

项目 3 投影的基本知识

学习目标

- 了解投影的概念和分类。
- 了解工程中常用的投影图。
- 掌握平行投影的特性、三面投影体系的建立及形体在三面投影体系中的投影规律。
- 熟练掌握点、直线和平面的投影规律、投影分析及作图方法。



3.1 投影的概念和分类

3.1.1 投影的形成

在平面上用图形表达空间形体,首先要解决的问题是采用什么方法把空间形体转化为平面图形。

(1) 影子。在日常生活中,人们经常看到物体在阳光或者灯光的照射下,会在地面或者墙面上留下影子,如图 3-1 所示。因为影子内部灰黑一片,故其只能反映物体外形的轮廓,光线照射角度或者距离一旦发生改变,影子的位置和大小也会随着改变。

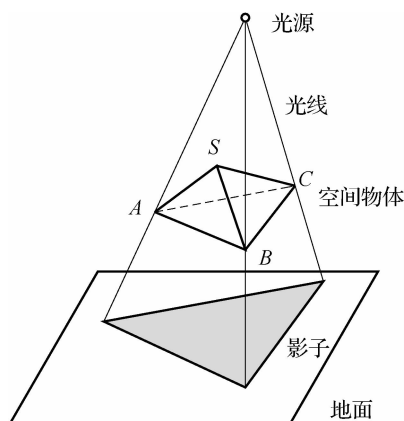


图 3-1 物体的影子

(2)投影。在工程制图中,假设按规定方向射来的光线能够穿透形体,而将形体上的各顶点和所有轮廓线都在平面上投落它们的影,此时,不但形体的外形可以得到反映,同时形体上部和内部的情况也能得到反映。这样形成的图形称为形体的投影,如图 3-2 所示。

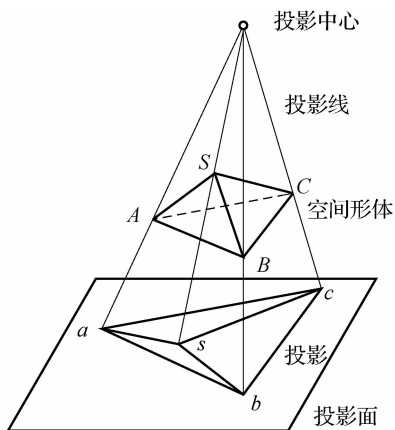
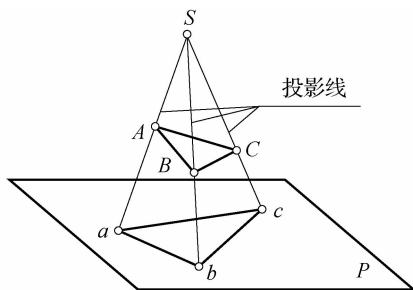


图 3-2 物体的投影

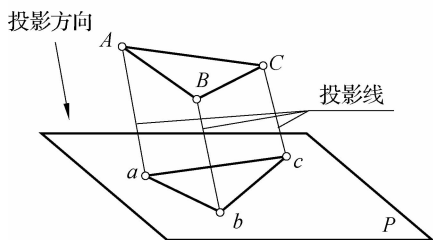
我们把能够产生光线的光源称为投影中心,光线称为投影线,投影平面称为投影面,用投影表达形体形状和大小的方法称为投影法,用投影法画出的形体的图形称为投影图。

3.1.2 投影的分类

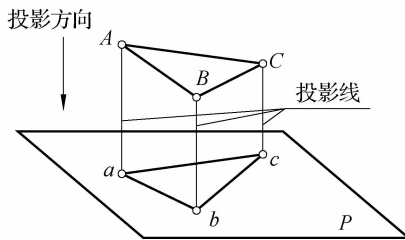
根据投影线之间的关系将投影分为中心投影和平行投影(包括斜投影和正投影)两种,如图 3-3 所示。



(a)中心投影



(b)斜投影



(c)正投影

图 3-3 投影的分类



动画
中心投影

1. 中心投影

当投射中心 S 在有限的距离内,由一点发射投影线所产生的投影,称为中心投影,如图 3-3(a) 所示。这种投影方法称为中心投影法。由中心投影法作出的投影图的大小和原图形不相等,但具有较强的立体感。中心投影法常用于绘制初步设计方案图、建筑效果图,也可以用于绘制辅助图样。

2. 平行投影

当投射中心 S 在无限远的位置时,发射出的投影线可按一定的方向平行地投射下来,由此产生的投影称为平行投影。根据投影线与投影面之间角度的不同,平行投影法又可分为斜投影和正投影。

当投影线采用平行光线,且投影方向倾斜于投影面时,所作的空间形体的平面投影称为斜投影,如图 3-3(b)所示。这种投影方法称为科技影法。用斜投影法作出的投影图不能反映形体的真实形状和大小,故其常用于绘制轴测投影图。

当投影线采用平行光线,且投影线垂直于投影面时,所作的空间形体的平面投影称为正投影图,如图 3-3(c)所示。这种投影方法称为正投影法。用正投影法作出的投影图能够反映物体的真实形状和大小,而且作图简单,度量性好,在工程中应用较广。

3.1.3 平行投影的基本特性

平行投影的基本特性如下:

1. 真实性

当直线或者平面与投影面平行时,其投影反映实长或者实形,如图 3-4 所示。这种投影的性质称为真实性。



动画
真实性

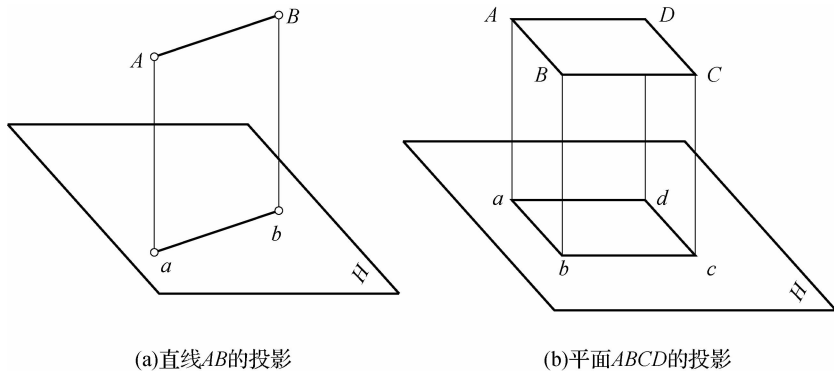


图 3-4 平行投影的真实性

2. 积聚性

当直线或者平面与投影面垂直时,其投影积聚于一点或者一条直线,如图 3-5 所示。这种投影的性质称为积聚性。

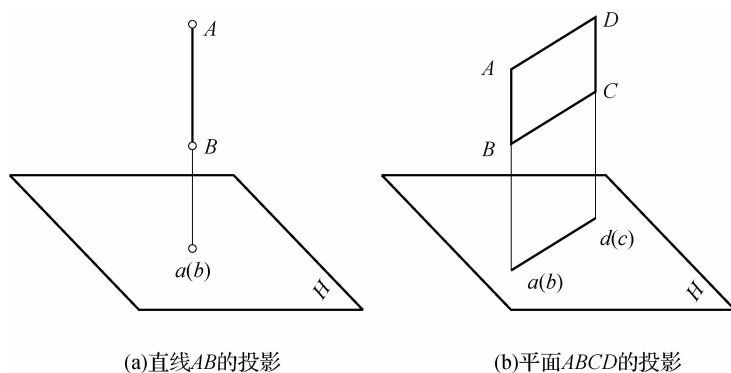


图 3-5 平行投影的积聚性

3. 类似性

当直线或者平面倾斜于与投影面时,直线的投影为比自身短的直线;平面的投影为面积比自身小的平面,如图 3-6 所示。直线或平面的投影不反映实长或实形,其投影是空间形状的类似形。这种投影的性质称为类似性。

