

项目 4 距离测量与直线定向

学习目标

- ▶ 掌握钢尺量距的一般方法与精密方法。
- ▶ 掌握直线的方位角和象限角的概念。
- ▶ 掌握方位角及坐标的推算。
- ▶ 了解罗盘仪的构造。



4.1 钢尺量距

4.1.1 量距工具

1. 钢尺

钢尺又称为钢卷尺,宽为 $1\sim 1.5\text{ cm}$,厚为 $0.3\sim 0.4\text{ mm}$,长度通常有 20 m 、 30 m 、 50 m 、 100 m 几种。尺的一端为扣环,另一端装有木手柄,绕在钢尺架上使用,如图 4-1(a)所示。还有一种稍薄些的钢带尺称为轻便钢卷尺,其长度有 10 m 、 20 m 、 50 m 等。轻便钢卷尺通常收卷在皮盒或铁皮盒内,如图 4-1(b)所示。

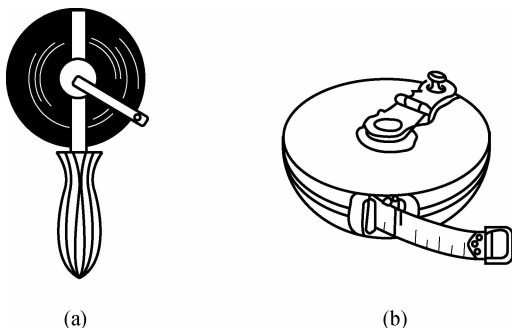


图 4-1 钢尺外形

钢卷尺按长度起算的零点位置不同可分为端点尺和刻线尺两种。端点尺的起算零点位置是以尺端的扣环起算的,如图 4-2(a)所示。刻线尺是以刻在尺端附近的零分划线起算的,如图 4-2(b)所示。端点尺使用比较方便,但量距精度较刻线尺低一些。

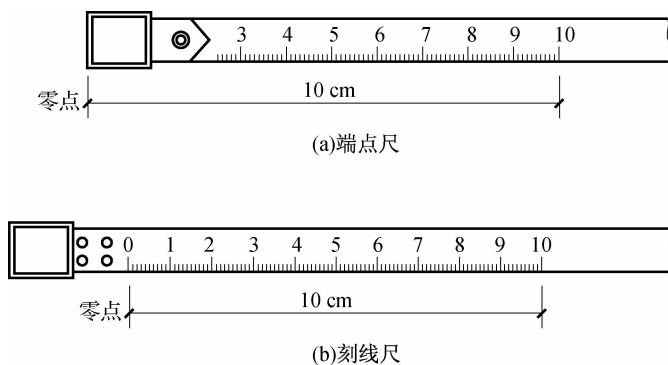


图 4-2 钢尺零点

一般钢卷尺上的最小分划为厘米。在零端第一分米内刻有毫米分划。在每米和每分米的分划线处都注有数字。此外,在零端附近还注有尺长(如 50 m)、温度(如 20 °C)及拉力(如 5 kg)等数值。这些说明在规定的温度、拉力条件下该钢尺的实际长度为多少。当上述条件改变时,钢尺的实际长度也随之改变。为了求得在不同条件下钢尺的实际长度,每个钢卷尺在出厂时都附有尺长方程式。实际工作中,应经常对钢卷尺的长度进行检定。

皮尺(实际上是布卷尺)的外形与轻便钢卷尺差不多,整个尺子收卷在一个皮盒中,它是由麻或纱线与金属丝编织成的布带,布带长度有 20 m、30 m、50 m 等,属于端点尺。由于布带受拉力的影响较大,因而常在量距精度要求不高时才使用皮尺。

2. 辅助工具

钢尺量距的辅助工具有标杆、测钎、垂球等,如图 4-3 所示。标杆又称花杆,直径为 3~4 cm,长为 2~3 m,杆身涂以 20 cm 间隔的红、白漆,下端装有锥形铁尖,主要用于标定直线方向。测钎也称测针,用直径为 5 mm 左右的粗钢丝制成,长为 30~40 cm,上端弯成环形,下端磨尖,一般以 11 根为一组,穿在铁环中,用来标定尺的端点位置和计算整尺段数。垂球用于在不平坦地面丈量时将钢尺的端点垂直投影到地面。

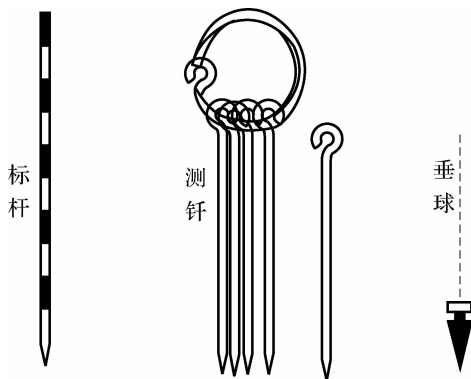


图 4-3 辅助工具

在进行精密量距时,还需配备弹簧秤和温度计。弹簧秤用于对钢尺施加规定的拉力,温度计用于测定钢尺量距时的温度,以便对钢尺丈量的距离施加温度改正。

4.1.2 直线定线

当地面上待测两点之间的距离大于尺的长度或地面起伏较大需要分段丈量时,通常在待测距离的两点连线上设立一些标志标明两点间的直线位置作为分段丈量的依据,这项工作称为直线定线。一般量距时用目估定线,精密量距时用经纬仪定线。

(1)待测两点间平缓无障碍时的定线方法。如图 4-4 所示,先在 A、B 两点立好标杆,由一个测量员在 A 点标杆后约 1 m 处用单眼通过 A 点标杆的一侧瞄准 B 点标杆同一侧形成视线,指挥另一个测量员持标杆在垂直于 AB 方向线的方向上移动,直到与 A、B 标杆的视线重合为一条线为止。此时即可在标杆 C 处做好标志。

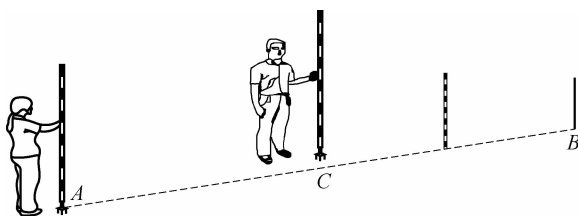


图 4-4 待测两点间平缓无障碍时的定线方法

(2)待测两点间地形起伏时的定线方法。对于图 4-5(a)所示的起伏地形,可采用侧向辅助三角形法定线。如图 4-5(b)所示,分别测量 $\angle ACB$ 及边长 AC、BC,然后利用余弦定理及正弦定理计算出边长 AB、 $\angle CAB$ 和 $\angle CBA$,最后将经纬仪分别置于 A 点和 B 点,后视 C 点,再分别转动角度 $\angle CAB$ 和 $\angle CBA$ 即可定出 AB 的方向,这样便可进一步定线。对于图 4-5(c)所示的地形,可先在 A 点安置经纬仪,后视 B 点,拧紧经纬仪水平制动螺旋,然后上下旋转望远镜即可进行定线工作。

