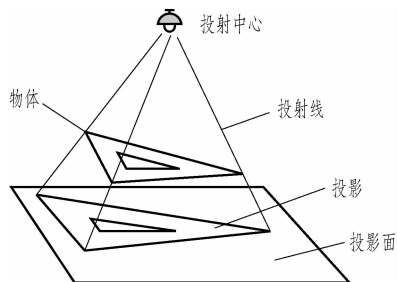


图 2-1 投影的产生

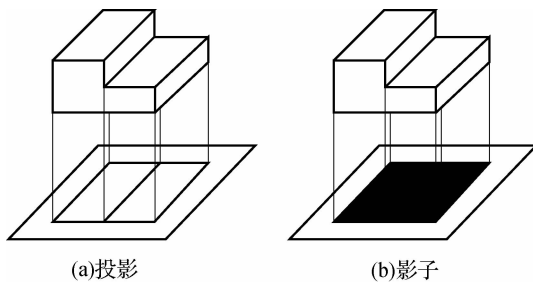


图 2-2 投影与影子的区别

2.1.2 投影法的分类

根据投射中心与投影面距离远近的不同,投影法分为中心投影法和平行投影法。

1. 中心投影法

投射中心 S 在有限的距离内,所有的投射线都汇交于一点的投影法称为中心投影法。用这种方法得到的投影称为中心投影,如图 2-3 所示。

2. 平行投影法

当投射中心距离投影面为无限远时,投射线将依一定的投射方向平行地投射,用平行投射线做出的投影称为平行投影。这种方法称为平行投影法。

在平行投影法中,根据投射线与投影面的角度不同,又可分为以下两种。

(1) 正投影法。投射线垂直于投影面的平行投影法称为正投影法。根据正投影法所得到的图形称为正投影(正投影图),如图 2-4(a)所示。

(2) 斜投影法。投射线倾斜于投影面的平行投影法称为斜投影法。根据斜投影法所得到的图形称为斜投影(斜投影图),如图 2-4(b)所示。

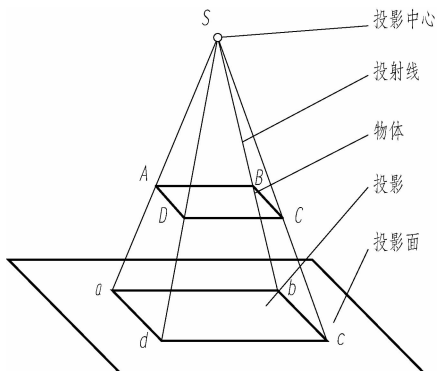


图 2-3 中心投影

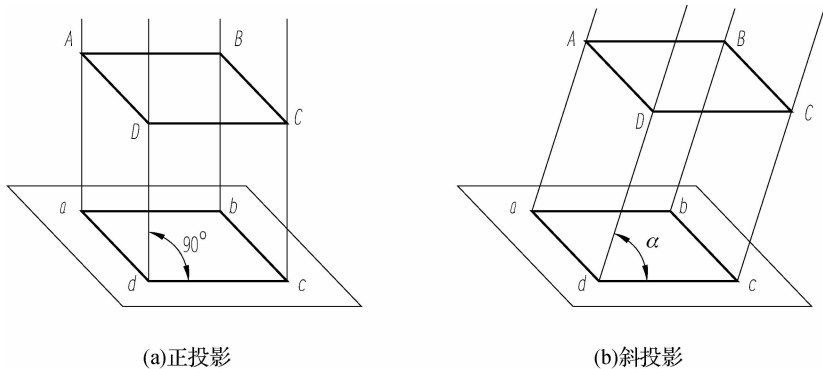


图 2-4 平行投影

正投影法是工程中应用最广的一种图示法,是本课程学习的主要内容。

2.1.3 正投影的基本特性

1. 真实性

当直线或平面与投影面平行时,投影反映实长或实形,这种投影特性称为真实性,如图 2-5 所示。



动画
真实性

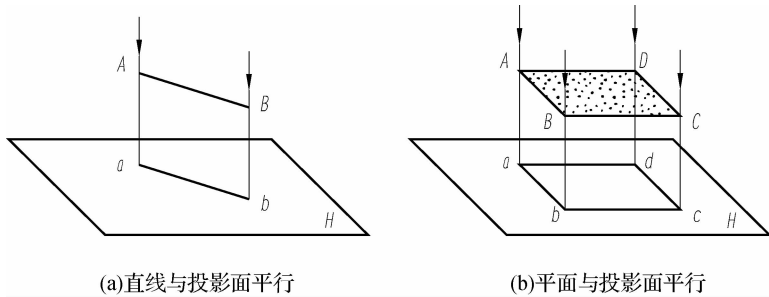


图 2-5 投影的真实性

2. 积聚性

当直线或平面垂直于投影面时,投影积聚成点或直线,这种投影特性称为积聚性,如图 2-6 所示。



动画
积聚性

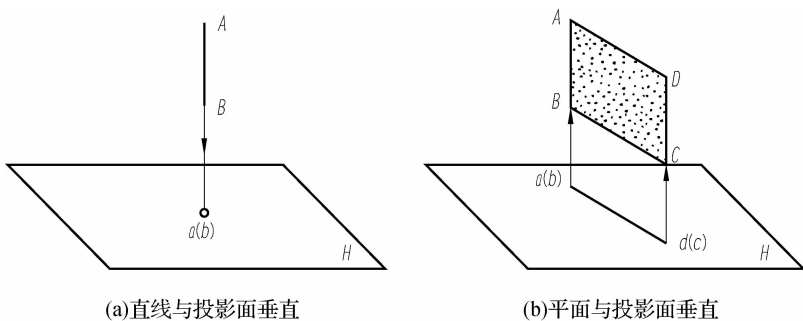


图 2-6 投影的积聚性

3. 类似收缩性

当直线或平面倾斜于投影面时,投影仍是直线或平面(且边数不变),但小于实际大小,这种投影特性称为类似收缩性,如图 2-7 所示。

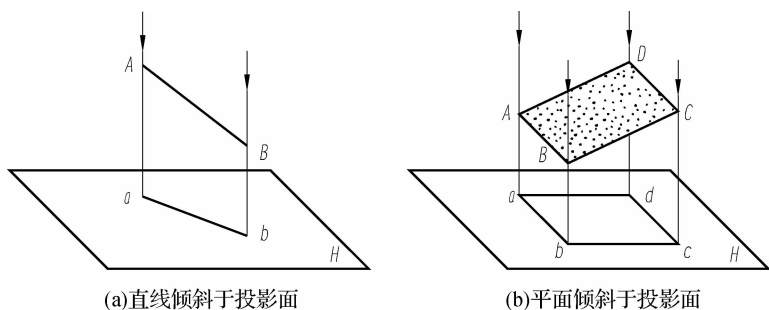


图 2-7 投影的类似收缩性

2.1.4 工程中常用的投影图

在实际工作中,由于所要表达的目的和对象不同,常用不同的投影法来表达不同的投影图。工程中常用到四种投影图,如图 2-8 所示。

1. 透视投影图

利用中心投影法绘制的单面投影图,称为透视投影图,也可称效果图,如图 2-8(a)所示。透视图存在消逝点,符合肉眼观察物体“近大远小”的规律。因此,这种图具有较强的立体感和真实感,常在建筑初步设计阶段使用,用于方案的比较和选取最佳方案。但这种图绘制较烦琐,无法准确地反映物体的实际尺寸。

2. 轴测投影图

利用平行投影法绘制的单面投影图,称为轴测投影图(简称“轴测图”),如图 2-8(b)所示。轴测图也具有较强的立体感,但无透视图的消逝点,因此,无近大远小的视觉感受。轴测图同样不具备较好的尺寸度量性,只能作为辅助图样。给水排水、暖通等管道图常使用轴测图来表示。

3. 正投影图

利用正投影法绘制的多面投影图,称为正投影图,如图 2-8(c)所示。正投影图通常采用物体多个面的正投影面来表示,即在空间建立一个投影体系(如由三个两两垂直的投影面组成),将物体分别向各个投影面做投影,即得正投影图。正投影图度量性好,在工程上应用最广泛,制图简便,但缺乏立体感。

4. 标高投影图

利用正投影法绘制的标有高度的单面投影图,称为标高投影图,如图 2-8(d)所示。这种图主要用于表示地形、道路和土工建筑物。制图时,假想用一组高差相等的水平面切割地形面,将所得的一系列交线(称为等高线)垂直投射在一个水平的投影面上,并用数字标出各等高线的高程,即为标高投影图。

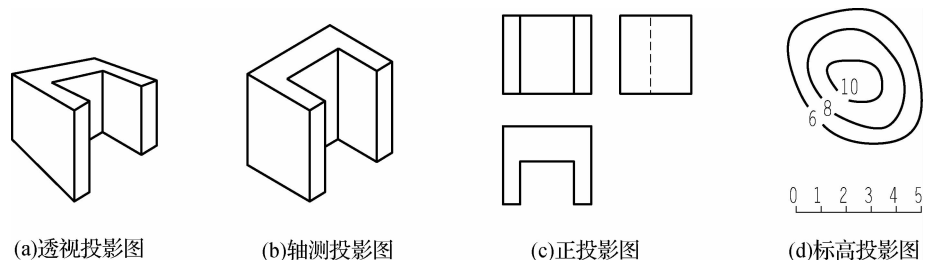


图 2-8 工程中常用的投影图

2.2 物体的视图

如图 2-9 所示,两个不同的物体,即使它们在同一投影面上的投影完全相同,也不能据此确定两个物体的空间形状和大小。因此,在工程上常用多个投影图来表达物体的形状和大小,基本的表达方法是采用三面正投影图,在制图中称为三视图。