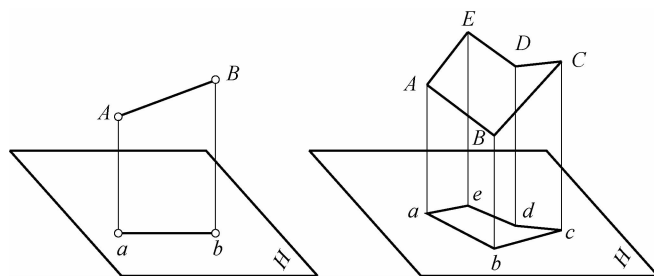


图 3-6 平行投影的类似性

4. 平行性

当空间两直线互相平行时,它们在同一投影面上的投影仍互相平行,如图 3-7 所示。空间两直线 $AB \parallel CD$,其投影 $ab \parallel cd$ 。这种投影的性质称为平行性。

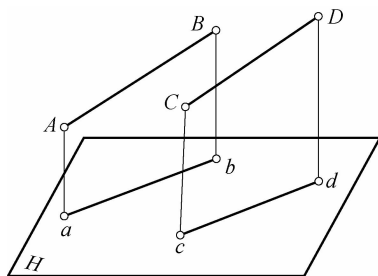


图 3-7 平行投影的平行性

5. 从属性与定比性

点在直线上,则点的投影必定在直线的投影上。如图 3-8 所示,空间 B 点在直线 AC



动画
积聚性



动画
类似性



动画
平行性

上, B 点的投影 b 也一定在直线 AC 的投影 ac 上, 这种投影的性质称为从属性。点分线段的比例等于点的投影分线段的投影所成的比例, 如在图 3-8 所示中, $AB : BC = ab : bc$ 。这种投影的性质称为定比性。

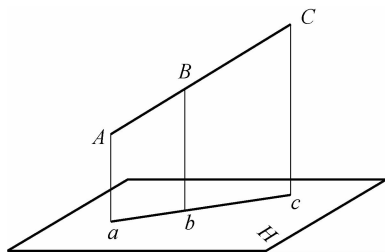


图 3-8 平行投影的从属性与定比性

3.1.4 工程中常用的投影图

在实际工作中, 由于表达目的和对象的不同, 常用不同的投影法来表达不同的投影图, 工程上常用到四种投影图, 即透视投影图、轴测投影图、正投影图和标高投影图, 如图 3-9 所示。

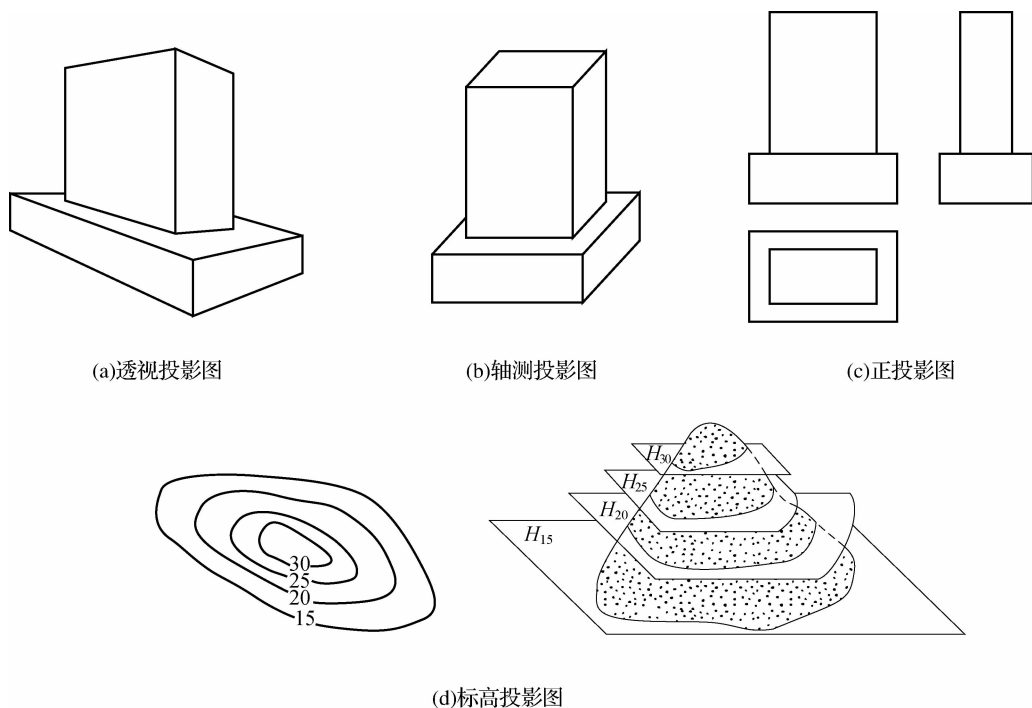


图 3-9 工程上常用的投影图

(1) 透视投影图。用中心投影法绘制的物体的单面投影图, 称为透视图, 如图 3-9(a) 所示。这种投影图的优点是图形逼真, 立体感强, 符合视觉规律; 缺点是绘图过程比较复杂, 不能直接度量。透视投影图常用于建筑物效果表现图。

(2)轴测投影图。用平行投影法绘制的物体的单面投影图,称为轴测投影图,如图 3-9(b)所示。这种投影图的优点是立体感强,缺点是度量性较差。常作为工程的辅助性图。

(3)正投影图。用正投影法把物体向两个或两个以上的相互垂直的投影面进行投影所得到的图样称为多面正投影图,简称正投影图,如图 3-9(c)所示。这种投影图的优点是作图方便,度量性好;其缺点是立体感差,不易看懂。正投影图在工程中应用最广。

(4)标高投影图。用正投影法绘制的物体的标有高度的单面投影图,称为标高投影图,如图 3-9(d)所示。它用正投影反映物体的长度和宽度,其高度用数字标注。作图时,用间隔相等的水平面截割地形的高程,其交线即为等高线。将不同高程的等高线投影到水平的投影面上,并标注出各等高线的高程,即得标高投影图。这种投影方法用于绘制建筑总平面和道路等方面的平面布置图样。

3.2 三面投影图

如图 3-10 和图 3-11 所示,即使在同一个(或者两个)投影面上的投影完全相同,也不能据此确定物体的空间形状和大小。因此,在工程上常用多个投影图来表达形体的形状和大小,基本的表达方式是三面投影图。

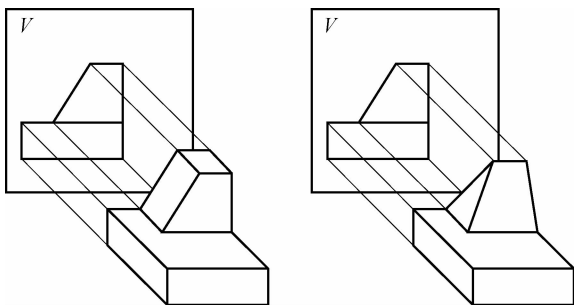


图 3-10 形体的一面投影

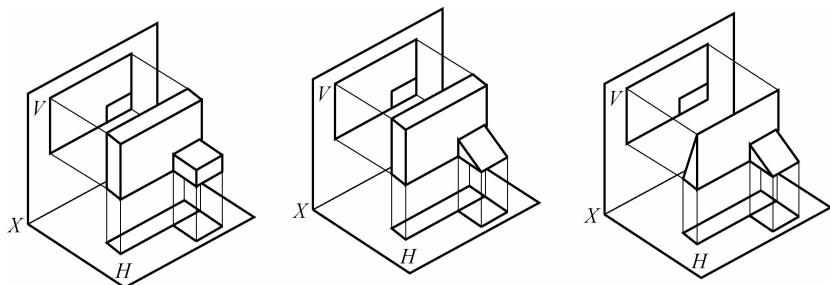


图 3-11 形体的两面投影



动画
两面投影

3.2.1 三面投影图的形成和展开



动画

三面投影体系

1. 三面投影体系的建立

绘制工程图样时,首先要建立一个三面投影体系(见图 3-12),即三个相互垂直的投影面 H 、 V 、 W 面。其中, H 面为水平投影面, V 面为正立投影面, W 面为侧立投影面。 H 、 V 、 W 三个面的交线 OX 、 OY 、 OZ 称为投影轴,分别简称为 X 轴、 Y 轴、 Z 轴。三轴互相垂直并相交于一点 O ,点 O 称为原点。

