

# 第2章 地基土中的应力

## 学习目标

- ◎ 掌握土中自重应力、基底压力、基底附加应力等基本概念。
- ◎ 掌握应力的计算方法。
- ◎ 掌握附加应力的分布规律。

土中的应力是指土体内任意点或任意截面上的平均应力。按产生的原因，地基土中的应力可分两种：一种是由上覆土体自重引起的应力，称为自重应力；另一种是由建筑物荷载或其他外荷载作用引起的应力，称为附加应力。自重应力是建筑物建造之前就早已长期存在于地基土中的应力。由于天然土层形成的年代比较久远，在自重应力作用下其压缩变形已经稳定，因此不会引起地基土产生新的变形。而附加应力是由于建筑物的建造，使地基原有的应力状态发生变化而产生的新的应力，因此，附加应力是引起地基变形和破坏的主要原因。

地基土中的应力计算是为地基承载力验算和地基变形计算提供依据的，以保证建筑物的安全和正常使用。

## 2.1 土的自重应力

### 2.1.1 均匀土的自重应力

在计算土中应力时，一般假定地基土为均质、连续、各向同性的弹性半空间无限体。在此条件下，受自身重力作用的地基土只能产生竖向变形，而不能产生侧向位移和剪切变形，如图 2-1 所示，则地基土中任意深度  $z$  处的竖向自重应力等于单位面积上土柱的重量，而水平方向的自重应力与竖向自重应力线性相关，即

$$\sigma_{cz} = \gamma z \quad (2-1)$$

$$\sigma_{cx} = \sigma_{cy} = K_0 \sigma_{cz} \quad (2-2)$$

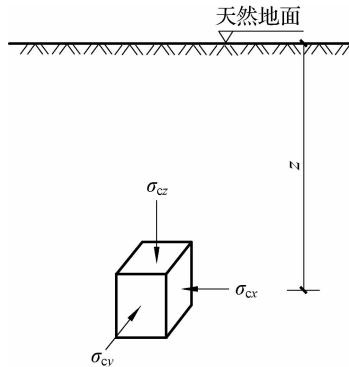


图 2-1 土中应力分布

式中,  $\sigma_{cz}$  为在天然地面以下任意深度  $z$  处的竖向自重应力(kPa);  $\sigma_{cx}, \sigma_{cy}$  为深度  $z$  处土的侧向(沿水平面上  $x, y$  的方向)自重应力(kPa);  $\gamma$  为土的天然重度( $\text{kN}/\text{m}^3$ );  $K_0$  为土的侧压力系数(或称静止土压力系数), 可通过试验确定。

由式(2-1)可见, 土的竖向自重应力随着深度直线增大, 呈三角形分布。而同一深度上各点的自重应力都相等, 如图 2-2 所示。

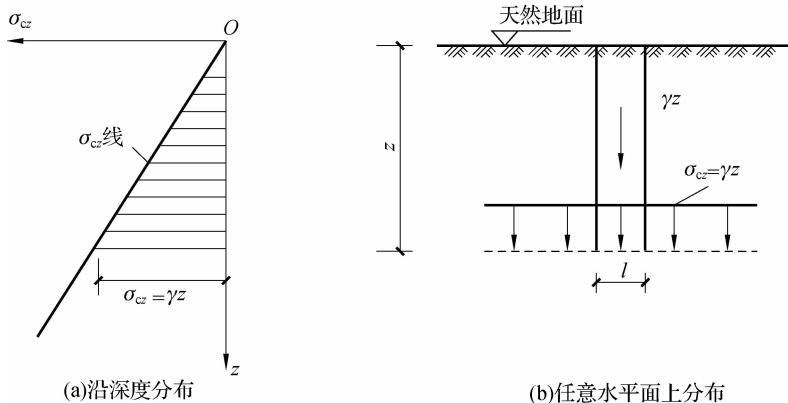


图 2-2 均质土的竖向自重应力

### 2.1.2 多层土的自重应力

当深度  $z$  范围内有多层性质不同的土时, 则深度  $z$  处土的竖向自重应力  $\sigma_{cz}$  为各土层竖向自重应力之和。

$$\sigma_{cz} = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + \cdots + \gamma_n h_n = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i \quad (2-3)$$

式中,  $n$  为从天然地面至深度  $z$  处的土层数;  $\gamma_i$  为第  $i$  层土的天然重度( $\text{kN}/\text{m}^3$ );  $h_i$  为第  $i$  层土的厚度(m)。