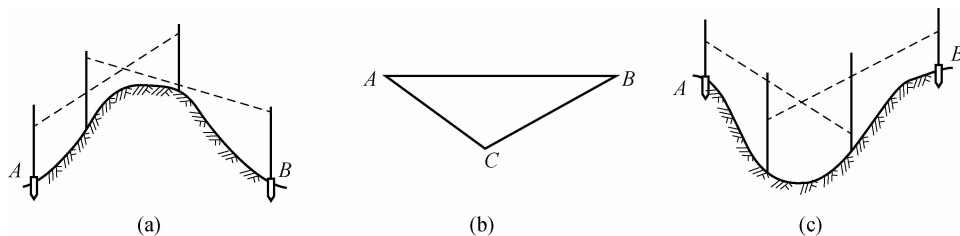


图 4-5 待测两点间地形起伏时的定线方法

(3)延长直线的定线方法。延长直线的定线经常采用的是经纬仪正倒镜取平均值的方法。如图 4-6(a)所示,欲将直线 AM 延长至 B 处,其做法是:先将仪器安置于 M 点,以盘左位置后视 A 点,纵转望远镜,在视线上定出 B_1 点。再以盘右位置后视 A 点,纵转望远镜,在视线上定出 B_2 点,若 B_1 、 B_2 两点重合,则此点即为 B 点的位置;若不重合,但 B_1B_2 的长度在容许范围内,则取 B_1B_2 的中点 B 即可,这时 AM 即正确延长到 B 点。在实际工作中,应尽可能使后视边大于延长直线的长度,以减少照准误差对延长边的影响。

延长直线定线时,经常遇到障碍物,此时应根据实际情况组成适当的几何图形以越过障碍物,如采用图 4-6(b)所示的辅助等边三角形 $B_2M_1M_2$,也可组成矩形、正方形或其他可用

的几何关系解算边、角关系的图形。

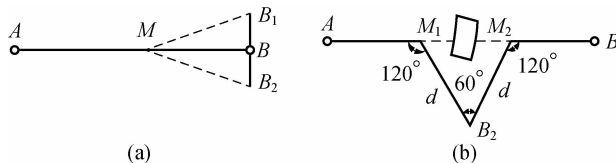


图 4-6 延长直线的定线方法

当直线定线精度要求较高时,可用经纬仪等角度测量仪器定线。如图 4-7 所示,欲在 AB 直线上确定出 1、2 点的位置,可将经纬仪安置于 A 点,用望远镜照准 B 点,固定照准部制动螺旋,然后将望远镜向下俯视,将十字丝交点投测到 AB 线上的相应点,打下木桩,并在桩顶钉小钉以确定出 1 点的位置。同理可标定出 2 点的位置。

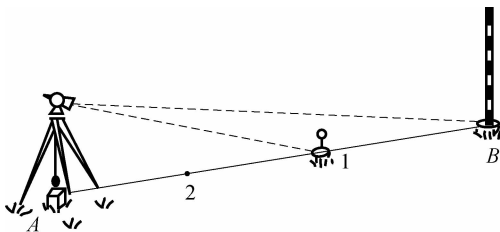


图 4-7 经纬仪定线

4.1.3 量距方法

1. 一般量距

在平坦地区,量距精度要求不高时,可采用整尺法量距,直接用钢尺沿地面丈量。量距前,先在直线两端点 A、B 处立标杆,然后由后拉尺员持钢尺零点一端,前拉尺员持钢尺末端并持一束测钎按定线方向沿地面拉紧钢尺,前拉尺员在尺末端分划处垂直插下一个测钎,这样就可以量定一个尺段。然后,前、后拉尺员同时将钢尺抬起(悬空,勿在地面拖拉)前进。后拉尺员走到第一根测钎处,用零端对准测钎,前拉尺员拉紧钢尺在整尺端处插下第二根测钎,依次继续丈量。每量完一尺段,前进时后拉尺员要注意收回测钎,最后一尺段不足一整尺时,前拉尺员在 B 点标志处读取尺上刻划值,后拉尺员手中测钎数为整尺段数。设整尺段数为 n ,钢尺长度为 l_0 ,不到一个整尺段距离为余长 Δl ,则水平距离 D 可按式(4-1)计算。

$$D = nl_0 + \Delta l \quad (4-1)$$

当在高低起伏的地面量距时,一般抬高尺子一端或两端,使尺子呈水平以量得直线的水平距离。如图 4-8(a)所示,在丈量时,使尺子一端对准地面标志点,将另一端抬高使尺子成水平(目估)。拉紧尺子后,悬挂垂球线使其对准尺上的分划线,再以测钎标出垂球尖端所对的地面点位,即为该分划线的水平投影位置。连续分段测量,可求得 AB 直线的水平距离。

如图 4-8(b)所示,如果两点间高差较大,但地面坡度比较均匀,大致成一倾斜面,则可沿地面丈量倾斜距离 L ,用水准仪测定两点间的高差 h ,则水平距离 D 的计算公式为

$$D = \sqrt{L^2 - h^2} \quad (4-2)$$

为了防止错误和提高丈量精度,通常要进行往返丈量,一般用相对误差来衡量距离丈量结果的精度。钢尺量距的精度与测区的地形和工作条件有关。对于图根导线,钢尺量距往返之差的相对误差不得大于 $1/3\,000$ 。测量结果符合限差规定时,取其平均值作为最终丈量结果。

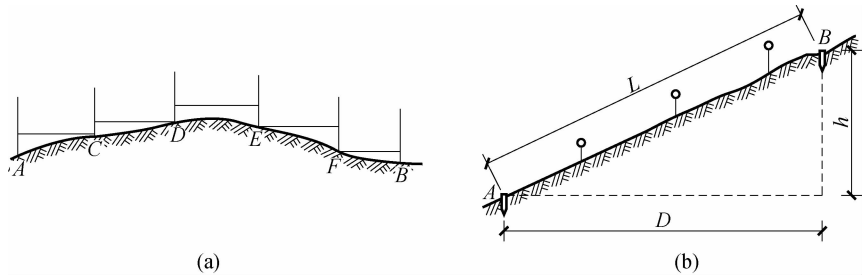


图 4-8 倾斜地面量距

2. 精密量距

钢尺量距的精度一般为 $1/1\,000 \sim 1/5\,000$,如果要求精度在 $1/10\,000$ 以上,就需要采用精密量距法。其工作程序和丈量方法如下:

1) 检定钢尺及列出尺长方程式

由于制造误差、使用中的变形、丈量时温度和拉力变化的影响,钢尺的实际长度与名义标定长度有可能不一致,因此,在精密丈量前必须对钢尺进行检定,给出钢尺长度与温度变量的函数关系式,即尺长方程式,其一般形式为

$$l_t = l_0 + \Delta l + \alpha l_0 (t - t_0) \tag{4-3}$$

式中, l_t 为钢尺在温度为 t 时的长度(m); l_0 为钢尺的名义长度(m); Δl 为钢尺整尺尺长改正数(m); α 为钢尺的线膨胀系数(一般为 $1.25 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$); t 为丈量时的环境温度($^\circ\text{C}$); t_0 为标准温度($^\circ\text{C}$),一般换算为 $20\,^\circ\text{C}$,称为标准温度。

式(4-3)未考虑拉力的变化,一般要求丈量时的拉力与检定时标准拉力($100\,\text{N} \pm 0.5\,\text{N}$)相同。

2) 清理丈量场地及标定直线

精密量距前要先清理丈量场地,做到场地平坦、无障碍物、无杂草。然后用经纬仪定线,在略短于钢尺全长的各尺段点上打下木桩并使桩顶略高于地面(见图 4-9),在桩顶上标出方向线,再画一条垂线作为量距的标志。

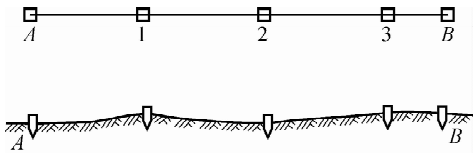


图 4-9 定线打桩

3) 现场丈量

(1) 测桩顶的高差。用水准仪测定各相邻桩顶间的高差作为分段倾斜改正的依据。

(2) 丈量距离。丈量时钢尺的一端要用弹簧秤控制施加的标准拉力,前、后司尺员要同时读取尺上的读数,前、后尺读数之差即为尺段长。每读完一次要将钢尺向前或向后移动几厘米再读数,一般读取三次读数,由三次读数计算得到的尺段长之间的较差限差一般为 $2 \sim 3 \text{ mm}$ 。若较差在限差以内,则取三次结果的平均值作为该尺段的最终结果。