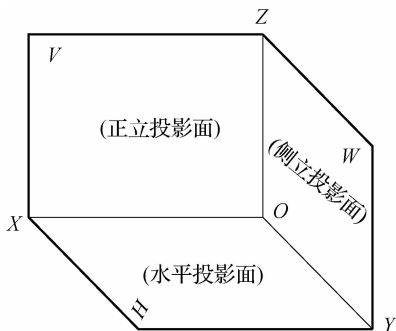


图 3-12 三面投影体系

2. 三面投影图的形成

将形体正放在三面投影体系中,尽可能使形体的表面平行于相应的投影面,以便使它们的投影反映形体表面的实形。形体的位置一经确定,其长、宽、高及上下、左右、前后方位即确定。将形体向三个投影面进行投影,即得形体的三面投影图(或三视图)。

- (1)主视图。从物体的前面向后面投影,在 V 面上得到的正面投影图称为主视图。
- (2)俯视图。从形体的上面向下面投影,在 H 面上得到的水平面投影图称为俯视图。
- (3)左视图。从形体的左面向右面投影,在 W 面上得到的侧面投影图称为左视图。

3. 三面投影图的展开

为了使空间三个投影面上所得到的投影在一个平面上,需将三个互相垂直的投影平面展开。展开时,保持 V 面不动,将 H 面绕 OX 轴向下旋转 90° ,将 W 面绕 OZ 轴向右旋转 90° 。这样, H 面、 W 面就和 V 面在同一个平面上了,由此得到展开后的三面投影图,如图 3-13 所示。这时, Y 轴就分成了两条,在 H 面上的用 OY_H 表示,在 W 面上的用 OY_W 表示。如图 3-14(a)所示。通常绘制形体的三面投影图时,因形体与投影面的距离并不影响形体在这个投影面上的形状,故不需要画出投影面的边框,也可不画出投影轴,如图 3-14(b)所示。

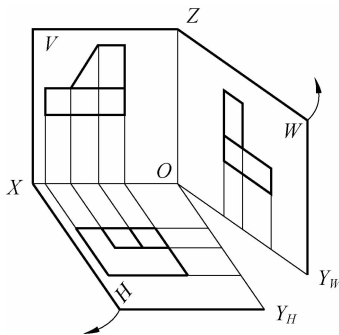


图 3-13 三面投影图的展开

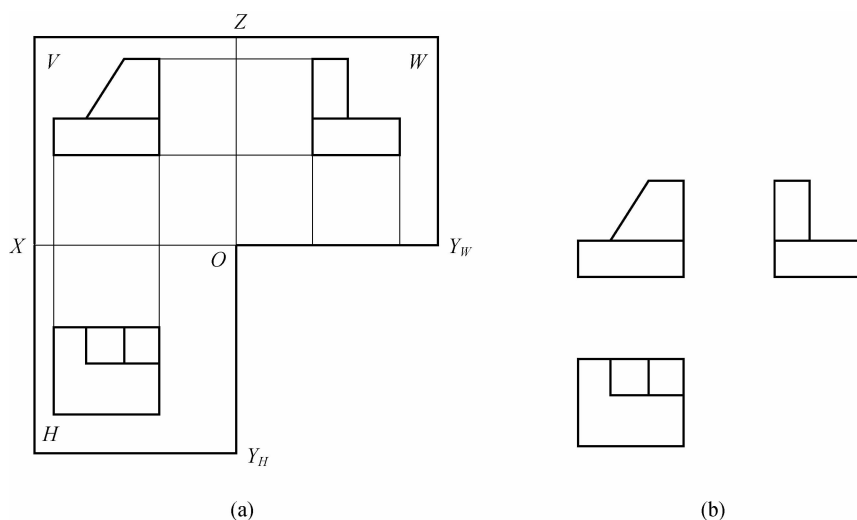


图 3-14 展开后的三面投影图

3.2.2 三面投影图的规律

1. 三面投影图与空间物体的关系

由三面投影图的形成可知,每个视图都表示物体两个方向的尺寸和四个方位,如图 3-15 所示。

- (1) 主视图反映物体长和高方向的尺寸和上、下、左、右的方位。
- (2) 俯视图反映物体长和宽方向的尺寸和左、右、前、后的方位。
- (3) 左视图反映物体高和宽方向的尺寸和上、下、前、后的方位。

应当注意的是,俯视图和左视图中远离主视图的一边是物体的前边,靠近主视图的一边是物体的后边。

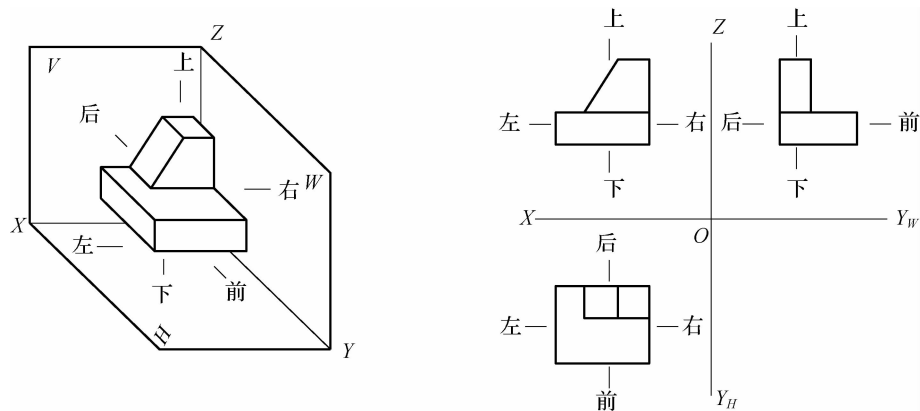


图 3-15 三视图与空间物体的关系

2. 三面投影图的投影规律

三面投影图表达的是同一物体,而且它们是物体在同一位置分别向三个投影面所作的投影,所以三面投影图间每对相邻视图在同一方向的尺寸相等。因此,必然具有以下所述的投影规律:主视图和俯视图长对正,主视图和左视图高平齐,俯视图和左视图宽相等。

三面投影图之间的投影规律,通常概括为长对正、高平齐、宽相等(三等关系)。这个规律是画图和读图时的根本规律,无论是对整个物体,还是对物体的局部,其三面投影图都必须符合这个规律。

3.2.3 三面投影图的画法

可依据下列步骤进行三面投影图的绘制:

(1)根据各投影图的比例与图幅大小的关系,在图纸上适当安排三个投影的位置,如为对称图形,则先作出对称轴线。选择水平投影面、正立投影面和侧立投影面时,应尽量减少三个投影面上的虚线。