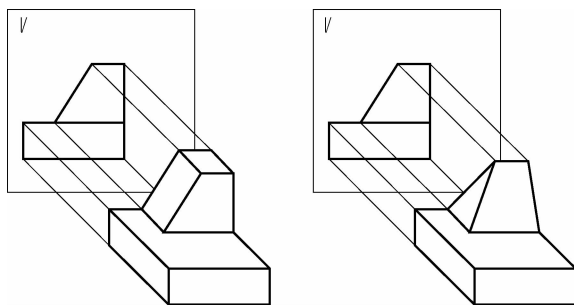


图 2-9 一个投影不能确定物体的形状和大小

2.2.1 三面投影体系的建立

在工程图样的绘制中首先要建立一个三面投影体系,如图 2-10 所示,即三个相互垂直的投影面 H 、 V 、 W 面。其中, H 面为水平投影面, V 面为正立投影面, W 面为侧立投影面。 H 、 V 、 W 三个面的交线 OX 、 OY 、 OZ 都称为投影轴,分别简称为 X 轴、 Y 轴、 Z 轴。三轴互相垂直相交于一点 O ,称为原点。



动画
三面投影体系

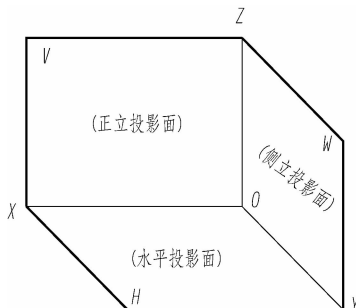


图 2-10 三面投影体系

为了作图方便,对物体长、宽、高三个方向的尺寸及上、下、左、右、前、后六个方位统一按下述方法确定。

- (1) X 轴方向为物体的长度方向,确定左、右的方位。
- (2) Y 轴方向为物体的宽度方向,确定前、后的方位。
- (3) Z 轴方向为物体的高度方向,确定上、下的方位。

2.2.2 三视图的形成和展开

1. 三视图的形成

如图 2-11 所示,作物体的投影时,把物体放在三面投影体系中,并尽可能使物体的表面平行于相应的投影面,以便使它们的投影反映表面的实形。物体的位置一经放定,其长、宽、高及上下、左右、前后的方位即确定,然后将物体向三个投影面进行投射,即得到物体的三视图。

- (1)主视图。从物体的前面向后投影,在 V 面上得到的正面投影图,叫主视图。
- (2)俯视图。从物体的上面向下投影,在 H 面上得到的水平投影图,叫俯视图。
- (3)左视图。从物体的左面向右投影,在 W 面上得到的侧面投影图,叫左视图。

2. 三视图的展开

三视图分别位于三个投影面上,如图 2-12 所示,画图时非常不方便。在实际绘图时,这三个投影图要画在一张图纸上(同一个平面上)。为此,要将投影面展开,如图 2-13 所示。展开时保持 V 面不动,将 H 面绕 OX 轴向下旋转 90° ,将 W 面绕 OZ 轴向右旋转 90° ,这样,三个投影面便位于同一绘图平面上,如图 2-13(a)所示。这时, Y 轴分为两条,随 H 面旋转的记为 Y_H ,随 W 面旋转的记为 Y_W 。通常绘制物体的三面正投影图时,因物体与投影面的距离并不影响物体在这个投影面上的形状,故不需要画出投影面的边框,也可不画出投影轴,如图 2-13(b)所示。

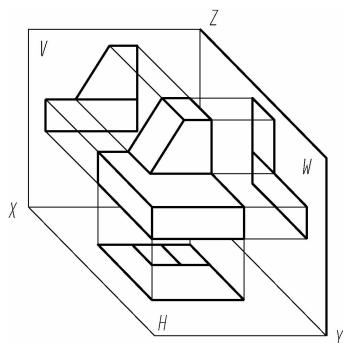


图 2-11 三视图的形成

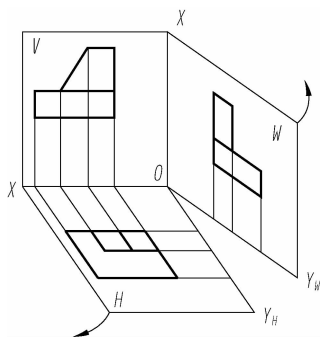


图 2-12 三投影面的展开

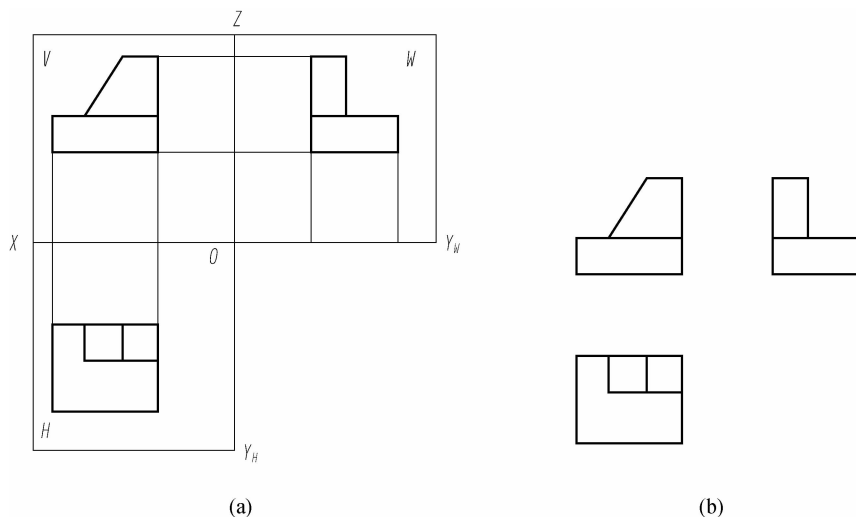


图 2-13 展开后的三视图



2.2.3 三视图与空间物体的关系及投影规律

1. 三视图与空间物体的关系

由三视图的形成可知,每个视图都表示物体两个方向的尺寸和四个方位,如图 2-14 所示。

- (1)主视图反映物体长和高方向的尺寸和上、下、左、右的方位。
- (2)俯视图反映物体长和宽方向的尺寸和左、右、前、后的方位。
- (3)左视图反映物体高和宽方向的尺寸和上、下、前、后的方位。

应当注意的是,俯视图和左视图中远离主视图的一边是物体的前边,靠近主视图的一边是物体的后边。

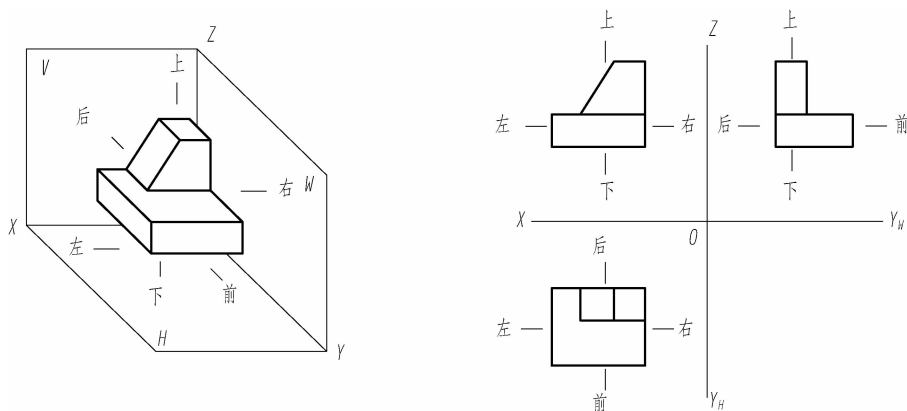


图 2-14 三视图与空间物体的关系

2. 三视图的投影规律

三视图表达的是同一物体,而且是物体在同一位置分别向三个投影面所作的投影,所以三视图间每对相邻视图同一方向的尺寸相等。因此,必然具有以下所述的投影规律:主视图和俯视图长对正,主视图和左视图高平齐,俯视图和左视图宽相等。

三视图之间的投影规律,通常概括为“长对正、高平齐、宽相等”。这个规律是画图和读图时的根本规律,无论是对整个物体还是物体的局部,其三视图都必须符合这个规律。

2.2.4 三视图的画法

【例 2-1】 画出图 2-15(a)所示物体的三视图。

【解】 物体分析:该物体为一个组合体,在四棱柱的上方放置一个曲面组合柱,在其正中的上方挖掉一个圆柱体。空心圆柱的轮廓素线在俯视图和左视图中为不可见轮廓素线。以最能表达物体形状特征的方向作为主视方向,如图 2-15(a)中箭头所示。

作图步骤如下。

- (1)用细线画出投影轴,在俯视图右侧 $Y_H O Y_W$ 画角平分线,如图 2-15(b)所示。

- (2) 根据轴测图中选定的主视方向,画主视图,如图 2-15(c)所示。
- (3) 根据“长对正、宽相等、高平齐”的规律画其余两面投影,如图 2-15(d)所示。
- (4) 检查,完成全图。