(3) 记录温度。量距的同时要记录现场的温度(精确到 0.5°C)作为计算温度改正数的依据。

4) 成果整理

(1) 尺长改正。设钢尺的名义长度为 l_0 ,在标准拉力、标准温度下钢尺的实际长度为 l' 。现场丈量了一段距离的长度为 l ,则此段距离的尺长改正数 Δl_d 为

$$\Delta l_d = \frac{l' - l_0}{l_0} l \quad (4-4)$$

(2) 温度改正。若野外量距时的温度和检定钢尺时的温度不一致,则应进行温度改正。温度改正数 Δl_t 的计算公式为

$$\Delta l_t = \alpha(t - t_0)l \quad (4-5)$$

(3) 倾斜改正。如图 4-10 所示,设 l 为丈量得到的斜距, h 为两端的高差,需将 l 改正成水平距离 d ,则该段距离的倾斜改正数 Δl_h 为

$$\Delta l_h = \sqrt{l^2 - h^2} - l = l(1 - \frac{h^2}{l^2})^{1/2} - l \quad (4-6)$$

将 $(1 - \frac{h^2}{l^2})^{1/2}$ 展开成级数后代入式(4-6)得

$$\Delta l_h = l(1 - \frac{h^2}{2l^2} - \frac{h^4}{8l^4} - \dots) - l \approx -\frac{h^2}{2l} - \frac{h^4}{8l^3} \quad (4-7)$$

改正数 Δl_h 的符号恒为负。当高差 h 较小时,只取式(4-7)中的第一项就可满足精度要求。

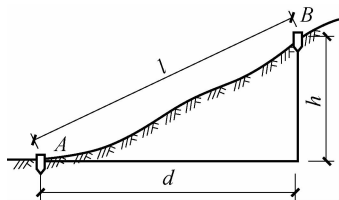


图 4-10 倾斜改正

(4) 各尺段改正后的水平距离的计算。各尺段改正后的水平距离 d 为

$$d = l + \Delta l_d + \Delta l_t + \Delta l_h \quad (4-8)$$

(5) 全长计算。按往测和返测分别把改正后的尺段长相加即可求得往测距离和返测距离,取两者的平均值即得到最后的结果。

(6) 精度评定。距离丈量的精度以相对误差评定。若相对误差在规定的限差范围内,则取其平均值作为最后的结果;若相对误差超过限差范围,则应重新丈量。

钢尺精密量距记录及计算过程见表 4-1。

表 4-1 钢尺精密量距记录及计算过程

钢尺线膨胀系数 $\alpha=1.25\times10^{-5}/^{\circ}\text{C}$

标准拉力:100 N

尺长方程式: $l_t=30.002\,5+\alpha(t-20)\times30$

线段	尺段	实测次数	后尺读数 /m	前尺读数 /m	尺段长度 /m	尺长改正数 /mm	温度/℃ 温度改正数 /mm	高差/m 倾斜改正数 /mm	改正后的尺段长 /m	线段长度 /m	往返平均值与相对误差
AB	A1	1	0.018 0	29.890 0	29.872 0	+2.5	27.6 +2.8	-0.174 -0.5	29.876 6	108.549 4	$d=108.544\,0\,\text{m}$ $K=\frac{1}{10\,000}$ $K_{允}=\frac{1}{20\,000}$
		2	0.010 5	29.881 5	29.871 0						
		3	0.028 5	29.901 0	29.872 5						
		平均			29.871 8						
	12	1	0.017 5	29.923 0	29.905 5	+2.5	27.6 +2.8	-0.152 -0.4	29.910 6		
		2	0.031 5	29.938 0	29.906 5						
		3	0.025 0	29.930 0	29.905 0						
		平均			29.905 7						
	23	1	0.085 0	29.950 0	29.865 0	+2.5	25.8 +2.2	-0.133 -0.3	29.869 6		
		2	0.075 5	29.940 0	29.864 5						
		3	0.070 5	29.936 5	29.866 0						
		平均			29.865 2						
	3B	1	0.080 5	18.970 5	18.890 0	+1.6	27.5 +1.8	+0.065 -0.1	18.892 6		
		2	0.062 5	18.951 0	18.888 5						
		3	0.051 0	18.940 5	18.889 5						
		平均			18.889 3						
BA		(返测记录计算略)							108.538 6		

4.1.4 钢尺量距的误差及注意事项

1. 钢尺量距的误差

对于同一距离丈量几次,其结果一般不会绝对相同,这说明丈量过程中不可避免地存在着误差,造成钢尺量距误差的原因有很多,其中主要原因有以下几种:

(1)尺长误差。钢尺未经检定或未按尺长方程式进行改算,仅用名义长度计算丈量的距离中含有尺长误差。当用同一把钢尺往返丈量时,这种误差不会被发现,但其实际上是存在的。当用两把钢尺丈量同一段距离时,误差是两根钢尺的 Δl 之差与整尺段数的乘积,即距离越长,该误差越明显。即使使用的是检定后的钢尺,仍存在残余误差,一般钢尺经尺长检

定只能达到 $\pm 0.5 \text{ mm}$ 的精度。

(2)温度变化的误差。钢尺的长度随温度变化而变化,用温度计测定的是空气的温度,而不是钢尺本身的温度,在夏季阳光的暴晒下,空气与钢尺的温度之差可大于 5°C 。因此,量距宜在阴天时进行,并尽可能测出钢尺的温度。点温计就是用来测定尺温的一种温度计。

(3)拉力误差。钢尺具有弹性,会因受拉而伸长。如果丈量时不用弹簧秤衡量拉力,仅凭测量员手臂感觉,那么此拉力与检定时标准拉力难免存在误差。当实际拉力大于标准拉力时,量出的距离偏短;反之则偏大。根据胡克定律,若拉力误差为 100 N ,则对于 30 m 的钢尺将产生 3.8 mm 的误差。故一般距离丈量的拉力误差为 $\pm 100 \text{ N}$,精密丈量为 $\pm 10 \text{ N}$,就可以忽略拉力误差对距离的影响。

(4)丈量本身的误差。丈量本身的误差包括钢尺刻线对点的误差、插测钎的误差及钢尺读数误差等。这些误差是在测量工作进行中由于人的感官能力限制而产生的,其值可正可负,或大或小,在丈量结果中可以互相抵消一部分,但其仍是丈量工作中的一项主要误差来源,无法全部消除,因而在丈量时应认真操作,减少丈量本身的误差。

(5)钢尺垂曲。垂曲是指钢尺悬空丈量时因中间下垂而产生的误差。所以,钢尺检定时要考虑这一因素,将钢尺分悬空与水平两种情况分别进行检定,得出各自的检定长度。在成果整理时,若按实际情况采用相应的检定长度,则这项误差可不予考虑。

(6)钢尺不水平的误差。钢尺用于一般量距时,若钢尺不水平,则会使所量距离偏大。对于 30 m 的钢尺,目估尺子两端的高差达 0.44 m ,由此产生的量距误差为 $30 - \sqrt{30^2 - 0.44^2} = 3 \text{ mm}$ 。

(7)定线误差。钢尺丈量时,应使尺身紧靠所量直线,如果尺身偏离定线方向,就会变成一条折线,而把实际距离量长了。如图4-11所示, AB 为直线的正确位置, $A'B'$ 为钢尺位置,量距结果明显偏大。设定线误差 $\epsilon = AA' = BB'$,由此而引起的一个尺段 l 的量距误差 $\Delta\epsilon$ 为

$$\Delta\epsilon = \sqrt{l^2 - (2\epsilon)^2} - l \approx -\frac{2\epsilon^2}{l} \quad (4-9)$$