由于地下各土层的重度不同, 因此多层土的竖向自重应力分布线是折线, 如图 2-3 所示。

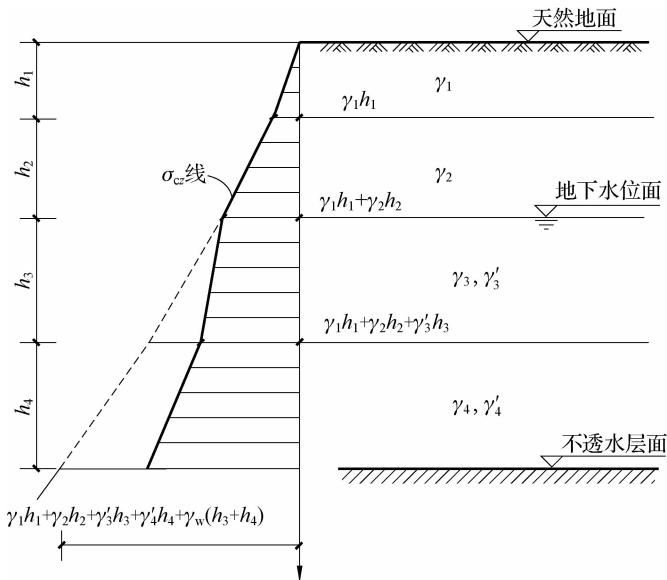


图 2-3 多层土中竖向自重应力沿深度的分布

### 2.1.3 地下水对自重应力的影响

当地基土中含有地下水时,地下水位面应作为土层分界面,如图 2-3 所示。位于地下水位以下的地基土由于受到水的浮力作用,自重减轻,自重应力减小,因此,计算地下水位以下土层的自重应力时,应考虑地下水浮力作用的影响,相应土层的重度改用有效重度  $\gamma'$ (浮重度)进行计算。若地下水位以下的土层中有不透水层(如岩石或致密的黏土层),由于不透水层中没有浮力,因此不透水层面及层面以下的自重应力应等于全部上覆的土和水的总重,即

$$\sigma_{cz} = \sum \gamma_i h_i + \gamma_w h_w \quad (2-4)$$

式中,  $\gamma_w$  为水的重度,通常取  $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ ;  $h_w$  为地下水位至不透水层中计算点的距离(m)。

天然土层由于形成年代久远,在其自重应力作用下的变形早已完成,但当地下水位由于某种因素影响而发生变化时,土中的自重应力将发生变化,一定时期会产生相应的变形。如过量开采地下水,则地下水位下降,原水位以下的土层浮力消失,土的自重应力增加,如图 2-4 所示。由于新增加的自重应力相当于大面积的附加均布荷载,下方土体会产生新的压密变形,从而出现地面下沉的严重后果。因此,地下水位大幅下降所增加的这部分自重应力,其性质属于附加应力,它引起的地基变形应计入地基总变形内。地下水位上升虽然会使部分土体中的应力减少,但由于地基土的回弹变形量很小,故一般不会造成地表的上抬。但水位的上升会使土层中的含水量急剧增加至饱和状态,使土粒间的摩擦力降低,土的承载力也随之降低。如果是在基础工程完工前出现地下水位回升,则可能导致基坑边坡的坍塌。在湿陷性黄土地区,地下水位的上升很容易使地基土产生湿陷性沉降变形。

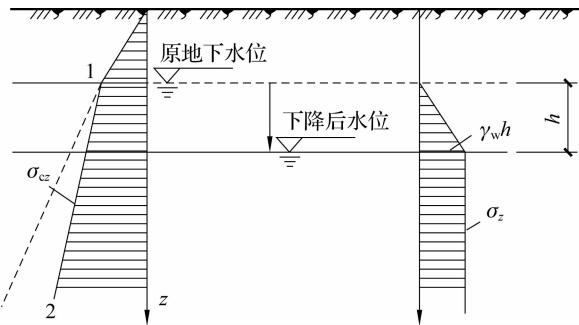


图 2-4 地下水位下降后的应力变化

**【例 2-1】** 某土层剖面如图 2-5(a)所示,试计算各分层面处的自重应力(竖向),并绘制自重应力沿深度的分布曲线。

**【解】** 粉土层底部的自重应力  $\sigma_{cz1} = \gamma_1 h_1 = 18 \times 3 = 54 \text{ kPa}$

地下水位面处的自重应力  $\sigma_{cz2} = \sigma_{cz1} + \gamma_2 h_2 = 54 + 19 \times 2 = 92 \text{ kPa}$