(2)绘制正面投影图,即先从最能反映形体特征的投影画起。

(3)根据“长对正、高平齐、宽相等”的投影关系作出其他两个投影。

(4)检查擦去多余的线条,加粗加深图线。

【例 3-1】 试绘制图 3-16(a)所示的台阶模型立体图的三面投影图。

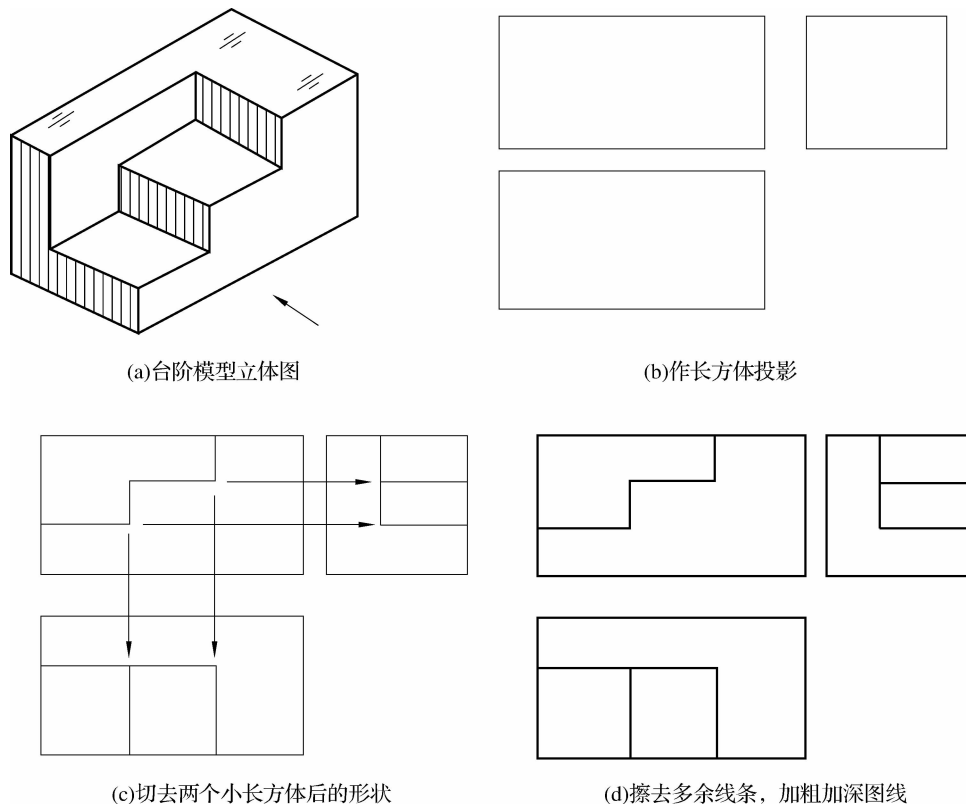


图 3-16 台阶模型的三面投影图

【解】 作图步骤如下:

(1) 台阶模型立体图是由一个大长方体切去两个小长方体后形成的。箭头表示 V 投影方向,如图 3-16(a)所示。

(2) 绘出长方体外形的三面投影(用细实线打底稿),如图 3-16(b)所示。

(3) 在长方体三面投影的轮廓线内加绘台阶的三面投影:先加绘台阶的 V 面投影,据此再绘制 H 面投影、 W 面投影,如图 3-16(c)中的箭头所示。

(4) 擦去多余线条,加粗加深图线,完成全图,如图 3-16(d)所示。

3.3 点的投影

3.3.1 点的投影规律

点是构成形体的最基本的几何元素。虽然点在任何投影面的投影上均为点,但它是绘制线、面、体投影的基础。

如图 3-17(a)所示, A 点位于三投影面体系的空间内,过 A 点分别向三个投影面作投影线,可得到 a 、 a' 、 a'' 。为了使三个投影面上的投影成为在一个平面上的投影图,将投影面展开,得到如图 3-17(b)所示的展开图。过 a 点的水平线与过 a'' 的竖直线刚好交于通过原点 O 的一条 45° 斜线上, H 面投影与 W 面投影总满足此关系,如图 3-17(c)所示。

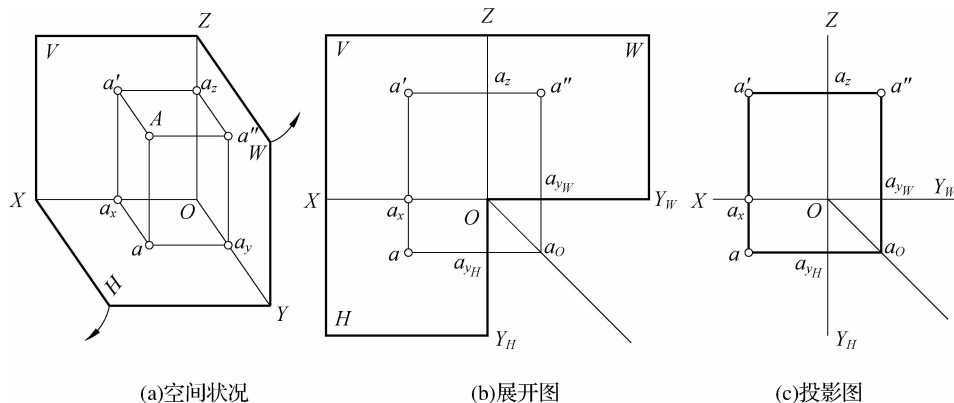


图 3-17 展开后的三视图

根据以上分析,可以得出点的三面投影规律:

- (1) 点的正面投影和水平投影的连线垂直于 X 轴(长对正),如图 3-17(c)中的 $a'a \perp OX$ 。
- (2) 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 Z 轴(高平齐),如图 3-17(c)中的 $a'a'' \perp OZ$ 。
- (3) 点的水平投影到 X 轴的距离等于点的侧面投影到 Z 轴的距离(宽相等),如图 3-17(c)中的 $aa_x = a''a_z$ 。

根据上述投影规律,在三面投影体系中,由一点的任意两个投影均可确定点在空间的位置,同时由点的任意两个投影可以求出第三个投影。

【例 3-2】 如图 3-18(a)所示,已知 A 点的水平投影 a 和正面投影 a' ,求其侧面投影 a'' 。



动画

点的三面投影

【解】 作图步骤如下：

(1)如图 3-18(b)所示,过 a' 作 OZ 轴的垂线 $a'a_z$,所求 a'' 必在 $a'a_z$ 的延长线上。

(2)如图 3-18(c)所示,在 $a'a_z$ 的延长线上截取 $a_za''=aa_x$, a'' 即为所求。

也可以 O 点为圆心作 45° 辅助线,过 a 点作 $aa_{y_H} \perp OY_H$ 并延长交辅助线于一点,过此点作 OY_W 轴的垂线,交 $a'a_z$ 延长线于一点,此点即所求点 a'' ,如图 3-18(d)、(e)所示。



动画
求点的投影

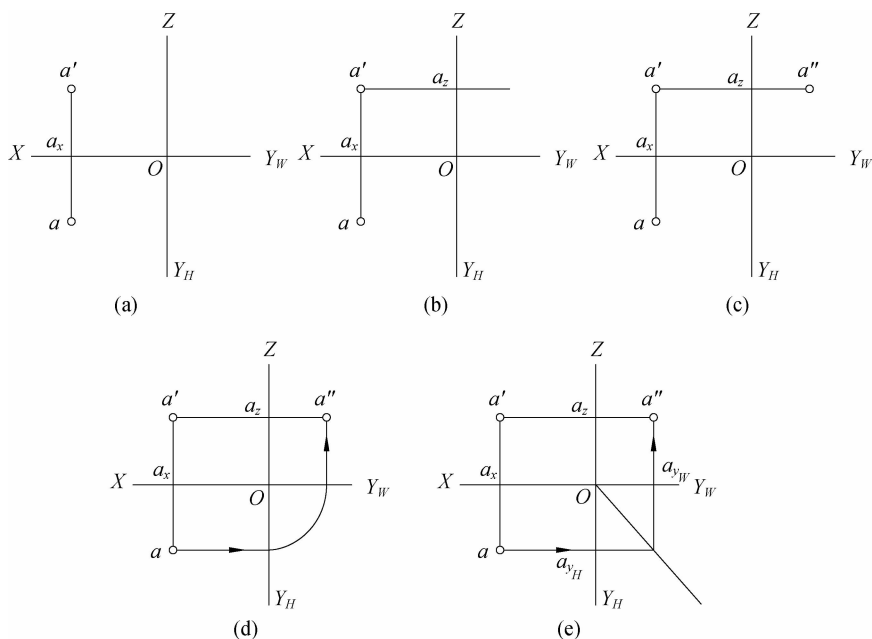


图 3-18 求点的第三面投影

【例 3-3】 如图 3-19(a)所示,已知点 A 、 B 、 C 、 D 分别位于投影面和投影轴上,求作各点的三面投影图。

【解】 作图步骤如下：

(1) A 点位于 H 面上,其水平投影 a 与 A 点重合,其正面投影 a' 和侧面投影 a'' 分别位于 OX 轴和 OY 轴上。

(2) B 点位于 V 面上,其正面投影 b' 与 B 点重合,水平投影 b 和侧面投影 b'' 分别位于 OX 轴和 OZ 轴上。

(3) C 点位于 W 面上,其侧面投影与 C 点重合,其正面投影 c' 和水平投影 c 分别位于 OZ 轴和 OY 轴上。

(4) D 点位于 OX 轴上,其正面投影 d' 和水平投影 d 与 D 点重合,位于 OX 轴上,侧面投影 d'' 位于原点 O 上。

作图结果如图 3-19(b)所示,需要注意的是, A 点的侧面投影 a'' 的作图结果应在如图 3-19(b)所示的 OY_W 轴上, C 点的水平投影应在 OY_H 轴上。