当 $l=30 \text{ m}$ 时,欲使量距误差 $\Delta\epsilon \geq -3 \text{ mm}$,则应使定线误差 $\epsilon \leq 0.21 \text{ m}$,采用目测定线的方法,就很容易做到这一点。精密量距时用经纬仪定线,可使 ϵ 和 $\Delta\epsilon$ 更小。

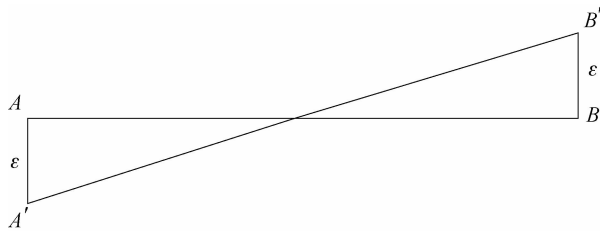


图 4-11 定线误差

2. 钢尺量距的注意事项

为了削弱各种误差的影响,在钢尺量距时应注意以下事项:

(1)钢尺必须经过严格检定,以获得精确的尺长改正数。还要注意将钢尺放置在干燥的地方以防生锈,在使用的过程中要做到防折、防碾压和不在地面上拖拉。

(2)应选择在阴天、无风或微风的天气条件下进行量距,测量温度时,要尽可能直接测定

钢尺本身的温度。

(3) 应使用检定过的弹簧秤以控制拉力。

(4) 对中采用垂球投点, 对点、读数、插测钎应尽量做到配合协调。

(5) 采用悬空方式测量时, 应用悬空情况下的尺长改正数或进行垂曲改正。

(6) 测量时, 钢尺要尽量拉到水平; 精密量距时, 应限制每一尺段的高差 (小于 1 m) 或直接用勾股定理进行改正。

4.2 视距测量

4.2.1 视距测量原理

1. 视线水平时的视距测量公式

1) 水平距离公式

如图 4-12 所示, AB 为待测距离, 在 A 点上安置经纬仪, B 点处竖立标尺, 置望远镜视线水平, 瞄准 B 点标尺, 此时视线垂直于标尺。尺上 M 、 N 点成像在视距丝上的 m 、 n 处, MN 的长度可由上、下视距丝读数之差求得。上、下视距丝读数之差称为尺间隔。

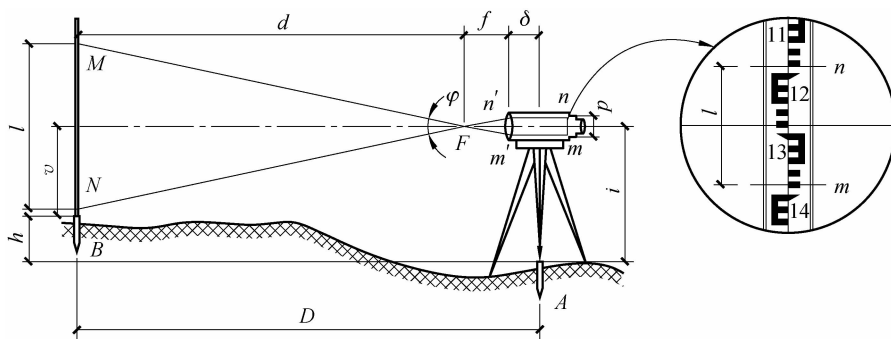


图 4-12 视线水平时的视距测量

在图 4-12 中, l 为尺间隔, p 为视距丝间距, f 为物镜焦距, δ 为物镜至仪器中心的距离。由三角形 MNF 与三角形 $m'n'F$ 相似可得

$$\frac{d}{l} = \frac{f}{p}$$

则

$$d = \frac{f}{p} l$$

由图 4-12 可看出

$$D = d + f + \delta$$

则

$$D = \frac{f}{p} l + f + \delta$$

令 $f/p = K$, $f + \delta = C$, 则有

$$D = Kl + C$$

式中, K 为视距乘常数; C 为视距加常数。

目前使用的内对光望远镜的视距常数,设计时已使 $K=100$, C 接近于零,故水平距离公式可写为

$$D=Kl=100l \quad (4-10)$$

2) 高差公式

在图 4-12 中, i 为地面标志到仪器望远镜中心线的高度,可用尺子量取; v 为十字丝中丝在标尺上的读数,称为目标高; h 为 A 、 B 两点间的高差。依图可以得出高差公式为

$$h_{AB}=i-v \quad (4-11)$$

2. 视线倾斜时的水平距离和高差公式

1) 水平距离公式

当地面起伏较大或通视条件较差时,必须使视线倾斜才能读取尺间隔。这时视距尺仍是竖直的,但视线与尺面不垂直,如图 4-13 所示,因而不能直接应用上述视距公式,需根据竖直角 α 和三角函数进行换算。

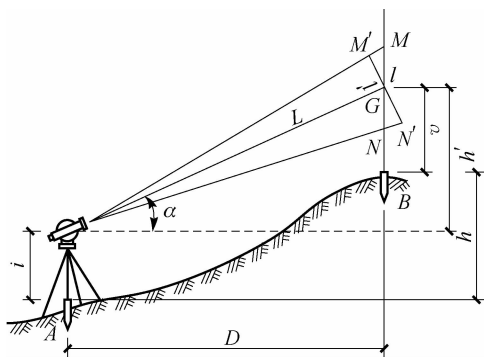


图 4-13 视线倾斜时的视距测量

由于图 4-13 中所示的上、下丝视线所夹的角度很小,可以将 $\angle GM'M$ 和 $\angle GN'N$ 近似地看成直角,并且可以证明 $\angle MGM'$ 和 $\angle NGN'$ 均等于 α ,则可以进行下列推导:

$$M'N' = M'G + GN' = MG \cos \alpha + GN \cos \alpha = MN \cos \alpha$$

即

$$l' = l \cos \alpha$$

代入式(4-10)可推出斜距为

$$L = Kl \cos \alpha$$

再将斜距化算为水平距离得

$$D = Kl \cos^2 \alpha \quad (4-12)$$

式中, D 为水平距离; K 为视距常数(100); l 为上、下视距丝读数之差; α 为竖直角。

2) 高差公式

由图 4-13 可以看出, A 、 B 两点的高差 h 为

$$h = h' + i - v$$

式中, h' 为初算高差,由图中可以看出

$$h' = D \tan \alpha$$

故得高差计算公式为

$$h = \frac{1}{2} Kl \sin 2\alpha + i - v = D \tan \alpha + i - v \quad (4-13)$$

式中, K 为视距常数(100); i 为仪器高, 即仪器横轴至桩顶距离; v 为中丝读数, 即十字丝中丝在标尺上的读数; D 为 A 到 B 水平距离; α 为竖直角; l 为视距间隔, 即上、下视距丝读数之差; h 为 A 到 B 的高差。

【例 4-1】 如图 4-13 所示, 在 A 点安置经纬仪, 量取仪器高度($i=1.400\text{ m}$)。转动照准部和望远镜瞄准 B 点标尺, 分别读取中丝、上丝、下丝读数($v=1.400\text{ m}$, $b=1.242\text{ m}$, $a=1.558\text{ m}$)。调整竖盘读数指标水准管, 使气泡居中, 读取竖盘读数(盘左: $L=93^\circ 28'$)。

【解】 假定所用经纬仪竖直角计算公式为 $\alpha = 90^\circ - L + \delta$, 竖盘指标差 $\delta = +1'$ 。
 尺间隔 $l = a - b = 1.558 - 1.242 = 0.316(\text{m})$
 竖直角 $\alpha = 90^\circ - L + \delta = 90^\circ - 93^\circ 28' + 1' = -3^\circ 27'$
 水平距离 $D = Kl \cos^2 \alpha = 100 \times 0.316 \times \cos^2 (-3^\circ 27') = 31.49(\text{m})$
 高差 $h = D \tan \alpha + i - v = 31.49 \times \tan (-3^\circ 27') + 1.40 - 1.40 = -1.90(\text{m})$
 经纬仪视距数据记录见表 4-2。