黏土层底处的自重应力  $\sigma_{cz3} = \sigma_{cz2} + \gamma_3 h_3 = 92 + (19 - 10) \times 3 = 119 \text{ kPa}$

基岩层顶面处的自重应力  $\sigma_{cz4} = \sigma_{cz3} + \gamma_w h_w = 119 + 10 \times 3 = 149 \text{ kPa}$

自重应力沿深度的分布如图 2-5(b)所示。

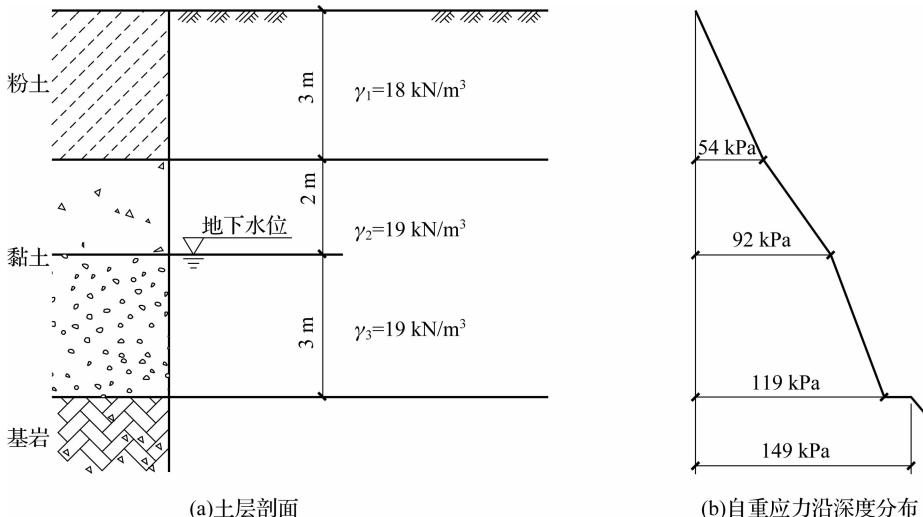


图 2-5 例 2-1 附图

## 2.2 基底压力

建筑物荷载通过基础传递给地基,在基础底面与地基之间便产生了接触压力。它既是基础作用于地基的基底压力,同时又是地基反作用于基础的基底反力。在计算地基附加应力时,必须研究基底压力的大小与分布情况。



### 2.2.1 基底压力的分布规律

基底压力的分布呈多种曲线形态,不仅与基础的刚度、尺寸大小和埋置深度有关,还与作用在基础上的荷载大小、分布情况和地基土的力学性质等有关。

若基础的刚度很小,如土坝、路基及平面尺寸大的金属油罐、薄板等,可视为柔性基础。柔性基础在竖向荷载作用下没有抵抗弯曲变形的能力,基础将随着地基一起变形,因此当基础中心受压时,基底压力呈均匀分布。如图 2-6 所示,理想柔性基础的基底压力分布是中间大而边缘小,如由土筑成的路堤,其自重引起的地基反力分布与路堤断面形状相同。

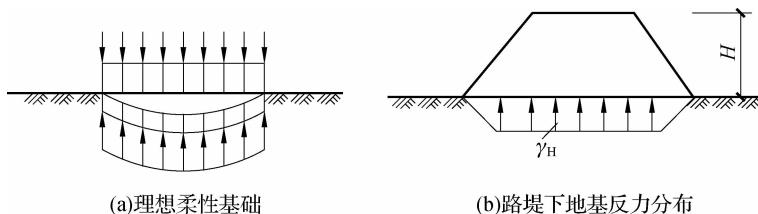


图 2-6 柔性基础下的基底压力分布

若基础具有足够的刚度,如混凝土、砖石基础,其本身的刚度远超过土的刚度,即可认为在地基反力作用下是不变形的绝对刚性基础。根据弹性理论分析,绝对刚性基础的基底压应力分布如图 2-7(a)中的虚线所示。即基底中部的压应力较小,而边缘压应力剧增并趋向无穷大,使地基土发生局部剪切破坏。实测的基底压应力图形,其边缘压应力远小于按弹性理论所确定的值,通常呈现马鞍形分布,如图 2-7(a)中的实线所示。对黏性土地基,基底压应力图形呈边缘压应力为有限值的抛物线形,如图 2-7(b)所示;而在砂土地基上却呈边缘压应力为零的钟形分布,如图 2-7(c)所示。