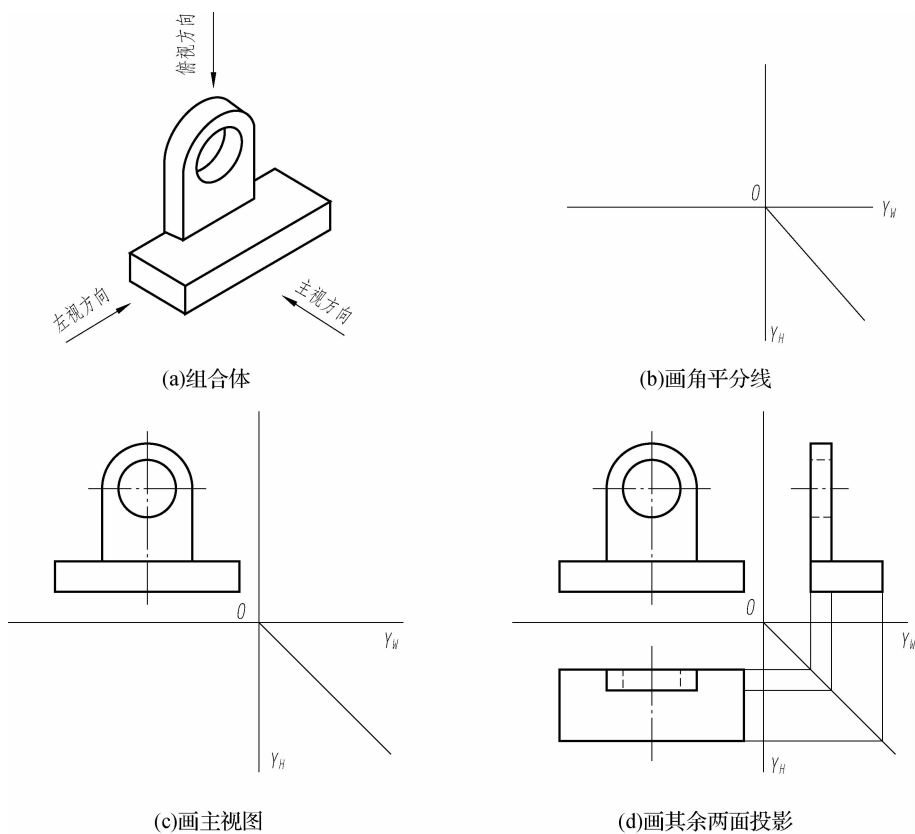


图 2-15 三视图的画法

2.3 点的投影

2.3.1 点的单面投影

图 2-16(a)所示为一单面投影体系,过空间点 A 向 H 面作垂直投射线,该投射线与 H 面的交点 a 即为 A 点在 H 面上的正投影,这个正投影是唯一确定的。但是,点的正投影 a 却不唯一对应空间中 A 点的位置,因为位于投射线 Aa 上的所有点在 H 面上的正投影均与 a 点重合,如图 2-16(b)所示的 A_1 、 A_2 。所以,由点的一个正投影不能确定该点在空间的位置。

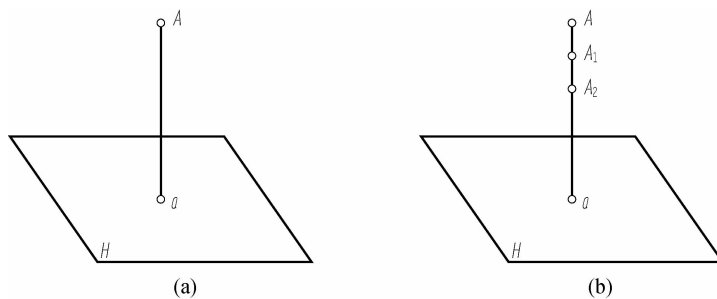


图 2-16 点的单面投影

2.3.2 点的两面投影

如图 2-17(a)所示,建立包含 V 面和 H 面的投影体系, V 面和 H 面相交于轴线 OX 。过空间中的 A 点,分别向 V 面和 H 面作单面正投影,可得到投影 a' 和 a 。其中, a' 即为 A 点的正面投影, a 即为 A 点的水平投影。

同三面正投影的展开一样,将 H 面、 V 面投影体系沿 OX 轴展开(H 面旋转 90°)即得到展开后点的两面投影图,如图 2-17(b)、(c)所示。

点的两面投影的规律如下。

(1)两面投影的连线垂直于 OX 轴,如图 2-17(c)所示的 $a'a \perp OX$ 。

(2)空间一点到 V 面的距离等于该点的水平投影到 OX 轴的距离,如图 2-17(a)所示的 $Aa' = a a_x$ 。

(3)空间一点到 H 面的距离等于该点的正面投影到 OX 轴的距离,如图 2-17(a)所示的 $Aa = a' a_x$ 。

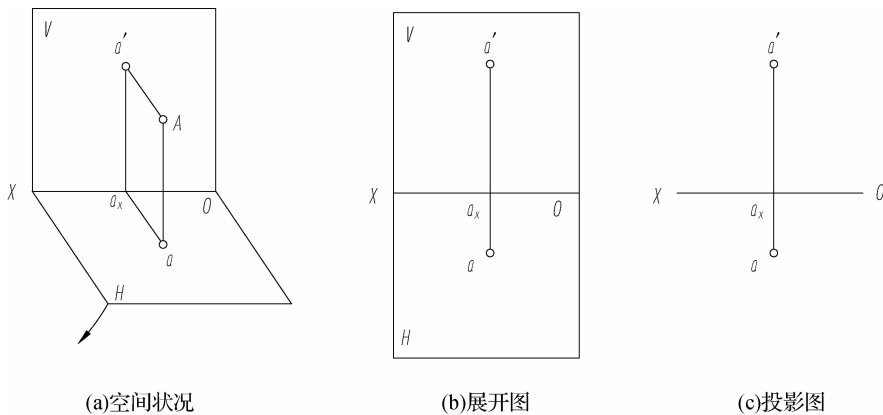


图 2-17 点在两面投影体系中的投影图

2.3.3 点的三面投影

如图 2-18(a)所示, A 点位于三投影面体系的空间内,过 A 点分别向三个投影面作垂直

投射,可得到三个投影 a 、 a' 、 a'' 。其中, a'' 称为 A 点的侧面投影,也称为 W 面投影。将三个投影面展开在一个平面上,如图 2-18(b)所示。过 a 点的水平线与过 a'' 的竖直线刚好交于通过原点 O 的一条 45° 斜线上, H 面投影与 W 面投影总满足此关系,如图 2-18(c)所示。

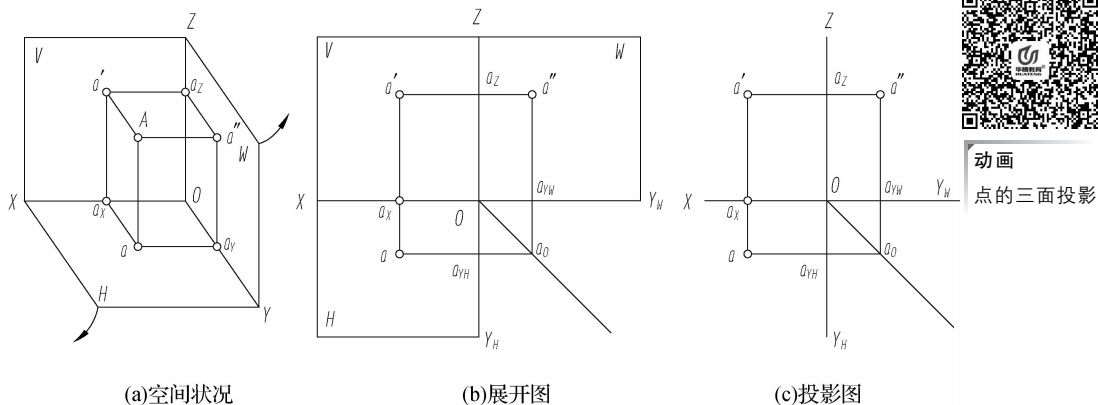


图 2-18 点在三面投影体系中的投影图

由此,可以总结出点的三面投影规律。

- (1) 点的正面投影和水平投影的连线垂直于 X 轴(长对正),如图 2-18(c)所示的 $a'a \perp OX$ 。
- (2) 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 Z 轴(高平齐),如图 2-18(c)所示的 $a'a'' \perp OZ$ 。
- (3) 点的水平投影到 X 轴的距离等于点的侧面投影到 Z 轴的距离(宽相等),如图 2-18(c)所示的 $aa_x = a''a_z$ 。

根据上述投影规律,在三面投影体系中,由一点的任意两个投影均可确定点在空间的位置,同时由点的任意两个投影可以求出第三个投影。

【例 2-2】 已知点的两面投影,如图 2-19(a)所示,求第三个投影。

【解】 作图步骤如下。

(1) 过 a' 向 OZ 轴作水平线并延长,过 a 作水平线与 45° 线相交,从交点处向上作铅垂线,该铅垂线与过 a' 所作的水平线相交,交点为 a'' ,如图 2-19(b)所示。

(2) 过 b' 向下作铅垂线,过 b'' 向下作铅垂线与 45° 线相交,从交点处再向左作水平线,该水平线与过 b' 所作的铅垂线相交,交点为 b ,如图 2-19(b)所示。