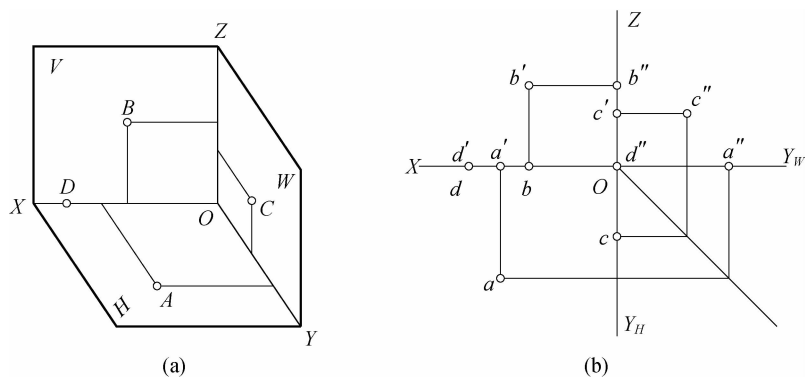


图 3-19 求点的三面投影

3.3.2 点的坐标

点的空间位置可用坐标来确定,如 A 点的坐标可表示为 $A(x,y,z)$ 。其中, x 表示点 A 到 W 面的距离,即 $x=Aa''$; y 表示点 A 到 V 面的距离,即 $y=Aa'$; z 表示点 A 到 H 面的距离,即 $z=Aa$,如图 3-20 所示。

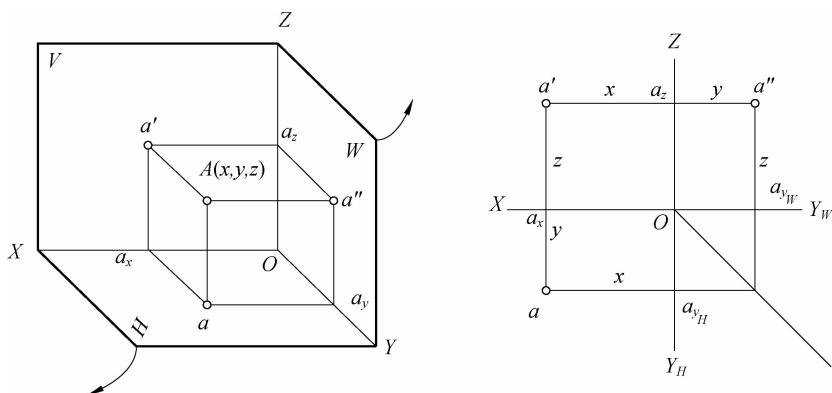


图 3-20 点的投影和坐标

一点的三面投影与点的坐标关系为:

- (1) 一点的 H 面投影可反映该点的 X 、 Y 坐标。
- (2) 一点的 V 面投影可反映该点的 X 、 Z 坐标。
- (3) 一点的 W 面投影可反映该点的 Y 、 Z 坐标。

已知点的三个坐标,可作出该点的三面投影;已知点的三面投影,可以量出该点的三个坐标。

【例 3-4】 已知点 $A(14,10,20)$,作其三面投影。

【解】 作图步骤如下:

方法 1:在投影轴 OX 、 OY_H 、 OY_W 、 OZ 上,分别从原点 O 截取 14 mm、10 mm、10 mm、20 mm,得点 a_x 、 a_{y_H} 、 a_{y_W} 和 a_z ;过点 a_x 、 a_{y_H} 、 a_{y_W} 和 a_z 作投影轴 OX 、 OY_H 、 OY_W 、 OZ 的垂线,即可得到空间 A 点的三面投影,如图 3-21(a)所示。

方法 2: 在 OX 轴上从原点 O 截取 14 mm, 得到点 a_x ; 过点 a_x 作 OX 轴的垂线, 并延长, 从点 a_x 向下截取 10 mm, 得到点 a ; 从点 a_x 向上截取 20 mm, 得到点 a' ; 过原点 O 作 45° 辅助线, 过 a 点作 OY_H 轴的垂线与该辅助线交于一点 a_o , 过该点作 OY_W 轴的垂线并延长, 过 a' 点作 OZ 轴的垂线并交延长线于一点, 得到点 a'' , 如图 3-21(b) 所示。

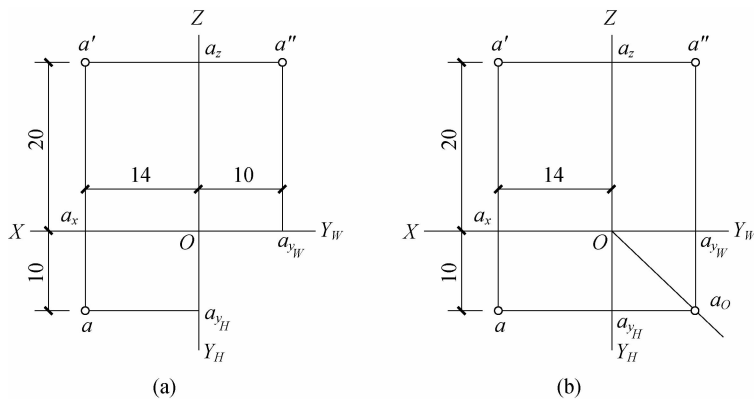


图 3-21 已知点的坐标作三面投影

3.3.3 空间两点的相对位置

1. 两点相对位置的判断

空间每个点具有前、后、左、右、上、下六个方位, 由点的三个坐标可知空间点到三个投影面之间的距离。要分析空间两点的相对位置, 只需分析它们的坐标值即可。X 坐标值大的点在左, 小的在右; Y 坐标值大的在前, 小的在后; Z 坐标值大的在上, 小的在下。

如图 3-22 所示, 由 H 面投影可判断 A 点在 B 点的左前方, 由 V 面投影可判断出 A 点在 B 点的左下方, 由 W 面投影可判断出 A 点在 B 点的前下方, 即可得出 A 点在 B 点的左、前、下方。

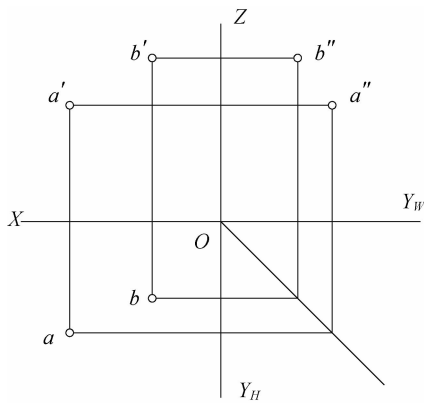


图 3-22 两点的相对位置投影图

2. 重影点

当空间中某两个点在一个投影面上的投影重合时,即把这两个点称为这个投影面的重影点,重影点的三个坐标值中必有两个相同,另一个不同。

一个投影面上重影点反映空间点的可见性,必须根据这两个点在另外的投影面上的相对位置来判定,将重影点可见点的投影写在前面,不可见点的投影写在后面,最后加上圆括号。

如图 3-23 所示, A 、 B 两点的水平投影重合为一点, A 、 B 两点称为 H 面的重影点,因为 A 点在上, B 点在下,故 A 点可见, B 点不可见,水平投影应标注为 $a(b)$ 。

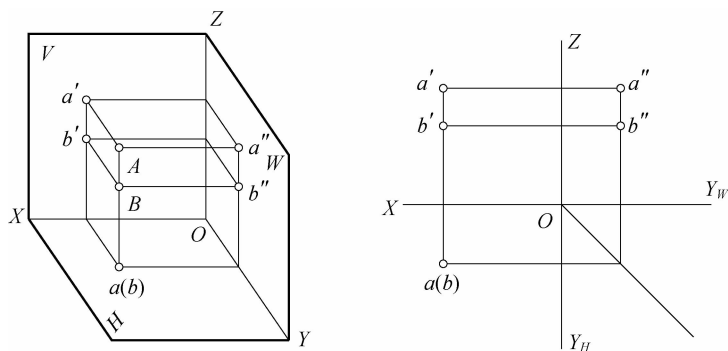


图 3-23 H 面的重影点

3.4 直线的投影

3.4.1 直线的投影规律

一条直线可由直线上的任意两个点来决定,所以画出直线上任意两点的投影,连接其同面投影(同一投影面上的投影)即得直线的投影。按空间直线与投影面的相对位置不同,可将直线分为一般位置直线、投影面的平行线和投影面的垂直线。直线与 H 面、 V 面、 W 面的倾角分别为 α 、 β 、 γ 。