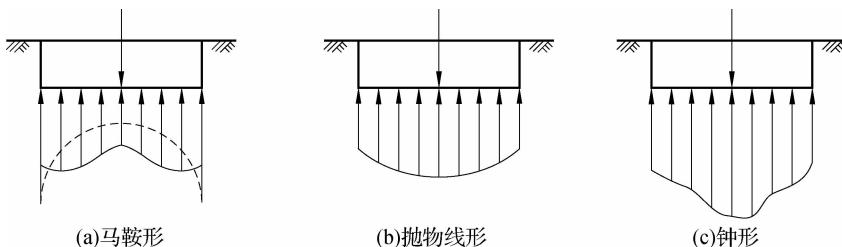


图 2-7 刚性基础下的基底压力分布

由此可见,刚性基础的基底压应力图形还与地基中塑性变形区开展的程度有关。一般情况下,对于具有一定刚度及基底尺寸较小的扩展基础(柱下单独基础、墙下条形基础),基底压应力可近似地按直线分布考虑,并且可按材料力学公式进行简化计算。对于基础刚度较大的十字交叉基础、筏形基础、箱形基础等,应考虑基础刚度的影响,用地基梁板弹性理论确定基底压力。

## 2.2.2 基底压力的简化计算

要想准确确定基底压力的分布是很困难的，在实际应用中，常作简化计算。当基础刚度比较大，荷载强度不太大时，可假设基底压力按直线分布。直线分布是指将基础底面各处压力按比例绘制出时，所形成的图形为直边多边形（如三角形、矩形、梯形等）。

基础的形状多种多样，本书仅介绍最常见的矩形基础和条形基础。矩形基础是指基础底面为矩形，且长度  $l$  与宽度  $b$  的比值不太大的基础。一般地，当  $l/b < 10$  时，可视为矩形基础；当  $l/b \geq 10$  时，可视为条形基础。

### 1. 轴心荷载作用下的基底压力

在轴心荷载作用下，假定基底压力为直线分布，如图 2-8 所示，按材料力学公式可得

$$p = \frac{F+G}{A} \quad (2-5)$$

$$G = \gamma_G A d \quad (2-6)$$

式中， $p$  为基底平均压力（kPa）； $F$  为相应于荷载效应标准组合时，上部结构传至基础顶面的竖向力值（kN）； $G$  为基础及其上回填土的自重（kN）； $A$  为基底面积（ $m^2$ ），对于矩形基础  $A = lb$ （ $l$  和  $b$  分别为矩形基础底面的长与宽）； $\gamma_G$  为基础及回填土的平均重度（ $kN/m^3$ ），一般取  $20 kN/m^3$ ，地下水位以下取有效重度； $d$  为基础上部结构的埋置深度（m），应从设计地面或室内外平均设计地面算起。