表 4-2 经纬仪视距数据记录

测站: A		测站高程: 112.67 m			仪器高: 1.46 m			
目标点号	视距(Kl) /m	中丝读数 /m	竖盘读数	竖直角	水平距离 /m	高差/m	高程/m	备注
1	32.6	2.48	$87^\circ 42'$	$2^\circ 18'$	32.55	0.29	112.96	
2	58.7	1.69	$96^\circ 15'$	$-6^\circ 15'$	58.00	-6.58	106.09	
3	89.4	2.17	$88^\circ 51'$	$1^\circ 09'$	89.36	1.08	113.75	

4.2.2 视距测量误差及注意事项

1. 视距测量的误差

视距测量的误差体现在以下几个方面:

(1) 读数误差。用视距丝在水准尺上读数的误差与水准尺的最小分划线的宽度、经纬仪至水准尺的距离及望远镜的放大率等因素有关, 因此, 读数误差的大小视所使用的经纬仪及作业条件而定。

(2) 水准尺倾斜引起的误差。式(4-13)是在视距尺严格与地面垂直的条件下推导出来的。若视距尺倾斜, 设其倾角为 $\Delta\gamma$, 对 $D = kl \cos^2 \alpha$ 进行微分, 得视距测量误差 ΔD 为

$$\Delta D = -2kl \cos \alpha \sin \alpha \frac{\Delta\gamma}{\rho} \quad (4-14)$$

其相对误差为

$$\frac{\Delta D}{D} = \left| \frac{-2kl \cos \alpha \sin \alpha}{kl \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\Delta\gamma}{\rho} \right| = 2 \tan \alpha \frac{\Delta\gamma}{\rho} \quad (4-15)$$

由于一般视距测量的精度为 $1/300$, 因此, 要保证 $\Delta D/D \leq 1/300$, 视距测量时倾角误差 $\Delta\gamma$ 应满足

$$\Delta\gamma \leq \frac{\rho}{600 \tan \alpha} = 5.8' \cot \alpha \quad (4-16)$$

根据式(4-16)可计算出不同竖直角对应的倾角测量精度,见表 4-3。

表 4-3 不同竖直角对应的倾角测量精度

竖直角 α	3°	5°	10°	20°
$\Delta\gamma$ 允许值	1.8°	1.1°	0.5°	0.3°

由此可见,水准尺倾斜时,对视距测量的影响不可忽视,特别是在山区,当倾角较大时更要注意,必要时可在水准尺上附加圆水准器。

(3)大气折光的影响。地球表面高度不同的区域内的空气密度不同,视距尺上不同部分的光线就是通过不同密度的空气层到达望远镜的。经验证明,越接近地面的光线受折光影响越显著,并且这种误差会随距离的平方成比例地增加。因此,应抬高视线或选择在有利的气象条件下进行视距测量。

上述三项误差是视距测量的主要误差来源,此外,视距乘常数的误差 k 、视距尺分划的误差、竖直角观测的误差及大风使标尺抖动引起的误差等,都将影响视距测量的精度。

2. 视距测量的注意事项

进行视距测量时应注意以下事项:

- (1)观测时应抬高视线,使视线距离地面 1 m 以上,以减小大气折光的影响。
- (2)进行测量作业时,应尽量使视距尺竖直,最好使用带有水准器的视距尺,以减小视距尺倾斜误差的影响。
- (3)严格检核视距乘常数 k 值,使其值为 100 ± 0.1 ,否则应加改正数。
- (4)视距尺一般应是厘米刻划的整体尺,尽量少用或不用塔尺。如果使用塔尺,应注意检查各节尺的接头是否准确。
- (5)竖直角观测时,应注意使竖盘水准管气泡居中或将竖盘自动补偿开关打开。在观测前,应对竖盘指标差进行检验与校正,确保竖盘指标差满足要求。
- (6)对视距长度必须加以限制,应尽可能地缩短视线长度。
- (7)观测应选择在风力较小,成像清晰、稳定的条件下进行。

4.3 直线定向

4.3.1 标准方向

测量工作中常用真子午线方向、磁子午线方向或坐标纵轴(坐标 X 轴)方向作为直线定向的标准方向。

1. 真子午线方向

过地球南北极的平面与地球表面的交线叫真子午线。通过地球某点的真子午线的切线方向称为该点的真子午线方向。指向北方的一端叫真北方向,如图 4-14(a)所示。真子

午线方向用天文测量方法或陀螺经纬仪测定。地面上各点的真子午线方向是互相不平行的。

2. 磁子午线方向

如图 4-14(a)所示,磁子午线方向(磁北方向)是磁针在地球磁场的作用下自由静止时磁针轴线所指的方向,指向北端的方向称为磁北方向,可用罗盘仪测定。

3. 坐标纵轴方向

在测量工作中通常采用高斯平面直角坐标或独立平面直角坐标确定地面点的位置,因此,取坐标纵轴(X 轴)方向(坐标北方向)作为直线定向的标准方向,如图 4-14(b)所示。高斯平面直角坐标系中的坐标纵轴是高斯投影带中的中央子午线的平行线;独立平面直角坐标系中的坐标纵轴可以由假定获得。

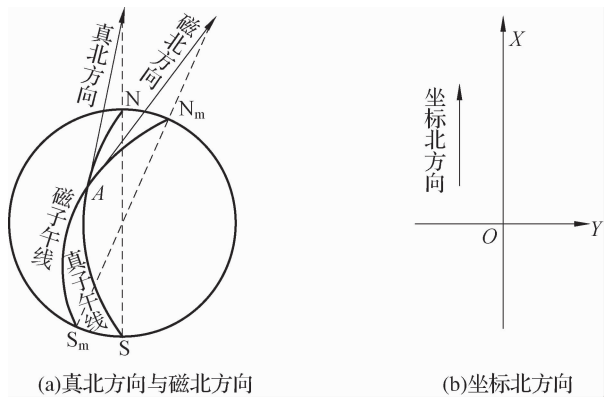


图 4-14 三个北方向及其关系

»»» 4.3.2 直线方向的表示方式

1. 方位角

在测量工作中常采用方位角和象限角来表示直线的方向。
由标准方向的北端起,以顺时针方向量到某直线的夹角称为该直线的方位角,范围为 $0^{\circ} \sim 360^{\circ}$,如图 4-15 所示。

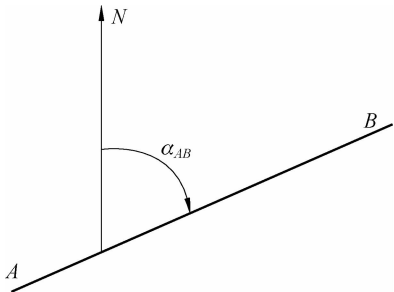


图 4-15 方位角

(1)方位角的分类。根据基准方向的不同,方位角分为真方位角、磁方位角和坐标方

位角。

①真方位角。由真北方向起顺时针量至某直线的水平夹角称为该直线的真方位角,用 A 表示。

②磁方位角。由磁北方向起顺时针量至某直线的水平夹角称为该直线的磁方位角,用 A_m 表示。

③坐标方位角。由坐标北方向起顺时针量至某直线的水平夹角称为该直线的坐标方位角,用 α 表示。

对于同一直线上的 A 、 B 两点, AB 的真(磁)方位角与 BA 的真(磁)方位角不同(见图 4-16),两者之差也不为常数,使用极不方便。但各点的坐标北方向是一致的,因此,在测量上方位角一般是指以坐标纵轴方向作为标准方向的坐标方位角。