1. 一般位置直线

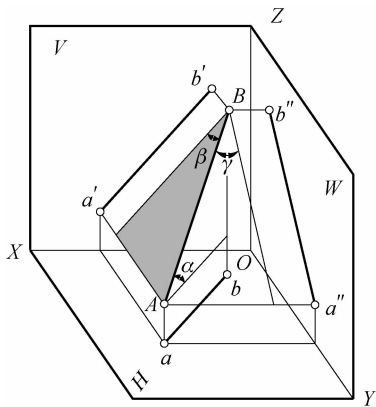
一般位置直线是指相对于三个投影面都倾斜的直线,如图 3-24 所示。其投影的特性为:三面投影都倾斜且小于实长,并且与各投影轴的夹角均不反映空间直线与投影面的倾角。

2. 投影面平行线

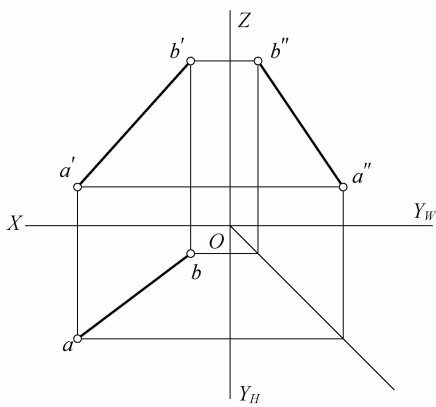
投影面平行线是指在空间与一个投影面平行同时与另外两个投影面倾斜的直线。投影面平行线可以分为正平线、水平线、侧平线。正平线与 V 面平行,同时与 H 面、 W 面倾斜;水平线与 H 面平行,同时与 V 面、 W 面倾斜;侧平线与 W 面平行,同时与 H 面、 V 面倾斜。



动画
一般位置直线



(a)立体图



(b)投影图

图 3-24 一般位置直线的投影

投影面平行线的投影特点为:在与它平行的投影面上的投影反映其实长,并且该投影与相应投影轴的夹角反映直线与另外两个投影面的倾角。其余两个投影小于实长,且平行于相应的两个投影轴。投影面平行线投影图及其投影规律见表 3-1。

表 3-1 投影面平行线投影图及其投影规律

名 称	直观图	投影图	投影规律
正平线			(1)正面投影反映实长,与 X 轴夹角为 α ,与 Z 轴夹角为 γ 。 (2)水平投影平行于 X 轴。 (3)侧面投影平行于 Z 轴
水平线			(1)水平投影反映实长,与 X 轴夹角为 β ,与 Y 轴夹角为 γ 。 (2)正面投影平行于 X 轴。 (3)侧面投影平行于 Y 轴

续表

名 称	直观图	投影图	投影规律
侧平线			(1) 侧面投影反映实长，与 Y 轴夹角为 α，与 Z 轴夹角为 β。 (2) 正面投影平行于 Z 轴。 (3) 水平投影平行于 Y 轴

3. 投影面垂直线

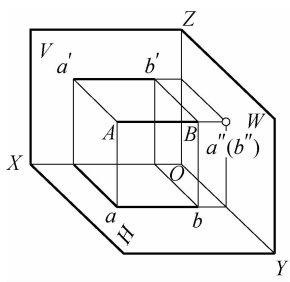
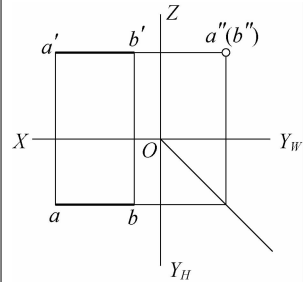
投影面垂直线是指在空间与一个投影面垂直同时与另外两个投影面平行的直线。投影面垂直线可以分为正垂线、铅垂线、侧垂线。正垂线与 V 面垂直同时与 H 面、 W 面平行；铅垂线与 H 面垂直同时与 V 面、 W 面平行；侧垂线与 W 面垂直同时与 H 面、 V 面平行。

投影面垂直线的投影特点为：在与它垂直的投影面上的投影积聚为一点，另外两个投影垂直于相应的投影轴，并反映实长。投影面垂直线投影图及其投影规律见表 3-2。

表 3-2 投影面垂直线投影图及其投影规律

名 称	直观图	投影图	投影规律
正垂线			(1) 正面投影积聚为一点。 (2) 水平投影和侧面投影分别垂直于 OX 轴和 OZ 轴，并反映实长
铅垂线			(1) 水平投影积聚为一点。 (2) 正面投影和侧面投影分别垂直于 OX 轴和 OY 轴，并反映实长

续表

名 称	直 观 图	投 影 图	投 影 规 律
侧垂线			(1)侧面投影积聚为一点。 (2)正面投影和水平投影分别垂直于OZ轴和OY轴,并反映实长

3.4.2 直线上的点

直线是一些有规律的点的集合。直线上点的投影具有从属性和定比性。

1. 从属性

直线上点的投影必在该直线的同面投影上,即点的从属性。如图 3-25 所示,C 点在直线 AB 上,根据直线上点的投影的从属性和点的三面投影规律,可知 C 点的三面投影 c 、 c' 、 c'' 分别在直线的同面投影 ab 、 $a'b'$ 、 $a''b''$ 上,并且三面投影符合点的投影规律。

2. 定比性

直线上一点把直线分成两段,这两段线段的长度之比等于它们相应的投影长度之比,这种比例关系称为点的定比性。如图 3-25 所示,点 C 将空间内一直线 AB 分成 AC 和 CB 两段,则有 $AC:CB=ac:cb=a'c':c'b'=a''c'':c''b''$ 。

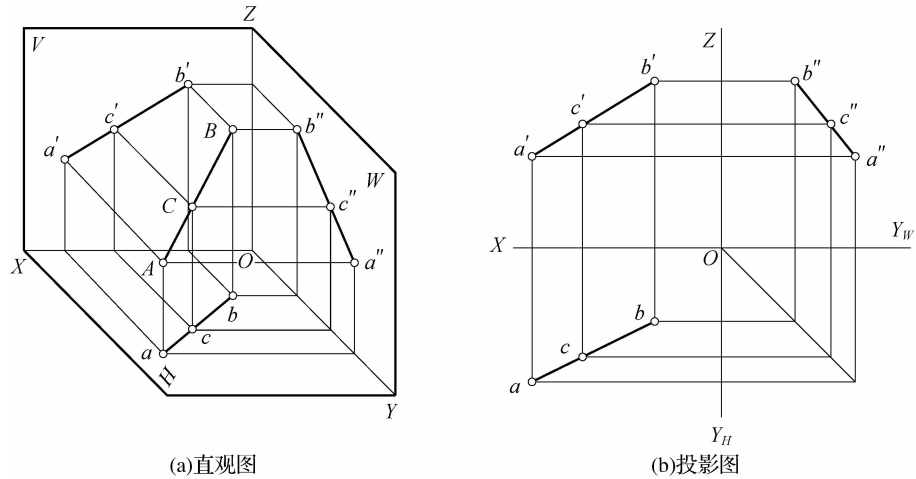


图 3-25 直线上的点

►► * 3.4.3 两直线的相对位置

空间两直线的相对位置有三种类型:平行、相交、交叉。其中,两平行直线和两相交直线都在同一平面上,称为共面直线;两交叉直线不在同一平面上,称为异面直线。

1. 两直线平行

空间中的两条直线如果平行,则它们的同面投影都平行,如图 3-26 所示。如果两直线在某一个投影面上的投影不平行,则空间中的两直线不是平行关系。

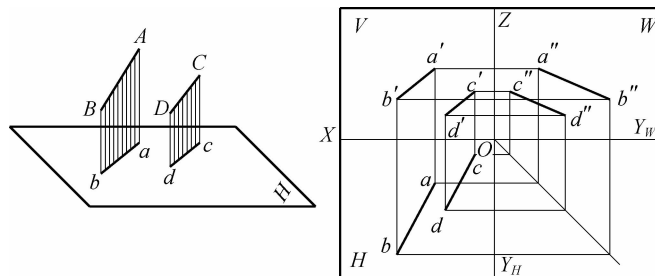


图 3-26 两直线平行

2. 两直线相交

空间中的两条直线如果相交,则它们的同面投影都相交,并且交点符合点的投影规律,如图 3-27 所示。如果两直线有一个投影面的投影不相交,则空间的两直线不是相交关系。