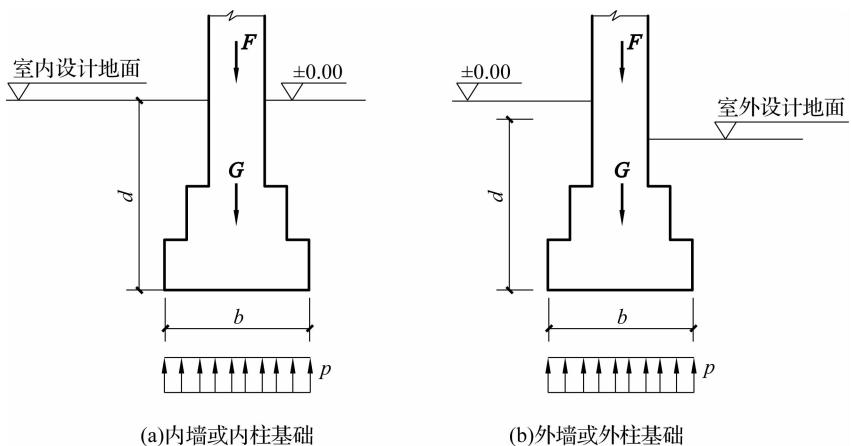


图 2-8 轴心荷载作用下的基底压力分布

对于  $l/b \geq 10$  的条形基础，通常可沿基础长度方向截取一单位长度（即取  $l=1 m$ ）进行计算，此时式(2-5)可简化成

$$p = \frac{F+G}{b} = \frac{F}{b} + \gamma_G d \quad (2-7)$$

式中， $F, G$  分别为相应单位长度条形基础的上部结构传给基础的竖向力和基础及回填土的平均自重（ $kN/m$ ）； $b$  为条形基础的宽度（m）。



## 2. 偏心荷载下的基底压力

单向偏心荷载下的矩形基础如图 2-9 所示。

设计时通常使基底长边方向与偏心方向一致, 此时两短边边缘的压应力可按材料力学的短柱偏心受压公式计算, 即

$$\left. \begin{array}{l} p_{\max} \\ p_{\min} \end{array} \right\} = \frac{F+G}{lb} \pm \frac{M}{W} \quad (2-8)$$

式中,  $p_{\max}$ 、 $p_{\min}$  为最大与最小压力值 (kPa);  $l$ 、 $b$  分别为矩形基础底面的长与宽 (m);  $M$  为作用于矩形基底的力矩设计值 ( $\text{kN} \cdot \text{m}$ );  $W$  为基础底面的抵抗矩 ( $\text{m}^3$ ), 对于矩形基础  $W = bl^2/6$ 。将偏心荷载的偏心距  $e = M/(F+G)$  及  $W = bl^2/6$  代入式(2-8), 得

$$\left. \begin{array}{l} p_{\max} \\ p_{\min} \end{array} \right\} = \frac{F+G}{lb} \left( 1 \pm \frac{6e}{l} \right) \quad (2-9)$$

由式(2-9)可见:

当  $e < l/6$  时,  $p_{\min} > 0$ , 基底压力呈梯形分布, 如图 2-9(a)所示。

当  $e = l/6$  时,  $p_{\min} = 0$ , 基底压力呈三角形分布, 如图 2-9(b)所示。

当  $e > l/6$  时, 按式(2-9)的计算结果  $p_{\min} < 0$ , 即距偏心荷载较远的基底边缘反力为负值。由于基础与地基之间不可能承受拉力, 此时意味着基础底面与地基局部脱离, 实际基底压力呈三角形分布, 如图 2-9(c)中实线所示,  $p_{\min} = 0$ 。三角形压应力的合力作用于三角形形心, 并与外荷载合力  $(F+G)$  大小相等而方向相反, 由此可列出平衡方程

$$F+G = \frac{1}{2} \times 3 \times b \times k \times p_{\max}$$

则基底边缘的最大压应力为

$$p_{\max} = \frac{2(F+G)}{3bk} \quad (2-10)$$

式中,  $k$  为单向偏心荷载作用点至具有最大压力的基底边缘的距离 (m),  $k = \frac{l}{2} - e$ 。

**【例 2-2】** 柱基础底面尺寸为  $2.4 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}$ , 作用在基础底面的偏心荷载  $F+G=360 \text{ kN}$ , 如图 2-10(a)所示。如果偏心距分别为  $0.2 \text{ m}$ 、 $0.4 \text{ m}$ 、 $0.6 \text{ m}$ , 试确定基础底面的应力数值, 并绘出应力分面图。