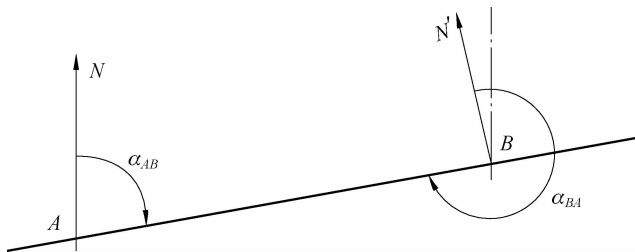


图 4-16 坐标方位角

(2)方位角之间的关系。

①真方位角与磁方位角之间的关系。由于地磁的两极与地球的两极并不一致,北磁极约位于西经 100.0° 、北纬 76.1° ;南磁极约位于东经 139.4° 、南纬 65.8° ,因此过地面上同一点的磁北方向与真北方向并不重合,其间的夹角称为磁偏角,用符号 δ 表示,如图 4-17 所示。

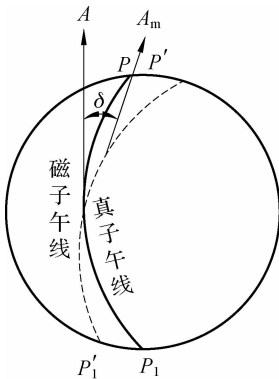


图 4-17 真方位角与磁方位角之间的关系

当磁北方向在真北方向东侧时称东偏, δ 为正;当磁北方向在真北方向西侧时称西偏, δ 为负。磁偏角的大小不是固定不变的,因地点、时间的不同而异,在我国磁偏角的变化范围在 $+6^\circ$ (西北地区)到 -10° (东北地区)之间。由于地球磁极的位置不断地发生改变,以及磁针受局部吸引等影响,磁子午线方向不宜作为精确定向的基本方向。但因为用磁子午线定向比较简便,所以在精度要求不高的独立小区域测量工作中仍可采用。

真方位角和磁方位角可以按式(4-17)进行转换。

$$A = A_m + \delta \quad (4-17)$$

②真方位角与坐标方位角之间的关系。中央子午线在高斯平面上是一条直线,为该带的坐标纵轴,而其他子午线在投影后均为收敛于两极的曲线。某点的真子午线方向与中央子午线之间的夹角 γ 称为子午线收敛角,如图 4-18 所示。收敛角 γ 有正有负。在中央子午线以东地区,各点的坐标纵轴偏在真子午线的东边, γ 为正值;在中央子午线以西地区, γ 为负值。某点的子午线收敛角 γ 是由该点的空间位置唯一确定的,可按式(4-18)计算。

$$\gamma = (L - L_0) \sin B \quad (4-18)$$

式中, L 、 B 分别为某点的经度和纬度; L_0 为中央子午线的经度。

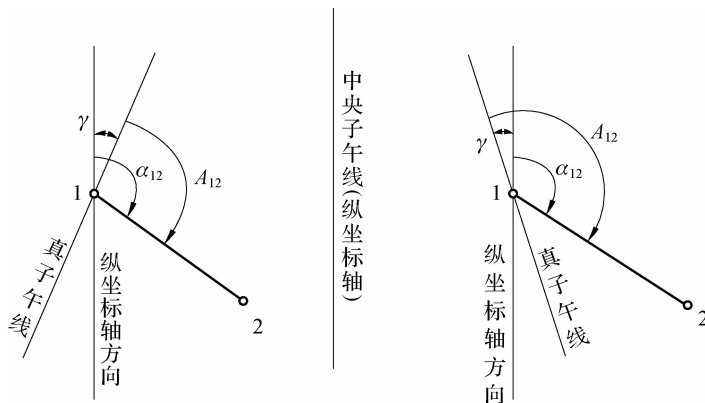


图 4-18 子午线收敛角

直线的坐标方位角和真方位角可以通过式(4-19)相互转换。

$$A = \alpha + \gamma \quad (4-19)$$

③坐标方位角与磁方位角之间的关系。根据磁偏角与子午线收敛角的定义可知,如果已知某点的磁偏角 δ 与子午线收敛角 γ ,则坐标方位角和磁方位角之间可以用式(4-20)进行换算。

$$\alpha = A_m + \delta - \gamma \quad (4-20)$$

例如,某点处一直线的真方位角 $A = 146^\circ$,该点处的子午线收敛角 $\gamma = 3'32''$,磁偏角 $\delta = 2'13''$ 。欲计算该直线的磁方位角 A_m 和坐标方位角 α ,只要利用式(4-17)和式(4-19)即可得到

$$A_m = A - \delta = 146^\circ - 2'13'' = 145^\circ 57'47''$$

$$\alpha = A - \gamma = 146^\circ - 3'32'' = 145^\circ 56'28''$$

所以,三个标准方向之间的关系如图 4-19 所示。

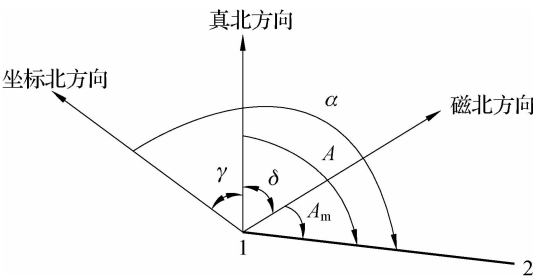


图 4-19 三个标准方向之间的关系

2. 象限角

在测量工作中,有时用直线与基本方向线相交而成的锐角来表示直线的方向。从标准方向的北端或南端起算,逆时针或顺时针量至直线的水平角,称为象限角,用 R 表示,其取值范围是 $0^{\circ}\sim 90^{\circ}$ 。如图 4-20 所示,直线 01、02、03、04 的象限角分别为 R_{01} 、 R_{02} 、 R_{03} 、 R_{04} 。

对象限角,不但应表示出角度的大小,而且还应注明该直线所在的象限。象限分为 I ~ IV 象限,分别用北东、南东、南西和北西表示。如果图 4-20 中 R_{01} 、 R_{02} 、 R_{03} 、 R_{04} 的角值分别为 $35^{\circ}20'$ 、 $48^{\circ}32'$ 、 $56^{\circ}47'$ 和 $29^{\circ}43'$,则直线 01、02、03、04 的象限角分别表示为

$R_{01} = \text{北东 } 35^{\circ}20'$

$R_{02} = \text{南东 } 48^{\circ}32'$

$R_{03} = \text{南西 } 56^{\circ}47'$

$R_{04} = \text{北西 } 29^{\circ}43'$

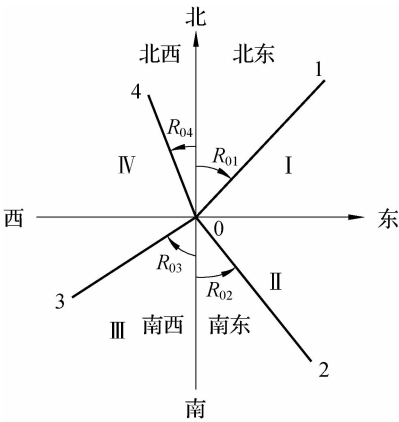


图 4-20 象限角

由于标准方向的不同,象限角也有真象限角、磁象限角、坐标象限角之分。真象限角以真子午线南北方向为准,磁象限角以磁子午线南北方向为准,坐标象限角以坐标轴纵线南北方向为准。

不过象限角一般只在坐标计算时才使用,即象限角一般指坐标象限角。在测量计算的过程中,常需要将直线的坐标象限角与坐标方位角进行转换。坐标象限角与坐标方位角的关系见表 4-4。

表 4-4 坐标象限角与坐标方位角的关系

象 限	坐标象限角与坐标方位角的关系
I	$\alpha=R$
II	$\alpha=180^{\circ}-R$
III	$\alpha=180^{\circ}+R$
IV	$\alpha=360^{\circ}-R$