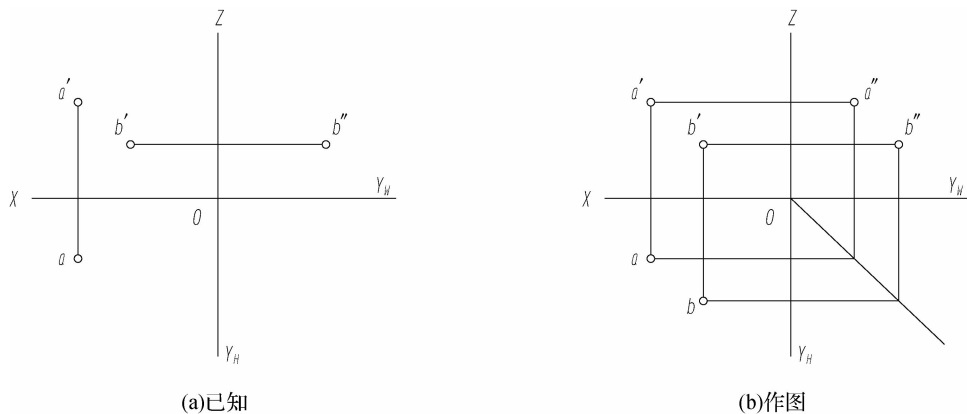


图 2-19 求点的第三个投影



【例 2-3】 已知点 A 、 B 、 C 、 D 分别位于投影面和投影轴上,如图 2-20(a)所示,求作各点的三面投影图。

【解】 作图步骤如下。

(1) A 点位于 H 面上,其水平投影 a 与 A 点重合,其正面投影 a' 和侧面投影 a'' 分别位于 OX 轴和 OY 轴上,作图结果如图 2-20(b)所示。

(2) B 点位于 V 面上,其正面投影 b' 与 B 点重合,水平投影 b 和侧面投影 b'' 分别位于 OX 轴和 OZ 轴上,作图结果如图 2-20(b)所示。

(3) C 点位于 W 面上,其侧面投影与 C 点重合,其正面投影 c' 和水平投影 c 分别位于 OZ 轴和 OY 轴上,作图结果如图 2-20(b)所示。

(4) D 点位于 OX 轴上,其正面投影 d' 和水平投影 d 与 D 点重合位于 OX 轴上,侧面投影 d'' 位于原点 O 上,作图结果如图 2-20(b)所示。

需要注意的是, A 点的侧面投影 a'' 应在 OY_w 轴上, C 点的水平投影应在 OY_H 轴上。

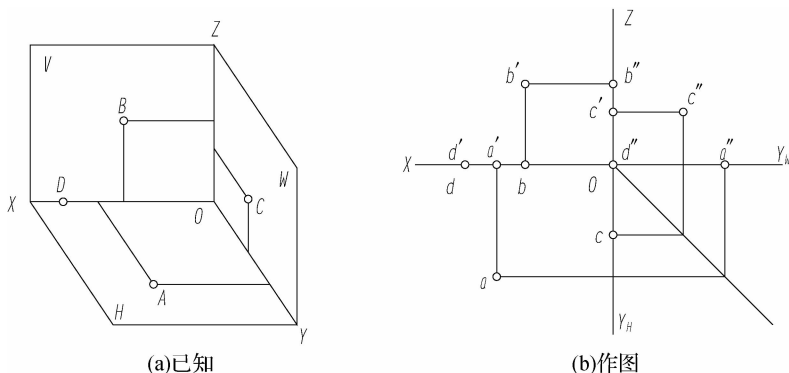


图 2-20 求点的三面投影

2.3.4 空间两点的相对位置

由点的三面投影可知,点在空间中的位置可用坐标值来确定。例如, A 点的坐标可表示为 $A(x, y, z)$,其中, x 表示 A 点到 W 面的距离, y 表示 A 点到 V 面的距离, z 表示 A 点到 H 面的距离,如图 2-21 所示。

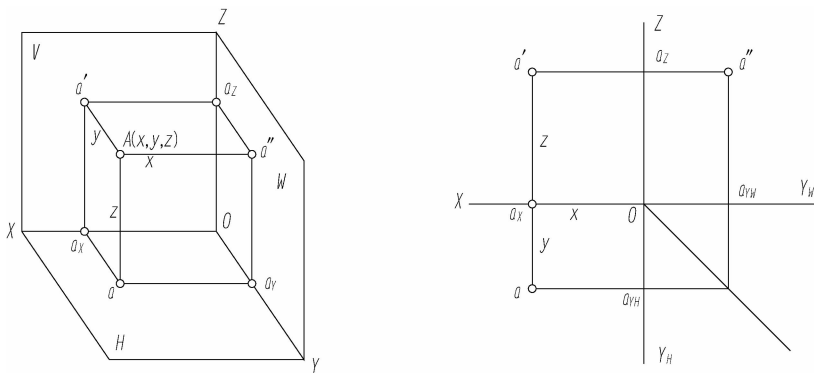


图 2-21 点的空间位置与投影

1. 两点相对位置的判断

空间每个点具有前、后、左、右、上、下六个方位,由点的三个坐标可知空间点到三个投影面之间的距离。因此,分析空间两点的相对位置,只须分析它们的坐标值即可。

我们可以利用两点坐标值的相对大小来判断它们之间的位置关系,即 X 坐标值大的点在左,小的点在右; Y 坐标值大的点在前,小的点在后; Z 坐标值大的点在上,小的点在下。

如图 2-22 所示,由 H 面投影可判断出 A 点在 B 点的左前方,由 V 面投影可判断出 A 点在 B 点的左下方,由 W 面投影可判断出 A 点在 B 点的前下方,即可得出 A 点在 B 点的左、前、下方。

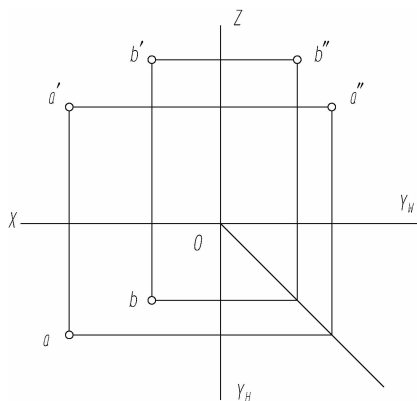


图 2-22 两点的相对位置投影图

2. 重影点

当空间中某两点在一个投影面上的投影重合时,即把这两点称为这个投影面的重影点。重影点的三个坐标值中必有两个相同,另一个不同。

通常要判断重影点的可见性。一个投影中某重影点的可见性必须依靠另外的投影来确定。重影点中可见点的投影写在前面,不可见点的投影写在后面,并加上圆括号。

如图 2-23 所示, A 、 B 两点的水平投影重合为一点, A 、 B 两点称为 H 面的重影点,因为 A 点在上, B 点在下,故 A 点可见, B 点不可见,水平投影应标注为 $a(b)$ 。

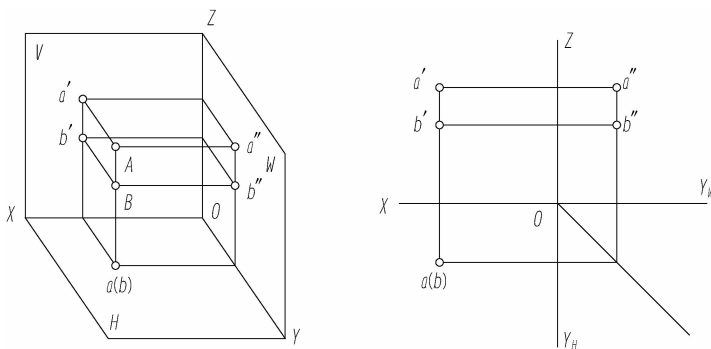


图 2-23 H 面的重影点

2.4 直线的投影

因为一条直线可由直线上的任意两点来决定,所以画出直线上任意两点的投影,连接其同面投影(同一个投影面上的投影)即得到直线的投影。直线与 H 面、 V 面、 W 面的倾角分别为 α 、 β 、 γ 。



2.4.1 各种位置直线的投影特性

按空间直线与投影面相对位置的不同,直线的位置有一般位置直线、投影面平行线、投影面垂直线三种。后两种统称为特殊位置直线。

1. 一般位置直线

相对于三个投影面都倾斜的直线称为一般位置直线。一般位置直线的投影特性为:三面投影都倾斜且小于实长,并且与各投影轴的夹角均不反映空间直线与投影面的倾角,如图 2-24 所示。



动画
一般位置直线

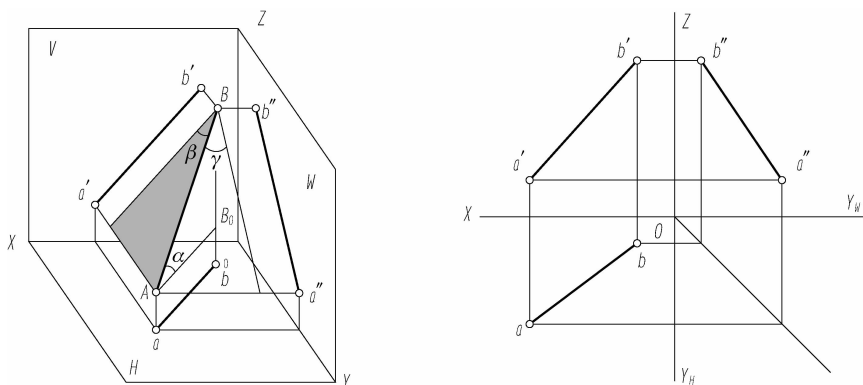


图 2-24 一般位置直线

2. 投影面平行线

平行于一个投影面,而与另外两个投影面倾斜的直线称为投影面平行线。投影面平行线分为以下三种。

- (1)正平线。正平线与 V 面平行,同时与 H 面、 W 面倾斜。
- (2)水平线。水平线与 H 面平行,同时与 V 面、 W 面倾斜。
- (3)侧平线。侧平线与 W 面平行,同时与 H 面、 V 面倾斜。