**【解】**  $l/6 = 2.4/6 = 0.4 \text{ m}$ 。

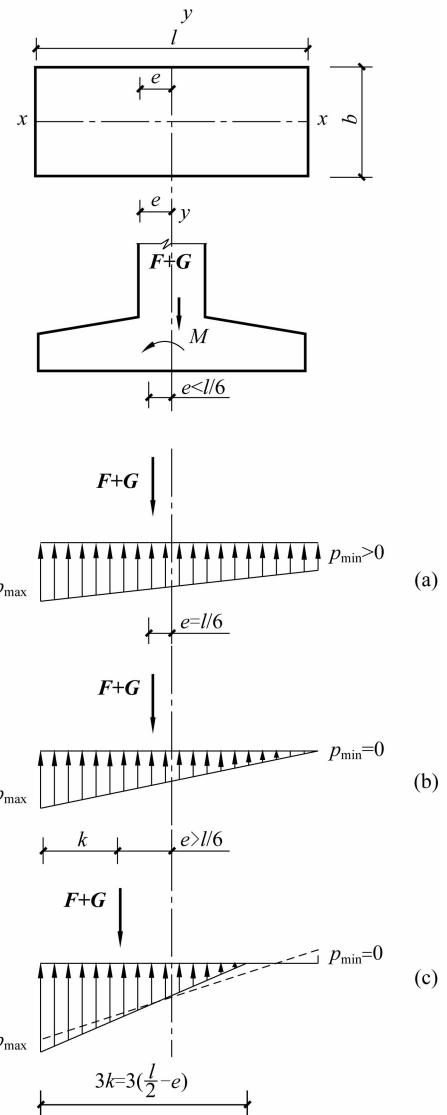


图 2-9 单向偏心荷载作用下的基底压力分布

(1) 当偏心距  $e=0.2\text{ m}$  时,  $e < \frac{l}{6}$ , 基底应力按式(2-9)计算, 得

$$\text{最大应力 } p_{1\max} = \frac{F+G}{lb}(1+\frac{6e}{l}) = \left[ \frac{360}{2.4 \times 2.0} \times \left(1 + \frac{6 \times 0.2}{2.4}\right) \right] = 112.5 \text{ kPa}$$

$$\text{最小应力 } p_{1\min} = \frac{F+G}{lb}(1-\frac{6e}{l}) = \left[ \frac{360}{2.4 \times 2.0} \times \left(1 - \frac{6 \times 0.2}{2.4}\right) \right] = 37.5 \text{ kPa}$$

应力分布如图 2-10(b)所示。

(2) 当偏心距  $e=0.4\text{ m}$  时,  $e = \frac{l}{6}$ , 基底应力按式(2-9)计算, 得

$$\text{最大应力 } p_{2\max} = \frac{F+G}{lb}(1+\frac{6e}{l}) = \left[ \frac{360}{2.4 \times 2.0} \times \left(1 + \frac{6 \times 0.4}{2.4}\right) \right] = 150 \text{ kPa}$$

$$\text{最小应力 } p_{2\min} = \frac{F+G}{lb}(1-\frac{6e}{l}) = \left[ \frac{360}{2.4 \times 2.0} \times \left(1 - \frac{6 \times 0.4}{2.4}\right) \right] = 0 \text{ kPa}$$

应力分布如图 2-10(c)所示。

(3) 当偏心距  $e=0.6\text{ m}$  时,  $e > \frac{l}{6}$ , 基底应力按式(2-10)计算, 得

$$\text{最大应力 } p_{3\max} = \frac{2 \times (F+G)}{3 \times \left(\frac{l}{2} - e\right)b} = \left[ \frac{2 \times 360}{3 \times \left(\frac{2.4}{2} - 0.6\right) \times 2.0} \right] = 200 \text{ kPa}$$

$$\text{基础受压宽度 } L' = 3k = 3 \times \left(\frac{l}{2} - e\right) = 3 \times \left(\frac{2.4}{2} - 0.6\right) = 1.8 \text{ m}$$

应力分布如图 2-10(d)所示。

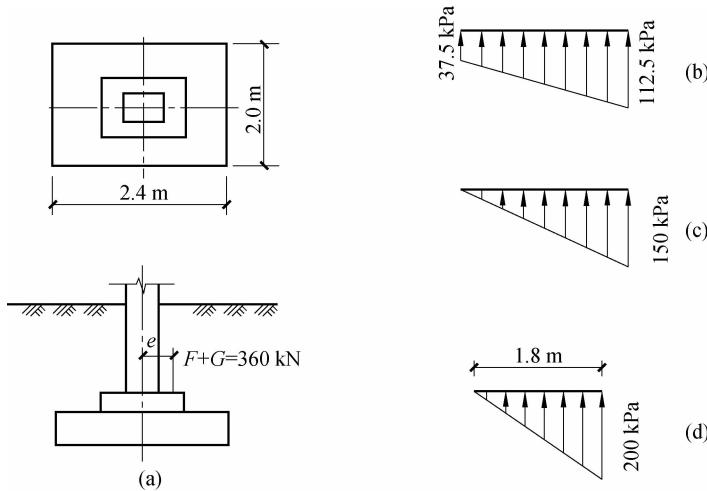


图 2-10 例 2-2 附图

### 2.2.3 基底附加压力

在建造建筑物之前, 基础底面处已有自重应力的作用。在建造建筑物之后, 上部结构荷载通过基础传至基础底面处将产生基底压力, 与开挖基坑之前相比基础底面的应力增加, 其增加的应力即为基底附加压应力。一般情况下, 在建筑物建造前天然土层在自重作用下的