4.3.3 罗盘仪的构造及使用

1. 罗盘仪的构造

罗盘仪是用来测定直线磁方位角的仪器。罗盘仪的种类很多,构造大同小异,但均由磁针、刻度盘和望远镜三部分构成。图 4-21 所示的是罗盘仪的一种。

磁针是由磁铁制成的,当罗盘仪水平放置时,自由静止的磁针就指向南北极方向,即过测站点的磁子午线方向。一般在磁针的南端缠绕有细铜丝,这是因为我国位于地球的北半球,磁针的北端受磁力的影响下倾,缠绕铜丝可以保证磁针水平。罗盘仪的刻度盘按逆时针方向在 $0^{\circ}\sim 360^{\circ}$ (见图 4-22) 的范围内每 10° 有一个注记,最小分划为 1° 或 $30'$, 刻度盘的 0° 和 180° 的刻划线与罗盘仪望远镜的视准轴重合。罗盘仪内装有两个相互垂直的长水准器,用于整平罗盘仪。

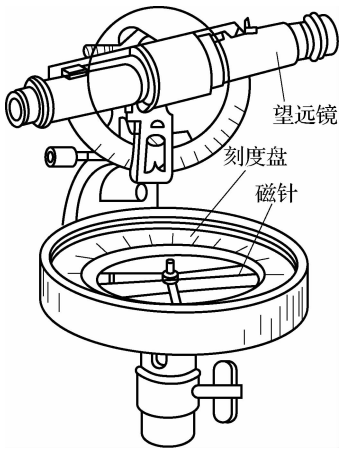


图 4-21 某种罗盘仪的构造

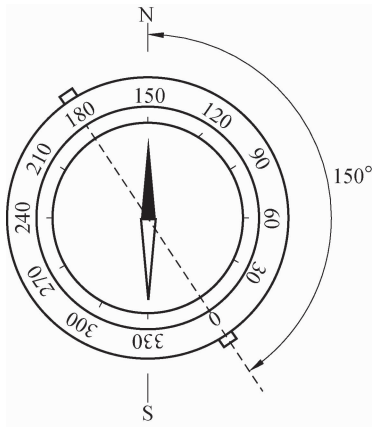


图 4-22 罗盘仪的刻度盘

2. 罗盘仪的使用

如图 4-23 所示,在直线的起点 A 处安置罗盘仪,对中、整平后松开磁针固定螺丝,使磁针处于自由状态。用望远镜瞄准直线终点目标 B,待磁针静止后读取磁针北端所指的度数,该度数即直线 AB 的磁方位角。将磁针安置在直线 AB 的另一端,按上述方法返测磁方位角并进行检核,两次测量结果之差理论上应等于 180° ;若不超过限,则取其平均值作为最后结果。

使用罗盘仪时应注意以下事项:

- (1) 罗盘仪须置平,磁针能自由转动。

(2)使用罗盘仪时,应避开铁器、高压线等。

(3)观测结束后,必须旋紧固定螺丝,将磁针顶起,以免磁针被磨损,并保护磁针的灵活性。

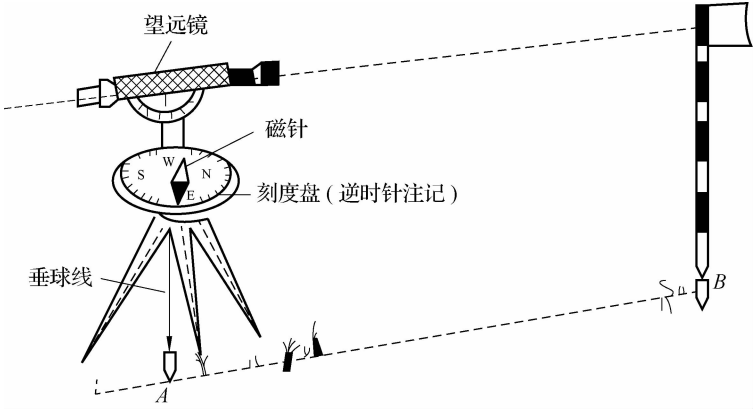


图 4-23 磁方位角的测定

4.4 坐标方位角

4.4.1 正、反坐标方位角

任意一条直线都具有正、反两个方向,直线前进方向的坐标方位角称为正方位角,其相反方向的方位角称为反方位角。如图 4-24 所示, α_{12} 和 α_{21} 分别为直线 $\overline{12}$ 的正、反坐标方位角,两者之间的关系为

$$\alpha_{21} = \alpha_{12} \pm 180^\circ \quad (4-21)$$

式中,当 $\alpha_{12} \geq 180^\circ$ 时,取“-”号;当 $\alpha_{12} < 180^\circ$ 时,取“+”号。

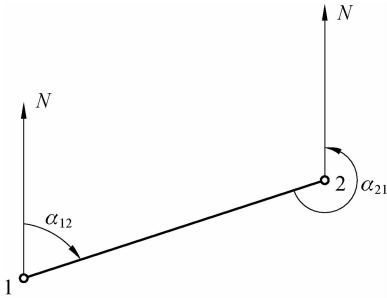


图 4-24 正、反坐标方位角

由于地面各点的真子午线(磁子午线)是收敛于两极的,即不是相互平行的,这样的直线的反真方位角(磁方位角)与正真方位角(磁方位角)不是相差 180° ,这就给测量计算带来不便,因此,在测量工作中通常采用坐标方位角来表示直线的方向。

4.4.2 坐标方位角的推算

在实际测量工作中,不是直接测定每条直线边的坐标方位角,而是通过与已知点(其坐标为已知)的连测,利用所测得的相邻边的水平夹角(转折角)来推算各边的坐标方位角的。在推算时,观测得到的水平角有左角和右角之分,左角指的是一个角位于推算路线前进方向的左侧;右角指的是一个角位于推算路线前进方向的右侧。

水平夹角为左角时,方位角的推算公式为

$$\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} + \beta_{\text{左}} \pm 180^\circ \quad (4-22)$$

水平夹角为右角时,方位角的推算公式为

$$\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} - \beta_{\text{右}} \pm 180^\circ \quad (4-23)$$

式(4-22)和式(4-23)中的 $\alpha_{\text{后}}$ 、 $\alpha_{\text{前}}$ 分别表示路线前进方向上相邻边的后一边的坐标方位角和前一边的坐标方位角。

当 $\alpha_{\text{后}} + \beta_{\text{左}} \geq 180^\circ$ 时, $\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} + \beta_{\text{左}} - 180^\circ$; 当 $\alpha_{\text{后}} + \beta_{\text{左}} < 180^\circ$ 时, $\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} + \beta_{\text{左}} + 180^\circ$ 。

当 $\alpha_{\text{后}} - \beta_{\text{右}} \geq 180^\circ$ 时, $\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} - \beta_{\text{右}} - 180^\circ$; 当 $\alpha_{\text{后}} - \beta_{\text{右}} < 180^\circ$ 时, $\alpha_{\text{前}} = \alpha_{\text{后}} - \beta_{\text{右}} + 180^\circ$ 。

例如,在图 4-25 中,已知 α_{12} ,由点 1、点 2 往点 3、点 4、点 5 推算,则 $\beta_{2\text{左}}$ 、 $\beta_{3\text{左}}$ 、 $\beta_{4\text{左}}$ 为左角,而 $\beta_{2\text{右}}$ 、 $\beta_{3\text{右}}$ 和 $\beta_{4\text{右}}$ 为右角。利用正、反坐标方位角的关系及测定的转折角,可以推算出各线段的坐标方位角。