投影面平行线的投影特性为:在它所平行的投影面上的投影反映该直线实长,该投影与相应投影轴的夹角反映直线与另外两个投影面的倾角。其余两投影小于实长,且平行于相应的两个投影轴。其投影图和投影特性见表 2-1。

表 2-1 投影面平行线的投影图和投影特性

名称	直观图	投影图	投影特性
正平线			<p>(1)正面投影反映实长,与 X 轴夹角为 α,与 Z 轴夹角为 γ。</p> <p>(2)水平投影平行于 X 轴。</p> <p>(3)侧面投影平行于 Z 轴</p>

续表

名称	直观图	投影图	投影特性
水平线			(1) 水平投影反映实长, 与 X 轴夹角为 β , 与 Y 轴夹角为 γ 。 (2) 正面投影平行于 X 轴。 (3) 侧面投影平行于 Y 轴
侧平线			(1) 侧面投影反映实长, 与 Y 轴夹角为 α , 与 Z 轴夹角为 β 。 (2) 正面投影平行于 Z 轴。 (3) 水平投影平行于 Y 轴

投影面平行线在投影图和物体上的位置关系如图 2-25 所示。

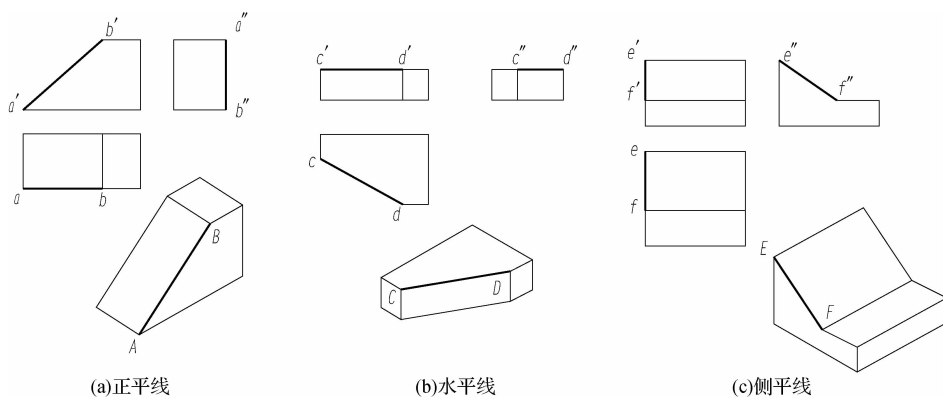


图 2-25 投影面平行线在投影图和物体上的位置关系

3. 投影面垂直线

垂直于一个投影面, 而与另外两个投影面平行的直线称为投影面垂直线。投影面垂直线分为以下三种。

- (1) 正垂线。正垂线与 V 面垂直, 同时与 H 面、 W 面平行。
- (2) 铅垂线。铅垂线与 H 面垂直, 同时与 V 面、 W 面平行。
- (3) 侧垂线。侧垂线与 W 面垂直, 同时与 H 面、 V 面平行。

投影面垂直线的投影特性为: 在它所垂直的投影面上的投影积聚为一点, 另外两个投影反映实长, 且垂直于相应的两个投影轴。其投影图和投影特性见表 2-2。



动画
水平线投影



表 2-2 投影面垂直线的投影图和投影特性

名称	直观图	投影图	投影特性
正垂线			<p>(1) 正面投影积聚为一点。</p> <p>(2) 水平投影和侧面投影分别垂直于 OX 轴和 OZ 轴, 并反映实长</p>
铅垂线			<p>(1) 水平投影积聚为一点。</p> <p>(2) 正面投影和侧面投影分别垂直于 OX 轴和 OY 轴, 并反映实长</p>
侧垂线			<p>(1) 侧面投影积聚为一点。</p> <p>(2) 正面投影和水平投影分别垂直于 OZ 轴和 OY 轴, 并反映实长</p>

投影面垂直线在投影图和物体上的位置关系如图 2-26 所示。



动画
铅垂线

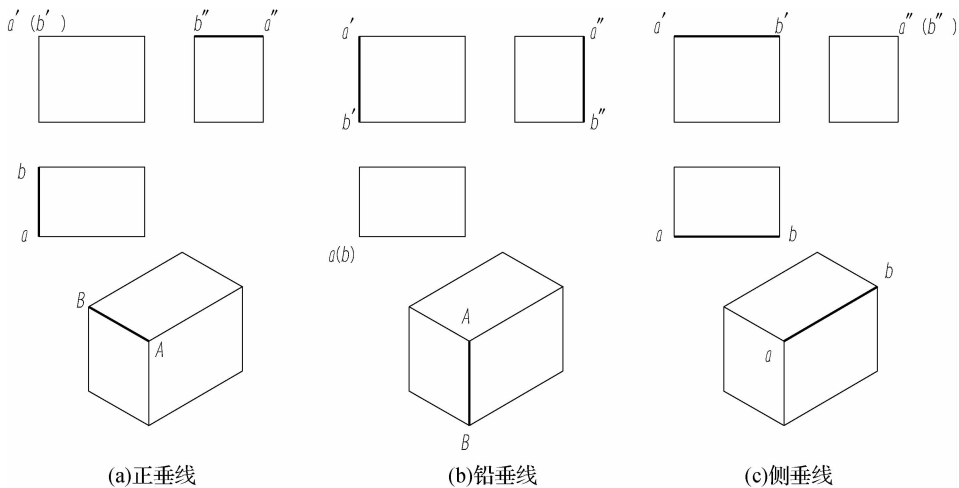


图 2-26 投影面垂直线在投影图和物体上的位置关系

比较三类直线的投影特性可以看出,如果直线的两个投影都倾斜于投影轴,则一定为一般位置直线。如果直线的两个投影中有一个投影为斜线或者直线的两个投影分别平行于第三个投影面的两个投影轴,则一定为投影面的平行线。如果直线的一个投影积聚为一点或者直线的两个投影分别垂直于第三个投影面的两个投影轴,则肯定为投影面的垂直线。

2.4.2 直线上的点

1. 从属性

若点在直线上,则点的投影必在直线的同名投影上且符合点的投影规律。如图 2-27 所示, C 点在直线 AB 上,则 c 在 ab 上, c' 在 $a'b'$ 上, c'' 在 $a''b''$ 上。反之,如果 C 点的各投影在直线的各同名投影上,且符合点的投影规律,则 C 点必在直线上。

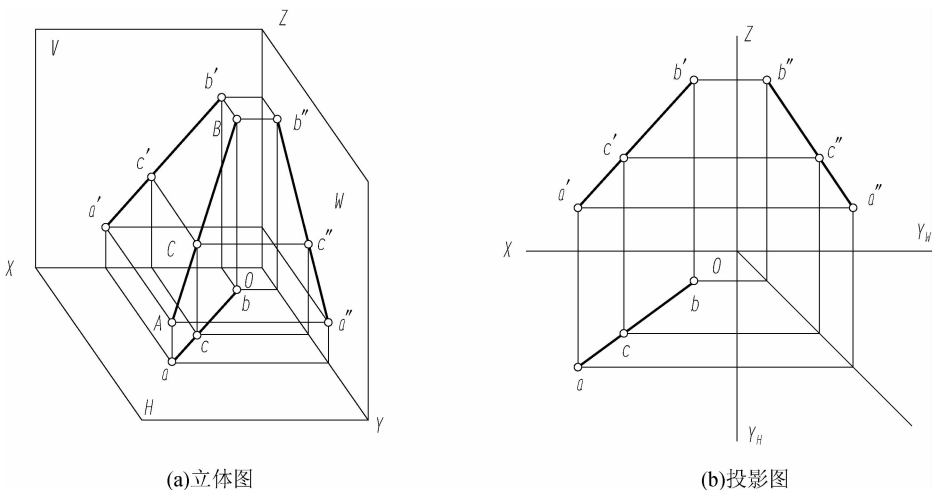


图 2-27 直线上的点

2. 定比性

直线上两线段长度之比等于它们的同名投影长度之比。若 C 点在直线 AB 上,则 $AC:CB=ac:cb=a'c':c'b'=a''c'':c''b''$ 。直线上点的投影规律可作为求直线上点的投影,或判断点是否在直线上的依据。

【例 2-4】 已知直线 AB 的投影 ab 、 $a'b'$, C 点在直线 AB 上,且 $AC:CB=2:3$,求 C 点的投影 c 、 c' ,如图 2-28 所示。