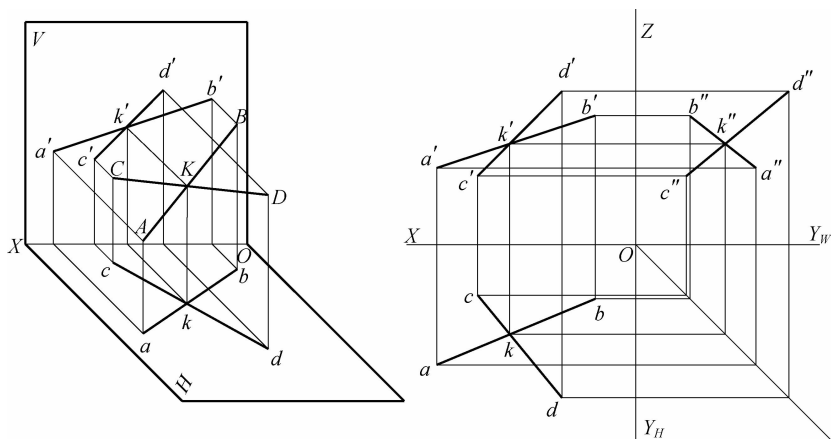


图 3-27 两直线相交

3. 两直线交叉

在空间中两条直线既不相交,也不平行,则称两条直线交叉,如图 3-28 所示。

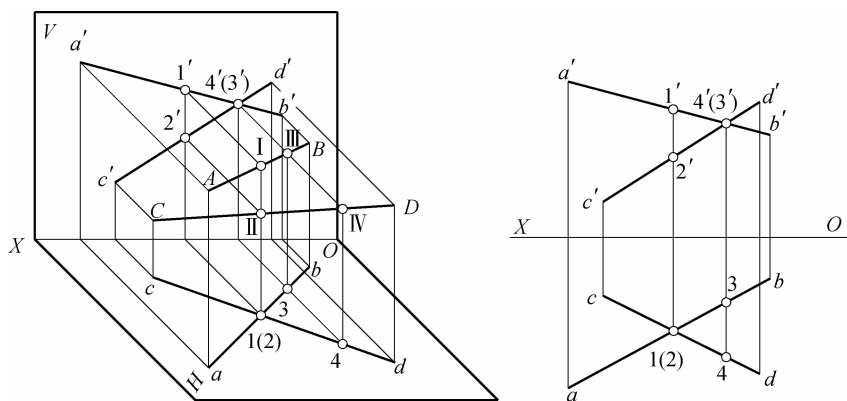


图 3-28 两直线交叉

3.5 平面的投影

3.5.1 平面的表示法

平面的几何元素投影表示法包括以下几种：

- (1) 不在同一直线上的三个点, 如图 3-29(a) 所示。
- (2) 直线和直线外一点, 如图 3-29(b) 所示。
- (3) 两条平行直线, 如图 3-29(c) 所示。
- (4) 两条相交直线, 如图 3-29(d) 所示。
- (5) 任意平面图形, 如图 3-29(e) 所示。

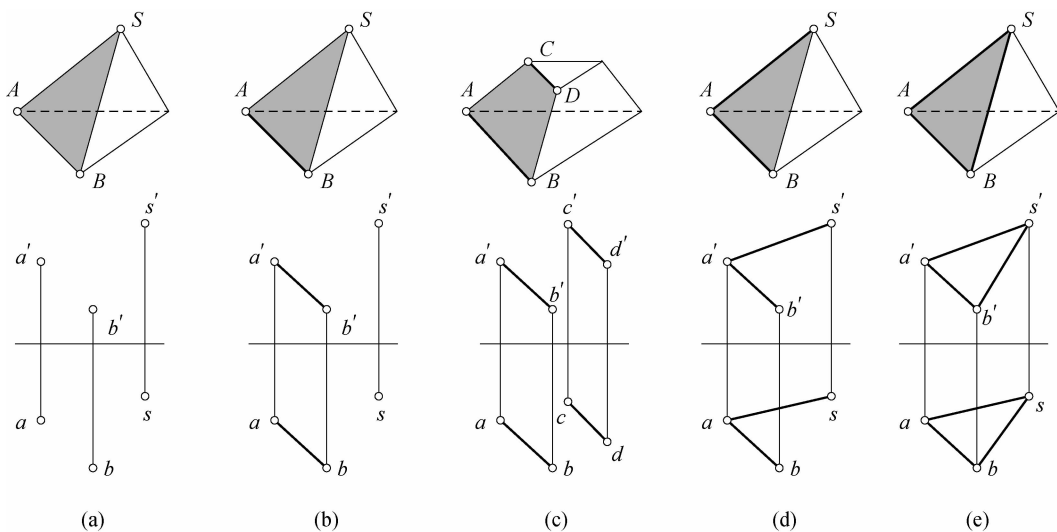


图 3-29 平面的几何元素投影表示法

3.5.2 空间各种位置平面的投影

根据平面与投影面相对位置的不同,平面可分为一般位置平面、投影面平行面和投影面垂直面三种。

1. 一般位置平面

一般位置平面就是指与三个平面既不平行,又不垂直的平面,如图 3-30 所示。其投影特性是:三个投影既不反映平面图形的实形,也不反映该平面与投影面的倾角,面积比实形小,只是原平面图形的类似形。

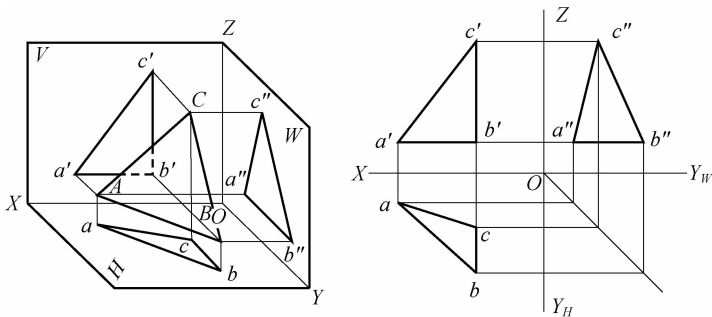


图 3-30 一般位置平面



动画
一般位置平面

2. 投影面平行面

投影面平行面是指平行于一个投影面的平面。投影面平行面可以分为水平面、正平面、侧平面。水平面是与 H 面平行的平面;正平面是与 V 面平行的平面;侧平面是与 W 面平行的平面。

投影面平行面的投影特性为:平面在与其平行的投影面上的投影反映实形,平面在另外两个投影面上的投影积聚成两条直线,并且平行于相应的投影轴。投影面平行面投影图及其投影规律见表 3-3。

表 3-3 投影面平行面投影图及其投影规律

名 称	立 体 图	投 影 图	投影规律
水平面			(1) 在 H 面上的投影反映实形。 (2) 在 V 面和 W 面上的投影积聚为一条直线,且分别平行于 OX 轴和 OY_W 轴

续表

名 称	立 体 图	投 影 图	投 影 规 律
正平面			(1)在 V 面上的投影反映实形。 (2)在 H 面和 W 面上的投影积聚为一条直线,且分别平行于 OX 轴和 OZ 轴
侧平面			(1)在 W 面上的投影反映实形。 (3)在 H 面和 V 面上的投影积聚为一条直线,且分别平行于 OY_H 轴和 OZ 轴