利用左角计算,则有

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \beta_{2\text{左}} \pm 180^\circ$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + \beta_{3\text{左}} \pm 180^\circ$$

$$\alpha_{45} = \alpha_{34} + \beta_{4\text{左}} \pm 180^\circ$$

利用右角计算,则有

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} - \beta_{2\text{右}} \pm 180^\circ$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} - \beta_{3\text{右}} \pm 180^\circ$$

$$\alpha_{45} = \alpha_{34} - \beta_{4\text{右}} \pm 180^\circ$$

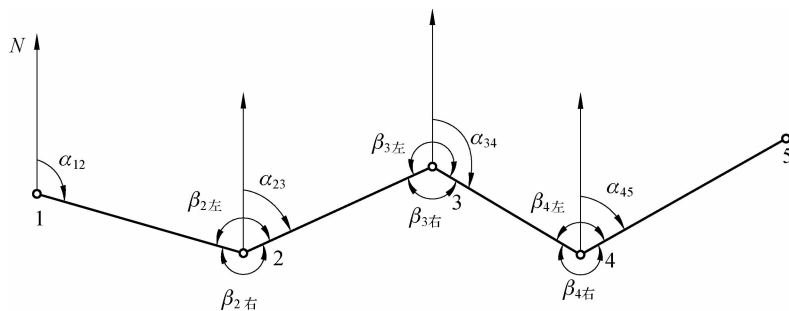


图 4-25 坐标方位角的推算

4.4.3 坐标正算与坐标反算

1. 坐标正算

已知两点间的水平距离 D 和坐标方位角 α , 计算两点间的坐标增量 Δx 、 Δy , 此项工作即

坐标正算。其计算式为

$$\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = D_{12} \cos \alpha_{12} \quad (4-24)$$

$$\Delta y_{12} = y_2 - y_1 = D_{12} \sin \alpha_{12} \quad (4-25)$$

计算时, $\sin$ 和 $\cos$ 函数值有正有负, 因此, 算得的坐标增量同样有正有负。坐标增量正负号的规律见表 4-5。

表 4-5 坐标增量正负号的规律

象 限	方位角 α	Δx	Δy
I	$0^\circ \sim 90^\circ$	+	+
II	$90^\circ \sim 180^\circ$	-	+
III	$180^\circ \sim 270^\circ$	-	-
IV	$270^\circ \sim 360^\circ$	+	-

2. 坐标反算

已知两点的直角坐标(或坐标增量 Δx 、 Δy)，计算两点间的水平距离 D 和坐标方位角 α ，此项工作即坐标反算。其计算式为

$$D_{12} = \sqrt{(\Delta x_{12})^2 + (\Delta y_{12})^2} \quad (4-26)$$

$$\alpha_{12} = \arctan \frac{\Delta y_{12}}{\Delta x_{12}} \quad (4-27)$$

需要特别说明的是, 式(4-26)的值域中等式左边的坐标方位角的值域为 $0^\circ \sim 360^\circ$, 而等式右边的函数的值域为 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 两者的值域是不一致的。故当用式(4-27)计算坐标方位角时, 计算器上得到的是象限角值。因此, 应根据坐标增量 Δx 、 Δy 的正、负号, 按表 4-5 的规定确定其所在的象限, 再按表 4-4 把象限角换算成相应的坐标方位角。

严格来说, 式(4-27)应该写成

$$R_{12} = \left| \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right| \quad (4-28)$$

式中, R_{12} 为该边的象限角值。实际应用时, 应根据表 4-4 和表 4-5 将 R_{12} 换算为坐标方位角 α_{12} 。

【例 4-1】 如图 4-26 所示, A 、 B 为已知点, A 点的坐标值为 $x_A = 6\,048.26\text{ m}$, $y_A = 3\,231.51\text{ m}$, B 点的坐标值为 $x_B = 5\,802.63\text{ m}$, $y_B = 3\,420.77\text{ m}$ 。利用全站仪实地观测了水平角 $\beta = 98^\circ 25' 36''$, 水平距离 $D_{BC} = 51.28\text{ m}$, 试计算 C 点的坐标值。

【解】 (1) 利用坐标反算计算 α_{BA} 。先计算坐标差 $\Delta x_{BA} = 245.63\text{ m}$, $\Delta y_{BA} = -189.26\text{ m}$, 根据表 4-5 可知 α_{BA} 位于第 IV 象限, 再按照式(4-27)和表 4-4 计算 α_{BA} , 得

$$\alpha_{BA} = \arctan \frac{\Delta y_{BA}}{\Delta x_{BA}} = -37^\circ 36' 52'' + 360^\circ = 322^\circ 23' 08''$$

(2) 计算 α_{BC} 。从图 4-26 可以看出 $\alpha_{BC} = \alpha_{BA} + \beta - 360^\circ = 60^\circ 48' 44''$ 。

(3) 利用坐标正算计算坐标增量。因为 $\Delta x_{BC} = D_{BC} \cos \alpha_{BC} = 25.01\text{ m}$, $\Delta y_{BC} = D_{BC} \sin \alpha_{BC} = 44.77\text{ m}$, 所以 C 点的坐标值为 $x_C = x_B + \Delta x_{BC} = 5\,827.64\text{ m}$, $y_C = y_B + \Delta y_{BC} = 3\,465.54\text{ m}$ 。

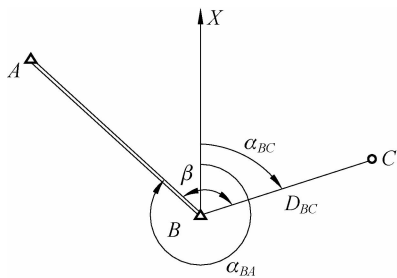


图 4-26 坐标计算

 思考与练习

1. 钢尺量距有哪些误差？
2. 视距测量的原理是什么？
3. 用钢尺量得 AB 、 CD 两段距离为： $D_{AB\text{往}} = 126.885\text{ m}$ ， $D_{AB\text{返}} = 126.837\text{ m}$ ， $D_{CD\text{往}} = 204.576\text{ m}$ ， $D_{CD\text{返}} = 204.624\text{ m}$ 。这两段距离的相对误差各为多少？哪段精度高？
4. 设竖角计算公式为 $\alpha = 90^\circ - L$ ，试计算表 4-6 中的数据。

表 4-6 视距测量记录表

测站：B		测站高程：82.893 m			仪器高：1.42 m			
点号	视距(Kl) /m	中丝读数 /m	竖盘读数	竖 直 角	水平距离 /m	高差/m	高程/m	备注
1	48.8	3.84	$85^\circ 12'$					
2	32.7	0.89	$99^\circ 45'$					
3	86.4	2.23	$78^\circ 41'$					

5. 如图 4-27 所示， $\alpha_{12} = 236^\circ$ ，五边形各内角分别为 $\beta_1 = 76^\circ$ ， $\beta_2 = 129^\circ$ ， $\beta_3 = 80^\circ$ ， $\beta_4 = 135^\circ$ ， $\beta_5 = 120^\circ$ ，求其他各边的坐标方位角。
6. 如图 4-28 所示， $\alpha_{AB} = 76^\circ$ ， $\beta_1 = 96^\circ$ ， $\beta_2 = 79^\circ$ ， $\beta_3 = 82^\circ$ ，求 α_{B1} 、 α_{B2} 、 α_{B3} 。

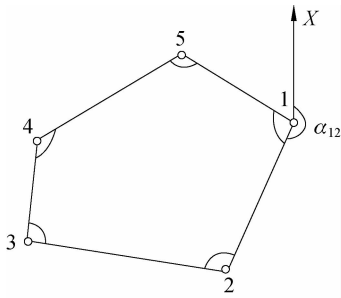


图 4-27 题 5 用图

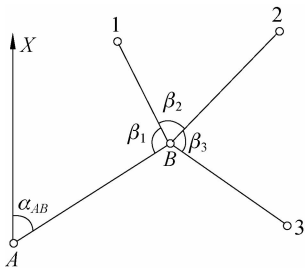


图 4-28 题 6 用图