【解】 作图步骤如下。

(1)过 a 点、 b 点、 a' 点、 b' 点中的任意一点作一条斜线,本题是过 a 点作了一条斜线,把该斜线等分为 5 份。

(2)连接 b_5 ,过第 2 等分点作 b_5 的平行线,得 c 点,过 c 点向上作垂线交 $a'b'$ 于 c' 点。

【例 2-5】 判断 K 点是否在侧平线 AB 上,如图 2-29 所示。

【解】 作图步骤如下。

(1)在 ab 上过 b 点作一条斜线,取 $bk_1=b'k'$, $k_1a_1=k'a'$ 。



动画
定比性



(2) 连接 aa_1 和 kk_1 , 发现 aa_1 和 kk_1 不平行, 得出 K 点不在直线 AB 上。

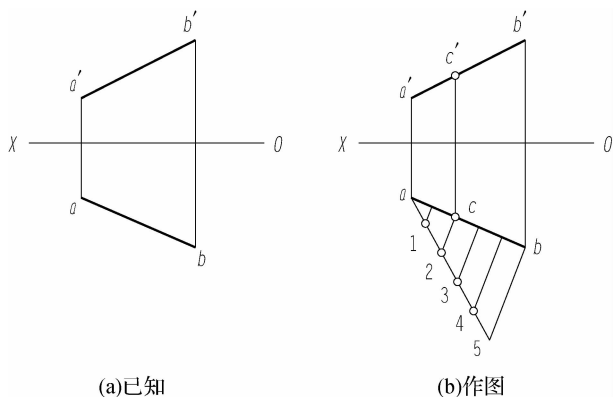


图 2-28 求直线上点的投影

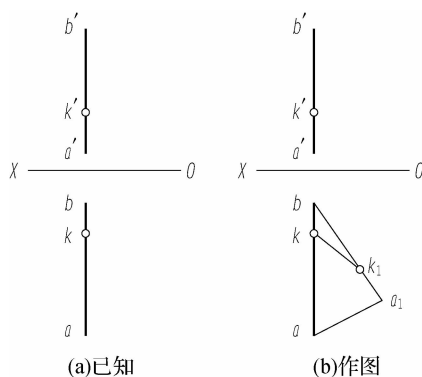


图 2-29 判断点是否在直线上

2.4.3 两直线的相对位置

两直线在空间的相对位置有平行、相交和交叉三种情况。其中, 两平行直线和两相交直线都在同一平面上, 称为共面直线; 两交叉直线不在同一平面上, 称为异面直线。

1. 两直线平行

平行两直线的投影特征如下。

- (1) 两直线平行, 它们的同面投影必相互平行。
- (2) 各组同面投影都互相平行, 则两直线在空间必定互相平行。

如图 2-30 所示, $AB \parallel CD$, 则 $ab \parallel cd$ 、 $a'b' \parallel c'd'$ 。

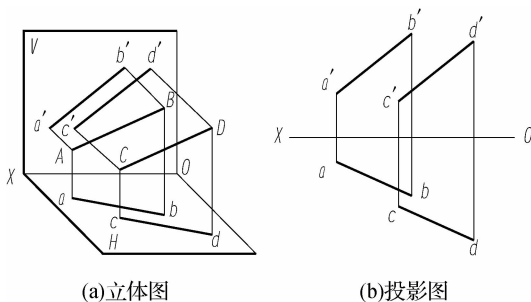


图 2-30 两直线平行

2. 两直线相交

相交两直线必有一交点, 交点为两直线的共有点。

相交两直线的投影特征如下。

- (1) 两直线相交, 它们的同面投影也必定相交, 且各投影的交点符合点的投影规律。

(2) 两直线的各组同面投影都相交, 且交点符合空间点的投影规律, 则这两直线在空间一定相交。

如图 2-31 所示, AB 与 CD 交于 K 点, 则 ab 与 cd 交于 k 点, $a'b'$ 与 $c'd'$ 交于 k' 点, 同理 $a''b''$ 与 $c''d''$ 也应交于 k'' 点, 并且 k 与 k' 位于同一竖直线上, k' 与 k'' 位于同一水平线上。

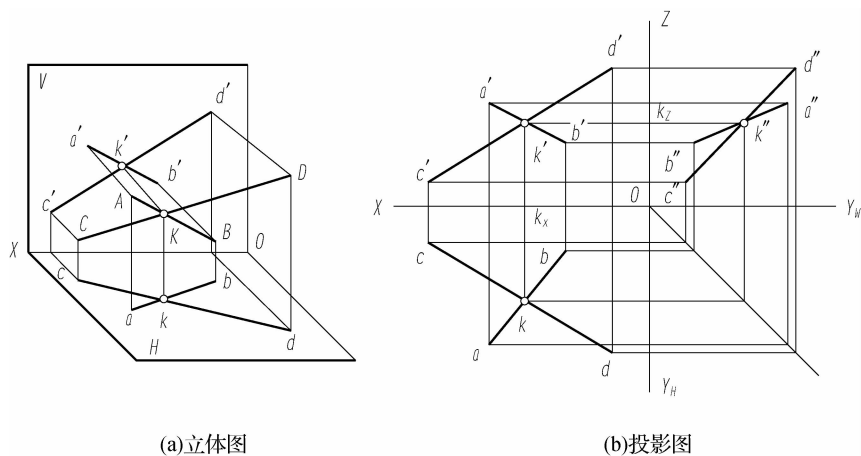


图 2-31 两直线相交

3. 两直线交叉

两直线既不平行又不相交称为交叉。其投影特征是: 各面投影既不符合两直线平行的投影特征, 也不符合两直线相交的投影特征。

交叉两直线的投影也可能有一组、两组甚至三组是相交的, 但它们的交点不符合点的投影规律, 是重影点的投影。

判断交叉两直线重影点可见性的步骤为: 先从重影点画一根垂直于投影轴的直线到另一个投影中去, 就可以将重影点分开成两个点, 所得两点中坐标值大的点为可见, 坐标值小的点为不可见, 不可见的投影要加括号。

如图 2-32 所示, 过 V 面重影点 $g'(h')$ 向下作联系线交 ab 于 h 点, 交 cd 于 g 点, g 点在前, h 点在后, 说明当从前向后看时, CD 遮挡住 AB ; 过 H 面重影点 $e(f)$ 向上作联系线交 $a'b'$ 于 e' 点, 交 $c'd'$ 于 f' 点, e' 点在上, f' 点在下, 说明当从上向下看时, AB 遮挡住 CD 。

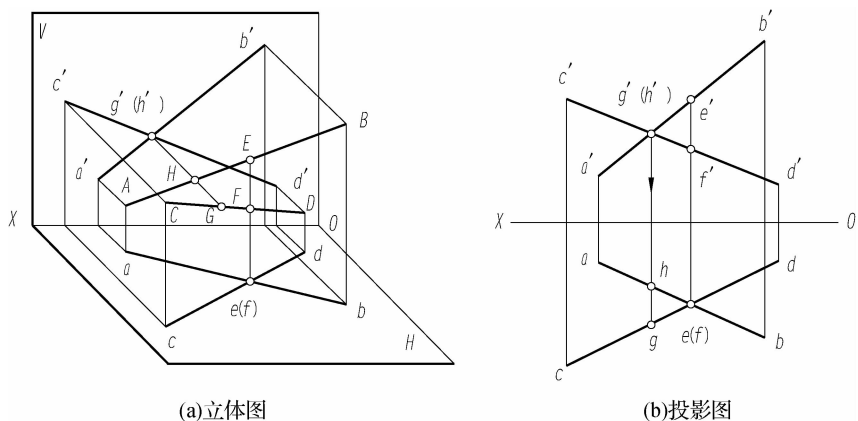


图 2-32 两直线交叉



例如,判断两侧平线 AB 与 CD 是否平行,如图 2-33 所示。

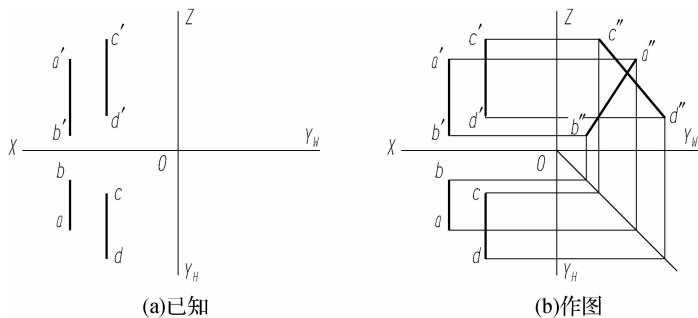


图 2-33 判断两直线位置

2.5 平面的投影

2.5.1 平面的表示方法

由初等几何可知,平面是广阔无边的,而平面图形的范围是有限的,平面的表示方法有以下几种。

- (1)不在同一直线上的三个点,如图 2-34(a)所示。
- (2)一条直线和直线外一点,如图 2-34(b)所示。
- (3)两条相交直线,如图 2-34(c)所示。
- (4)两条平行直线,如图 2-34(d)所示。
- (5)平面图形,如图 2-34(e)所示。