3. 投影面垂直面

投影面垂直面是指垂直于一个投影面并且倾斜于另外两个投影面的平面。投影面垂直面可以分为铅垂面、正垂面、侧垂面。铅垂面是与 H 面垂直,倾斜于 V 面和 W 面的平面;正垂面是与 V 面垂直,倾斜于 H 面和 W 面的平面;侧垂面是与 W 面垂直,倾斜于 H 面和 V 面的平面。

投影面垂直面的投影特性是:平面在与其垂直的投影面上的投影积聚为一条直线,并且该直线与相应投影轴的夹角等于平面与另两个投影面的夹角;平面在另外两个投影面上的投影为原平面图形的类似形,面积比实形小。投影面垂直面投影图及其投影规律见表 3-4。

表 3-4 投影面垂直面投影图及其投影规律

名 称	立 体 图	投 影 图	投 影 规 律
铅垂面			(1)在 H 面上的投影积聚为一条直线,并反映与 V 面和 W 面的倾角 β 和 γ 。 (2)在 V 面和 W 面的投影均反映平面的类似形

续表

名 称	立体图	投影图	投影规律
正垂面			(1) 在 V 面上的投影积聚为一条直线, 并反映与 H 面和 W 面的倾角 α 和 γ。 (2) 在 H 面和 W 面的投影均反映平面的类似形
侧垂面			(1) 在 W 面上的投影积聚为一条直线, 并反映与 H 面和 V 面的倾角 α 和 β。 (2) 在 H 面和 V 面的投影均反映平面的类似形

3.5.3 平面内的点和直线

直线或点在平面上, 则直线或点的投影必然在该平面的相应投影上。根据平面上的直线或点的投影特性可以在平面上取直线或者取点, 作出平面上某些直线或点的投影。

1. 平面内的点

一个点如果在一个平面上, 则它一定在这个平面的一条直线上。如图 3-31 所示, 点 P 在直线 MN 上, 而直线 MN 在 $\triangle ABC$ 上, 因此, 点 P 在平面 ABC 内。

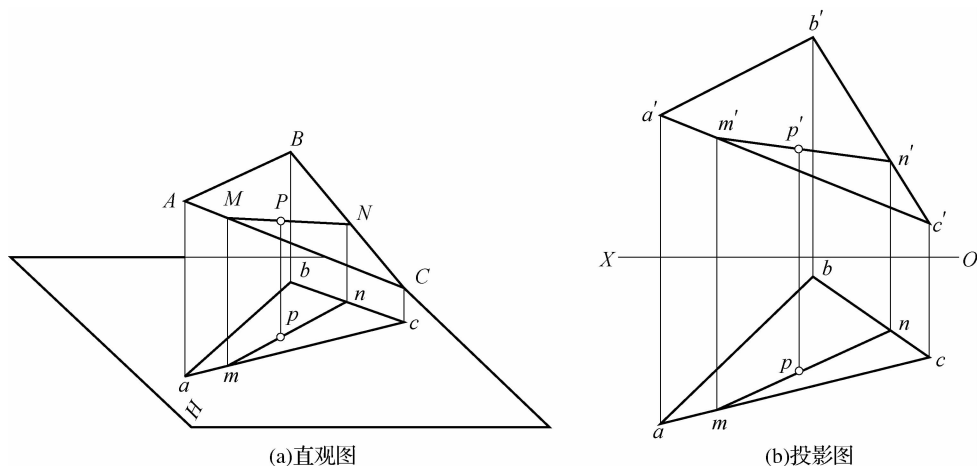


图 3-31 平面内的点

2. 平面内的直线

如果一条直线通过平面内的两个点,或通过平面内的一个点又与该平面内的另一条直线平行,则该直线必定在该平面内。反之,平面内的直线必通过平面内的两点或通过平面内的一点,且平行于平面内的另一条直线。如图 3-32 所示,直线 DC 通过平面 SBC 内的点 D 、点 C ,则 DC 必在平面 SBC 内;直线 DF 通过平面 SBC 上的 D 点且平行于平面 SBC 内的一条直线 BC ,则 DF 也在平面 SBC 内。

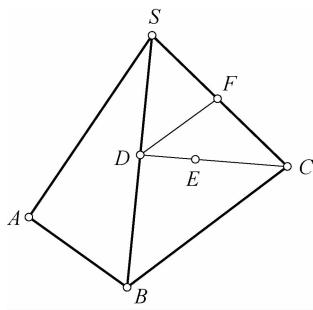


图 3-32 平面内的直线

【例 3-5】 如图 3-33(a)所示,已知平面 ABC 上的 K 点在 H 面的投影为 k ,试求 K 点在 V 面的投影 k' 。

【解】 作图步骤如下:

- (1) 在 H 面内,连接 ak 并延长交 bc 于 d 点,过 d 点向上作联系线交 $b'c'$ 于 d' 点。
- (2) 过 k 点向上作联系线交 $a'd'$ 于 k' 点。

作图结果如图 3-33(b)所示。

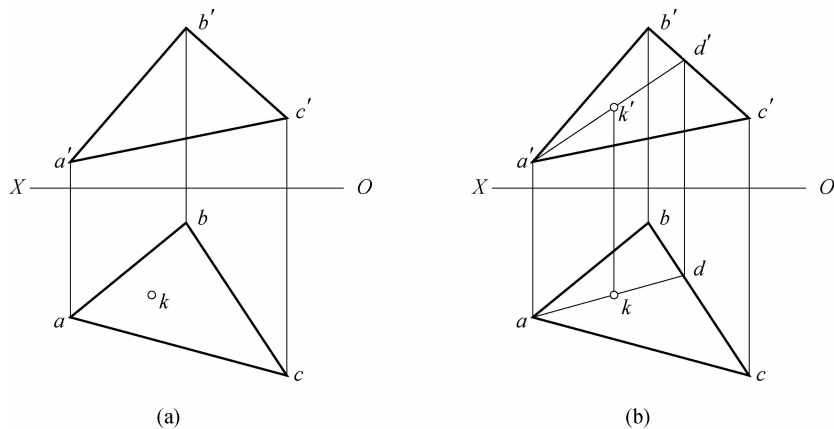


图 3-33 求作平面上 K 点的投影

此题也可用作平行线的方法求解,请自行解决。

3. 平面内的投影面平行线

平面内的投影面平行线既符合直线在平面上的几何条件,又具有投影面平行线的投影特性。平面内的投影面平行线有以下三种:

(1) 平面内平行于 H 面的直线称为平面上的水平线。

(2) 平面内平行于 V 面的直线称为平面上的正平线。

(3) 平面内平行于 W 面的直线称为平面上的侧平线。

如图 3-34 所示,要在平面内作水平线,须先作水平线的 V 面投影,然后再作水平线的 H 面投影;要在平面内作正平线,须先作正平线的 H 面投影,然后作正平线的 V 面投影。

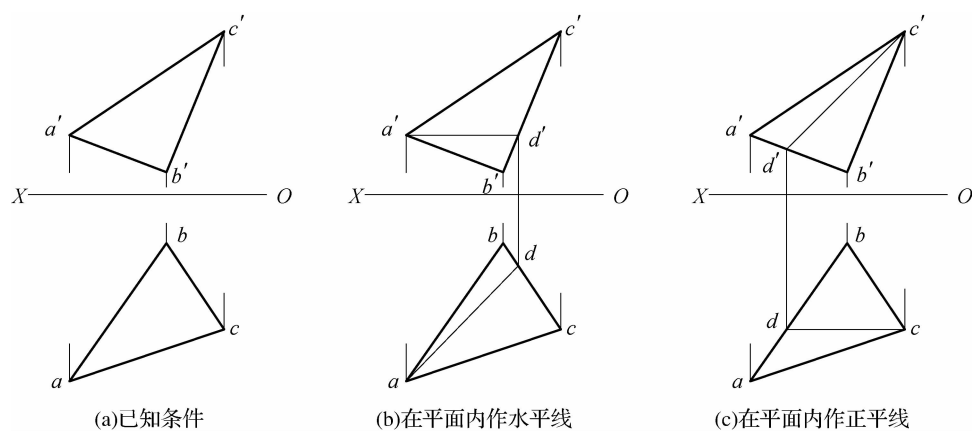


图 3-34 平面内的投影面平行线