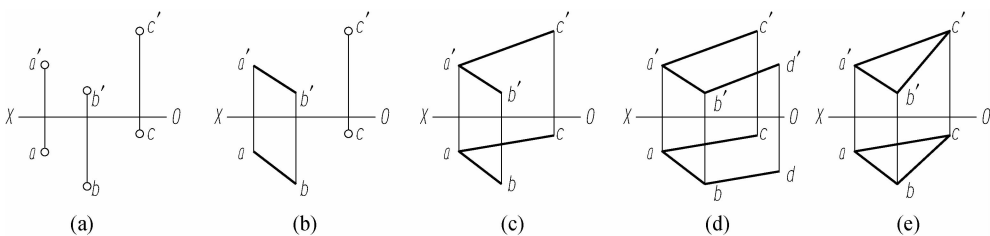


图 2-34 平面的表示法

2.5.2 各种位置平面的投影特性

按空间平面与投影面的相对位置不同,平面的位置有一般位置平面、投影面平行面和投影面垂直面三种。后两种称为特殊位置平面。

平面与 H 面、 V 面、 W 面的倾角分别为 α 、 β 、 γ 。

1. 一般位置平面

相对于三个投影面都倾斜的平面称为一般位置平面,如图 2-35 所示。一般位置平面的投影特性为三面投影均为类似形,且不反映该平面与投影面的倾角。

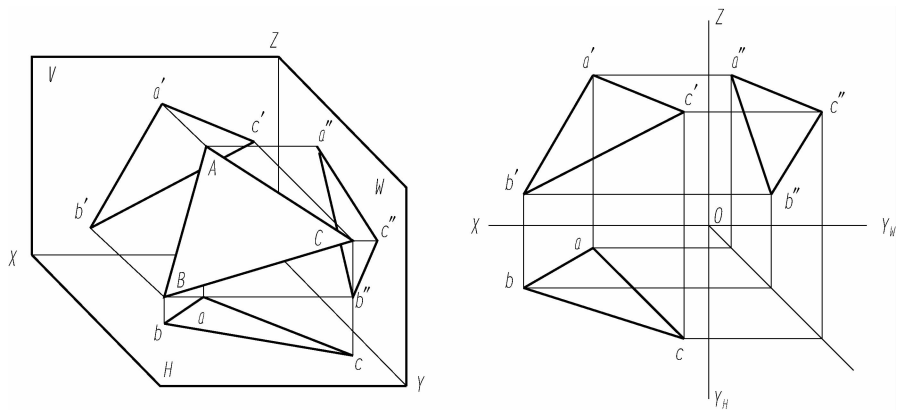


图 2-35 一般位置平面



动画
一般位置平面

2. 投影面平行面

平行于一个投影面,而与另外两个投影面垂直的平面称为投影面平行面。投影面平行面分为以下三种。

- (1)正平面。与 V 面平行,同时与 H 面、 W 面垂直。
- (2)水平面。与 H 面平行,同时与 V 面、 W 面垂直。
- (3)侧平面。与 W 面平行,同时与 H 面、 V 面垂直。

投影面平行面的投影特性为:在它所平行的投影面上的投影反映其实形,另外两个投影积聚成直线并平行于相应的投影轴。其投影图和投影特性见表 2-3。

表 2-3 投影面平行面的投影图和投影特性

名称	立体图	投影图	投影特性
正平面			(1)正面投影反映平面实形。 (2)水平投影 $\parallel OX$,侧面投影 $\parallel OZ$,并分别积聚成一条直线



续表

名称	立体图	投影图	投影特性
水平面			<p>(1) 水平投影反映平面实形。</p> <p>(2) 正面投影 // OX, 侧面投影 // OY_w, 并分别积聚成一条直线</p>
侧平面			<p>(1) 侧面投影反映平面实形。</p> <p>(2) 正面投影 // OZ, 水平投影 // OY_H, 并分别积聚成一条直线</p>

投影面平行面在投影图和物体上的位置关系如图 2-36 所示。

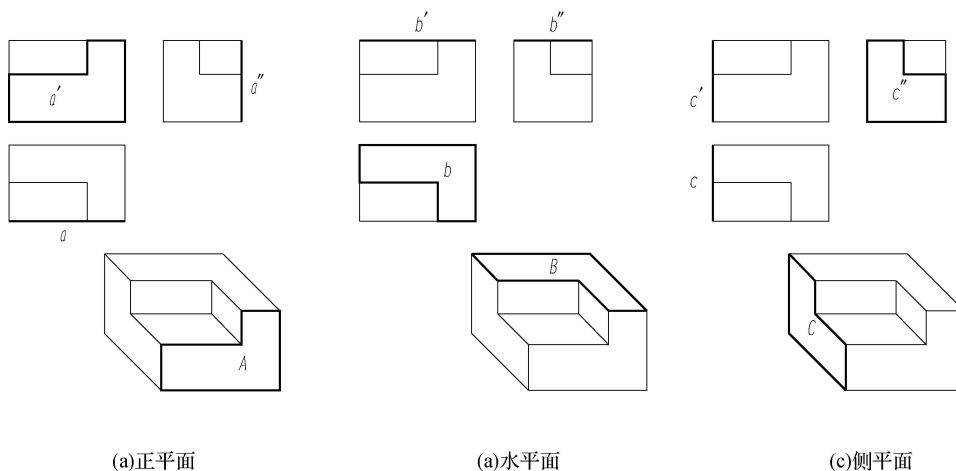


图 2-36 投影面平行面在投影图和物体上的位置关系

3. 投影面垂直面

垂直于一个投影面而与另外两个投影面倾斜的平面称为投影面垂直面。投影面垂直面分为以下三种。

- (1) 正垂面。与 V 面垂直, 同时与 H 面、W 面倾斜。
- (2) 铅垂面。与 H 面垂直, 同时与 V 面、W 面倾斜。
- (3) 侧垂面。与 W 面垂直, 同时与 H 面、V 面倾斜。

投影面垂直面的投影特性为:在它所垂直的投影面上的投影积聚为直线,且反映平面与另外两个投影面的倾角;平面的其他两个投影都是面积小于原平面图形的类似形。其投影图和投影特性见表 2-4。

表 2-4 投影面垂直面的投影图和投影特性

名称	直观图	投影图	投影特性
正垂面			<p>(1) 正面投影积聚为一条斜线,与 X 轴夹角为 α,与 Z 轴夹角为 γ。</p> <p>(2) 水平投影和侧面投影为该平面的类似形</p>
铅垂面			<p>(1) 水平投影积聚为一条斜线,与 X 轴夹角为 β,与 Y 轴夹角为 γ。</p> <p>(2) 正面投影和侧面投影为该平面的类似形</p>
侧垂面			<p>(1) 侧面投影积聚为一条斜线,与 Y 轴夹角为 α,与 Z 轴夹角为 β。</p> <p>(2) 正面投影和水平投影为该平面的类似形</p>

投影面垂直面在投影图和物体上的位置关系如图 2-37 所示。

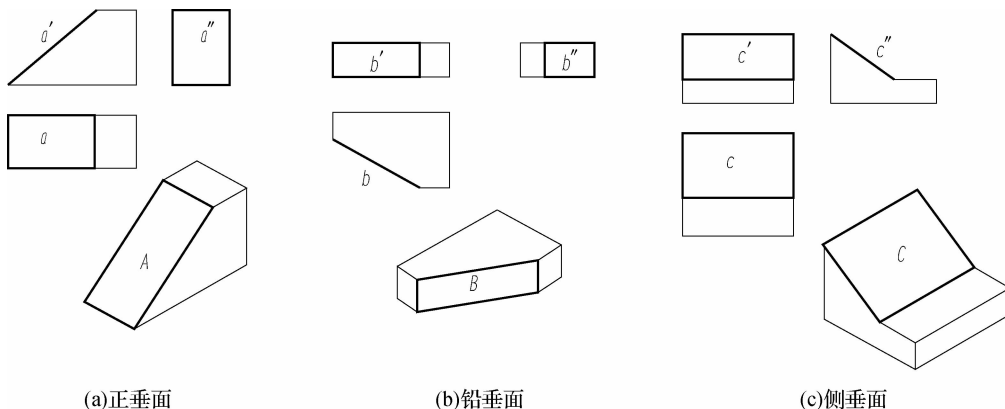


图 2-37 投影面垂直面在投影图和物体上的位置关系



4. 平面的投影规律

比较三类平面的投影特性,可以得出如下规律。

- (1)如果平面的投影中有一个投影积聚为一条斜线,则平面为该投影面的垂直面。
- (2)如果一个投影积聚为一条平行于投影轴的直线,则平面为投影面的平行面。
- (3)如果平面的三个投影均为类似图形,则平面为一般位置平面。
- (4)如果平面的两个投影为类似图形,则要看该平面内有无第三投影面的垂直线,如果有则为垂直面,如果没有则为一般位置平面。

2.5.3 平面上的点和直线

1. 平面上的点

一个点如果在一个平面上,则它一定在这个平面的一条直线上。如图 2-38 所示的 E 点,由于它在平面 SBC 的一条直线 DC 上,所以它必然在平面 SBC 上。

2. 平面上的直线

一条直线如果通过平面上两个点或者通过平面上的一个点且平行于平面上的一条直线时,则该条直线必在该平面上。如图 2-38 所示,直线 DC 通过平面 SBC 上的 D 点、 C 点,则 DC 必在平面 SBC 上;直线 DF 通过平面 SBC 上的 D 点且平行于平面 SBC 上的一条直线 BC ,则 DF 必在平面 SBC 上。

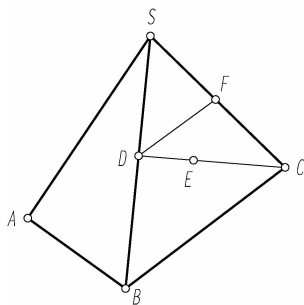


图 2-38 平面上的点和直线

【例 2-6】 已知平面 ABC 上的 K 点在 H 面的投影为 k , 试求 K 点在 V 面的投影 k' , 如图 2-39 所示。

【解】 分析: K 点在平面 ABC 上,则它一定在这个平面的一条直线上。

作图步骤如下。

(1)在 H 面内,连接 ak 并延长交 bc 于 d 点,过 d 点向上作联系线交 $b'c'$ 于 d' 点。

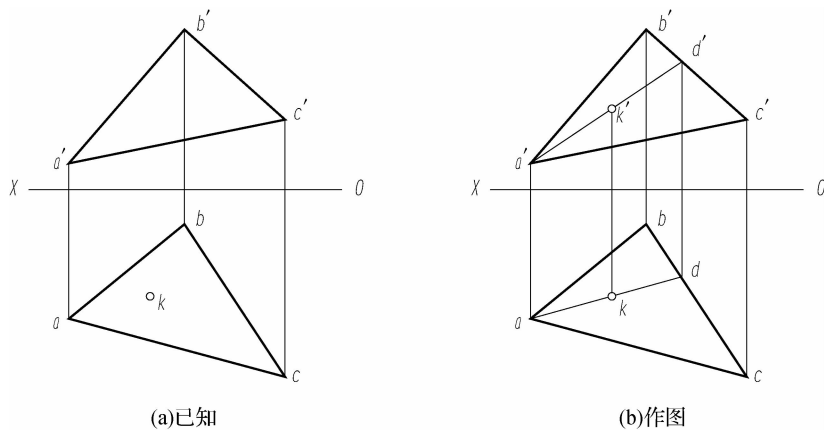


图 2-39 求作平面上 K 点的投影

(2) 过 k 点向上作联系线交 $a'd'$ 于 k' 点。

此题也可用作平行线的方法求解,请读者自行解决。

【例 2-7】 判断 K 点是否在平面 ABC 上,如图 2-40 所示。

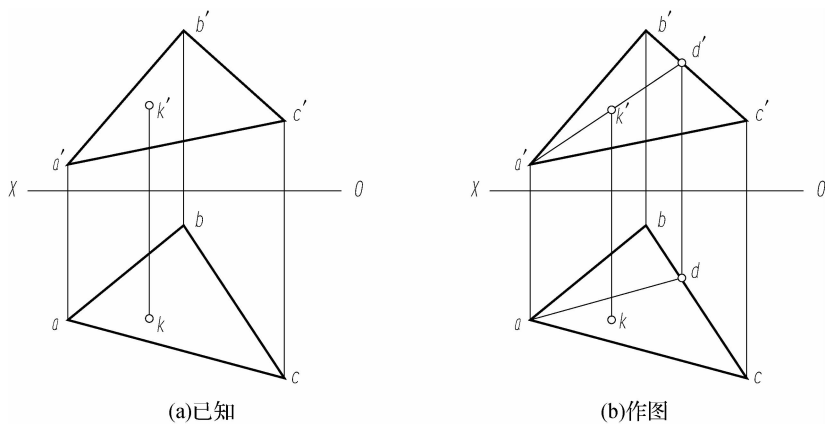


图 2-40 判断 K 点是否在平面上

【解】 分析: K 点如果在平面 ABC 上,则它一定在这个平面的一条直线上。

作图步骤如下。

(1) 过 k' 点作辅助线 $a'd'$,过 d' 点往下作联系线交 bc 于 d 点,连接 ad 。

(2) 发现 k 点不在直线 ad 上,说明 K 点不在平面 ABC 上。

3. 平面内的投影面平行线

平面内的投影面平行线既符合直线在平面上的几何条件,又具有投影面平行线的投影特性。

平面内的投影面平行线有以下三种。

(1) 平面内平行于 H 面的直线称为平面上的水平线。

(2) 平面内平行于 V 面的直线称为平面上的正平线。

(3) 平面内平行于 W 面的直线称为平面上的侧平线。

如图 2-41 所示,要在平面内作水平线,须先作水平线的 V 面投影,然后再作水平线的 H 面投影;要在平面内作正平线,须先作正平线的 H 面投影,然后作正平线的 V 面投影。

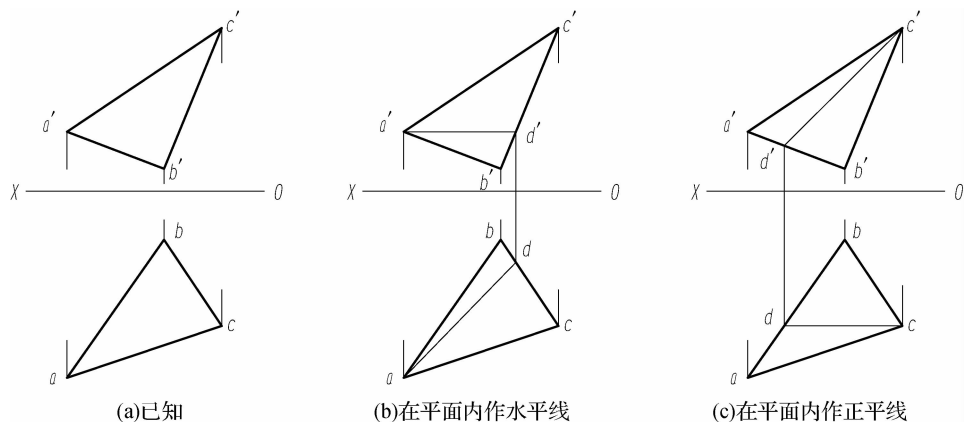


图 2-41 平面内的投影面平行线



【例 2-8】 如图 2-42 所示,在 $\triangle ABC$ 所在的平面内作一条距离 H 面 20 mm 的水平线。

【解】 分析:要作的线要满足三个条件:一是距离 H 面 20 mm,二是水平线,三是在 $\triangle ABC$ 所确定的平面内。

作图步骤如下。

(1)在正投影上做出距离 OX 轴 20 mm 且与 OX 轴平行的线,交 $a'b'$ 于 d' 点,交 $b'c'$ 于 e' 点。

(2)由 d' 点、 e' 点向下作投影联系线,交 ab 于 d 点,交 bc 于 e 点。

(3)连接 de 、 $d'e'$,即为所求直线的两面投影。

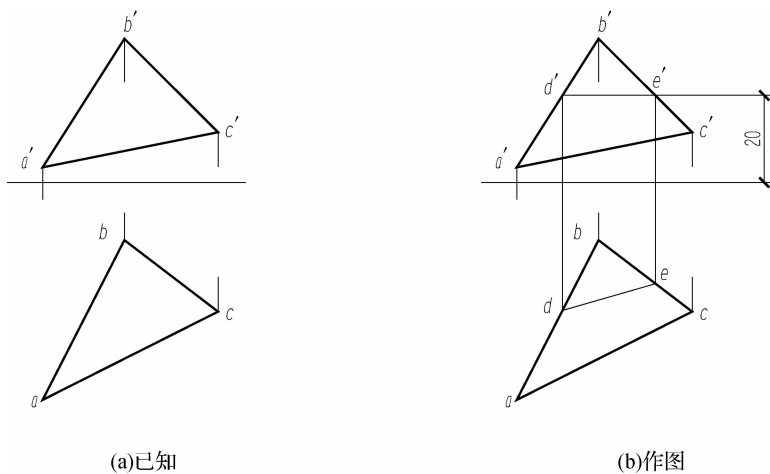


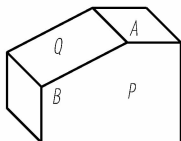
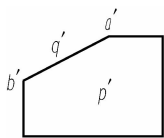
图 2-42 作平面内的水平线

思考与练习

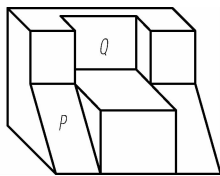
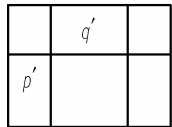
一、选择题

- ()、()、()是产生投影的必要条件。
A. 物体 B. 投影 C. 投影线 D. 投影面
- 投影线互相平行,且垂直于投影面的是()。
A. 斜投影 B. 中心投影 C. 正投影 D. 平行投影
- 三视图采用的投影方法是()。
A. 斜投影法 B. 中心投影法 C. 正投影法 D. 单面投影法
- 当直线、平面与投影面平行时,该投影面上的投影具有()。
A. 积聚性 B. 真实性 C. 类似收缩性 D. 收缩性
- 左视图反映了物体()位置关系。
A. 上下 B. 左右 C. 上下前后 D. 前后左右
- 空间点 A 在点 B 的正上方,这两个点为()。
A. H 面的重影点 B. W 面的重影点 C. V 面和 W 面的重影点 D. V 面的重影点

7. 直线 AB 的正面投影与 OX 轴倾斜, 水平投影与 OX 轴平行, 则直线 AB 是()。
- A. 水平线 B. 正平线
C. 侧垂线 D. 一般位置直线
8. 平面的正面投影积聚为一条直线并与 OX 轴平行, 该平面是()。
- A. 正平面 B. 水平面 C. 正垂面 D. 铅垂面
9. 直线 AB ()于()投影面, 在正立投影面上的投影反映实长。



- A. 平行、侧立 B. 垂直、水平 C. 垂直、正立 D. 平行、正立
10. 平面 Q ()于()投影面, 在正立投影面上的投影反映实形。



- A. 倾斜、正立 B. 平行、正立 C. 垂直、正立 D. 倾斜、侧立

二、简答题

1. 物体的投影是如何形成的? 它们是如何分类的?
2. 物体的三视图之间有什么投影规律?
3. 点的投影规律是什么? 如何判断重影点的可见性?
4. 一般位置直线和特殊位置直线的投影有哪些特性?
5. 一般位置平面和特殊位置平面的投影有哪些特性?
6. 如何判断点是否属于一条直线?